

2018 年度発表文献集

Publication List 2018



東京理科大学 工学部情報工学科 池口研究室

Ikeguchi Laboratory,
Department of Information and Computer Technology,
Faculty of Engineering,
Tokyo University of Science

2019 年 3 月作成 (2020 年 8 月修正)

目次

1	原著論文	1
(1)	Ryota Nomura, Ying-Zong Liang, Kenji Morita, Kantaro Fujiwara, and Tohru Ikeguchi, “Threshold-Varying Integrate-and-Fire Model Reproduces Distributions of Spontaneous Blink Intervals,” <i>PLOS ONE</i> , Vol. 13, No. 10, e0206528. 2018.	2
2	査読あり国際会議	16
(1)	Sakura Rai, Mayu Aoki, Yutaka Shimada, Kantaro Fujiwara, and Tohru Ikeguchi, “Investigation of ISO Generated by Dopaminergic Modulation and Inhibitory Synaptic Learning,” Proceedings of the 4th International Conference on Mathematical NeuroScience (ICMNS2018), 2018.	17
(2)	Misa Fujita, Takayuki Kimura, Kantaro Fujiwara, and Tohru Ikeguchi, “Solving the Steiner Tree Problem in Graphs Using the Key-Path Based Neighborhood with the k th Shortest Path,” Proceedings of the 2018 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2018), pp. 61–64, 2018.	19
(3)	Tohru Ikeguchi, Yutaka Shimada, Kantaro Fujiwara, Sakura Rai, and Toshihiro Kobayashi, “Synaptic Dynamics in ISO by Dopaminergic Modulation and Inhibitory Synaptic Learnings,” Proceedings of the 2018 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2018), pp. 164–167, 2018.	23
(4)	Kohei Yamamoto, Yutaka Shimada, Kantaro Fujiwara, and Tohru Ikeguchi, “Nonlinear Analysis on Temporally High Resolution Data of Stock Markets in Japan,” Proceedings of the 2018 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2018), pp. 434–437, 2018.	27
(5)	Shiki Kanamaru, Yutaka Shimada, Kantaro Fujiwara, and Tohru Ikeguchi, “Nonlinear Time Series Analysis on LOTO7,” Proceedings of the 2018 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2018), pp. 430–433, 2018.	31
3	査読あり国内会議	35

(1)	藤田 実沙, 木村 貴幸, 藤原 寛太郎, 池口 徹, グラフ的シュタイナー木問題に対する複数の最短経路を使用した局所探索法, 2018 年電子情報通信学会 NOLTA ソサイエティ大会, A-4, 2018.	36
(2)	笠原 宏太郎, 島田 裕, 藤原 寛太郎, 池口 徹, 膵 β 細胞の TRPM2 チャネル活性に伴うカルシウムダイナミクスの再現, 2018 年電子情報通信学会 NOLTA ソサイエティ大会, A-16, 2018.	38
(3)	山本 紘平, 島田 裕, 藤原 寛太郎, 池口 徹, 1 日の株価変動に対する非線形解析, 2018 年電子情報通信学会 NOLTA ソサイエティ大会, A-17, 2018.	40
(4)	金丸 志生, 島田 裕, 藤原 寛太郎, 池口 徹, LOTO6 に対する非線形時系列解析, 2018 年電子情報通信学会 NOLTA ソサイエティ大会, A-19, 2018.	43
4	査読なし国内学会	45
4.1	研究会	46
(1)	藤田 実沙, 木村 貴幸, 池口 徹, 異なる不応性を有するニューラルネットワークによるグラフ的シュタイナー木問題の 解探索性能の比較, 電子情報通信学会技術研究報告, Vol. 118, No. 243, NLP2018-81, pp. 51–56, 2018.	46
(2)	澤田 和弥, 島田 裕, 池口 徹, ネットワーク構造の違いが因果関係の推定精度に与える影響について, 電子情報通信学会技術研究報告, Vol. 118, No. 243, NLP2018-78, pp. 33–38, 2018.	52
(3)	金丸 志生, 島田 裕, 藤原寛太郎, 池口 徹, カオス乱数の性能に与える数値計算精度の影響, 電子情報通信学会技術研究報告, Vol. 118, No. 243, NLP2018-80, pp. 45–50, 2018.	58
(4)	金丸 志生, 島田 裕, 藤原寛太郎, 池口 徹, 整数ロジスティック写像を用いたカオス乱数と NIST 検定による性能評価, 電子情報通信学会技術研究報告, Vol. 118, No. 413, NLP2018-100, pp. 23–28, 2019.	64
(5)	山本 紘平, 島田 裕, 池口 徹, 制約付ランダムシャッフルサロゲートデータを用いたカオスのマーク付き点過程の解 析法について, 電子情報通信学会技術研究報告, Vol. 118, No. 413, NLP2018-101, pp. 29–34, 2019.	70
(6)	山崎 凌, 島田 裕, 池口 徹, ビット情報の効果的な利用を考慮したカオス MIMO システムとその性能解析, 電子情報通信学会技術研究報告, Vol. 118, No. 413, NLP2018-102, pp. 35–40, 2019.	76
4.2	総合大会, ソサイエティ大会でのシンポジウム講演	82
(1)	澤田 和弥, 島田 裕, 池口 徹, Convergent Cross Mapping による複雑ネットワーク構造上での因果推定, 電子情報通信学会 2019 年総合大会, ANS-1-1, 2019.	82
(2)	藤田 実沙, 木村 貴幸, 池口 徹, グラフ的シュタイナー木問題に対するタブーサーチとカオスサーチの探索の多様性に ついて, 電子情報通信学会 2019 年総合大会, ANS-1-3, 2019.	84

4.3	総合大会, ソサイエティ大会	86
(1)	栗田 いずみ, 島田 裕, 藤原 寛太郎, 池口 徹, 有色ノイズによるカオス写像の共通ノイズ同期現象に関する一検討, 電子情報通信学会 2018 年ソサイエティ大会, N-1-18, 2018.	86
(2)	宮 南風, 島田 裕, 藤原 寛太郎, 池口 徹, 興奮性/抑制性ニューロン比率が発火率と学習に与える効果, 電子情報通信学会 2019 年総合大会, N-1-25, 2019.	87
(3)	笠原 宏太郎, 島田 裕, 藤原 寛太郎, 池口 徹, TRPM2 チャネルがインスリン分泌に与える影響の調査, 電子情報通信学会 2019 年 総合大会, N-1-26, 2019.	88
(4)	金丸 志生, 島田 裕, 藤原 寛太郎, 池口 徹, カオスダイナミクスによる擬似乱数に XOR を施した場合の性能評価. 電子情報通信学会 2019 年総合大会, N-1-32, 2019.	89
(5)	小川 徳紀, 山本 紘平, 金丸 志生, 島田 裕, 池口 徹, 局所対大域リカレンスプロットを用いた非線形時系列解析. 電子情報通信学会 2019 年総合大会, N-1-33, 2019.	90
(6)	山本 紘平, 島田 裕, 藤原 寛太郎, 池口 徹, マーク付点過程データに対する決定論性の調査手法, 電子情報通信学会 2019 年総合大会, N-1-34, 2019.	91
(7)	野村 亮太, 島田 裕, 藤原 寛太郎, 池口 徹, 重畳リカレンスプロットを用いた共通入力の再構成, 電子情報通信学会 2019 年総合大会, N-1-35, 2019.	92
(8)	山崎 凌, 島田 裕, 池口 徹, カオス MIMO システムにおけるビットの利用法の改良とその性能評価, 電子情報通信学会 2019 年総合大会, N-2-7, 2019.	93
5	学位論文	94
5.1	博士論文	95
(1)	野村 亮太, “A computational and empirical study on blink synchronization induced by per- former’s inputs,” 東京理科大学 大学院工学研究科 経営工学専攻, 博士論文 2019.	95
5.2	修士論文	97
(1)	青木 舞優, “Effects of Neural Rhythmic Activities Give the Neuronal Avalanche Phe- nomenon,” 東京理科大学 大学院工学研究科 経営工学専攻, 修士論文 2019.	97
(2)	栗田 いずみ, “Colored-noise-induced Synchronization of One-dimensional Chaotic maps,” 東京理科大学 大学院工学研究科 経営工学専攻, 修士論文 2019.	98
5.3	卒業論文	99

(1)	小川 徳紀, 局所対大域リカレンスプロットを用いた非線形時系列解析, 東京理科大学 工学部 経営工学科, 卒業論文 2019.	99
(2)	金丸 志生, 整数ロジスティック写像の応答より生成したカオス乱数列の統計的解析, 東京理科大学 工学部 経営工学科, 卒業論文 2019.	103
(3)	金子 信生, カオスサーチを用いた Prize Collecting Steiner Tree Problem の解法, 東京理科大学 工学部 経営工学科, 卒業論文 2019.	107
(4)	澤田 和弥, 複雑ネットワーク構造上での因果関係の推定に関する研究, 東京理科大学 工学部 経営工学科, 卒業論文 2019.	111
(5)	飛川 玲菜, 閾値が変動する Izhikevich ニューロンの非線形ダイナミクスに関する研究, 東京理科大学 工学部 経営工学科, 卒業論文 2019.	115
(6)	藤田 祥太郎, 興奮性ニューロン間の結合分布がスパイクタイミングの相関に与える影響, 東京理科大学 工学部 経営工学科, 卒業論文 2019.	119
(7)	宮 南風, 興奮性/抑制性ニューロン比率が発火率と学習に与える効果に関する研究, 東京理科大学 工学部 経営工学科, 卒業論文 2019.	123
(8)	山元 航平, 数理モデルを用いた Twitter 上での情報伝播に関する研究, 東京理科大学 工学部 経営工学科, 卒業論文 2019.	127
(9)	石崎 一輝, リカレンスプロット間の距離を用いた大規模地震における前兆現象の検出, 東京理科大学 工学部第二部 経営工学科, 卒業論文 2019.	131
(10)	木澤 舞, 構築法での使用頻度が高い枝を優先する局所探索法, 東京理科大学, 工学部第二部 経営工学科 卒業論文 2019.	135
(11)	高野 泰地, Visibility Graph を用いた高速株式取引データの解析に関する研究, 東京理科大学 工学部第二部 経営工学科, 卒業論文 2019.	139
6	その他の国内発表会	143
6.1	東北大学 電気通信研究所 平成 30 年度 共同プロジェクト研究発表会	144
(1)	Misa Fujita, “Solving the Steiner Tree Problem in Graphs by the Chaotic Neural Network Using Vertex Based Neighborhood”	144
(2)	Kazuya Sawada, “Effect of network structures on causality estimation between coupled nonlinear oscillators”	145

	(3)	Nanfu Miya, “Effect of Excitatory/Inhibitory Neuron Ratio on STDP Learning Mechanism”	146
7		非線形ワークショップ	147
7.1		2018 年 4 月 21 日, 日本工業大学	148
	(1)	澤田 和弥, 論文 “Detecting Causality in Complex Ecosystems” の紹介	148
	(2)	宮 南風, 論文 “Abnormal brain synchrony in Down Syndrome” の紹介	149
	(3)	山本 紘平, 1 日の株価変動に対する非線形時系列解析	(*)
7.2		2018 年 6 月 16 日, 日本工業大学	150
	(1)	笠原 宏太郎, 電位依存性 Ca^{2+} チャネルの不活性性を追加した Bertram モデル	150
	(2)	山崎 凌, カオス MIMO システムの性能の解析	151
	(3)	金丸 志生, LOTO6 に対する非線形時系列解析	152
	(4)	青木 舞優, 神経活動リズムと神経雪崩現象の関係	(*)
7.3		2018 年 7 月 14 日, 東京理科大学	153
	(1)	栗田 いずみ, 有色ノイズを用いたカオス写像の同期の検討	153
	(2)	野村 亮太, 論文 “Dimensionless embedding for nonlinear time series analysis” の紹介	154
	(3)	藤田 実沙, 異なる不応性効果を持つニューラルネットワークによる解探索性能の比較	155
	(4)	頼 さくら, ドーパミン作用性 STDP 学習則と抑制性シナプスの学習による ISO の生 成とシナプス結合強度調査	(*)
7.4		2018 年 8 月 25 日-28 日, 合同夏合宿	156
	(1)	山本 紘平, 取引タイミングと株価指数値が株価変動の決定論性に与える影響	156
	(2)	金丸 志生, カオス乱数の性能に与える数値計算精度の影響	157
	(3)	毛 福佳, 論文 “Missing and spurious interactions and the reconstruction of complex networks” の紹介	158
	(4)	笠原 宏太郎, 電位依存性 Ca^{2+} 電流と TRPM2 電流が膵 β 細胞の膜電位に与える影響	159
	(5)	山崎 凌, ランダム性を考慮したカオス MIMO システムの検討	160
	(6)	飛川 玲菜, 閾値が時間変化する Izhikevich ニューロンモデルの応答の調査	161
	(7)	小川 徳紀, Wayland テストによる時系列データの決定論性解析	162
	(8)	高野 泰地, Visibility Algorithm を用いた時系列データのネットワーク変換	163
	(9)	澤田 和弥, ネットワーク構造の違いが因果関係の推定精度に与える影響について	164
	(10)	木澤 舞, TSP における構築法より得られる巡回路と最適巡回路を構成する枝の比較	165
	(11)	小林 航平, 論文 On the Security and Performance on the Proof of Work Blockchain の追試	166
	(12)	石崎 一輝, 論文 “GNSS ionospheric seismology: Recent observation evidence and characteristics” の紹介	168
	(13)	山元 航平, 情報発信源の違いがネットワーク全体の情報到達範囲に与える影響の調査	169
	(14)	藤田 祥太郎, 論文 “Optimal spike-based communication in excitable networks with strong-sparse and weak-dense links” の紹介	170
	(15)	金子 信生, 論文 “Knowledge-guided local search for Prize Collecting Steiner Tree Problem in graph” の紹介	171
	(16)	宮 南風, 論文 “Cognitive relevance of the community structure of the human brain functional coactivation network” の追試	172

	(17)	青木 舞優, 神経活動リズムが神経雪崩現象の統計量に与える影響	173
	(18)	野村 亮太, ヒトの視覚システムを駆動する外力の再構成 (*)	
	(19)	藤田 実沙, “Evaluation of the performance of neural networks which have different refractory effect for solving the Steiner tree problem in graphs” (*)	
7.5		2018 年 9 月 22 日, 東京理科大学	174
	(1)	藤田 実沙, 異なる非線形性を有するニューラルネットワークによるグラフ的シュタイナー木問題の解探索性能の比較	174
	(2)	金丸 志生, カオス乱数の性能に与える数値計算精度の影響	175
	(3)	高野 泰地, Visibility graph から現れるカオスデータの特徴	176
	(4)	澤田 和弥, ネットワーク構造の違いが因果関係の推定精度に与える影響について . . .	177
7.6		2018 年 10 月 20 日, 東京都市大学	178
	(1)	石崎 一輝, TEC の変動と大規模地震の関係性の調査	178
	(2)	笠原 宏太郎, “Mathematical modeling of heterogeneous electrophysiological responses in human β -cells”	179
	(3)	宮 南風, STDP 学習の適用条件を変化させた際の調査	180
	(4)	木澤 舞, 最近傍法での採用率の高い枝を選択する改良 2-opt 法	181
	(5)	山崎 凌, カオス MIMO システムの分析と改良 (*)	
7.7		2018 年 11 月 17 日, 東京工科大学	
	(1)	野村 亮太, 発火率時系列に対するリカレンスプロットによる共通入力 of 再構成 (*)	
7.8		2018 年 12 月 15 日, 東京電機大学	182
	(1)	山本 紘平, 制約付きランダムシャッフルサロゲートデータを用いたカオス的マーク付き点過程の解析法について	182
	(2)	山崎 凌, カオス MIMO システムにおける信号パターン数の定量的な評価	183
	(3)	金丸 志生, XOR による後処理がカオス乱数の性能に与える影響	184
7.9		2019 年 2 月 16 日, 17 日, 東北大学	185
	(1)	藤田 実沙, カオスダイナミクスを用いたシュタイナー木問題の解法について	185
	(2)	毛 福佳, グラフ距離を用いた実ネットワークの解析	186
	(3)	池口 徹, 数理モデルを用いたメトロノーム同期の解析 (*)	
8		受賞, その他	187
		池口 徹, 電子情報通信学会よりフェローの称号贈呈, 非線形力学系理論に基づく複雑システム解析技法の先駆的研究, 2019 年 3 月 21 日 . .	188
		藤田実沙, 電子情報通信学会 2018 年度学術奨励賞, K 番目の最短経路を使用したグラフ的シュタイナー木構築法, 2019 年 3 月 21 日 . . .	189
		栗田いずみ, 電子情報通信学会 2018 年度学術奨励賞, 有色ノイズによるカオス写像の共通ノイズ同期現象に関する一検討, 2019 年 3 月 21 日	190

(*) 印: 口頭発表, スライドは本稿に未収録.

原著論文

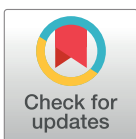
RESEARCH ARTICLE

Threshold-varying integrate-and-fire model reproduces distributions of spontaneous blink intervals

Ryota Nomura^{1,3*}, Ying-Zong Liang², Kenji Morita³, Kantaro Fujiwara⁴,
Tohru Ikeguchi^{1,5}

1 Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science, Tokyo, Japan, **2** Graduate School of Engineering, The University of Tokyo, Tokyo, Japan, **3** Graduate School of Education, The University of Tokyo, Tokyo, Japan, **4** International Research Center for Neurointelligence, The University of Tokyo, Tokyo, Japan, **5** Faculty of Engineering, Tokyo University of Science, Tokyo, Japan

* nomura@hisenkei.net, nomuraryota@gmail.com



Abstract

Spontaneous blinking is one of the most frequent human behaviours. While attentionally guided blinking may benefit human survival, the function of spontaneous frequent blinking in cognitive processes is poorly understood. To model human spontaneous blinking, we proposed a leaky integrate-and-fire model with a variable threshold which is assumed to represent physiological fluctuations during cognitive tasks. The proposed model is capable of reproducing bimodal, normal, and widespread peak-less distributions of inter-blink intervals as well as the more common popular positively skewed distributions. For bimodal distributions, the temporal positions of the two peaks depend on the baseline and the amplitude of the fluctuating threshold function. Parameters that reproduce experimentally derived bimodal distributions suggest that relatively slow oscillations (0.11–0.25 Hz) govern blink elicitations. The results also suggest that changes in blink rates would reflect fluctuations of threshold regulated by human internal states.

OPEN ACCESS

Citation: Nomura R, Liang Y-Z, Morita K, Fujiwara K, Ikeguchi T (2018) Threshold-varying integrate-and-fire model reproduces distributions of spontaneous blink intervals. *PLoS ONE* 13(10): e0206528. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0206528>

Editor: Markus Lappe, University of Muenster, GERMANY

Received: June 1, 2018

Accepted: October 15, 2018

Published: October 30, 2018

Copyright: © 2018 Nomura et al. This is an open access article distributed under the terms of the [Creative Commons Attribution License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

Data Availability Statement: Data are available from the BioModels database: <https://www.ebi.ac.uk/biomodels/MODEL1810190001>.

Funding: Funding was provided by Japan Society for the Promotion of Science: grant number JP15H05876 to KM (<https://kaken.nii.ac.jp/en/grant/KAKENHI-PLANNED-15H05876/>); grant number JP15KT0112 to TI (<https://kaken.nii.ac.jp/en/grant/KAKENHI-PROJECT-15KT0112/>); grant number JP15K04076 to RN (<https://kaken.nii.ac.jp/en/grant/KAKENHI-PROJECT-15K04076/>); grant

Introduction

Spontaneous blinking is the most frequent eye-closing behaviour in daily life [1]. Humans spontaneously blink 20–30 times per minute [2]. This is approximately 5–10 times as many as the necessary frequency to maintain the humidity of eye surfaces [3].

In recent years, it has been hypothesized that such frequent blinking could play an important role in adaptive human behaviours [4], [5]. Participants in a laboratory experiment tended to blink immediately after the emergence of intermittently presented visual stimuli [6] indicating that people reliably receive visual information avoiding oversight errors. Similarly, researchers have reported that viewers were likely to blink at implicit breaks in expert storytelling performances [7]. These findings suggest that people know when to blink through interaction with external inputs. As a result, temporal shifts of attention are guided by professional performances, with an emerging synchronizations of blinking. Neurological research further

number JP16K16138 to KF (<https://kaken.nii.ac.jp/en/grant/KAKENHI-PROJECT-16K16138/>); grant number JP17K00348 to TI (<https://kaken.nii.ac.jp/en/grant/KAKENHI-PROJECT-17K00348/>); and grant number JP18KT0076 to RN (<https://kaken.nii.ac.jp/en/grant/KAKENHI-PROJECT-18KT0076/>). The funders had no role in study design, data collection and analysis, decision to publish, or preparation of the manuscript.

Competing interests: The authors have declared that no competing interests exist.

showed that spontaneous blinks contribute to disengaging attention from audio-visual stimuli [8]. Owing to this function, people would be able to allocate attention to new targets immediately after blinking. Thus blinking could be a means for humans to efficiently gather information from the huge amount of surrounding audio-visual stimuli.

Although numerous experimental studies have been developed, little theoretical research using mathematical models has been carried out. The one-dimensional stochastic diffusion (OSD) model has been proposed as a mathematical model of spontaneous blinking [9]. This model assumes a blink generator in which electrical potential varies depending on the external inputs of corneal stimulation such as dryness, dust, or muscle fatigue. The electrical potential varies as Brownian motion process, resulting in a blink when the potential reaches a threshold. The potential exponentially decays to a constant value when the blink generator receives no inputs. Thus, intervals between spontaneous blinks are formulated as a first-passage-time to a constant threshold. According to [9], burst patterns in blinking can be explained by assuming that the threshold was shifted lower when the participants were drowsy.

Human blinking rates, however, vary in a few tens of seconds while watching an audio-visual stimulus [10]. A realistic model should account for this variation. In addition to such temporal characteristics, changes in blinking rates often provide less common distributions of inter-blink intervals (IBIs) in cognitive tasks [6], [11]. Thus, an adequate model should reproduce the diverse distributions of spontaneous blinking. The OSD model cannot reproduce distributions of IBIs because of its stochastic nature and constant threshold.

In this paper, we propose a leaky integrate-and-fire (LIF) model with a variable threshold to represent the fluctuation of internal states of human blinks. First, we examine the reproducibility of the distributions of IBIs by the OSD model, however, the OSD cannot reproduce experimental results. Then, we show that the proposed LIF model reproduces a variety of distributions such as the positively skewed, normal, peak-less, and bimodal distributions of IBIs. Finally, we explore the parameters that reproduce the distributions of IBI reported in a classical experimental study.

Model of human spontaneous blinks

One-dimensional stochastic diffusion model

In this model, changes in the potential X of the blink generator are governed by the following equation:

$$dX(t) = \left(-\frac{X(t)}{\beta} + \mu \right) dt + \phi dW(t), \quad (1)$$

with an initial condition $X(0) = X_0$.

In Eq (1), W is a Wiener process that is characterized by spontaneous decay β (> 0), average input μ ($-\infty < \mu < \infty$), and a noise term of ϕ (> 0) for a random process. This stochastic differential equation is formally equivalent to the Ornstein-Uhlenbeck process. The interval between one blink and the next (IBI) can be expressed as a first-passage-time density function, which is defined by the time duration between the initial potential X_0 and the time to pass the threshold potential.

The OSD model is based on the Ornstein-Uhlenbeck process and therefore the potential X obeys the mean reversion law [9]. If we took $P(\omega|\alpha, t)$ as the probability that a stochastic variable α is given when $t = 0$ whereby we gain ω at time t , in this model, $P(-\infty|X_0, t) = 0$. According to Hoshino [9], this mathematical assumption represents the physiological nature of a blinking generator that reliably repeats to active blinking within a finite time period without assuming a reflecting boundary.

The results of numerical simulations demonstrated that the OSD model can reproduce the positively skewed distribution of experimentally observed IBI [9]. However, this model does not reproduce the other previously reported distributions of IBI (See, Fig B in [S1 File](#)).

Leaky integrate-and-fire model with a variable threshold

Although the primary physiological function of blinking is to prevent dryness of eye-surfaces, cognitive functions of human blinks have also been reported [7], [12]. A human blinks in accordance with semantic segmentations of audio-visual information. For example, people tend to blink after looking at punctuation marks in reading tasks [12] and immediately after listening to the punch line of jokes while viewing a storytelling performance [7]. Neurological research indicated that spontaneous blinks contribute to disengaging attention from audio-visual stimuli [8]. Cognitive load is integrated while audio-visual information is continuously accumulated. When people blinks, however, the cognitive load is reset by attentional disengagement where a part of audio-visual information is transmitted to the next processing stage. These facts indicate that we can model the biophysical changes in an internal value of a blink generator which is driven by cognitive load as well as by physiological inputs such as dryness and fatigue of muscle.

As one of the possible models, we used a leaky integrate-and-fire model with a variable threshold to represent such a blink-and-reset mechanism. The leaky integrate-and-fire models have been used as models of changes in membrane potential of a single neuron [13]. Human blinking is a macroscopic phenomenon that involves several brain areas. However, as far as we could assume that integrate-and-reset mechanism as a plausible postulation, the leaky integrate-and-fire model is suitable for human blinking as well.

As a possible mechanism for blinking intervals providing a variety of distributions, we assumed that the changes in blink rates are regulated by internal states that could vary in accordance with external stimuli. To construct the model, we assume a simply formulated situation where a background oscillation exists as a regulator of frequent human blinking. Such oscillation would emerge spontaneously as a result of physiological rhythms in addition to the rhythm induced by the external stimuli during an experimental task that requires visual attention. In this study, we consider a leaky integrate-and-fire model with a variable threshold [14].

The potential V of blinking generator is governed by

$$\frac{dV}{dt} = -cV + I + \xi, \quad (2)$$

where c is a constant decay term and I is an external input with intensity b . The last term represents the Gaussian noise $\xi \sim N(0, \sigma^2)$ derived from the random fluctuation of external stimuli. The noise $\xi = 0$ when $\sigma = 0$.

One way to extract a particular rhythmic process in a physiological system is to set a variable threshold function [15]. Then, we introduced the following threshold function $\theta(t)$ determined by

$$\theta(t) = a + k \sin \frac{2\pi t}{\tau}, \quad (3)$$

where a is the baseline constant, k is the amplitude coefficient, and τ is the period. When V reaches the threshold, it immediately elicits a blink.

[Fig 1\(a\) and 1\(b\)](#) show the typical pattern when $a = 1$ and $k = 0$, i.e. $\theta(t) = 1$. In a simple case of a perfect integrator without decay and noise, i.e. $c = 0$ and $\sigma = 0$, V demonstrates a monotone increasing with accumulating non-negative external inputs I ([Fig 1\(a\)](#)). Even when

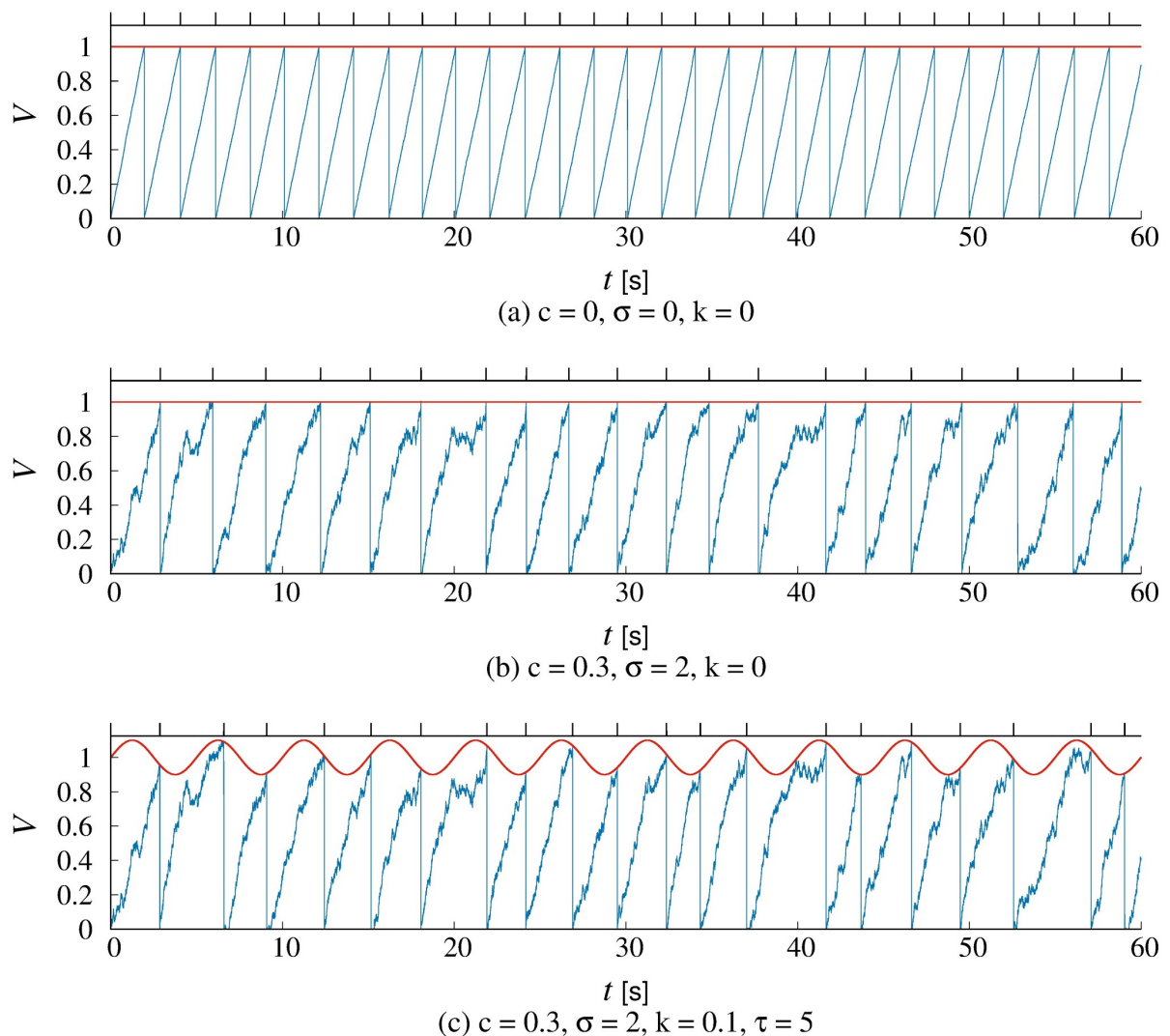


Fig 1. Results by the LIF model with (a), (b) a constant and (c) a variable threshold. The V increases with integrating the binomial input I . The parameter c is the decay term and the parameter σ is the standard deviation of noise ξ . The baseline of the threshold function $a = 1$. (a) There are no decay and no noise, i.e., $c = 0$ and $\sigma = 0$. (b) There is no noise, i.e., $\sigma = 0$. (c) The threshold is time-varying with the amplitude k and the period τ where the decay and the noise exist.

<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0206528.g001>

the threshold is constant, V , in the integrate-and-fire model, behaves in a complex way due to the decay term c and the noise $\sigma = 0$, resulting in the creation of irregular IBIs (Fig 1(b)). The parameter k determines the amplitude of the threshold function $\theta(t)$. Owing to the nonlinearity of the varying threshold function $\theta(t)$, IBIs can show rather complex patterns even if the external input I is constant. The model was deposited in BioModels Database [16] and assigned the identifier MODEL1810190001.

Previous researches have revealed the effect in a modulation of the current in LIF models of a neuron numerically and analytically [13], [17], [18]. A modulation of the current can be mathematically transformed to the variations of threshold. Therefore, the LIF model with a variable threshold would provide results that correspond to the previous research on a neuron.

However, the LIF model would also be useful to understand statistical behavior of the human blinkings if the LIF model fit the data from physiological experiments.

Numerical simulation and analysis

Parameters

To the best of the authors' knowledge, no mathematical proof provides that first-passage-time density functions of the Ornstein-Uhlenbeck process always exhibits positively skewed distributions. Thus, the OSD model [9] may reproduce a variety of distributions when specific parameters are set. Hence, we re-examined the distributions simulated by the OSD model. In this replication, threshold potential was set to 1.0 and the parameters of the Ornstein-Uhlenbeck process were set as shown in Table 1 to cover the typical ranges of decay β and input μ that elicit blinking at realistic intervals. In the numerical experiments, the parameters β , μ , and ϕ are increased by the values denoted in the third column of Table 1.

In all simulations, the time step was set to $dt = 0.001$ s. The total time for observation was 50 min (= 3,000 s) to gain enough occurrences of IBI to estimate the distribution of human spontaneous blinking [3].

On the other hand, in the simulations of the proposed model, parameters were set as follows: the intensity of the external input I of which intervals obey a binomial distribution was set to $b = 1$. To explore a relatively wide range of intensities for the inputs, a constant threshold baseline $a = 1$ was set. When we assume the simple case with $c = 0$ and $\sigma = 0$, it is necessary to accumulate non-negative inputs 1,000 times because $b \times dt = 0.001$. Taking into account the binomial distribution of I , 2,000 steps were needed on average to reach the threshold baseline. In other words, the variable V reaches the threshold in an average of 2 s. For instance, in case that $k = 0.20$, this corresponds to a maximum deviation 1/5 from the threshold baseline when $a = 1$. In case that $k = 0.0$, however, the threshold is a constant $\theta(t) = a$ because

$$k \sin \frac{2\pi t}{\tau} = 0. \quad (4)$$

The period τ corresponds to the frequency of the threshold function $\theta(t)$. For example, the frequency of the threshold is 0.1 Hz for $\tau = 10$ s and 10.0 Hz for $\tau = 0.1$ s. Fig 1(c) shows the typical pattern when $a = 1$, $k = 1/10$, and $\tau = 5$ s, i.e.

$$\theta(t) = 1 + \frac{1}{10} \sin \frac{2\pi t}{5}. \quad (5)$$

Evaluation of distribution

Based on observation of human blinking behaviours, Ponder and Kennedy [19] reported four types of distributions of IBI. Although this study is classical, we focused on this study because it had reported all of known distributions. Moreover, the distributions were obtained from sufficient number of participants with using a certain procedure. Variations of distributions were consistent with that obtained in the following experimental studies [2], [5]. Thus, Ponder &

Table 1. Parameters used in the OSD model.

	range	an increment
β	[0.01, 10.0]	0.01
μ	[0.1, 10.0]	0.1
ϕ	[0.5, 1.0]	0.05

<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0206528.t001>

Kennedy's [19] four types of distributions of IBI are very informative even in recent years. According to [19], the results show that most common distribution was positively skewed (62.0%, 31/50 people). The authors also observed peak-less distributions (22.0%, 11/50), bimodal distributions (12.0%, 6/50), and normal distributions (4.0%, 2/50).

We evaluated the peaks of simulated distributions of IBIs using kernel estimation of probability density. The kernel density function $\hat{f}_h(x)$ was estimated as

$$\hat{f}_h(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K(u). \quad (6)$$

We used a Gaussian kernel function, which is described as

$$K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2}, \quad (7)$$

where

$$u = \frac{x - x_i}{h}. \quad (8)$$

In this equation, x_i was the i th observed value and h was the bandwidth, n was the total number of x_i . For kernel density estimations, we used the C++ library [20] in which the optimal bandwidths h were calculated as the integral over the square of the curvature using the trapezoidal rule.

We then estimated the number of peaks in the simulated distributions by applying the peak-finding algorithm [21]. In order to detect peak(s), this algorithm differentiates the estimated probability density and finds the locations where the signs change from positive to negative. Each peak is determined relatively rather than absolutely because the probability density could be high depending on the bandwidth. Therefore, a peak was defined as the point that fulfills the following two conditions that the peak point exceeds 0.1, and exceeds one quarter of the difference between the maximum value and the minimum values. If any probability density was incomputable due to low occurrence of blinking, the peak-finding algorithm was not applied to those specific results.

We evaluated the kernel-estimated distribution in the range of 0–20 s, which is the usual IBI range. We calculated the median of the results of the simulations for comparison with the means of experimental data, because the shapes of the distributions were diverse. For unimodal distributions, we used these median values to detect the skewness. If the time location of the peak was lower than the centre of the estimated range, we regarded the distribution as the positively skewed.

For bimodal distributions, we evaluated the time locations of two simulated peaks. We permitted differences within ± 0.025 s for each reported peak. For instance, if the time locations in the experimental data were 0.5 s and 5.5 s, we assumed that these peaks were reproduced when the first simulated peak was located between 0.475–0.525 s and the second simulated peak was located between 5.475–5.525 s. The width of each histogram bin in Ref. [19] was 0.5 s, and therefore the range was narrow enough to capture the simulated peaks.

Results

Distributions of IBI simulated by OSD model

Our simulations resulted in 901,000 solutions for the OSD model. Then, 70.53%(635,488/901,000) of the solutions had a peak, while the remainder (29.46%) had no peak defined by the peakfinder algorithm; bimodal and other multimodal distributions were not detected. One

third (30.84%, 195, 985/635, 488) of distributions with a peak were positively skewed although the time location of the peak depended on the parameters. Otherwise (69.15%, 439, 503/635, 488), the simulated distributions approximated normal distributions (See, Fig B in [S1 File](#), for detail). Regarding the distributions without peaks, the probability density was approximately constant within the range of 0–20 s, which is chosen for the simulation. We considered that these results demonstrated peak-less distributions at least in this range. Thus, the one-dimensional stochastic diffusion model reproduced only positively skewed, normal and widespread peak-less distributions of IBIs.

Proposed model

Parameters and behaviours of V and distributions of IBI. Contrary to the OSD model, the leaky integrate-and-fire model with a variable threshold reproduced a variety of distributions depending on the parameters. By experimenting with the parameters, we thus could reproduce the distributions of IBI of spontaneous human blinking.

When the parameters were fixed at $a = 1$, $\sigma = 0$, and $k = 0$, the mean and median values increased as c became larger within the range of 0.0–0.3 ([Fig 2\(a\)](#)). The symmetric shape of the distribution did not change. In the leaky integrate-and-fire model, the intervals of the external input I obey a binomial distribution. Theoretically, the proposed model reproduces the normal distribution of IBI with these specific parameters because a binomial distribution with sufficient sample size approximates a normal distribution.

When the parameters were fixed at $\sigma = 0$ and $c = 0$ and then the amplitude k of the threshold functions varied in the range of 0.0–0.3, the medians of the distributions were almost constant. In this case, however, the tails of the distributions expanded and the shorter IBI showed relatively higher probability density than the longer one ([Fig 2\(b\)](#)).

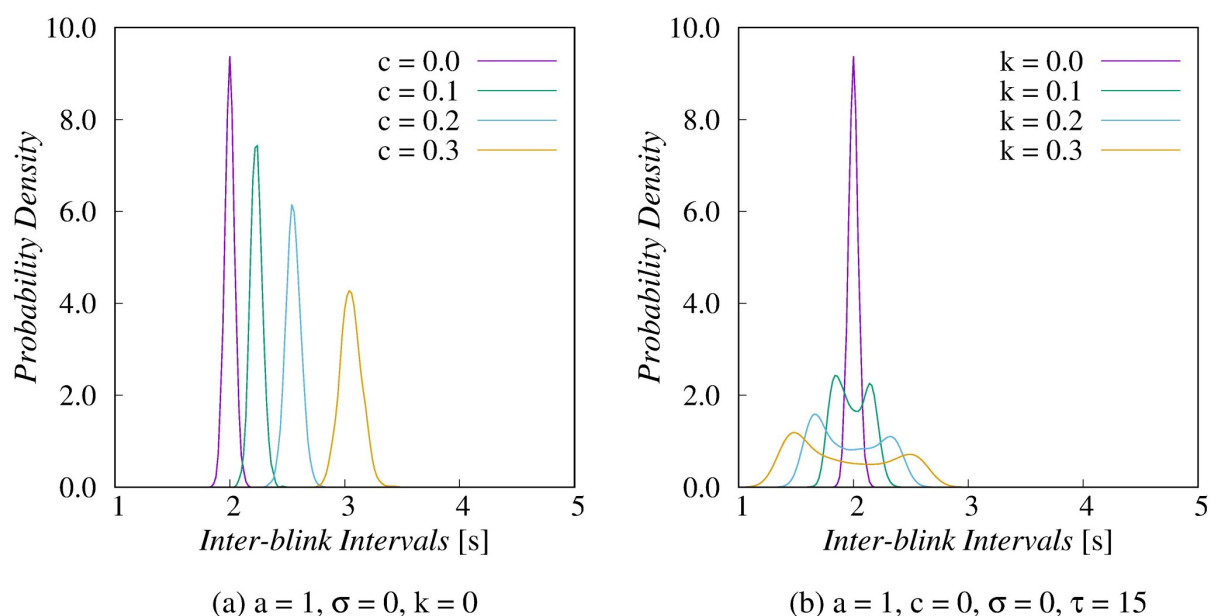


Fig 2. Results obtained by the LIF model with a variable threshold. Probability density functions change in accordance with decay term c or amplitude of threshold function k . (a) The symmetric shape of distributions are maintained even when the decay term c becomes larger. (b) The tails of the distributions expand when the amplitude k becomes larger.

<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0206528.g002>

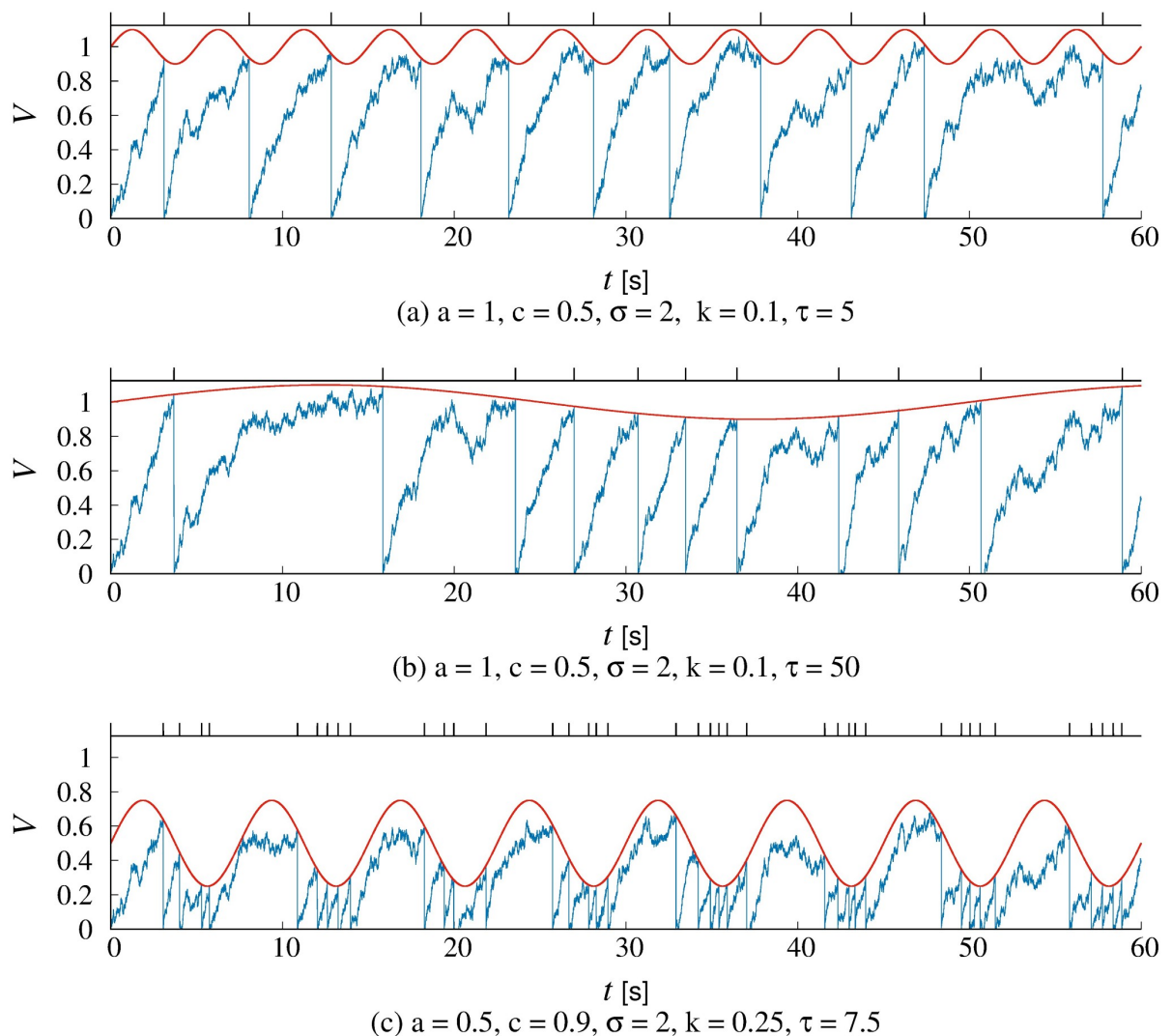


Fig 3. Results by the LIF model with a variable threshold. The V increases with integrating the binomial input I . The parameter c is the decay term and the parameter σ is the standard deviation of noise ξ . The baseline of the threshold function $a = 1$ and the threshold is time-varying with the amplitude k and the period τ . (a) The period τ is short and the prolonged IBI is observed only if the value V is not trapped by the threshold function which is convex down. (b) When the threshold function is convex up with the large period τ , the prolonged IBI is frequently observed. (c) Due to the large decay term c , the prolonged IBI is observed even when the period τ is small.

<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0206528.g003>

The proposed model was capable of reproducing bimodal distributions by setting the amplitude k and the period τ of threshold functions. As shown in Fig 3(a), when the threshold function $\theta(t)$ is convex downward, the value V frequently reached the threshold. In this case, the number of the peak was unity. When the threshold function $\theta(t)$ fluctuated near the baseline with a smaller amplitude and a longer period, prolonged IBIs occurred (Fig 3(b)). Due to the effect of the decay term c , the value V remained just below the threshold. In this case, the number of peaks was two. Therefore, if a larger decay term was chosen, we were able to obtain both relatively longer IBIs and shorter IBIs even when the baseline was much lower (Fig 3(c)).

Table 2. Parameters used in experiments by the LIF model with a variable threshold.

	range	an increment
c	[0, 1]	0.01
k	[0, 0.9]	0.01
τ	[0.5, 10]	0.5

<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0206528.t002>

We chose the parameters of the proposed model as shown in Table 2 to cover approximately widest ranges of c and k . The third column in Table 2 shows increments for the parameters c , k , and τ (See, S2 File for a sample of the results). The period $1 \leq \tau \leq 10$ s was set to correspond to the range 0.1–1.0 Hz. For the sake of simplicity, other parameters were fixed to $a = 1$ and $\sigma = 0$.

In the range of these parameters, we obtained 174,629 solutions for the proposed model. The results of peak-detection showed that 4.68% (8, 170/174, 629) of distributions were peak-less, 37.95% (66, 273/174, 629) were unimodal, 41.03% (71, 653/174, 629) were bimodal, and 1.38% (2, 411/174, 629) of those were trimodal. The remaining 14.96% (26, 122/174, 629) of distributions were not computable due to their lower number of blinks.

The proposed model also produced trimodal distributions. Fig 4 demonstrates the number of peaks depending on decay term c and amplitude k when $a = 1$ and $\sigma = 0$ (these parameters are discussed in the next section).

Reproduction of Ponder and Kennedy's [19] bimodal distributions of IBI. The proposed model is capable of reproducing bimodal distributions of IBIs. In this reproduction, the time bins that contain peaks were determined by the combination of baseline a and amplitude k of the threshold function $\theta(t)$. The value V is most likely to reach the threshold when the threshold function $\theta(t)$ has a minimal value at

$$\sin \frac{2\pi t}{\tau} = -1,$$

where

$$\theta(t) = a + k \sin \frac{2\pi t}{\tau} = a - k.$$

Hence, the time location of the first peaks (the peak closest to 0) is determined by the values $a - k$. If the decay term exists in the range of $0 < c < 1$, the first peak is located around 0.5 s

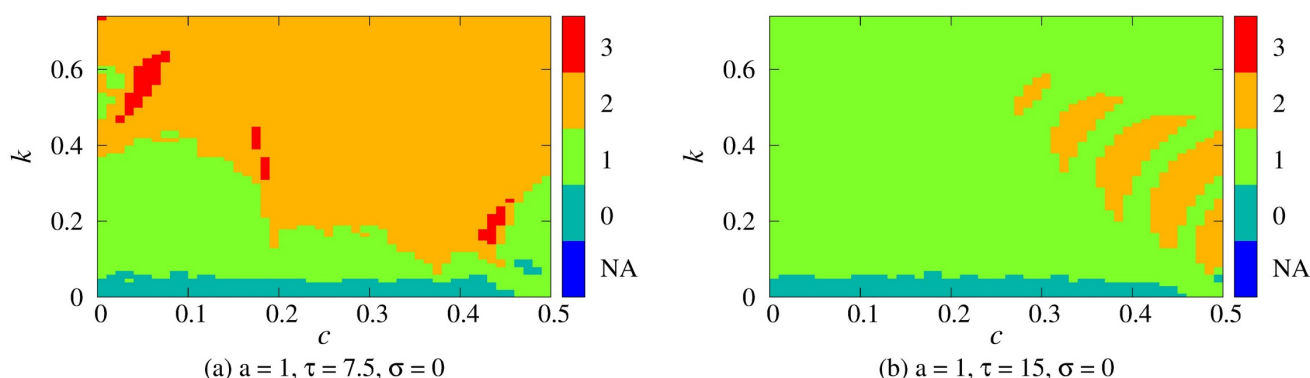


Fig 4. The number of peaks of the distributions of IBI in case that c and k are changed. The color bars show the number of peaks. (a) Trimodal distributions are observed as red clusters surrounded by the areas of bimodal distributions. (b) For the larger period τ , trimodal distributions are not observed.

<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0206528.g004>

Table 3. Peaks and means reported in Ref. [19] and the parameter ranges to reproduce these peaks.

Reported in Ref. [19]				Parameters of the proposed model			
Case	First peak	Second peak	Mean	$a - k$	τ	Freq.[Hz]	Median
1	0.5	3.5	2.05	0.14–0.19	4.0–7.0	0.14–0.25	2.42–2.73
2	0.5	5.0	3.31	0.14–0.16	6.0–8.5	0.12–0.16	3.45–3.86
3	0.5	5.0	3.64	0.14–0.16	6.0–8.5	0.11–0.16	3.45–3.86
4	0.5	6.5	4.12	0.15–0.16	8.0–8.5	0.11–0.13	4.65–4.91
5	1.0	5.5	3.95	0.30–0.35	6.5–9.0	0.11–0.15	3.95–4.65
6	0.5	7.0	4.45	0.15	9.0	0.11	5.03

For case 6, one combination of parameters existed.

<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0206528.t003>

when $a - k \simeq 0.15$. If the value V is not trapped by the threshold function, it increases with non-negative inputs. Then, the value V certainly hits the threshold function which is convex downward. Therefore, the intervals between the time location of the first peak and that of the second peak are always smaller than the period τ of the threshold function. Consequently, the time location of the second peak depends on the period τ .

Assuming that the threshold function determines time locations of peaks, we can reproduce two peaks where we intend to allocate. Table 3 demonstrates the time locations of peaks and the means in the bimodal distributions in the experimental study [19].

The parameters shown in Table 3 demonstrate the minimum value $a - k$ and the period τ that reproduce bimodal distributions. As shown in Table 3, $0.14 \leq a - k \leq 0.35$ and the period was $4.0 \leq \tau \leq 9.0$ s. These periods correspond to 0.11–0.25 Hz.

Furthermore, the proposed model also produces trimodal distributions if particular parameters are given. For instance, we obtain trimodal distributions when $c = 0.05$, $a = 1$, and $k = 0.6$, i.e., $a - k = 0.4$ under the condition that the period $\tau = 7.5$. The combinations of parameters that reproduce trimodal distributions were distributed as clusters (red regions in Fig 4(a)). The trimodal distributions were also obtained when we expanded the ranges of parameters to $0 \leq c \leq 1$ and $0 \leq k \leq 0.9$ (See, Fig C in S1 File). The trimodal distributions could exist in areas surrounded by the bimodal distributions (Figs C (b) and C (c) in S1 File). To reproduce the empirical bimodal distributions reported by Ponder and Kennedy [19], the parameter range of τ was estimated as 4.0–9.0. Within this range, we obtain the trimodal distributions as well (Figs C (b) and C (c) in S1 File).

Discussion

Distributions of spontaneous human blinking

Although the OSD model [9] reproduced the positively skewed, normal, and peak-less distributions of spontaneous human blinking, the model did not reproduce bimodal distributions within the range of typical parameters. In contrast, the proposed model reproduced all four distributions including the bimodal one.

Contrary to the previous experimental study [19], the positively skewed distribution was not the most common among the numerical results of the proposed model: 66, 273 cases (37.95%) followed a unimodal distributions and only 22, 142 (12.6%) cases were positively skewed. The normal distributions were also achieved by the binomial nature of inputs, albeit only in the simplest cases with noiseless inputs and thresholds with a constant value, i.e. $\sigma = 0$ and $k = 0$. In most simulations, however, $\sigma = 0$ and $k > 0$. These results suggest that a noisy system reproduces the positively skewed distributions if the threshold varies periodically. One

possibility is that positively skewed distributions are common in previous studies (e.g., [3], [19]) as a consequence of the ubiquitous noise in biological systems, such as blink generators.

The bimodal distribution was also observed in the experimental study [19], albeit less commonly than the positively skewed and normal distributions. To reproduce the bimodal distributions, the differences between baseline and threshold amplitude, i.e. $a - k$, had to be set at lower values. When the value of the threshold function was convex downward (Fig 3(c)), the model elicited a series of blinks within short intervals. Frequent blinking in a short period, known as “blink bursts” [9], could be explained by the short term decrease of the threshold function.

In this paper, the proposed model also produced trimodal distributions. The combinations of the parameters that produce the trimodal distributions were not localized but distributed in small regions (Fig 4). In future research, we will examine whether or not trimodal distributions of IBI can be confirmed experimentally. As one of the cases, we consider a viewing task that requires visual attention. In such a simple perceptual task, we could assume that cognitive load, i.e., I , is almost task-independent, or obey a stochastic process. The saliency and the stimulus value is well controlled and thus the visual attention is simply regulated by the presentations of visual targets. Here, k and c could be interpreted as individual factors, sensitivity to the external stimuli and tendency to induce blink suppressions, respectively. When sensitivity of a participant becomes higher, this is represented as a larger value of k in the model. The parameter c is a decay term and thus if c is larger, the value V tends to fluctuate under the threshold, producing prolonged IBIs. Therefore, a larger c corresponds to the tendency to induce blink suppressions.

Trimodal distributions might be observed when we change the conditional variables that correspond to k and c in experiments with participants who show bimodal distributions. First, the targets of visual attention is intermittently presented within 7.5 s, which corresponds to τ . Second, when sensitivity of a participant k is relatively low, e.g., $k = 0.2$, the shortest IBI would be averagely 1.6 s when there is no decay $c = 0$. Meanwhile, a participant has a moderate tendency of blink suppression, in the range of $c = 0.41$ – 0.45 , trimodal distributions could be observed. For this participant, the value V fluctuates under the threshold function because decay and the input intensity are well balanced, producing prolonged IBIs. However, once the threshold is convex downward due to disappearance of targets, the value V must hit the threshold function in several hundred milliseconds, resulting a termination of the prolonged IBI. Two cases can occur after the reset. In one case, it takes a few seconds until the V reaches to the threshold again because the previous reset occurred approximately at the maximum value of the threshold function. In another case, short-term sequential blinking is observed if the previous reset occurred at near the minimum value of the threshold function. As the results, prolonged IBI and two types of behaviours after reset would produce the trimodal distributions of IBI.

In more complex task, k corresponds to the integration of task-dependent cognitive loads as well as individual sensitivity to the external stimuli. Thus, we need considerations on certain characteristics of the variable threshold when we argue more complex tasks by applying the proposed model.

The variable threshold and biological oscillations

The results of numerical simulations in this study suggest that the variable threshold plays a critical role in producing a variety of IBI distributions, especially for the bimodal distribution. Numerous experimental studies have revealed that the blink rates are regulated by internal states of the participants during performing cognitive tasks (e.g., [6, 11]). While we assumed

that the variable threshold represented particular physiological fluctuations, a few plausible candidates of human internal states exist.

Researchers have reported that dopamine levels in the brain may influence IBI. For example, pathologic reduction of dopamine induces a lower frequency of blinking and fewer variations of IBI [3]. The blinking rate varies depending on the level of tonic and phasic dopamine [22]. In other words, the frequency of blinking varies in accordance with the innate baseline and transient states of the dopamine levels. As one possibility, one could speculate that the threshold fluctuations in the proposed model correspond to phasic dopamine levels. If this hypothesis is correct, blinking frequencies increase with phasic dopamine levels, reshaping the distributions of IBI.

Rhythms of human biological systems such as brain waves [23] and attentional fluctuations [24] could also be candidates. The results of reproduction of the bimodal distributions suggested that relatively slow oscillations (0.11–0.25 Hz) regulate blinks. Recent neurological studies have found delta-band (0.5–4 Hz) blink-related oscillations (BROs) in a resting state [25]. One study [23] reported that spontaneous blinks activate precuneus regions related to awareness and monitoring of the environment. Physiological fluctuations represented by the threshold function in the proposed model may relate to such brain waves.

Consistency between the model and the physiological foundations of motor control

In the proposed LIF model, V represents the changes in an internal value of a blink generator. Although the location of the blink generator circuit is controversial [3], human blinking must be involved in the general motor control circuits. There is no major contradiction if we assume that the integration of cognitive load may correspond to a direct path of excitatory motor control circuits that increase blinking frequency. On the other hand, inhibitory signals decrease blinking frequency and therefore can provide less frequent blinks, leading variations of IBI [2], [3]. The variations of the threshold would be in accordance with an indirect path of inhibitory motor control circuits. The results on IBI distributions in this paper suggest that a variable threshold can create two or three types of IBI. When we acknowledge the variable threshold in the LIF model corresponds to this inhibitory control, we can argue that human blinking rates vary in a few tens of seconds due to the effect of inhibitory signals [5]. While the LIF models are often used for a neuron, it also seems that the model would be useful to represent human blinking as the macroscopic phenomenon that involves multiple brain areas.

Conclusion

In this paper, we proposed a leaky integrate-and-fire model with a variable threshold to model human spontaneous blinking. The proposed model could reproduce the positively skewed, normal, and peak-less distributions of IBI. Moreover, the proposed model reproduced the bimodal distributions, which could not be reproduced by the OSD model at least within the typical range of parameters.

Parameters that reproduce the temporal locations of peaks in the experimental distributions reported by a classical study [19] suggest that relatively slow oscillations (0.11–0.25 Hz) govern blink elicitation. The proposed model also predicts the existence of the trimodal distributions of IBI and the distributions could be produced by the non-specific parameters. As a possible mechanism, we can assume that changes in blink rates would reflect fluctuations of threshold regulated by particular human internal states such as a brain dopamine level or rhythms of human biological system.

Supporting information

S1 File. Replications of one-dimensional-stochastic diffusion model, Figs A-C, Table A, and information of the used program.

(PDF)

S2 File. A sample of the results calculated using the proposed model.

(TXT)

Author Contributions

Funding acquisition: Ryota Nomura, Kenji Morita, Kantaro Fujiwara, Tohru Ikeguchi.

Investigation: Ryota Nomura.

Methodology: Ryota Nomura.

Software: Ying-Zong Liang.

Supervision: Kenji Morita, Tohru Ikeguchi.

Writing – original draft: Ryota Nomura.

Writing – review & editing: Ryota Nomura, Kenji Morita, Kantaro Fujiwara, Tohru Ikeguchi.

References

1. Blount WP. Studies of the movements of the eyelids of animals: Blinking. *Quart J Exp Psych.* 1927; 18:111–125.
2. Cruz AAV, Garcia DM, Pinto CT, Cechetti SP. Spontaneous eyeblink activity. *The Ocular Surface.* 2011; 9:29–41. [https://doi.org/10.1016/S1542-0124\(11\)70007-6](https://doi.org/10.1016/S1542-0124(11)70007-6) PMID: 21338567
3. Kaminer J, Powers AS, Horn KG, Hui C, Evinger C. Characterizing the spontaneous blink generator: An animal model. *J Neuroscience.* 2011; 31(31):11256–11267. <https://doi.org/10.1523/JNEUROSCI.6218-10.2011>
4. Rac-Lubashevsky R, Slagter HA, Kessler Y. Tracking real-time changes in working memory updating and gating with the event-based eye-blink rate. *Sci Rep.* 2017; 7(1):2547. <https://doi.org/10.1038/s41598-017-02942-3> PMID: 28566762
5. Hoppe D, Helfmann S, Rothkopf CA. Humans quickly learn to blink strategically in response to environmental task demands. *Proc Natl Acad Sci U.S.A.* 2018; 201714220 1–6.
6. Fukuda K, Matsunaga K. Changes in blink rate during signal discrimination tasks. *Japanese Psych Res.* 1983; 25(3):140–146. <https://doi.org/10.4992/psycholres1954.25.140>
7. Nomura R, Hino K, Shimazu M, Liang Y, Okada T. Emotionally excited eyeblink-rate variability predicts an experience of transportation into the narrative world. *Front Psych.* 2015; 6:477.
8. Nakano T, Kato M, Morito Y, Itoi S, Kitazawa S. Blink-related momentary activation of the default mode network while viewing videos. *Proc Natl Acad Sci U.S.A.* 2013; 110(2):702–706. <https://doi.org/10.1073/pnas.1214804110> PMID: 23267078
9. Hoshino K. Ornstein-Uhlenbeck first-passage-time models for spontaneous eye blinking. *Proc 18th Annu International Conference of the IEEE* 1996; 5: 1784–1785.
10. Nomura R, Liang Y Z, Okada T. Interactions among collective spectators facilitate eyeblink synchronization. *PLoS ONE.* 2015; 10(10):1–9. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0140774>
11. Moraitis T, Ghosh A. Withdrawal of voluntary inhibition unravels the off state of the spontaneous blink generator. *Neuropsychologia.* 2014; 65:279–286. <https://doi.org/10.1016/j.neuropsychologia.2014.09.010> PMID: 25218166
12. Hall A. The origin and purposes of blinking. *Br J Ophthalmol.* 1945; 29:445–467. <https://doi.org/10.1136/bjo.29.9.445>
13. Schindler M, Talkner P, Hänggi P. Firing time statistics for driven neuron models: Analytic expressions versus numerics. *Phys Rev Lett.* 2004; 93(4):048102. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.048102> PMID: 15323796

14. Burkitt AN. A review of the integrate-and-fire neuron model: I. homogeneous synaptic input. *Biol Cybern.* 2006; 95(1):1–19. <https://doi.org/10.1007/s00422-006-0068-6> PMID: 16622699
15. Glass L. Synchronization and rhythmic processes in physiology. *Nature.* 2001; 410(6825):277–284. <https://doi.org/10.1038/35065745> PMID: 11258383
16. Chelliah V. et al. BioModels: ten-year anniversary. *Nucl Acids Res* 2015; 43(Database issue):D542–8. <https://doi.org/10.1093/nar/gku1181> PMID: 25414348
17. Lindner B, Schimansky-Geier L. Transmission of noise coded versus additive signals through a neuronal ensemble. *Phys Rev Lett.* 2001; 86(14):2934–2937. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.2934> PMID: 11290076
18. Richardson MJ. Firing-rate response of linear and nonlinear integrate-and-fire neurons to modulated current-based and conductance-based synaptic drive. *Phys Rev E.* 2007; 76(2):021919. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.76.021919>
19. Ponder E, Kennedy W. On the act of blinking. *Exp Physiol.* 1927; 18(2):89–110. <https://doi.org/10.1113/expphysiol.1927.sp000433>
20. Janert P. K. Kernel Density Estimation. 2008; Internet: <https://metacpan.org/release/JANERT/Statistics-KernelEstimation-0.05>
21. Yoder N. Peakfinder. 2011; Internet: <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/25500>
22. Jongkees BJ, Colzato LS. Spontaneous eye blink rate as predictor of dopamine-related cognitive function: A review. *Neurosci & Biobehav Rev.* 2016; 71:58–82. <https://doi.org/10.1016/j.neubiorev.2016.08.020>
23. Liu CC, Ghosh Hajra S, Cheung TP, Song X, D'Arcy RC. Spontaneous blinks activate the precuneus: Characterizing blink-related oscillations using magnetoencephalography. *Front Hum Neurosci.* 2017; 11:489. <https://doi.org/10.3389/fnhum.2017.00489> PMID: 29085289
24. Van Rullen R. Visual attention: A rhythmic process? *Curr Biol.* 2013; 23(24):R1110–R1112. <https://doi.org/10.1016/j.cub.2013.11.006>
25. Bonfiglio L, Sello S, Andre P, Carboncini MC, Arrighi P, Rossi B. Blink-related delta oscillations in the resting-state EEG: A wavelet analysis. *Neurosci Lett.* 2009; 449(1):57–60. <https://doi.org/10.1016/j.neulet.2008.10.039> PMID: 18950685

査読あり国際会議

Investigation of ISO Generated by Dopaminergic Modulation and Inhibitory Synaptic Learning

Sakura Rai, Tokyo University of Science, rai@hisenkei.net,
 Mayu Aoki, Tokyo University of Science, mayu@hisenkei.net,
 Yutaka Shimada, Saitama University, yshimada@mail.saitama-u.ac.jp,
 Kantaro Fujiwara, Tokyo University of Science, kantaro@rs.tus.ac.jp,
 Tohru Ikeguchi, Tokyo University of Science, tohru@rs.tus.ac.jp.

Rhythms below 0.1[Hz] is called infra-slow oscillations (ISO), whose generation mechanism is unclear[1]. However, it has been shown that ISO is induced by activation of dopamine[2]. It has also been indicated that dopamine has an effect of changing the shape of STDP window[3]. We have already reported that dopaminergic effect on STDP induces ISO[4]. However, in Ref. [4], the learning of inhibitory synapses and the dopaminergic effect have not been taken account.

In Ref. [3], it is shown that LTP and LTD during dopaminergic activation in short spike timing differences are stronger than these in control condition. In addition, it is also revealed that LTP and LTD caused by longer spike timing differences are weakened. Then, in this paper, we introduced the dopaminergic effect[3] into STDP learning. In particular, we increased the values of the maximum amplitudes of LTP and LTD, and reduced the value of the temporal constant of LTP and LTD to realize the dopaminergic effect[3].

We applied the dopaminergic effect to STDP for excitatory and inhibitory synapses. Results are shown in Fig. 1(a). Figure 1(a) shows temporal changes of firing rates. The horizontal axis is time[sec] and the vertical axis is the firing rate[spike/sec]. In Fig. 1(a), four slow oscillations can be observed four during 1,000 seconds, which means that ISO occurs. These oscillations are less than 0.1[Hz]. Figure 1(b)–(h) are frequency distributions of the excitatory synaptic weights at several temporal timings. One of the peaks of the firing rate in Fig. 1(a) is shown by a purple line ($t = 11,443[s]$). Figure 1(b)–(h) show bimodal distributions. However, the synaptic weights are not constant and their intermediate values temporally change. Comparing with Fig. 1(b)–(h), the synaptic weights of intermediate values fluctuate with time. When the firing rate increases, the ratio of the synaptic weights of intermediate values become large (Fig. 1(b),(c),(d),(g) and (h)). On the other hand, when the firing rate decreases, the values become small (Fig. 1(e) and (f)). In case that the ratio of the large synaptic weights is high, the firing rate in the neural network increases. This induces the increase of the firing rates of inhibitory neurons.

Therefore, the main factor that the firing rates of the neural network decrease is the activation of the inhibitory neurons. However, the number of inhibitory neurons is small. As a result, excitatory neurons that are not depressed start to fire and the firing rate of the neural network increases again. From these results, it is indicated that the temporal change of the synaptic weights of intermediate values affect the generation of ISO.

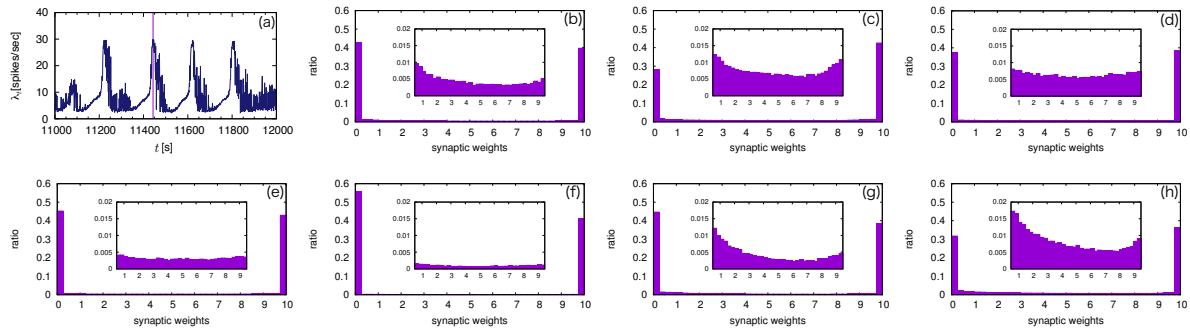


Figure 1: (a)Firing rates and synaptic weights at (b) $t=11,350[s]$, (c) $t=11,400[s]$, (d) $t=11,435[s]$, (e) $t=11,440[s]$, (f) $t=11,470[s]$, (g) $t=11,525[s]$ and (h) $t=11,545[s]$. Enbed figures are enlargements.

References

- [1] Aladjalova N. A., "Infra-slow rhythmic oscillations of the steady potential of the cerebral cortex," *Nature*, **3**, 4567, 957–959 (1957).
- [2] Ruskin D. N., Bergstrom D. A., Kaneoke Y., Patel B. N., Twery M. J. and Walters J. R., "Multisecond oscillations in firing rate in the basal ganglia: robust modulation by dopamine receptor activation and anesthesia," *Journal of Neurophysiology*, **9**, 5, 2046–2055 (1999).
- [3] Yang K. and Dani J. A., "Dopamine D1 and D5 receptors modulate spike timing-dependentplasticity at medial perforant path to dentate granule cell synapses," *The Journal of Neuroscience*, **9**, 48, 15888–15897 (2014).
- [4] Kobayashi T., Shimada Y., Fujiwara K., and Ikeguchi T., "Reproducing Infra-Slow Oscillations with Dopaminergic Modulation," *Scientific Reports*, **7**, 2411 (2017).

Investigation of ISO Generated by Dopaminergic Modulation and Inhibitory Synaptic Learning



Sakura Rai¹, Mayu Aoki¹, Yutaka Shimada², Kantaro Fujiwara³, Tohru Ikeguchi¹
Tokyo University of Science¹, Saitama University², The University of Tokyo³

ICMNS2018@Antibes



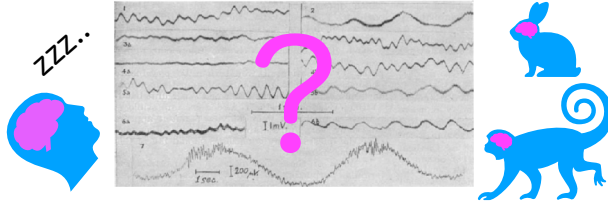
1. What is the Infra-Slow Oscillations (ISO) ?

ISO is the oscillation whose frequency is the less than 0.1[Hz][1].

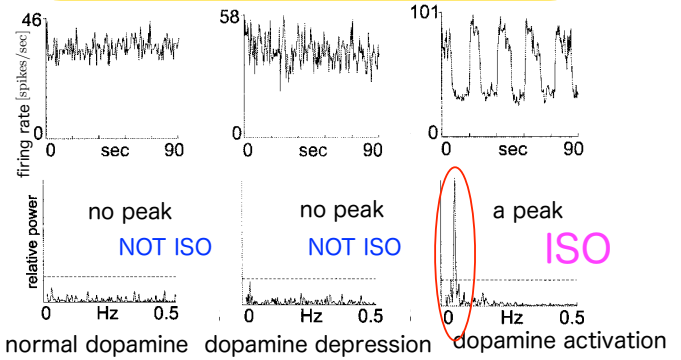
ISO has been observed

from rabbits[1], monkeys[2], and human brain[3].

However its generation mechanism is unknown.



One of causes of ISO is activation of dopamine receptor dopamine[4]



2. How does dopamine affect neural network?[5]

$$\Delta w_{ij} = \begin{cases} A_+ \exp(-\frac{\Delta t}{\tau}) & (\Delta t > 0) \\ -A_- \exp(\frac{\Delta t}{\tau}) & (\Delta t < 0) \end{cases}$$

A_+ , A_- maximum value of LTP, LTD

τ time constants of A_+ , A_-

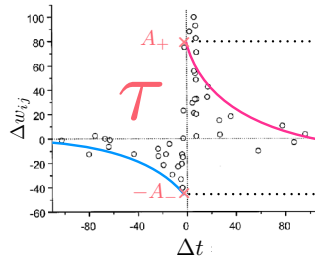
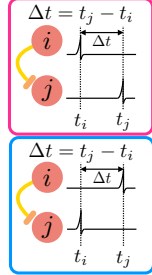
t_i firing time of the presynaptic neuron i

t_j firing time of the postsynaptic neuron j

w_{ij} synaptic weights between neuron i and j

Δt spike timing between neuron i and j

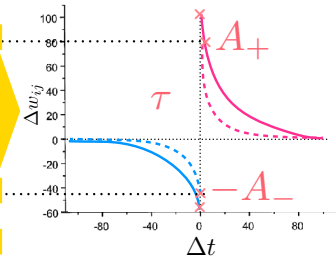
$$w_{ij}(t) = w_{ij}(t-1) + \sum_{t_i=t-1} \Delta w_{ij}(\Delta t_{ij})$$



normal STDP learning rule

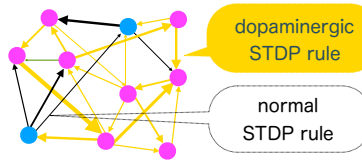
Dopamine increases LTP in STDP learning rule[6]

High A_+ , A_- or low τ [7]



dopaminergic STDP learning rule

3. Neural Network model



● excitatory neurons (regular spike) 800
● inhibitory neurons (fast spike) 200

$$\begin{cases} \dot{v}_i = 0.04v_i^2 + 5v_i + 140 - u_i + \sum_{j \in S_i} w_{ij} H(v_j - 30) \\ \dot{u}_i = a(bv_i - u_i) \end{cases}$$

if $v \geq 30$ [mV] then

$$\begin{cases} v_i \leftarrow c \\ u_i \leftarrow u_i + d \end{cases}$$

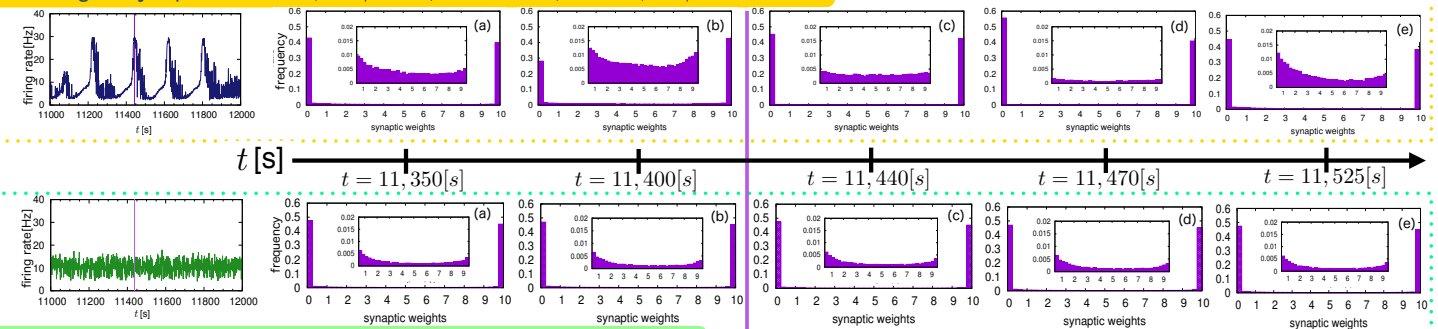
synaptic input from other neurons

v_i membrane potential of neuron i
 u_i recovery potential of neuron i
 $H(\cdot)$ step function
 a, b, c, d parameter
 S_i all neurons that connect to

Izhikevich neuron model[8]

4. Results

learning all synapses $\tau_E = 10$, $A_{E+} = 1.0$, $A_{E-} = 1.20$, $\tau_I = 20$, $A_{I+} = A_{I-} = 0.01$



learning only excitatory synapses $\tau_E = 10$, $A_{E+} = 0.1$, $A_{E-} = 0.12$ [7]

5. Conclusion

Dopaminergic STDP

+

Inhibitory synaptic learning

→

ISO is reproduced

[1] Aladjalova N. A., Nature, 3, 4567, 957-959, 1957.

[2] Dante P., Silvina G. H., Masaki F., Walter S. C., Jed A. M., Thomas J. B., Jeff H. D., and Allen R. B., Brain research, 9, 1374, 63-72, 2011.

[3] Leopold D. A. and Maier A., Cerebral cortex, 4, 13, 422-433, 2003.

[4] Ruskin D. N. and Bergstrom D. A., Kaneoke Y., Patel B. N., Twery M. J., Walters J. R., J. Neurophysiol., 9, 5, 2046-2055, 1999.

[5] Bi G. Q. and Poo M. M., J. Neurosci., 18(24), 10464-10472, 1998.

[6] Yang K. and Dani J. A., J. Neurosci., 9, 48, 15888-15897, 2014.

[7] Kobayashi T., Shimada Y., Fujiwara K., and Ikeguchi T., Sci. Rep., 7, 2411, 2017.

[8] Izhikevich E. M., IEEE Trans. Neur. Netw., 2003.



Solving the Steiner Tree Problem in Graphs Using the Key-Path Based Neighborhood with the k th Shortest Path

Misa Fujita¹, Takayuki Kimura³, Kantaro Fujiwara^{1,2,4} and Tohru Ikeguchi^{1,2}

¹ Department of Management Science, Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science

² Department of Information and Computer Technology, Faculty of Engineering, Tokyo University of Science
6-3-1 Niijuku, Katsushika, Tokyo 125-8585, Japan

³ Department of Electrical, Electronics, and Communication Engineering, Faculty of Fundamental Engineering,
Nippon Institute of Technology

4-1 Gakuendai, Miyashiro, Minami-saitama, Saitama 345-8501, Japan

⁴ International Research Center for Neurointelligence, The University of Tokyo
7-3-1 Hongo, Bunkyo, Tokyo 113-0033, Japan

Email: misafujita@hisenkei.net

Abstract—We propose a new local search method for solving the Steiner tree problem in graphs. The method improves the original key-path based neighborhood. The original key-path based neighborhood removes one of the key-paths and connects divided trees by using the shortest path between divided trees. Our new local search method uses the $k(\geq 2)$ th shortest path between terminals when connecting divided trees. Numerical experiments show that the new local search method exhibits better performance than the original key-path based neighborhood.

1. Introduction

The Steiner tree problem in graphs is one of the $\mathcal{NP}$ -hard combinatorial optimization problems [1]. Given an undirected weighted graph $G = (V, E, c)$ and a set $K \subset V$, where V is a set of vertices, E is a set of edges, $c : E \rightarrow \mathbb{R}$ is a cost function, and K is a subset of V called terminal vertices, the Steiner tree is a tree which connects all terminal vertices. The cost of the Steiner tree is the sum of the cost of the edges included in the Steiner tree. Then, the object of the Steiner tree problem in graphs is to find the minimum cost Steiner tree of the given graph.

The objective function of the Steiner tree problem in graphs is defined as follows:

$$\min \sum_{i=1}^{|E|} c(e_i)z(e_i), \quad (1)$$

where $e_i (i = 1, 2, \dots, |E|)$ is the i th edge, $|E|$ is the total number of edges, $c(e_i)$ is the cost of the i th edge and $z(e_i)$ is a decision variable described as follows:

$$z(e_i) = \begin{cases} 1 & (e_i \in E_T) \\ 0 & (\text{otherwise}), \end{cases} \quad (2)$$

where E_T is a subset of edges which are included in the Steiner tree T .

To solve the Steiner tree problem in graphs, many approximation methods have already been proposed. As construction methods for the Steiner tree problem in graphs, the shortest path heuristic [2], the distance network heuristic [3] and the average distance heuristic [4] have already been proposed. These methods construct the Steiner tree rapidly. As local search methods for the Steiner tree problem in graphs, the vertex based neighborhood [5], the swap-vertex based neighborhood [6] and the key-path based neighborhood [7] have already been proposed. These methods improve the Steiner tree. Execution of the local search is controlled by metaheuristics, such as tabu search [8], genetic algorithm [9] and GRASP [10].

The chaotic neural network [11] is one of the effective metaheuristics for solving the combinatorial optimization problems, such as traveling salesman problems, quadratic assignment problems and the vehicle routing problems [12]. The effect of the chaotic neural network for solving the Steiner tree problem in graphs has already been evaluated [13, 14]. In Refs. [13, 14], the key-path based neighborhood is controlled by the chaotic neural network. This method shows good performance for almost problems. However, this method is not effective for special cases of problem instances: several terminals are directly connected by edges which have extremely large costs. The edges which have extremely large costs are called *incidence edge*.

To overcome this weak point, in this paper, we propose a new local search method which uses the $k(\geq 2)$ th shortest path between terminals when improving the Steiner tree. The key-path based neighborhood removes one of the key-paths from the Steiner tree and connects divided trees using its shortest path. The proposed method uses the $k(\geq 2)$ th shortest path between terminals instead of the first shortest path between terminals.

From the results of the numerical experiments, the method using the chaotic neural network which controls the new key-path based neighborhood shows better performance than the method which controls the original key-

path based neighborhood.

In addition, to evaluate the effectiveness of the new key-path based neighborhood, we controlled this method by the tabu search and the exponential tabu search [15]. These methods are simpler than the chaotic neural network [11]. The obtained results show that the new key-path based neighborhood exhibits the best performance if it is controlled by the exponential tabu search.

2. Methods

2.1. The shortest path heuristic [2]

The shortest path heuristic is one of the most popular methods for constructing the Steiner tree. First, a vertex is selected randomly as the root of the Steiner tree. Then, the shortest path between two vertices, one has already been included in the Steiner tree and the other is the terminal which has not been included yet in the Steiner tree, is included in the Steiner tree. This operation is repeated until all terminals are included. An example of this procedure is shown in Fig. 1.

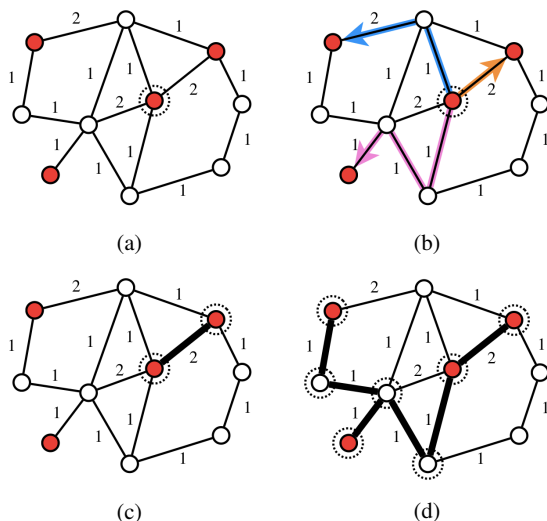


Figure 1: An example procedure of the shortest path heuristic [2]. (a) A randomly selected terminal is included in the Steiner tree. (b) Shortest paths between the selected terminal and other terminals are searched. (c) The orange arrow in (b) is included in the Steiner tree. (d) If all terminals are included in the Steiner tree, this procedure terminates.

2.2. The key-path based neighborhood [7] with the k th shortest path

The key-path based neighborhood is one of the effective local search methods for solving the Steiner tree problem in graphs. The key-path based neighborhood removes one of the key-paths and the current Steiner tree is divided into two trees. Then, two divided trees are connected by its shortest path. The key-path is the path which connects

key-vertices. Key-vertices consist of terminal vertices and crucial vertices. Crucial vertices are non-terminal vertices which have at least three degrees in the current Steiner tree. An example of this method is shown in Fig. 2.

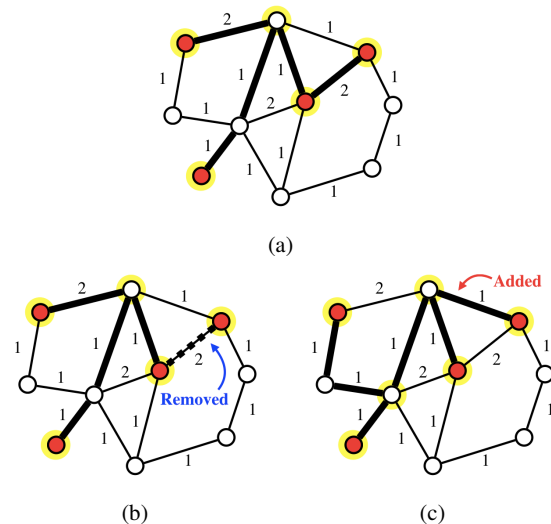


Figure 2: An example of the key-path based neighborhood. (a) There are five key-vertices (yellow) in the given Steiner tree. Then, four key-paths exist in this Steiner tree. (b) One of the key-paths is removed from the Steiner tree. (c) One of the shortest paths between divided trees is added.

This procedure cannot produce feasible neighborhood solutions which have larger costs than the current Steiner tree, because the original key-path based neighborhood allows to connect divided trees by using the removed key-path. Metaheuristics find good solutions by occasionally moving to bad solutions. To produce bad solutions, we propose to prohibit adding the removed key-path to connect two divided trees. In addition, the key-path based neighborhood produces small number of neighborhood solutions. To explore solutions in a wide space, we used the $k(\geq 2)$ th shortest path between terminals when divided trees are connected. Due to these improvements, the key-path based neighborhood can produce various neighborhood solutions. The variances of the gaps of neighborhood solutions obtained by the original key-path based neighborhood and the new key-path based neighborhood are shown in Fig. 3. The gap of each instance is defined by $(C_{\text{obt}}/C_{\text{opt}} - 1) \times 100$, where C_{obt} is the cost of the obtained solution and C_{opt} is the cost of the optimum solution. In Fig. 3, green dots with lines express the gap of the current solution at each iteration and orange dots express the gap of the neighborhood solutions generated from the current solution at each iteration. In this experiment, the local search method is terminated if no neighborhood solutions improve the current solution. Therefore, the maximum number of iterations of these methods are different. From Fig. 3, the new key-path based neighborhood can produce worse solutions than the current solution.

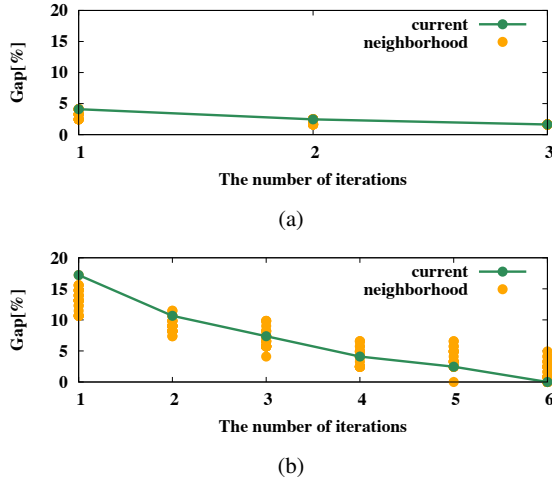


Figure 3: The variances of the gaps of the neighborhood solutions obtained by (a) the original key-path based neighborhood and (b) the new key-path based neighborhood when solving a benchmark problem b06 in Steinlib [16].

2.3. The chaotic neural network [11]

In the method for solving the Steiner tree problem in graphs using the chaotic neural network, each vertex corresponds to chaotic neurons. Namely, the i th vertex corresponds to the i th chaotic neuron. The internal state of chaotic neurons is updated by Eqs. (3), (4) and (5).

$$\xi_i(t+1) = \zeta_j(t) + \beta \frac{C(t) - C_{ij}(t)}{C_{MST}}, \quad (3)$$

$$\zeta_i(t+1) = -\alpha \sum_{d=0}^{t-1} k_r^d x_i(t-d) + \theta, \quad (4)$$

$$\eta_i(t+1) = -W \sum_{l=1}^{|V|} x_l(t) + W. \quad (5)$$

In Eq. (3), $\zeta_j(t)$ is the refractory effect of the j th neuron at time t , $\beta(> 0)$ is a scaling parameter, $C(t)$ is the cost of the current Steiner tree at time t , $C_{ij}(t)$ is the cost of the neighborhood solution which is obtained by removing the key-path between the i th vertex and the j th vertex at time t , and C_{MST} is the cost of the minimum spanning tree of the given graph. In Eq. (4), $\alpha(> 0)$ is a scaling parameter, $k_r(0 < k_r < 1)$ is a decay factor, $x_i(t)$ is an output of the i th neuron at time t which is defined in Eq. (6) and θ is a positive bias. The strength of the refractory effect is gradually reduced depending on the value of k_r . In Eq. (5), W is a connection weight between the neurons and $|V|$ is the total number of vertices. The mutual connection regulates the firing rate of neurons. If no neuron fires at time t , the mutual connection induces all neurons to fire. Then, the output of the i th neuron is defined as follows:

$$x_i(t+1) = f\{\xi_i(t+1) + \zeta_i(t+1) + \eta_i(t+1)\}. \quad (6)$$

In Eq. (6), $f(y)$ is a sigmoidal function defined by $f(y) = 1/(1 + e^{-y/\epsilon})$, where ϵ is a steepness parameter. If $x_i(t+1) \geq 0.5$, the i th neuron fires. In this method, neurons are updated asynchronously. A single iteration is finished if all neurons were updated. A schematic diagram of the key-path based neighborhood using the chaotic neural network is shown in Fig. 4.

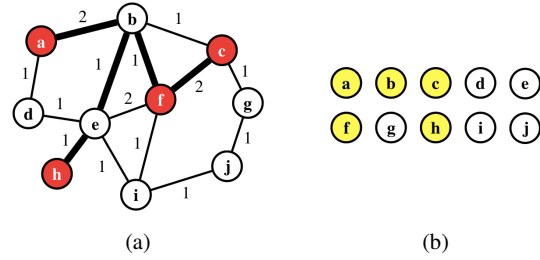


Figure 4: A schematic diagram of the key-path based neighborhood using the chaotic neural network. Key-vertices of the given Steiner tree in (a) are a, b, c, f and h. Thus, the internal states of neurons (yellow) which correspond to (a) are updated.

3. Numerical experiments

We evaluated the performance of the chaotic neural network using the key-path based neighborhood with the k th shortest path by numerical experiments. We used benchmark problem sets B and I080 in Steinlib [16]. If the value of k increases, the calculation cost becomes large. From this viewpoint, we set the range of k is $1 \leq k \leq 5$ in this paper. The parameters of the chaotic neural network were set as follows: $\alpha = 1.0$, $\beta = 100.0$, $k_r = 0.98$, $W = 0.20$, $\theta = 0.50$ and $\epsilon = 0.002$.

We used the average gap to compare the performance of the methods. The average gap is the average value of the gap of each instance in the benchmark problem set. In each instance, we construct the Steiner tree from every terminal and averaged the results. The results of the numerical experiments are shown in Table 1. Original means the result of the original key-path based neighborhood and proposed means the result of the new local search method.

Table 1: Results of the numerical experiments

	k	Average gap[%]	
		B	I080
Original	1	0.55	11.28
	1	0.24	9.11
Proposed	2	0.40	2.32
	3	0.41	2.37
	4	0.36	2.58
	5	0.39	2.47

From Table 1, the proposed method shows better performance than the original method. In case of the benchmark problem set B, the method which uses the first short-

Table 2: Average gaps[%] obtained by the numerical experiments for three metaheuristics

	k	Tabu search		Exponential tabu search		Chaotic neural network	
		B	I080	B	I080	B	I080
Original	1	0.55	11.26	0.55	11.26	0.55	11.28
Proposed	1	0.28	9.16	0.22	8.95	0.24	9.11
	2	0.34	2.32	0.27	1.84	0.40	2.32
	3	0.34	2.43	0.28	1.96	0.41	2.37
	4	0.33	2.54	0.23	2.00	0.36	2.58
	5	0.35	2.52	0.29	1.89	0.39	2.47

est paths shows the best performance. On the other hand, in case of the benchmark problem set I080, the method with the second shortest paths between terminals shows the best performance. The given graphs of B are sparse and those of I080 are dense. Good performance for I080 comes from the fact that the proposed method can find good detour between terminals.

We applied the new local search method to other metaheuristics, the tabu search and the exponential tabu search. These methods are realized by changing the refractory effect and regulating the parameters of the chaotic neural network. To realize the tabu effect, the refractory effect of the chaotic neural network is changed as follows:

$$\zeta_i(t+1) = -\alpha \sum_{d=0}^{s-1} k_r^d x_i(t-d), \quad (7)$$

where s is the period of the tabu effect. The parameters of the tabu search were set as follows: $\alpha \rightarrow \infty$, $\beta = 100.0$, $k_r = 1.0$, $W = 0.0$, $\epsilon = 0.0$ and $s = 10.0$. The parameters of the exponential tabu search were set as follows: $\alpha = 1.0$, $\beta = 100.0$, $k_r = 0.98$, $W = 0.0$, $\epsilon = 0.0$ and $s = 10.0$. In cases of the tabu search and the exponential tabu search, the neuron which has highest output value fired.

The comparison results by the numerical experiments among the chaotic neural network, the tabu search and the exponential tabu search are shown in Table 2. From Table 2, the exponential tabu search is the most effective method for solving the Steiner tree problem in graphs.

4. Conclusion

The key-path based neighborhood is one of the effective method for improving the cost of the Steiner tree. However, this method is not effective if the graph has incidence edge costs: several terminals are directly connected by edges which have extremely large cost. The reason why the key-path based neighborhood shows poor performance for such instances is that the method considers only the shortest path between terminals. To effectively solve this type of problem, one of the possible strategies is to find good detours between terminals.

To overcome this weak point, we proposed the new local search method based on the key-path based neighborhood. The new local search method uses the $k(\geq 2)$ th shortest path between terminals when connecting divided trees.

We evaluated the performance of the new key-path based neighborhood in case of the value of k changes. From the results of the numerical experiments, the new key-path based neighborhood shows better performance than the original key-path based neighborhood. In particular, if the graph has incidence edge costs, the average gap of the new key-path based neighborhood is much smaller than the original key-path based neighborhood. This method shows good performance, because the new key-path based neighborhood can search solution in a wide searching space effectively.

Acknowledgments

The research of M. F. was supported by JSPS KAKENHI Grant Number 18J10671. The research of T. K. was supported by JSPS KAKENHI Grant Number 16K21327. The research of K. F. was supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers 15K12137 and 16K16138. The research of T. I. was supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers 15TK0112 and 17K00348.

References

- [1] R. M. Karp, in R. E. Miller, J. W. Thatcher and J. D. Bohlinger eds., *Complexity of computer computations*, pp. 85-103, Springer US, 1972.
- [2] H. Takahashi and A. Matsuyama, *Math. Japonica*, vol. 24, no. 6, pp. 573-577, 1980.
- [3] L. Kou, G. Markowsky and L. Berman, *Acta informatica*, vol. 15, no. 2, pp. 141-145, 1981.
- [4] V. J. Rayward-Smith, *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.*, vol. 14, no. 1, pp. 15-23, 1983.
- [5] M. Minoux, *INFOR*, vol. 28, no. 3, pp. 221-233, 1990.
- [6] Z. Fu and J. Hao, *Math. Prog. Comp.*, vol. 9, pp. 291-320, 2017.
- [7] K. A. Dowsland, *Eng. Optimiz.*, vol. 17, nos. 1-2, pp. 91-107, 1991.
- [8] C. C. Ribeiro, *Networks*, vol. 36, no. 2, pp. 138-146, 2000.
- [9] A. Kapsalis, V. J. Rayward-Smith and G. D. Smith, *J. Opl Res. Soc.*, vol. 44, no. 4, pp. 397-406, 1993.
- [10] S. L. Martins, M. G. C. Resende, C. C. Ribeiro and P. M. Pardalos, *J. Glob. Optim.*, vol. 17, pp. 267-283, 2000.
- [11] K. Aihara, T. Takabe and M. Toyoda, *Phys. Lett. A*, vol. 144, nos. 6-7, pp. 333-340, 1990.
- [12] T. Ikeguchi, M. Hasegawa, T. Kimura, T. Matsuura and K. Aihara, in N. Nedjah, L. S. Coelho, V. C. Mariani, and L. M. Mourelle eds. *Innovative Computing Methods and Their Applications to Engineering Problems*, pp. 131-161, Springer Berlin Heidelberg, 2011.
- [13] M. Fujita, T. Kimura and T. Ikeguchi, in *Proc. of MIC2017*, pp. 834-836, 2017.
- [14] M. Fujita, T. Kimura and T. Ikeguchi, in *Proc. of NOLTA2017*, pp. 712-715, 2017.
- [15] M. Hasegawa, T. Ikeguchi and K. Aihara, *Neural Networks*, vol. 15, no. 2, pp. 271-283, 2002.
- [16] T. Koch, A. Martin and S. Voß, in X. Cheng, D. Du eds. *Steiner Trees in Industry*, pp. 285-325, Springer US, 2001.

Synaptic Dynamics in ISO by Dopaminergic Modulation and Inhibitory Synaptic Learning

Sakura Rai¹, Yutaka Shimada³, Kantaro Fujiwara^{1,2} and Tohru Ikeguchi^{1,2}

¹ Department of Management Science, Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science

² Department of Information and Computer Technology, Faculty of Engineering, Tokyo University of Science
6-3-1 Nijjuku, Katsushika-Ku, Tokyo 125-8585, Japan

³ Graduate School of Science and Engineering, Saitama University
255 Shimo-Okubo, Sakura-ku, Saitama, Saitama 338-8570, Japan

Email: rai@hisenkei.net, yshimada@mail.saitama-u.ac.jp, kantaro@rs.tus.ac.jp, tohru@rs.tus.ac.jp

Abstract—In our brain, neural networks are constructed by connecting neurons. Then, various rhythms with different frequencies can be observed. Among them, rhythms called infra-slow oscillations (ISO) have been widely observed. The frequency band of ISO is below 0.1[Hz]. Although it is widely acknowledged that ISO plays important and essential roles in brain functions, its generation mechanism remains unclear. We have already reported that ISO can be reproduced by introducing a dopaminergic effect to spike-timing-dependent plasticity (STDP). Nevertheless, dopaminergic effect has not been fully modeled. In this paper, we investigated the reproducibility of the ISO under more realistic conditions. We modified the STDP function and introduced learning for inhibitory synapses. In addition, we investigated temporal changes of synaptic weights when ISO is observed and showed that temporal changes play a key role in reproducing ISO.

1. Introduction

Billions of neurons exist in our brain and their interaction generates a variety of rhythms. Among them, infra-slow oscillation (ISO) is one of the rhythms. ISO has been discovered in various physiological experiments since its discovery in 1957[1] although the generation mechanism remains unclear. Recently, it has been shown that ISO is induced by the activation of dopamine. For example, in Ref. [2], it has been reported that the agonist of dopamine activation induces ISO. It has been also revealed that the shape of the spike-timing-dependent plasticity (STDP) window is changed by the activation of dopamine[3]. In Ref. [4], Kobayashi *et al.* focused on the effect of dopamine and introduced its effect to the STDP learning to reproduce ISO. However, in Ref. [4], two issues should be resolved: (1) the dopaminergic effect to the STDP learning has not been modeled enough, and (2) the STDP learning has been applied only to excitatory synapses. It has been reported that learnings occur not only in excitatory synapses but also in inhibitory synapses[5],[6]. Therefore, in this paper, we modeled the dopaminergic effect in STDP in more detail and introduced it into excitatory and inhibitory synapses by numerical experiments. As a result, we quantitatively show that ISO can be reproduced by our model. In addition, we analyzed how the synaptic weights changes when ISO is

reproduced and showed that temporal changes of synaptic weights play a key role in reproducing ISO.

2. STDP learning

In neural networks, the synaptic weights between neurons are modified by the learning. We applied the STDP learning for all neurons[7]. The amount of change in synaptic weights depends on the spike timing differences of neurons. If a spike of presynaptic neuron arrives at a postsynaptic neuron before the postsynaptic neuron fires, the synaptic weights is potentiated (long-term potentiation, LTP). On the other hand, if a spike of a presynaptic neuron arrives at the postsynaptic neuron after the postsynaptic neuron fires, the synaptic weights is depressed (long-term depression, LTD). The amount of change in synaptic weights in the STDP can be expressed by the following equation:

$$\Delta w_{ij}(\Delta t_{ij}) = \begin{cases} A_+ \exp(-\frac{\Delta t_{ij}}{\tau}) & (\Delta t_{ij} > 0), \\ -A_- \exp(\frac{\Delta t_{ij}}{\tau}) & (\Delta t_{ij} < 0), \end{cases} \quad (1)$$

where $\Delta t_{ij} = t_i - t_j - \delta_{ij}$, t_i is the firing time of the postsynaptic neuron i , t_j is the firing time of the presynaptic neuron j , δ_{ij} is a conduction delay from the neuron j to the neuron i , A_+ is the maximum value of LTP, A_- is the maximum value of LTD, and τ is the time constants of LTP and LTD.

3. Reproduction of the effect of dopamine

Dopamine is one of the neurotransmitters. It has been reported[2] that apomorphine, a dopamine agonist, induces a rhythm of very low frequency (0.1 [Hz] or less) with large amplitude. In addition, it is revealed that the activation of dopamine affects STDP. Yang and Dani showed that activation and inhibition of dopamine receptors change the shape of STDP window[3]. They have shown that LTP and LTD during dopaminergic activation in short spike timing differences are stronger than under normal condition. On the other hand, they also revealed that LTP and LTD caused by longer spike timing differences are weakened.

In Ref. [4], this dopaminergic effect to STDP has been realized by decreasing the value of τ . Decreasing the value of τ narrows the shape of the STDP window, and it can

weaken the amplitudes of LTP and LTD in long spike timing differences. As a result, ISO has been generated when $\tau \approx 1$ [ms]. However, the plausible value of τ observed in physiological experiments is at least around 10 [ms]. Namely, the condition that $\tau \approx 1$ may be physiologically implausible[8], [9], [10]. In addition, Yang and Dani have observed that the dopaminergic activation strengthens LTP and LTD in short spike timing differences, which was not focused in Ref. [4].

Therefore, in this paper, we introduced more realistic effects of dopamine[3] into the STDP learning, which we call the dopaminergic STDP, by increasing the values of A_+ and A_- , and reduced the value of τ as dopaminergic effects.

4. Methods

We constructed a neural network with 1,000 Izhikevich neurons[11]. In the neural network, the number of excitatory neurons is 800 and inhibitory neurons is 200. We used regular spiking neurons for excitatory neurons, and fast spiking neurons for inhibitory neurons. Each neuron has randomly connected 100 synapses with a probability of 10%. Every excitatory neuron is connected to 100 neurons which are randomly chosen from all neurons. Every inhibitory neuron is connected to 100 neurons which are randomly chosen from excitatory neurons. Conduction delays between neurons are random integers between 1[ms] and 20[ms]. A randomly selected neuron is stimulated by the external input of 20[mA].

The excitatory synapses obey the dopaminergic STDP learning every second and the inhibitory synapses obey the normal STDP learning every second. In the dopaminergic STDP learning for excitatory synapses, we increased A_+ from 0.1 to 1.0, A_- from 0.12 to 1.20, and changed τ between 1 and 10. In the normal STDP learning for inhibitory synapses, we set A_+ and A_- to 0.01, τ to 20. The synaptic weights between neurons are updated every second by Eq. (2):

$$w_{ij}(t) = w_{ij}(t-1) + \sum_{t_i=t-1}^t \Delta w_{ij}(\Delta t_{ij}), \quad (2)$$

where $\Delta w_{ij}(\Delta t_{ij})$ depends on Eq. (1).

In a neural network with these conditions, the initial values of excitatory synaptic weights are set to six, the maximum value is limited to 10, and the minimum value is limited to zero. The initial values of inhibitory synaptic weights are set to -5 , the maximum value is limited to 0 and minimum value is limited to -10 . Under these conditions, we attempted to reproduce ISO by examining the firing rates of the neural network, and investigated how the synaptic weights change.

5. Results

5.1. Temporal change of firing rates and synaptic weights

Figure 1 shows a temporal change of firing rates λ_t and average synaptic weights when $\tau = 10$ [ms]. The firing rate

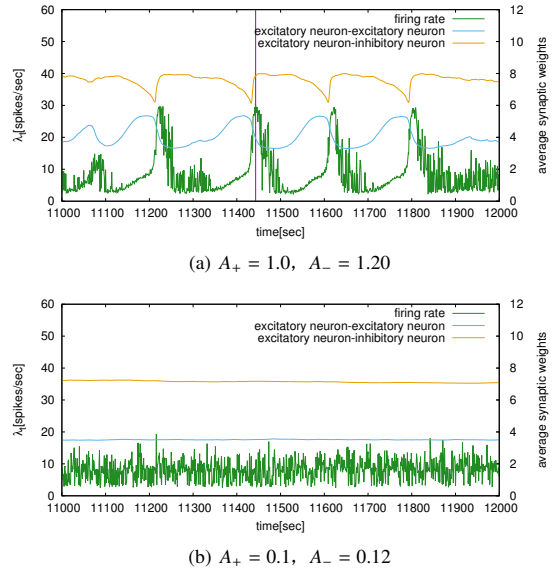


Figure 1: Temporal change of firing rates and average synaptic weights. The horizontal axes are time [sec], the left vertical axes are the firing rate [spikes/sec] and the right vertical axes are the average synaptic weight. One of the peaks of the firing rate is shown by the vertical purple line ($t = 11,443$ [sec]). Both figures are for $\tau = 10$ [ms]. When $A_+ = 1.0$ and $A_- = 1.20$, the firing rates and the synaptic weights oscillate with very slow rhythms.

is the average firing frequency of a single neuron among all neurons every one second, calculated by the following equation:

$$\lambda_t [\text{spikes/sec}] = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left\{ \sum_{s=S(t-1)+1}^{St} \delta(s - s_j(t)) \right\}, \quad (3)$$

where $\delta(x)$ is a delta function, time window with $S = 1,000$ [ms], the range of the window is $S(t-1)+1 \leq s \leq St$ at time t and $s_j(t)$ is the firing time of the j th neuron included in this time window.

The average synaptic weights are calculated by synaptic weights from excitatory neurons to excitatory neurons (blue lines in Fig. 1) and from excitatory neurons to inhibitory neurons (orange lines in Fig. 1) every one second.

When $A_+ = 1.0$ and $A_- = 1.20$ (Fig. 1(a)), four slow oscillations in the firing rate can be observed during 1,000 seconds, which means that ISO occurred. In the average synaptic weights of Fig. 1(a), similar slow oscillations can also be observed. When $A_+ = 0.1$ and $A_- = 0.12$ (Fig. 1(b)), highly irregular oscillations in the firing rate can be observed with a constant amplitude. In average synaptic weight of Fig. 1(b), the average synaptic weight takes constant values. In addition, in average synaptic weight of Fig. 1(a) and (b), the average synaptic weights between excitatory and inhibitory neurons (orange lines) are stronger than those between excitatory and excitatory neu-

rons (blue lines). In Fig. 1(a), when the firing rate increases, the average synaptic weight from excitatory neurons to inhibitory neurons decreases rapidly, while the average synaptic weight between excitatory neurons increases rapidly.

5.2. Change in the amount of LTP and LTD

In Fig. 2, E_P is a temporal change of how many times excitatory synaptic weights are modified by the STDP rule in case that LTP occurs, E_D is a temporal change of how many times excitatory synaptic weights are modified by the STDP rule in case that LTD occurs, I_P is a temporal change of how many times inhibitory synaptic weights are modified by the STDP rule in case that LTP occurs and I_D is a temporal change of how many times inhibitory synaptic weights are modified by the STDP rule in case that LTD occurs. These values are normalized by the total number of synaptic weights.

In Fig. 2(a), E_P , E_D , I_P and I_D increase when the firing rate begins to increase. While the firing rate more increases, I_D becomes larger than I_P , then, E_D becomes larger than E_P . In addition, E_D makes a little jump at $t = 11,430[s]$ and decreases rapidly. In Fig. 2(b), E_P and E_D oscillate with a small amplitude while I_P and I_D are always zero and they do not oscillate.

5.3. Frequency distribution of spike-timing difference

Figure 3(a) and (b) show the frequency distributions of spike timing differences when ISO occurs with $A_+ = 1.0$ and $A_- = 1.20$. Figure 3(c) and (d) show the frequency distributions of spike timing differences when ISO does not occur with $A_+ = 0.1$ and $A_- = 0.12$. These figures show that the amount of negative spike timing differences is larger than positive ones. However, in Fig. 3(a) and (b), the peak values of the frequency distributions are slightly positive values. In Fig. 3(c) and (d), the peak values of the frequency distributions are slightly negative values. Namely, the peak values of slightly positive timing in Fig. 3(a) contributes to increases of the firing rates and the peak value of slightly positive timing contributes to decreases of the firing rates in Fig. 3(b).

In the numerical experiments, we make the maximum amplitudes of LTD of the STDP window is larger than that of LTP. Thus, the amount of negative spike timing differences should be larger than positive ones and the peak value of spike timing differences should be negative value.

However, our numerical results show that the peak value of spike timing differences are slightly positive value. Then, our conjecture is that sensitive balance between these positive peaks and relative ratios of LTP (positive areas in Fig.3(a) or (b)) and LTD (negative areas in Fig.3(a) or (b)) is important factor for reproducing ISO.

6. Conclusions

In this paper, we reproduced ISO with increasing the values of the maximum amplitudes of LTP and LTD in the STDP window, and investigated the change of the synaptic

weights. As a result, we could reproduce ISO with physiologically plausible conditions. These results indicate that the effect of dopamine which increases the maximum amplitudes of LTP and LTD is an important factor.

In addition, we showed that the synaptic weights change with rhythms of ISO as shown in Fig. 1. We can see that the frequencies of LTP and LTD oscillate with the rhythms of ISO (Fig. 2) and the spike timing differences behave in a different way from the normal STDP. From these results, it is indicated that ISO can be generated by small fluctuation of synaptic weights.

Acknowledgments

The research of Y. S. was supported by JSPS KAKENHI Grant Number 16K16126. The research of K. F. was supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers 15K12137 and 16K16138. The research of T. I. was supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers 15TK0112 and 17K00348.

References

- [1] Aladjalova N. A., "Infra-slow rhythmic oscillations of the steady potential of the cerebral cortex," *Nature*, **3**, 4567, 957–959 (1957).
- [2] Ruskin D. N., Bergstrom D. A., Kaneoke Y., Patel B. N., Twery M. J. and Walters J. R., "Multisecond oscillations in firing rate in the basal ganglia: robust modulation by dopamine receptor activation and anesthesia," *Journal of Neurophysiology*, **9**, 5, 2046–2055 (1999).
- [3] Yang K. and Dani J. A., "Dopamine D1 and D5 receptors modulate spike timing-dependent plasticity at medial perforant path to dentate granule cell synapses," *The Journal of Neuroscience*, **9**, 48, 15888–15897 (2014).
- [4] Kobayashi T., Shimada Y., Fujiwara K., and Ikeguchi T., "Reproducing Infra-Slow Oscillations with Dopaminergic Modulation," *Scientific Reports*, **7**, 2411 (2017).
- [5] Yotam L. and Maoz S., "Balancing Feed-Forward Excitation and Inhibition via Hebbian Inhibitory Synaptic Plasticity," *PLoS Computational Biology*, **8**, 1 (2012).
- [6] Tim P.V., Henning S., Friedemann Z., Claudia C. and Wulfram G., "Inhibitory plasticity balances excitation and inhibition in sensory pathways and memory networks," *Science*, **4**, 6062, 1569–1573 (2011).
- [7] Bi G. Q. and Poo M. M., "Synaptic modifications in cultured hippocampal neurons; dependence on spike timing, synaptic strength, and postsynaptic cell type," *The Journal of Neuroscience*, **8**, 18, 10464–10472 (1998).
- [8] Vincent J., Daniel J. B., Irina E., Dan F. and Daniel E. S., "Spike Timing-Dependent Synaptic Depression in the In Vivo Barrel Cortex of the Rat," *Journal of Neuroscience*, **13**, 6, 1271–1284 (2007).
- [9] Froemke R. C. F. and Dan Y., "Spike-timing-dependent synaptic modification induced by natural spike trains," *Nature*, **5**, 416, 433–438 (2002).
- [10] Rossum M., Bi G. and Turrigiano G. G., "Stable Hebbian learning from spike time dependent plasticity," *Journal of Neuroscience*, **9**, 20, 8812–8821 (2000).
- [11] Izhikevich E. M., "Simple model of spiking neurons," *IEEE Transactions on Neural Network*, **14**, 6, 1569–1572 (2003).

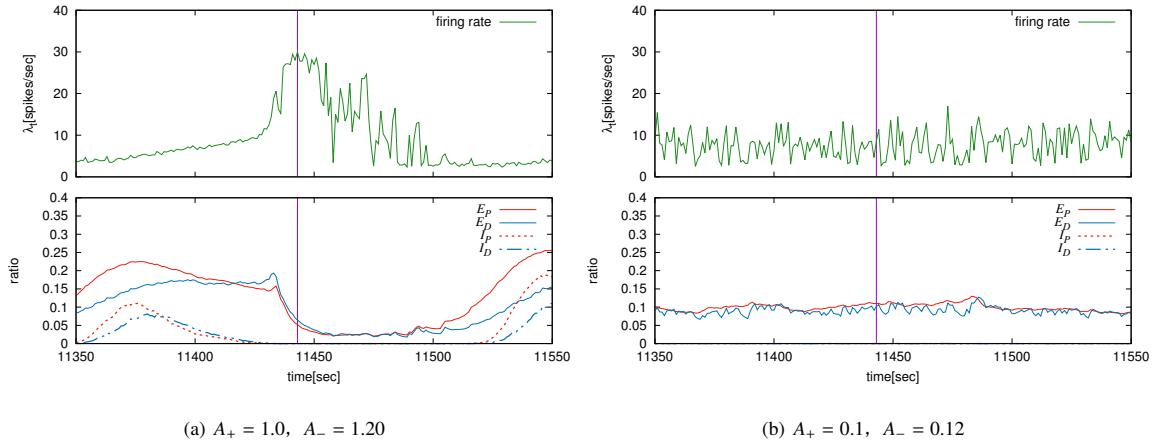


Figure 2: Temporal changes of how frequently LTP and LTD occur when $\tau = 10[\text{ms}]$. The horizontal axes are time [sec], the vertical axes in the upper plot are the firing rate[spikes/sec] and the vertical axes in the lower plot are the number of LTP and LTD with synaptic modification. In (a), E_P , E_D , I_P and I_D oscillate very slowly and their order are reversed before a peak of firing rates. In (b), E_P , E_D , I_P and I_D are almost constant when $A_+ = 0.1$ and $A_- = 0.12$.

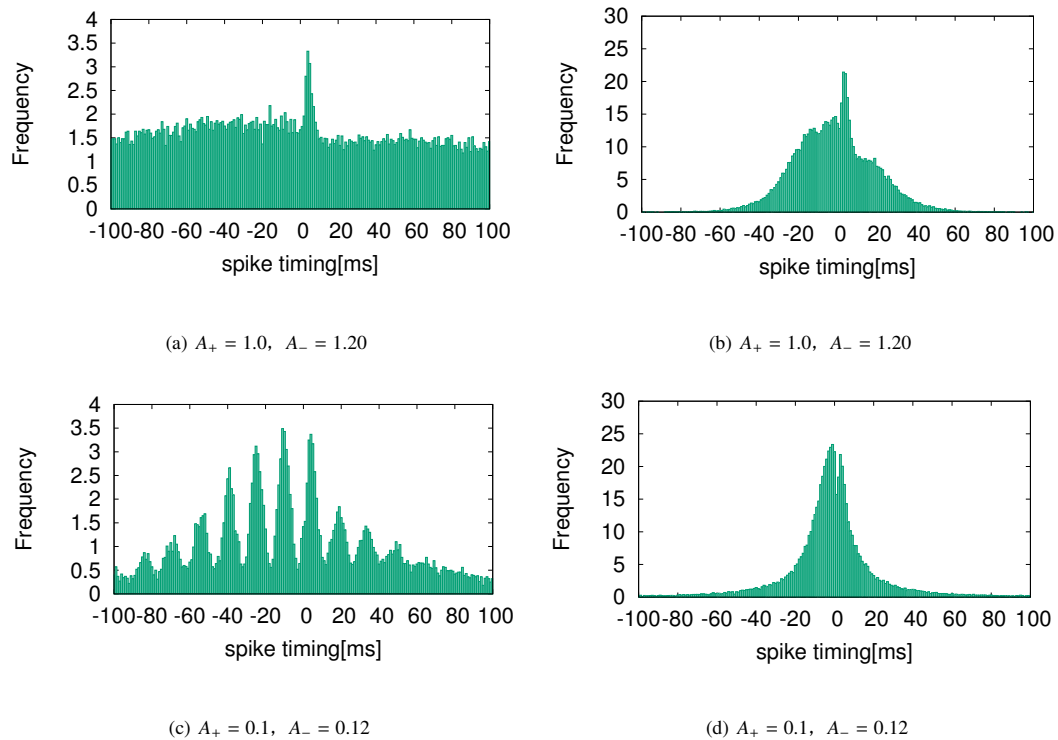


Figure 3: Frequency distribution of spike timing difference between presynaptic and postsynaptic neurons when $\tau = 10[\text{ms}]$. In (a) and (c), postsynaptic neurons are excitatory, while in (b) and (d) postsynaptic neurons are inhibitory. The horizontal axes are differences of spike timings[ms]. The vertical axes are frequency.

Nonlinear Analysis on Temporally High Resolution Data of Stock Markets in Japan

Kohei Yamamoto¹, Yutaka Shimada², Kantaro Fujiwara^{1,3,4} and Tohru Ikeguchi^{1,3}

¹ Department of Management Science, Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science

³ Department of Information and Computer Technology, Faculty of Engineering, Tokyo University of Science
6-3-1 Nijuku, Katsushika-ku, Tokyo 125-8585, Japan

² Graduate School of Science and Engineering, Saitama University
255 Shimo-Okubo, Sakura-ku, Saitama, Saitama 338-8570, Japan

⁴ International Research Center for Neurointelligence, The University of Tokyo
7-3-1 Hongo, Bunkyo, Tokyo 113-0033, Japan

Email: k-yamamoto@hisensei.net, yshimada@mail.saitama-u.ac.jp, kantaro@rs.tus.ac.jp, tohru@rs.tus.ac.jp

Abstract—In recent years, online tradings are gradually increasing in financial markets. Then, temporally high-resolution data have been accumulated in various markets. In previous researches, stock tradings are assumed to follow the Brownian motion, thus they have been analyzed from stochastic points of view. However, it is important to analyze such data from the deterministic points of view. In this paper, we applied nonlinear time series analysis methods to temporally high resolution data of a stock market in Japan to quantify their nonlinear deterministic properties. The results suggest that stock price fluctuation in the Japanese stock market does not occur randomly. If this fluctuation has deterministic characteristics, we can predict the future stock price in high precision.

1. Introduction

Various time series signals are observed in the natural world. To analyze these time series signals, various analysis methods have been applied, such as estimating the autoregressive model, the moving average model, and the autoregressive moving average model. However, if we used these linear analysis methods, there is a limit for analyses due to nonstationary and nonlinearity of the time series signals.

To analyze time series signals that behave in a complex and irregular manner, we have to consider the possibility that such irregular fluctuation arises from nonlinear deterministic dynamics. To test this possibility, chaotic time series analysis is applied to exchange rate data between the Japanese yen and the US dollar [1]. It is revealed that both fluctuations in the exchange rate the timing exhibit the characteristics behavior of deterministic chaos.

In this paper, we analyzed the temporally high resolution data in a Japanese stock market by applying the methods used in Ref. [1]. We examined and clarified whether or not deterministic dynamics, possibly chaotic dynamics, exists in the temporally high resolution data.

2. Datasets

TOPIX is one of the indices of stock price fluctuations in the Japanese stock market. TOPIX is calculated using share prices including all the listed companies of the First Section of the Tokyo Stock Exchange. TOPIX Core 30 is an index that consists of 30 highest capitals and stock trading volumes among the companies in the First Section of the Tokyo Stock Exchange. In this paper, we used the stock price fluctuation data (TOPIX Core 30) of 1 ms order on March 10th, 2017. Its basic statistical values are shown in Table 1.

Table 1: Basic statistical values of indices

Statistics	TOPIX	TOPIX Core 30
minimum value	1565.26	732.02
maximum value	1574.90	737.91
average value	1570.68	735.34
variance	4.36	2.16
standard deviation	2.09	1.47

In this paper, we transformed these time series data to inter event intervals (IEI) that is defined as an interval between two successive events. In this paper, we defined an event by a transaction. Then, IEI is the time between two transactions. Basic statistics of IEI are shown in Table 2.

Table 2: Basic statistics of IEI

Statistics	TOPIX	TOPIX Core 30
the number of IEIs	502748	55514
minimum[ms]	1	1
maximum[ms]	1311	6958
average[ms]	35	277
variance	2849	212241
standard deviation[ms]	53	460

TOPIX Core 30 is calculated only from 30 companies.

The 30 companies are a major factor in stock price fluctuations.

3. Methods

3.1. Irregularity

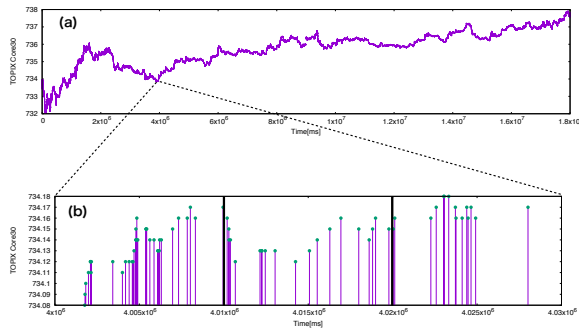


Figure 1: (a) Time series of TOPIX Core 30 of March 10, 2017 and (b) a time series represented as a marked point process from 4,000,000 [ms] to 4,030,000 [ms] of Fig. 1(a). As an example, two solid vertical lines indicate the 10 [s] interval. Observed time series was divided into such time windows without overlapping.

First, we generated a marked point process from the data with the TOPIX index value. Information of marks are a weight of each event. Next, we divided total observation period into bins with a certain time window width. An example is shown in Fig. 1. We calculated the two statistics: the coefficient of variation Cv [2] and the local variation Lv [3] using the trading time interval in each time window:

$$Cv = \frac{1}{\bar{x}} \sqrt{\frac{1}{d-1} \sum_{i=1}^d (x_i - \bar{x})^2}, \quad (1)$$

and

$$Lv = \frac{3}{d-1} \sum_{i=1}^{d-1} \frac{(x_i - x_{i+1})^2}{(x_i + x_{i+1})^2}, \quad (2)$$

where d is the total number of event intervals, x_i ($i = 1, 2, \dots, d$) represents the i th interval and $\bar{x}$ is the mean IEI. The coefficient of variation Cv shows the degree of variation of the event interval and is expressed by the ratio of the standard deviation and the average of the IEI. The local variation Lv is calculated using the relationship between adjacent event intervals. These statistical values are equal to unity when the data follows the Poisson process. On the other hand, if the events exhibit perfectly periodic, it takes zero. Therefore, we examined whether the calculated statistical values are significantly different from unity by using the Wilcoxon rank sum test.

3.2. Marked Spike Train Metric (MSTM)

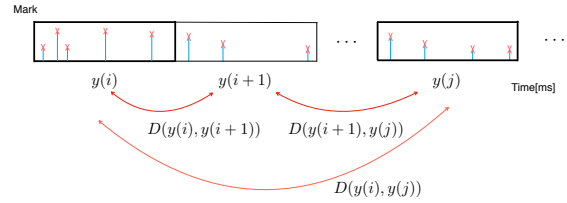


Figure 2: Schematic diagram for calculating marked spike train metric.

We calculated the distance between time windows (Fig. 2) and investigated whether event series correlates with each other. We used the marked spike train metric (MSTM) to quantify the distance between two marked point processes.

To quantify the distance, we transformed a marked point process until it matches with the other marked point process. The first process is deletion or insertion of a single event, the costs of which are unity. The second process is shift of a mark direction or a temporal direction of a single event, the cost of which is proportional to the shift length.

We calculated the cost to measure the similarity between the two event series. First, let us explain spike time metric $D_q(Z, Z')$ [4, 5] which is a basic method to quantify the distance between the markless point processes:

$$D_q(Z, Z') = \min \left\{ \sum_{k=1}^{N-1} c_q(V_k, V_{k+1}) \right\}, \quad (3)$$

where $D_q(Z, Z')$ represents the distance between the original point process Z and the point process Z' to be compared. The parameter q adjusts the weight of event deletion and insertion as well as movement cost and $V_1, V_2, \dots, V_k$ are the steps of bringing Z closer to Z' (Fig. 3). In Fig. 3, $C_q(V_k, V_{k+1})$ represents the cost between V_k and V_{k+1} . The costs for inserting and deleting events are unity. The movement cost is proportional to the time interval. For example, let the a th event occurrence time within a point process A be t_A^a . If the event occurrence time of the b th in a point process B is assumed to be t_B^b , the cost between these two events $C_q(V_k, V_{k+1})$ is $q|t_A^a - t_B^b|$.

In the MSTM, a term of mark is added to Eq. (3) [6]. Then, the MSTM is defined as shown in Eq. (4).

$$\begin{aligned} D(i, j) = & \min \left\{ \sum_{(m,n) \in C} \left\{ \lambda_i |t_i(m) - t_j(n)| \right. \right. \\ & + \left. \lambda_p |p_i(m) - p_j(n)| \right\} \\ & + \left. I + J - 2P \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

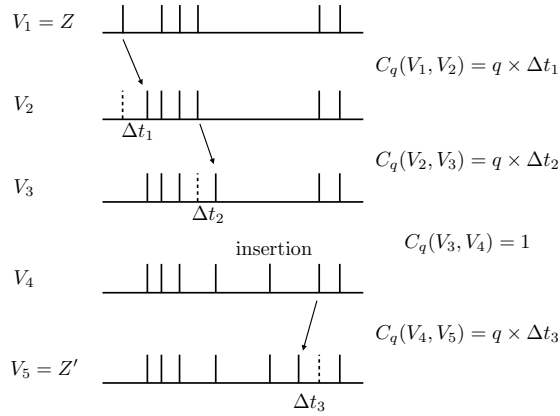


Figure 3: An example of transforming the spike sequences Z into Z' .

where i and j are the index of the time window to be compared; m is an event in the i th window and n is an event in the j th window; C is a set of pairs of events (m, n) ; I and J correspond to the total number of the time windows i and j ; P is the number elements in the set C ; coefficients λ_t and λ_p determine the weights of the corresponding terms and defined by Eq. (5).

$$\lambda_p = \lambda_t \frac{\delta_t}{\delta_p}, \quad (5)$$

where δ_t is the standard deviation of the time interval for all data and δ_p is standard deviation of the weights.

We should not choose too large λ_t , because if we choose λ_t too large, the distance is calculated only the sum of the number events and ignored the event interval information. Therefore, we set λ_t to 0.1 in this paper.

3.3. Recurrence plot and DET

Recurrence plot [7] is a visualization tool of possible recurrent patterns between two points on attractors, which represents nonstationarity and nonperiodicity in time series data. To create a recurrence plot, a two-dimensional image is prepared. The size of the image is N which is the total number of points on the attractor. The recurrence plot is defined by Eq. (6):

$$R_{i,j} = \begin{cases} 1 & (D(y(i), y(j)) < \theta) \\ 0 & (\text{otherwise}). \end{cases} \quad (6)$$

where, $y(i)$ denotes the i th window (Fig. 2) and θ is a threshold set to 10% of the maximum distance between all windows.

Recurrence quantification analysis (RQA) is an analysis that quantifies the patterns of recurrence plots. As one of

the measures of RQA, we used DET defined as follows:

$$\text{DET} = \frac{\sum_{l=l_{\min}}^N lP(l)}{\sum_{l=1}^N lP(l)}. \quad (7)$$

This measure is based on $P(l)$, the diagonal lines of length l ,

$$P(l) = \sum_{i,j=1}^N (1 - R_{i-1,j-1})(1 - R_{i+l,j+l}) \prod_{k=0}^{l-1} R_{i+k,j+k}. \quad (8)$$

In the recurrence plots of stochastic processes or processes with small determinism, diagonal lines will usually disappear. On the other hand, if a process is deterministic, longer diagonal lines will appear. Therefore, DET, the ratio of recurrence points that have diagonal lines of at least length $l_{\min}$ to all recurrence points, is one of the most important quantities to discriminate deterministic processes to stochastic processes [7].

4. Results

The results were shown in Figs. 4, 5, and 6 for the time window width of 12,850 [ms]. Figure 4 shows a distri-

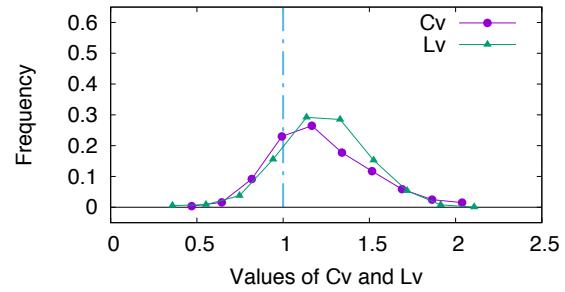


Figure 4: The histograms of C_v and L_v .

bution of C_v and L_v in which the average value deviates to the right from unity. As a result of the Wilcoxon rank sum test, it was found that there was a significant difference between values of C_v and L_v and unity calculated from the original data ($p < 0.05$). These results shows that the data do not follow the Poisson process.

Using the distance matrix calculated using MSTM, we created recurrence plots in Fig. 5(a), the recurrence plot of the original time series is shown. The results clearly show that it has a specific structure. In order to investigate whether results of the recurrence plot is reliable, 1,000 random shuffled surrogate data were generated. One of recurrence plots of this surrogate data is shown in Fig. 5(b). Then, we calculated the values of DET for the original time series and its surrogates. The distributions of values of DET of the original time series and its surrogate data are

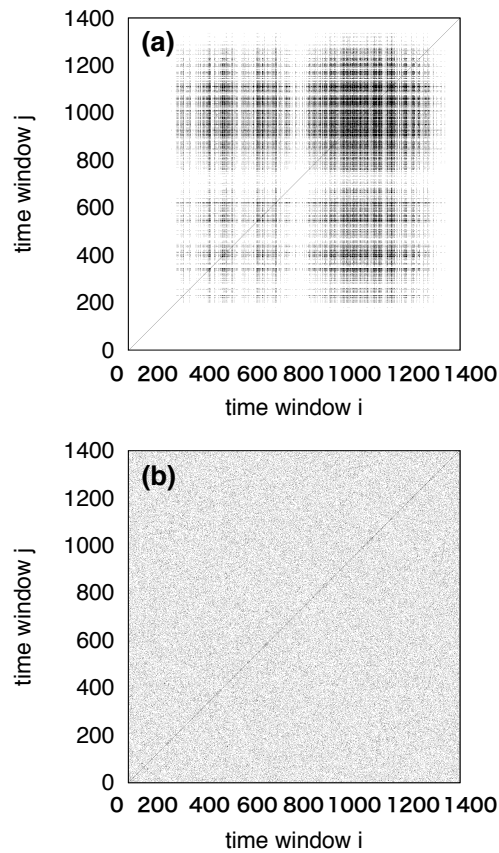


Figure 5: Recurrence plots of (a) using the original data of TOPIX Core 30 and (b) random shuffled data.

shown in Fig. 6. As shown in Fig. 6, DET of the original time series took a value of 0.49. However, DET of surrogates are almost 0.19. From these results, we found that there is a significant difference between the original data and the random shuffled surrogate data ($p < 0.01$). These results strongly suggest that the stock price does not fluctuate randomly.

5. Conclusion

In this paper, we investigated trading data on Japanese stock market with high time resolution. First of all, we analyzed the coefficient of variation and the local variation of the stock price fluctuation intervals. The results showed that trading intervals do not randomly occur. Next, marked point process data with weights as price was generated and divided into time windows. We generated recurrence plots of the marked point process and evaluated the values of DET of the original data and the random shuffled surrogate data. As a result, significant difference of DET was found.

The results suggest that stock price fluctuation in the Japanese stock market does not occur randomly. If this fluctuation has deterministic characteristics, we can unravel

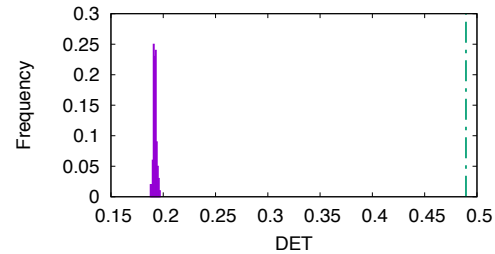


Figure 6: DET obtained from the original data (the dash-dotted line) and DET obtained from its random shuffle surrogates of the recurrence plot.

the dynamics of stock markets, and predict the future stock price in high precision.

Acknowledgements

The authors would like to thank Professor Yoshito Hirata (The University of Tokyo) for valuable comments and discussions. This research is partially supported by the JSPS Grant-in-Aid for Scientific Research (No.16K16126, 18K18125, 15K12137, 16K16138, 15KT0112, and 17K00348).

References

- [1] Yoshito Hirata and Kazuyuki Aihara. Timing matters in foreign exchange markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 391, No. 3, pp. 760–766, 2012.
- [2] William R Softky and Christof Koch. The highly irregular firing of cortical cells is inconsistent with temporal integration of random epsps. *Journal of Neuroscience*, Vol. 13, No. 1, pp. 334–350, 1993.
- [3] Shigeru Shinomoto, Keisetsu Shima, and Jun Tanji. Differences in spiking patterns among cortical neurons. *Neural Computation*, Vol. 15, No. 12, pp. 2823–2842, 2003.
- [4] Jonathan D Victor and Keith P Purpura. Metric-space analysis of spike trains: theory, algorithms and application. *Network: computation in neural systems*, Vol. 8, No. 2, pp. 127–164, 1997.
- [5] Kaori Kuroda, Tohru Ashizawa, and Tohru Ikeguchi. Estimation of network structures only from spike sequences. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 390, No. 21, pp. 4002–4011, 2011.
- [6] Satoshi Suzuki, Yoshito Hirata, and Kazuyuki Aihara. Definition of distance for marked point process data and its application to recurrence plot-based analysis of exchange tick data of foreign currencies. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 20, No. 11, pp. 3699–3708, 2010.
- [7] Norbert Marwan, M Carmen Romano, Marco Thiel, and Jürgen Kurths. Recurrence plots for the analysis of complex systems. *Physics Reports*, Vol. 438, No. 5, pp. 237–329, 2007.

Nonlinear Time Series Analysis on LOTO7

Shiki Kanamaru¹, Yutaka Shimada², Kantaro Fujiwara^{1,3,4} and Tohru Ikeguchi^{1,3}

¹ Department of Management Science, Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science

³ Department of Information and Computer Technology, Faculty of Engineering, Tokyo University of Science
6-3-1 Nijuku, Katsushika, Tokyo 125-8585, Japan

² Graduate School of Science and Engineering, Saitama University
255 Shimo-Okubo, Sakura-ku, Saitama City, Saitama 338-8570, Japan

⁴ International Research Center for Neurointelligence, The University of Tokyo
7-3-1 Hongo, Bunkyo, Tokyo 113-0033, Japan
Email: shikimaru@hisenkei.net

Abstract—LOTO7 is one of the popular lotteries in Japan. Customers are asked to choose seven numbers from 1 to 37, then the prize is decided according to the number of hits. In this paper, we consider seven selected numbers as a seven dimensional vector and converted it to a time series to investigate randomness of LOTO7. We calculated return maps, autocorrelation functions, permutation entropies and recurrence plots from the time series data. From the results, it is revealed that the real data of the LOTO7 has randomness.

1. Introduction

There are a variety of lotteries around the world. Lotteries require true randomness. Then, one of the important issues is to guarantee randomness in lotteries. The LOTO7 is one of the famous lotteries in Japan. In the LOTO7, seven numbers are selected at random. Thus, it is an important issue to investigate whether the selected number sequences of the LOTO7 are truly random. However, it is very difficult to define true randomness mathematically, because true random numbers require independence and unpredictability. In this article, we adapted nonlinear time series analysis methods to LOTO7 to investigate whether or not winners of the LOTO7 are decided randomly. To resolve the issue, we adapted the same analysis to the real LOTO7 and to the simulated LOTO7 and compared results. In the numerical experiments, simulated data were made from the Mersenne Twister [1]. We have already confirmed that random numbers made from the Mersenne Twister passed the NIST special publication test [2]. If the LOTO7 data were truly random, LOTO7 might have a similar property as the simulated random data, or the Mersenne Twister.

2. Overview of the LOTO7

The LOTO7 is a lottery that picks up seven numbers from 1 to 37 and the prizes are determined by the number of hits. This lottery is sold every day, and winners are decided every Friday. If there are no winners, the carryover occurs.

The lottery is done using a machine which is called “Yumeloto-kun.” The “Yumeloto-kun” uses 37 balls to select lottery numbers. Each ball has the same size and weight. First, 37 balls are put in a bowl which is placed on the top of the “Yumeloto-kun.” Next, the balls are dropped on the first pallet of the machine. Then, the pallet rotates and the balls are scattered on the wall surface by centrifugal force. Seven balls are alternately and randomly extracted from the left and right outlets. Seven figures are determined by the above-mentioned procedures. Finally, the remaining balls are dropped on the second pallet of the machine. Two bonus figures are selected in the same way. The bonus figures are used only to choose the second grade and the end grade. In this paper, we do not consider the bonus figures to investigate the randomness of the lottery figures.

The results of the LOTO7 are provided on the website [3]. Because the LOTO7 does not need the order of the figures, the result of this lottery is sorted in ascending order.

3. How to simulate LOTO7

To investigate the randomness of the result of the LOTO7, we created simulated time series data from the figures of the result of the LOTO7. Before creating the simulated time series which consists of N ($1 \leq n \leq N$) rows and 7 columns, we used the real results of the LOTO7. This matrix is called L (Eq. (1)), and $l_{n,j}$ expresses the j th number in the n th lottery.

$$L = \begin{pmatrix} l_{1,1} & l_{1,2} & \cdots & l_{1,7} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n,1} & l_{n,2} & \cdots & l_{n,7} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{N,1} & l_{N,2} & \cdots & l_{N,7} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

To make a time series, we used the transformation of Eq. (2) from Eq. (1):

$$X_n = \frac{\sqrt{l_{n,1}^2 + l_{n,2}^2 + \cdots + l_{n,7}^2}}{\sqrt{31^2 + 32^2 + \cdots + 37^2}}. \quad (2)$$

In Eq. (2), the right hand side of Eq. (2) is normalized by a feasible maximum value. From these procedures, the data matrix $\mathbf{L}$ becomes the time series $\mathbf{X} = \{X_1, \dots, X_n, \dots, X_N\}$. Observable range of X_n is 0.1313 ($= \frac{\sqrt{1^2 + 2^2 + \dots + 7^2}}{\sqrt{31^2 + 32^2 + \dots + 37^2}} \leq X_n \leq 1$). In this paper, we conducted investigations based on $N = 250$ times of the lottery results.

4. Methods

4.1. Autocorrelation function

We calculated the autocorrelation function of $\mathbf{X}$. First, we calculated the autocovariance function C_k shown in Eq. (3). Then, we can obtain the autocorrelation function R_k shown in Eq. (4).

$$C_k = \frac{1}{N-k} \sum_{n=k+1}^{N/2} (X_n - \mu)(X_{n-k} - \mu), \quad (3)$$

$$R_k = C_k / C_0, \quad (4)$$

where k represents a time difference and μ represents an average value of $\mathbf{X}$.

4.2. Permutation Entropy [4]

We computed the permutation entropy [4] of $\mathbf{X}$. The permutation entropy is defined as the summation of normalized information entropy which is obtained from a probability distribution of d -permutation in time series data. For discrete data, frequency of the number of a permutation type is divided by the total number of permutations. It represents the existence probability of the permutation type. Let us denote the type of d -permutation as π . Then, there are $K = d!$ kinds of π . When the number of π_q that appear in the discrete data, a_q , is divided by a total number $N-d+1$ of permutations, the probability is $p_q = \frac{a_q}{N-d+1}$ and the probability distribution is $P = (p_1, p_2, \dots, p_q, \dots, p_K)$. Then, the information entropy of the discrete data is calculated by Eq. (5).

$$S = - \sum_{q=1}^K p_q \ln p_q. \quad (5)$$

The maximum value is obtained when P has an equal probability of $p_q = 1/K$ for all q and let $S_{\max} = \ln(K)$. Thus, the permutation entropy PE becomes Eq. (6).

$$PE = S / S_{\max}. \quad (6)$$

In Eq. (6), S is normalized by the maximum value $S_{\max}$, then its range becomes $0 \leq PE \leq 1$. If the permutation entropy is close to unity, the appearing order pattern is more complicated. On the other hand, if it is close to zero, the appearing order pattern is regular. It is recommended that the value of d is $3 \leq d \leq 7$ and it is desirable that the data length M of the analyzed time series satisfies that $M > 5d!$.

4.3. Recurrence plots [5]

We applied the recurrence plot to $\mathbf{X}$. The recurrence plot is a method which can visualize behavior of a time series using the information of the distance between two points directly. To create the recurrence plots, we prepared an image of $N \times N$ pixels at first. The lateral direction of the image corresponds to the index i of the time series and the longitudinal direction of the image corresponds to the index j of the time series. The distance $D_{i,j}$ between two points $\mathbf{v}_i$ and $\mathbf{v}_j$ is calculated by Eq. (7).

$$D_{i,j} = |\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j|. \quad (7)$$

Here, $\mathbf{v}_i$ is reconstructed vector shown in Eq. (8).

$$\mathbf{v}_i = (X_i, X_{i+\tau}, \dots, X_{i+(m-1)\tau}). \quad (8)$$

In Eq. (8), τ expresses a time delay and m expresses dimension of a reconstructed state space.

Next, we calculated $R_{i,j}$ as follows:

$$R_{i,j} = \begin{cases} 1, & D_{i,j} \leq \theta, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (9)$$

Finally, the image is represented by $\mathbf{R}$,

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} R_{1,1} & \dots & R_{1,i} & \dots & R_{1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{j,1} & \dots & R_{j,i} & \dots & R_{j,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{N,1} & \dots & R_{N,i} & \dots & R_{N,N} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

If $R_{i,j}$ is unity, the (i, j) th pixel is colored in black.

The threshold value θ is an important parameter, thus we should select the value of θ carefully. In the image of $N \times N$ pixels, the total number of $D_{i,j}$ is N^2 . This image $\mathbf{R}$ is a square matrix with a diagonal component of $D_{i,j} = D_{j,i}$. Thus we calculated total number of pixels s of $D_{i,j}$ by $s = N(N-1)/2$. Then, we sort $D_{i,j}$ in an ascending order. To set the value of θ , we used the parameter α ($0 \leq \alpha \leq 1$) where the $(s \times \alpha)$ th value of $D_{i,j}$ is used.

5. Results

We compared two time series data. The first one is observed from the result of the LOTO7, and the second one is generated by pseudo random numbers. Namely, the first one $\mathbf{X}$ is the real LOTO7 and the second one $\mathbf{Y}$ is simulated data. The simulated random time series $\mathbf{Y}$ is generated by using the Mersenne Twister. If the LOTO7 data were truly random, $\mathbf{X}$ might have a similar property as the simulated random data, then $\mathbf{Y}$ was generated in the same process as $\mathbf{X}$. The length of the time series $\mathbf{Y}$ is 250. We set the seed of the Mersenne Twister to seven.

Figure 1 shows waveforms of the time series of $\mathbf{X}$ and $\mathbf{Y}$. In Fig. 1, the horizontal axis represents n and the vertical

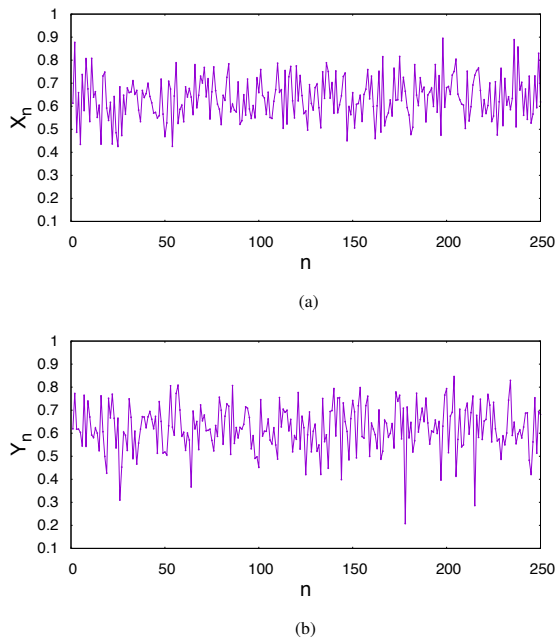


Figure 1. Time series waveforms of (a) the actual LOTO7 data X and (b) simulated data.

axis represents X_n and Y_n . From Fig. 1, the range of the time series data of X is $0.4 < X_n < 0.9$ and that of Y is $0.1 < Y_n \leq 1$. These results show that no cases are found where all the seven lottery figures are the smallest or the largest in one lottery.

Figure 2 shows the return maps of X and Y . In Fig. 2, the horizontal axis represents value of the index n , the vertical axis represents value of the index $n + 1$. Comparing

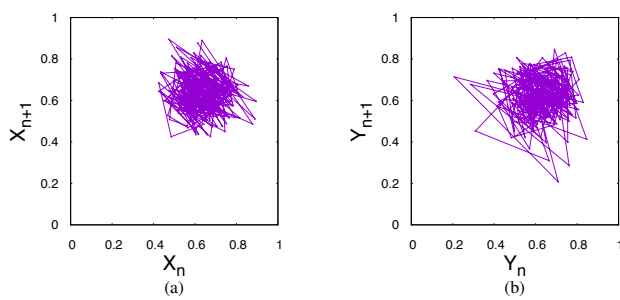


Figure 2. Return maps of (a) the actual LOTO7 data X and (b) the simulated data Y .

Fig. 2(a) and Fig. 2(b), the range of the simulated LOTO7 data Y is wider than that of the actual LOTO7 data X . The variance values of X , $V_X = 0.008$ and Y , $V_Y = 0.01$, are different from each other. One of the reason why V_X and V_Y are different is a number of data. If the number of data is enough, it may be possible that the difference between V_X and V_Y becomes zero.

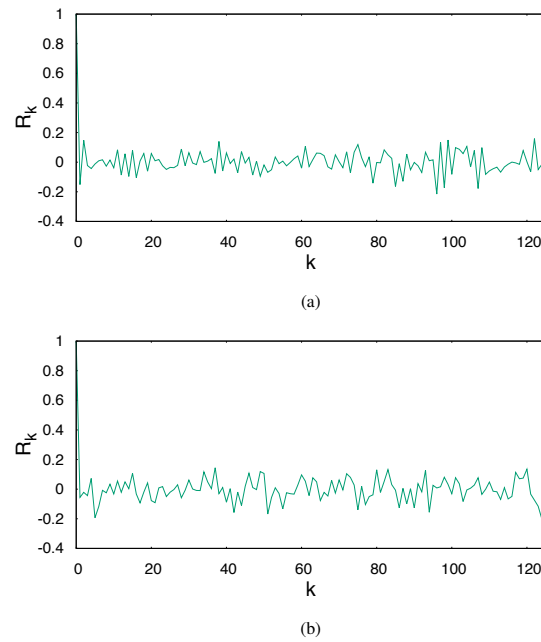


Figure 3. Autocorrelation functions of (a) the actual LOTO7 data X and (b) the simulated data Y .

Next, the autocorrelation functions of X and Y are shown in Fig.3. In Fig. 3, the horizontal axis represents the time difference k and the vertical axis represents autocorrelation function R_k . From Fig. 3(a), we can see that R_k becomes almost zero after $k > 0$. Even if k increases, R_k varies in the range of about $-0.2 \leq R_k \leq 0.2$. This result indicates that there is no correlation. Comparing Fig. 3(a) with Fig. 3(b), we can see that the values of autocorrelation functions of X and Y are similar. These results indicate that these sequences of LOTO7 do not have correlation.

Then, we calculated the permutation entropies of X and Y . These results are shown in Table 1. The data length M , which is considered to be recommended for calculating the permutation entropy, is $M > 5d!$. In this paper, we set $M = 250$, which means that the permutation entropy is reliable for the condition that $d \leq 4$. From Table 1, the

Table 1. Results of the permutation entropies ($d = 3, 4$) of X and Y .

d	PE of X	PE of Y
3	0.995339	0.994035
4	0.982233	0.987319

permutation entropies of X and Y are close to unity, which indicates that the appearance pattern of the permutation is complicated. In addition, the permutation entropies of X and Y have very similar values. Because Y is randomly generated data, if the permutation entropy of X is similar to Y , X has high randomness.

Finally, we created the recurrence plots of X and Y as shown in Fig. 4. In Fig. 4, the horizontal axis represents the index i and the vertical axis represents the index j .

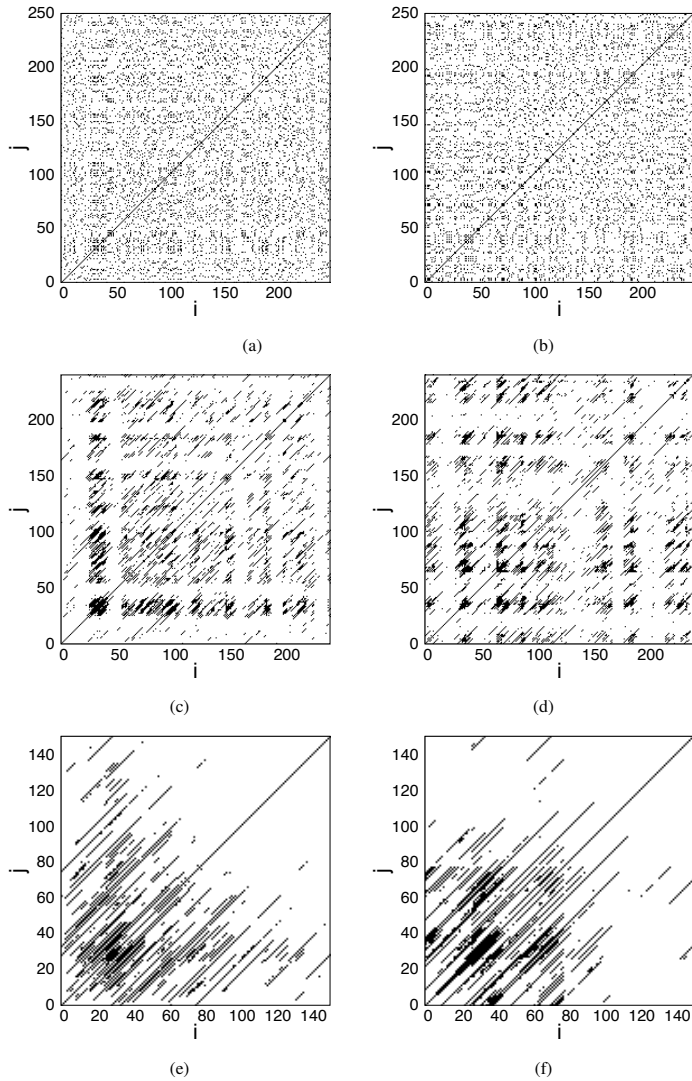


Figure 4. Recurrence plots of (a), (c), (e) the real LOTO7 data X and (b), (d), (f) the simulated data Y . Here, we fixed $\tau = 1$ and $\alpha = 0.1$. Other parameters are indicated in Table 2.

Table 2. Values of DET of recurrence plots and conditions used to create recurrence plots in Fig. 4.

Figure	data	m	θ	DET
4(a)	X	1	0.016987	0.1714
4(b)	Y	1	0.017351	0.1640
4(c)	X	10	0.016732	0.8641
4(d)	Y	10	0.017517	0.8617
4(e)	X	100	0.017488	0.9069
4(f)	Y	100	0.017667	0.9036

In Table 2, we showed the conditions which were used to create recurrence plots in Fig. 4. The difference between ranges of indices of these results was due to the fact that dimension of the reconstruction state space is different. If the time series has deterministic property and possible chaotic dynamics, diagonal patterns can be seen in the recurrence plot. In Fig. 4(a), no diagonal lines nor patterns can be found. When we increased the number of dimensions of reconstruction state spaces, the diagonal lines were observed (Fig. 4(c) and Fig. 4(e)). These results were also observed in Fig. 4(d) and Fig. 4(f). The results of analysis of Fig. 4 show that actual data have almost the same property as Y (the Mersenne Twister). Namely, it is considered that X has randomness. In addition, the similarity can also be confirmed from the results of DET [6] which evaluates the ratio of diagonal lines in recurrence plots. If the value of DET takes near unity, the data have determinism, while if it takes zero, the data have randomness. From Table 2, the values of DET take almost the same equal values for both X and Y . From this viewpoint, it is considered that the properties of these data are similar.

6. Conclusion

In this paper, we applied nonlinear time series analysis methods, such as return maps, autocorrelation functions, permutation entropies and recurrence plots to the time series data observed from the lottery numbers of the LOTO7. From the return map analysis, there are no cases where all the seven lottery figures are the smallest or the largest in one lottery. From the results of autocorrelation functions of X and Y , the time series data X and Y are uncorrelated. However, further investigation is necessary because uncorrelation does not imply independency. From the results of the permutation entropy, it was found that the order patterns of X were complicated and had randomness. In the analysis using the recurrence plots, any deterministic rule cannot be observed. However, further quantitative investigation of recurrence plots is necessary.

This research is partially supported by the JSPS Grant-in-Aid for Scientific Research (No. 16K16126, 18K18125, 15K12137, 16K16138, 15KT0112 and 17K00348).

References

- [1] M. Makoto and N. Takuji, *ACM TOMACS*, Vol. 8, No. 1, pp. 3–30, 1998.
- [2] A. Rukhin *et al*, National Institute of Standards and Technology, Special Publication 800-22, 2010.
- [3] “LOTO7 kako no chusen kekka,” (in Japanese), <http://www.takarakuji.net.co.jp/lotto7/index2.html>, Last viewed : May 14, 2018.
- [4] B. Christoph and P. Bernd, *Physical Review Letters*, Vol. 88, No. 17, 174102, 2002.
- [5] M. C. Casdagli, *Physica D*, Vol. 108, Nos. 1-2, pp. 12–44, 1997.
- [6] M. Norbert *et al*, *Physics Reports*, Vol. 438, No. 5, pp. 237–329, 2007.

査読あり国内会議

2018年 NOLTAソサイエティ大会
IEICE, NOLTA
京都, 2018年6月9日



グラフ的シュタイナー木問題に対する 複数の最短経路を使用した局所探索法

A Local Search Method using the k Shortest Paths for Solving the Steiner Tree Problem in Graphs

藤田実沙¹
Misa Fujita

木村貴幸²
Takayuki Kimura

藤原寛太郎^{1,3,4}
Kantaro Fujiwara

池口徹^{1,3}
Tohru Ikeguchi

東京理科大学 大学院工学研究科 経営工学専攻¹

Department of Management Science, Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science

日本工業大学 基幹工学部 電気電子通信工学科²

Department of Electrical, Electronics, and Communication Engineering, Faculty of Fundamental Engineering, Nippon Institute of Technology

東京理科大学 工学部 情報工学科³

Department of Information and Computer Technology, Faculty of Engineering, Tokyo University of Science

東京大学国際高等研究所 ニューロインテリジェンス国際研究機構⁴

International Research Center for Neurointelligence, The University of Tokyo

1 まえがき

グラフ的シュタイナー木問題 (The Steiner tree problem in graphs: STPG) は、頂点集合 V 、枝集合 E 、枝の重み関数 c からなる無向グラフ $G = (V, E, c)$ と必須点集合 $K \subset V$ が与えられたとき、 K を連結する木の中で、木に含まれる枝の重みの和が最小となるものを求める NP 困難な組合せ最適化問題である。我々は既にカオスダイナミクスを用いた STPG の解法を提案している [1]。この手法は概ね良い性能を示すものの、枝の重みが一様に分布しない問題例に対しては性能が劣化する場合がある。この原因は、局所探索法が深い局所解から抜け出す解を生成できないことにあった [2]。

そこで本稿では、複数の最短経路を使用して必須点および現在のシュタイナー木 T 内で次数 3 以上の頂点間の最短経路 (キーパス) に基づく局所探索法 (The key-path based neighborhood: KBN) [3] を行う手法を提案する。ここで、複数の最短経路とは、1 番目から $k (\geq 2)$ 番目までの最短経路と定義する。これにより、近傍範囲が拡大し、結果として深い局所解からの脱出を実現した。

2 KBN[3]

KBN は T からキーパスを 1 つ削除し、木を 2 つに分裂させ、それらを最短経路で接続しなおすことにより近傍解を構築する局所探索法である。キーパスは、 T において式 (1) で定義される V_C 同士を接続する経路である。

$$V_C(T) = K \cup V_K(T), \quad (1)$$

ここで $V_K(T)$ は T 内での次数 3 以上の頂点集合である。

3 提案法

本稿では、2 つに分裂した木を、それらの複数の最短経路で接続しなおすことにより近傍解を構築する手法を提案する。2 頂点間の複数の最短経路は Yen 法 [4] などを用いて求めることができる。ベンチマーク問題 i080-141 [5] に対する、従来法と提案法 (2 番目の最短経路まで使用) で生成した近傍解の範囲の比較の結果を図 1 に示す。青が従来法、赤が提案法に対応し、実線が現在解、丸が近傍解を表す。Gap は最適解からの誤差率である。図 1 から、提案法では従来法よりも近傍解の範囲が拡大していることが分かる。

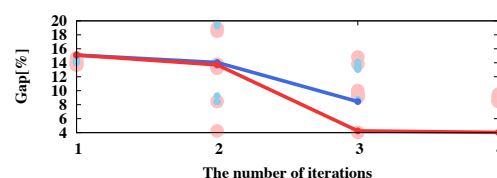


図 1: 従来法と提案法の近傍解の範囲の違い。

4 数値実験

従来法と提案法の性能をベンチマーク問題 [5] を解いて比較した。初期解の生成には文献 [6] の手法を用い、近傍解の生成には 1 番目から k 番目の全ての最短経路を使用する KBN を用いた。数値実験の結果を表 1 に示す。 $k=1$ のとき従来法、 $2 \leq k \leq 5$ のとき提案法である。平均誤差率は異なる複数の初期解から局所探索を行った際の各小問の誤差率の平均値である。

表 1: 数値実験結果 (平均誤差率 [%])。

問題名	k の値				
	1	2	3	4	5
B	0.51	0.51	0.51	0.51	0.51
I080	8.85	2.06	2.06	1.96	1.99

表 1 から、提案法は、迂回路が複数存在しない疎なグラフの問題 B に対しては従来法と同じ性能を示し、また、迂回路が複数存在する密なグラフの問題 I080 に対しては従来法より良い性能を示すことが分かる。

5 まとめ

複数の最短経路を使用して KBN を行う手法を提案した。数値実験の結果、提案法は従来法よりも良い性能を示すことが分かった。今後はカオスダイナミクスを用いたメタヒューリスティック解法で提案法を駆動する手法の性能を評価する予定である。本研究の一部は JSPS 科研費 (No. 15K12137, 16K16138, 24650116, 15KT0112) の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] M. Fujita et al., in *Proc. of MIC2017*, pp. 834–836, 2017.
- [2] M. Fujita et al., in *Proc. of NOLTA2017*, pp. 712–715, 2017.
- [3] E. Uchoa and R. F. Werneck, *ACM J. of Experimental Algorithmics*, 17(2), article 2.2, 2012.
- [4] J. Y. Yen, *Manage. Sci.*, 17(11): 712–716, 1971.
- [5] T. Koch et al., in *Steiner trees in industry*, Springer US, pp. 285–325, 2001.
- [6] H. Takahashi and A. Matsuyama, *Math. Japonica*, 24(6): 573–577, 1980.

グラフ的シュタイナー木問題に対する複数の最短経路を使用した局所探索法

A
|
4

○ 藤田実沙

東京理科大学
大学院工学研究科 経営工学専攻

木村貴幸

日本工業大学
基幹工学部 電気電子通信工学科

藤原寛太郎

東京大学国際高等研究所
ニューロインテリジェンス国際研究機構

池口徹

東京理科大学
工学部 情報工学科

■ ポイント

- ・最短経路のみを使っているだけでは上手く解けない問題があることを指摘
- ・迂回路を上手く使うことで枝重みの分布が一樣でない問題に対しても効果的な局所探索法を提案
- ・迂回路を上手く使う手法はさまざまな局所探索法による組合せ最適化に応用できる可能性 [1, 2]

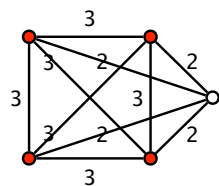


■ 対象とする問題

グラフ的シュタイナー木問題

全ての必須点を連結する
最小重みの木構造を求める

- ・完全グラフ
- ・枝の重みの分布に偏りがある



○: 頂点

—: 枝

●: 必須点

●-●: 必須点同士

⇒ 3

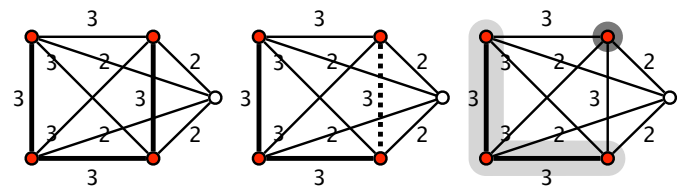
●-○: 必須点と必須点でない頂点

⇒ 2

○-○: 必須点でない頂点同士

⇒ 1

■ 局所探索法 [3]



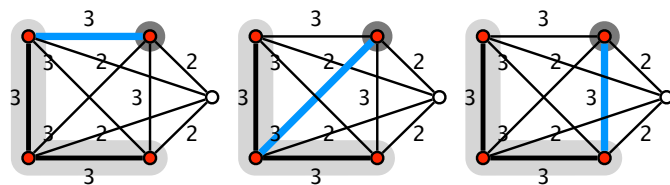
① 初期解 [4]

② 任意の経路を削除

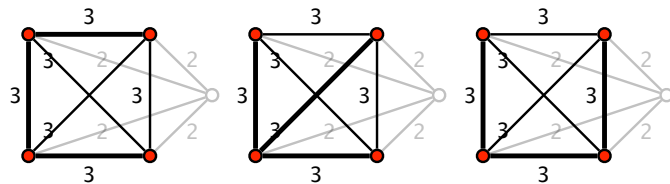
③ 2つの部分木に分裂

2つの部分木をどう繋ぎ直すか？

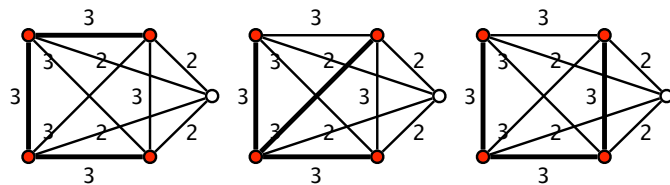
1番目の最短経路を使用



2つの部分木を繋ぎ直して得られた部分グラフを抽出

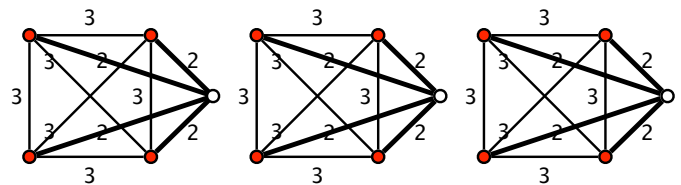
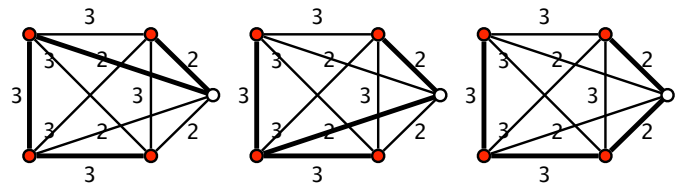
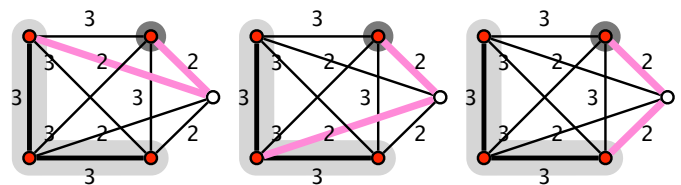


抽出した部分グラフの最小全域木を構築



シュタイナー木の重みは9のまま

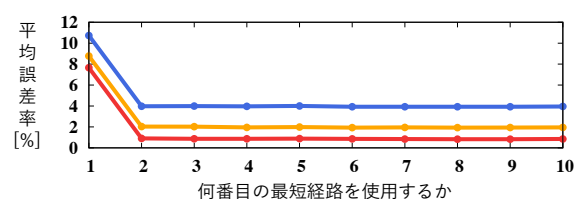
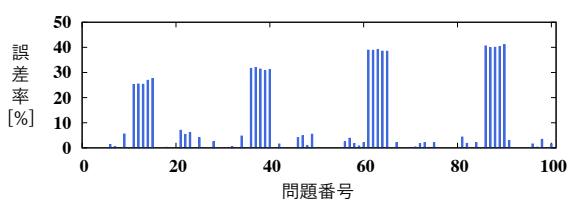
2番目の最短経路 [5] を使用



シュタイナー木の重みは8に減少

SteinLib [6] のベンチマーク問題1080 (100小問) を使用, 初期解は [4] で

価



参考文献

- [1] M. Fujita, T. Kimura and T. Ikeguchi, in Proceedings of the MIC2017, pp. 834-836, 2017.
 [2] M. Fujita, T. Kimura and T. Ikeguchi, in Proceedings of the NOLTA2017, pp.712-715, 2017.
 [3] E. Uchoa and R. F. Werneck, ACM J. of Experimental Algorithms, vol. 17, no.2, article 2.2, 2012.
 [4] H. Takahashi and A. Matsuyama, Math. Japonica, vol. 26, no. 6, pp.572-577, 1980.
 [5] J. Y. Yen, Manage. Sci., vol. 17, no. 11, pp. 712-716, 1971.
 [6] T. Koch, A. Martin and S. Voss, in Steiner trees in industry, Springer US, pp. 285-325, 2001.

膵β細胞のTRPM2チャネル活性に伴う カルシウムダイナミクスの再現

Reproducing Ca^{2+} Dynamics with TRPM2 Channel Activation in Pancreatic β -cell

笠原 宏太郎¹
Kotaro Kasahara

島田 裕²
Yutaka Shimada

藤原 寛太郎^{1,3,4}
Kantaro Fujiwara

池口 徹^{1,3}
Tohru Ikeguchi

東京理科大学大学院工学研究科経営工学専攻¹
Department of Management Science,
Graduate School of Engineering,
Tokyo University of Science

埼玉大学大学院理工学研究科²
Graduate School of Science
and Computer,
Saitama University

東京大学国際高等研究所
ニューロインテリジェンス国際研究機構³
International Research Center
for Neurointelligence,
The University of Tokyo

東京理科大学工学部情報工学科⁴
Department of Information
and Computer Technology,
Faculty of Engineering,
Tokyo University of Science

1 はじめに

分泌ホルモンの1つであるインスリンは、膵臓のランゲルハンス島に存在する膵β細胞から分泌される。インスリンの機能は、血糖を臓器に取り込み血糖値を一定に保つことである。

膵β細胞膜上には、Transient Receptor Potential Melastatin 2 (以下、TRPM2) チャネルが存在する。低グルコース濃度では、細胞質 Ca^{2+} は振動しない。一方、高グルコース濃度では、TRPM2 チャネル活性に伴い、細胞質の Ca^{2+} 振動の立ち上がりが早くなること、またバースト期間が延長することが報告されている [1]。インスリンは、細胞質 Ca^{2+} がバーストしている間に分泌される。すなわち、TRPM2 チャネルが活性化すると、より早く、より長いインスリン分泌が可能となる。そこで本稿では、TRPM2 チャネルを考慮した膵β細胞の数理モデルを提案し、TRPM2 チャネル活性に伴う細胞質 Ca^{2+} のダイナミクスの再現可能性について調査した結果を報告する。

2 モデル

Bertram らのモデル [2] では、電位依存性 K^+ (KV) チャネル、電位依存性 Ca^{2+} (CaV) チャネル、 Ca^{2+} 活性化 K^+ (KCa) チャネル、ATP 感受性 K^+ (KATP) チャネルが考慮されている。我々のモデルでは、Bertram モデルに式 (6) で示すように TRPM2 チャネルを導入している。

$$C_m \frac{dV}{dt} = -(I_{KV} + I_{CaV} + I_{KCa} + I_{KATP} + I_{TRPM2}) \quad (1)$$

$$I_{KV} = g_{KV} n (V - V_K) \quad (2)$$

$$I_{CaV} = g_{CaV} m_\infty (V - V_{Ca}) \quad (3)$$

$$I_{KCa} = g_{KCa} \frac{Ca^2}{K_D^2 + Ca^2} (V - V_K) \quad (4)$$

$$I_{KATP} = g_{KATP} O_\infty (V - V_K) \quad (5)$$

$$I_{TRPM2} = g_{TRPM2} (V - V_{TRPM2}) \quad (6)$$

式 (1) において、 V は膵β細胞の膜電位、 C_m は膜のキャパシタンス、 I_{KV} 、 I_{CaV} 、 I_{KCa} 、 I_{KATP} 、 I_{TRPM2} はそれぞれ、KV 電流、CaV 電流、KCa 電流、KATP 電流、TRPM2 チャネル電流であり、式 (2)~(6) で示される。式 (6) において、 g_{TRPM2} 、 V_{TRPM2} はそれぞれ TRPM2 チャネルのコンダクタンスと逆転電位である。このとき、細胞質 Ca^{2+} 濃度を表す変数 Ca のダイナミクスは式 (7) で示される。

$$\frac{dCa}{dt} = f_{\text{cyt}}(-\eta I_{CaV} - k_{\text{PMCA}} Ca + J_{\text{er}}) \quad (7)$$

式 (7) において、 f_{cyt} は細胞質遊離 Ca^{2+} の割合、 η は CaV 電流を流束に変換するパラメータ、 k_{PMCA} は Ca^{2+} ポンプレート、 J_{er} は小胞体を透過する Ca^{2+} の流束である。

Bertram モデルにおいて $\eta = 4.5 \times 10^{-6}$ としていた値を $\eta = 3.7 \times 10^{-6}$ に変更し、それ以外のパラメータは Bertram モデルと同じとした。TRPM2 チャネル活性により、TRPM2 チャネルのコンダクタンスが増加することが報告されている [1]。そのため本稿では、 g_{TRPM2} を増加させることで TRPM2 チャネル活性を表現した。また、グルコース濃度の増加は k_{PMCA} を増加することで表現した。

3 結果

TRPM2 チャネルが活性化していない状態を $g_{\text{TRPM2}} = 1.0[\text{pS}]$ 、 $V_{\text{TRPM2}} = -20.0[\text{mV}]$ 、活性化した状態を $g_{\text{TRPM2}} = 10.0[\text{pS}]$ 、 $V_{\text{TRPM2}} = -20.0[\text{mV}]$ とする。グルコース濃度が低い状態 ($k_{\text{PMCA}} = 0.12$) と高い状態 ($k_{\text{PMCA}} = 0.2$) での、TRPM2 チャネル活性に伴う細胞質 Ca^{2+} 濃度の時系列を図 1 に示す。横軸が時間 $t[\text{min}]$ 、縦軸が細胞質 Ca^{2+} 濃度 $[\mu\text{M}]$ である。また、緑線が TRPM2 チャネルが活性化した状態、紫線が活性化していない状態を表す。図 1(a) では、活性、不活性に関係なく細胞質 Ca^{2+} 濃度は振動していない。この結果は、グルコース濃度が低い状態では、TRPM2 チャネル活性に関わらず細胞質 Ca^{2+} 濃度が振動しないことが再現できることを示すものである。また、TRPM2 チャネルが活性化した状態での細胞質 Ca^{2+} 濃度が、活性化していない状態より高いことも生理学実験の結果と一致している [1]。一方、図 1(b) では、緑線は紫線より立ち上がりが早く、バースト期間も長くなっている。この結果は、TRPM2 チャネル活性に伴う細胞質 Ca^{2+} 濃度のダイナミクスが再現できていることを示すものである。

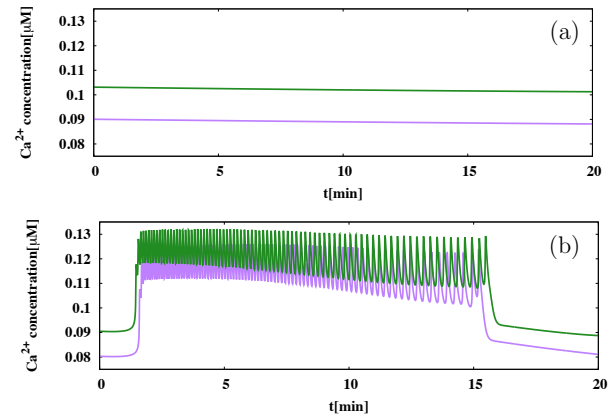


図 1. グルコース濃度が (a) 高い状態と (b) 低い状態での細胞質 Ca^{2+} 濃度の時系列。緑が活性化した状態、紫が活性化していない状態を示す。

4 まとめ

本稿では、Bertram らのモデルに、TRPM2 チャネルを考慮した項を加えたモデルを提案した。グルコース濃度が高い状態では、TRPM2 チャネル活性に伴い、細胞質の Ca^{2+} 振動の立ち上がりが早くなることとバースト期間が延長することを再現できた。 Ca^{2+} 振動の立ち上がりが早いことは、インスリン分泌が早く始まることを表す。また、バースト期間が延長することは、インスリン分泌量が増加することを表す。これらは、TRPM2 チャネルの活性化剤が糖尿病治療に役立つ可能性を示唆するものである。なお、本研究の一部は JSPS 科研費 (No.16K16126, 15K12137, 16K16138, 15KT0112, 17K00348) の援助を受けて行われた。

参考文献

- [1] M. Yosida *et al.*, *Diabetes*, **63**(10), pp. 3394–3403, 2014.
- [2] R. Bertram *et al.*, *Biophysical Journal*, **87**(5), pp. 3074–3087, 2004.

A-16 膵β細胞のTRPM2チャネル活性に伴うカルシウムダイナミクスの再現

○ 笠原宏太郎
東京理科大学
大学院工学研究科 経営工学専攻

島田裕
埼玉大学
大学院理工学研究科

藤原寛太郎
東京大学国際高等研究所
ニューロインテリジェンス国際研究機構

池口徹
東京理科大学
工学部 情報工学科

TRPM2チャネルを追加した数理モデルを提案 ➡ 生理学実験の結果と一致 ➡ TRPM2チャネルでインスリン分泌量を制御可能 ➡ 糖尿病治療に有効！

1. 膵β細胞とTRPM2チャネル

膵β細胞

インスリンを分泌し、血糖量を一定範囲内に保つ
インスリン分泌機能の詳しいメカニズムは不明

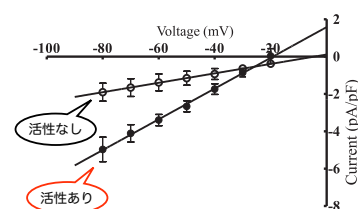
TRPM2チャネル

膵β細胞上に存在し、 Ca^{2+} 、 Na^{+} を透過する

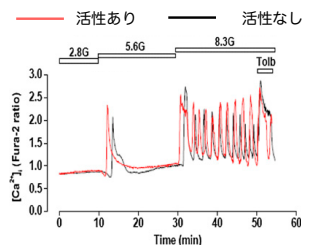
TRPM2チャネル活性に伴う反応 [1]

- (a) TRPM2チャネルのコンダクタンスが増加
- (b) 静止膜電位の上昇
- (c) 高グルコース濃度では Ca^{2+} 濃度振動の立ち上がりが早い
- (d) 低グルコース濃度の Ca^{2+} 濃度はスパイクが1度生じた後、静止状態が続く

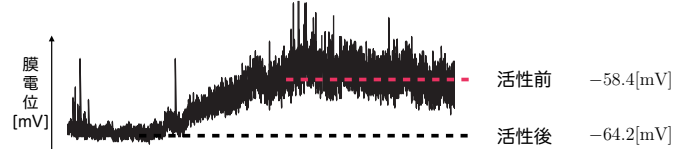
(a) TRPM2チャネルのコンダクタンスの変化



(c), (d) Ca^{2+} 濃度の時系列



(b) 活性前後の静止膜電位の時系列



2. モデル [2]

膜電位Vのダイナミクス

追加!

$$C_m \frac{dV}{dt} = -(I_{KV} + I_{CaV} + I_{KCa} + I_{KATP} + I_{TRPM2}) \quad (1)$$

$$I_{KV} = g_{KV} n (V - V_K) \quad (2)$$

$$I_{CaV} = g_{CaV} m_{\infty} (V - V_{Ca}) \quad (3)$$

$$I_{KCa} = g_{KCa} \frac{Ca^2}{K_D^2 + Ca^2} (V - V_K) \quad (4)$$

$$I_{KATP} = g_{KATP} O_{\infty} (V - V_K) \quad (5)$$

$$I_{TRPM2} = g_{TRPM2} (V - V_{TRPM2}) \quad (6)$$

細胞質質 Ca^{2+} 濃度のダイナミクス

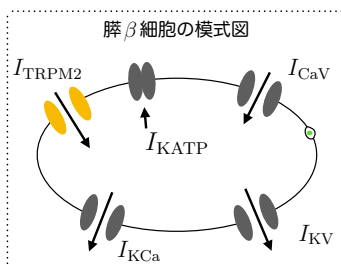
$$\frac{dCa}{dt} = f_{\text{cyt}} \left(\underbrace{-\eta_1 I_{CaV} - \eta_2 I_{TRPM2}}_{\text{流入する } \text{Ca}^{2+}} - \underbrace{k_{PMCA} Ca}_{\text{流出する } \text{Ca}^{2+}} + J_{\text{er}} \right) \quad (7)$$

ADPとグルコース6リン酸 (G6P) のダイナミクス

$$\frac{dADP}{dt} = (ATP - ADP \exp[(r + \gamma)(1 - Ca/r_1])) / \tau_a \quad (8)$$

$$\frac{dG6P}{dt} = \lambda (R_{GK} - R_{PFK}) \quad (9)$$

r : グルコースに依存するパラメータ R_{GK} : グルコキナーゼ反応速度定数

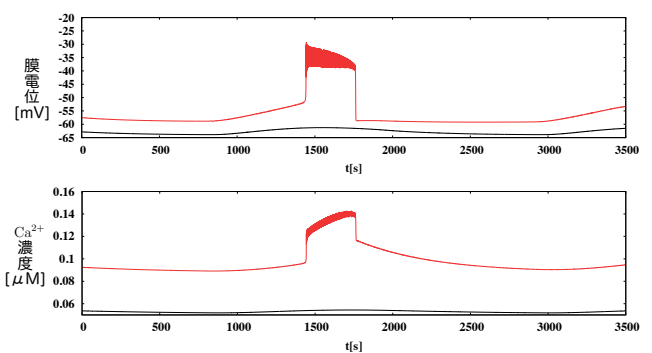


V_K	-75	mV
V_{Ca}	25	mV
V_{TRPM2}	-25	mV
g_{KV}	2700	pS
g_{CaV}	1000	pS
g_{KCa}	600	pS
g_{KATP}	25000	pS
η_1	2.4×10^{-6}	$\text{fA}^{-1} \mu\text{Mms}^{-1}$
η_2	7.0×10^{-6}	$\text{fA}^{-1} \mu\text{Mms}^{-1}$

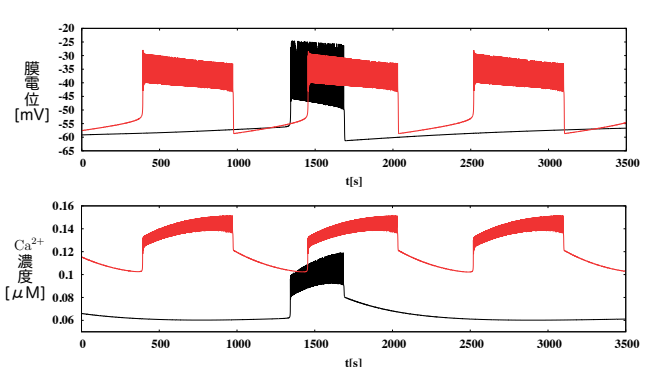
— 活性なし ($g_{TRPM2} = 16[\text{pS}]$)
— 活性あり ($g_{TRPM2} = 37[\text{pS}]$)

3. 結果

低グルコース濃度 ($r = 0.34$, $R_{GK} = 0.22$)



高グルコース濃度 ($r = 0.5$, $R_{GK} = 0.4$)



	低グルコース濃度		高グルコース濃度	
	活性なし	活性あり	活性なし	活性あり
静止膜電位[mV]	-63.88	-59.18	-61.27	-58.65
バースト期間[s] (分泌時間)	0	303.6	331.6	565.6
発火数/バースト期間[s]	0	0.629	0.55	0.56
インスリン分泌量	0	少	中	多

4. まとめ

TRPM2チャネル活性により

- ・ 静止膜電位が上昇
- ・ バースト期間が延長
- ・ 静止状態期間が短縮



- ・ 脱分極に寄与
- ・ インスリン分泌量が増加

参考文献

- [1] M. Yosida, et al., "Involvement of cAMP/EPAC/TRPM2 activation in glucose-and incretin-induced insulin secretion," *Diabetes*, 63(10), pp. 3394-3403, 2014.
- [2] R. Bertram, et al., "Calcium and glycolysis mediate multiple bursting modes in pancreatic islets," *Biophysical Journal*, 87(5), pp. 3074-3087, 2004.

1日の株価変動に対する非線形時系列解析

Nonlinear Time Series Analysis of Stock Price Fluctuation in Japanese Stock Market

山本紘平¹
Kouhei Yamamoto¹

島田裕²
Yutaka Shimada²

藤原寛太郎^{1,3,4}
Kantaro Fujiwara^{1,3,4}

池口徹^{1,3}
Tohru Ikeguchi^{1,3}

東京理科大学大学院工学研究科経営工学専攻¹
Department of Management Science,
Graduate School of Engineering,
Tokyo University of Science

埼玉大学大学院理工学研究科²
Graduate School of Science
and Engineering,
Saitama University

東京大学国際高等研究所
ニューロインテリジェンス国際研究機構³
International Research Center
for Neurointelligence,
The University of Tokyo

東京理科大学工学部情報工学科⁴
Department of Information
and Computer Technology,
Faculty of Engineering,
Tokyo University of Science

1 はじめに

近年、インターネット等を経由した金融市場における取引が高速化の一途を辿っている。そのため、その取引を記録した高時間解像度のデータが解析対象となっている [1]。我々は既に、1ms オーダの高時間解像度を有する株価変動データに対する非線形時系列解析を適用した結果を報告した [2]。その結果、解析対象の株価変動はランダムではなく、決定論性を有することが示された。本稿では、1日の総取引を前場と後場に分割して解析した結果と、時間窓幅を変化させることで解析対象の有する決定論的ダイナミクスの時間依存性を調査した結果を報告する。

2 解析手法

1日の株価変動 (TOPIX Core30, 2017年3月10日) を記録したデータから株価を重みとしたマーク付き点過程を生成する。それを時間窓に分割した後 [1, 2], マーク付き Spike Time Metric (以下, STM) [3] を用いてマーク付き点過程間の距離を計測する。これを全ての時間窓の組に関して行うことで、距離行列を作成する。この距離行列から、リカレンスプロット (以下, RP) [4] を作成し、決定論性を再帰的に測るための指標 DET [4] を算出する。この解析を1日のデータと前場と後場に分割したデータに対して行った。実験では、時間窓幅を 12,850[ms]~179,900[ms] の間で変化した。その際、各時間窓幅ごとに Random Shuffled (以下, RS) サロゲートデータ [5] を生成し、有意差の検定を行うことで、得られた結果の統計的信頼性を調査した。

3 解析結果

総時間長が1日のデータを用いて RP を生成した結果を図1に示す。また、前場と後場に分割し、閾値を再設定した後に生成した RP を図2に示す。どちらも時間窓幅は 179,900[ms] とした。

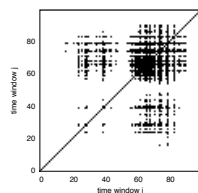
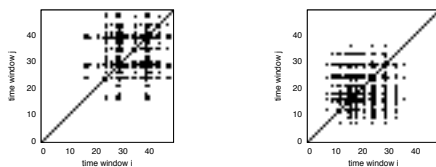


図1 1日のデータのRP(09:00から15:00まで。なお、11:30から12:30までの取引停止時間は削除している)。



(a) 前場 (09:00 から 11:30 ま で) (b) 後場 (12:30 から 15:00 ま で)

図2 前場と後場の RP

図1では、後場に比べて前場の変動が強いので、プロットされる点が少ない前場に比べて後場が濃く塗りつぶされている。しかし、前場と後場に分割することにより、それぞれの特徴が出現した (図2)。これらの RP から、DET を計算し RS サロゲートデータと比較した結果を図3に示す。図3より前場も後場も DET は 0.5 付近の値を取っている。

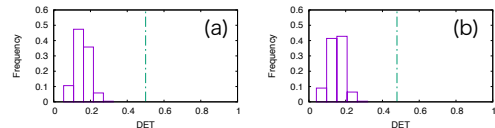


図3 (a) 前場 (09:00 から 12:30 まで) と (b) 後場 (12:30 から 15:00 まで) の RP から計算した DET と RS サロゲートデータから計算した DET の比較。ヒストグラムは RS サロゲートデータから計算された DET の分布、破線は実データから計算された DET の値。

一方、RS サロゲートデータ (1,000 個) の DET は、どちらも 0.18 付近に分布する。この結果より、元データと RS サロゲートデータの DET の間には有意差があることがわかる (p 値 < 0.01)。以上の結果より、前場と後場という時間的に局所的な観測を行った場合にも、株価取引データの変動には決定論ダイナミクスが存在することが示唆される。また、時間窓の幅を変更し、同様の解析を行った結果を図4に示す。1日のデータと比較すると、前場と後場の DET の値

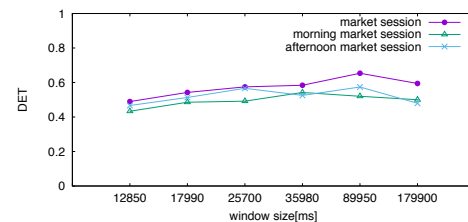


図4 1日のデータ、前場、後場に対して、時間窓幅を変更した DET の値。

が低い傾向は見られたが、時間窓幅による違いは見られなかった。しかし、いずれの場合も RS サロゲートデータとの有意差があった。

4 まとめ

本稿では、日本の株式市場における高速取引データに対する非線形時系列解析を適用し、株価変動における決定論性の調査を行った。価格を重みとしたマーク付き点過程データを生成し、RP を生成した後、決定論性を測るための指標の一つである DET [4] を前場と後場それぞれに関して算出した。結果から、日本の株式市場における株価変動には、前場と後場に分割することで時間的に局所的な観測を行った場合にも決定論的特徴があることが示唆された。また、時間窓幅を変更し、DET の値を比較したが顕著な差は見られなかった。

本研究を進めるにあたり、種々ご議論いただいた平田祥人先生 (東京大学) に感謝する。なお、本研究の一部は JSPS 科研費 (No.16K16126, 15K12137, 16K16138, 15KT0112, 17K00348) の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] Y. Hirata and K. Aihara, Physica A, Vol. 391, No. 3, pp. 760–766, 2012.
- [2] 山本紘平, 他, 信学総大, N-1-23, 2018.
- [3] S. Suzuki, et al., International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 20, No. 11, pp. 3699–3708, 2010.
- [4] N. Marwan, et al., Physics Reports, Vol. 438, No. 5, pp. 237–329, 2007.
- [5] 池口徹, 山田泰司, 小室元政. カオス時系列解析の基礎と応用. 合原一幸編. 産業図書, 2002.

制約付きランダムシャッフルサロゲートデータを用いたマーク付き点過程データの解析法について

池口研究室 修士1年 4418526 山本紘平

1. 研究目的と報告内容

・研究目的

マーク付き点過程データとは、離散的なイベント時系列に何らかの情報が付与したされた点過程である。具体的には、地震活動、神経活動、金融市場での値動きなどがある。また、これまでの研究にて為替、株式といった金融市場には短い期間であれば決定論性が存在することがわかっている。[1,2,3]この性質を用いれば強い予測ができる[4]が、どの程度持続するかは議論されていない。この予測限界を明らかにすることが研究目的である。

・報告内容

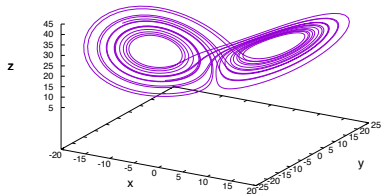
マーク付き点過程データに対し、その予測限界を調査するための新たな手法として、制約付きランダムシャッフルサロゲートデータを用いた手法を提案する。また、提案手法をLorenz方程式、Rössler方程式から生成したマーク付き点過程データに対し適用した結果を報告する。

2. データセット

・Lorenz方程式

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -\sigma x + \sigma y \\ \frac{dx}{dt} &= -xz + rx - y \\ \frac{dz}{dt} &= xy - bz\end{aligned}$$

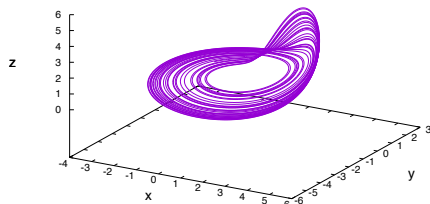
パラメータ: $\sigma = 10, b = 8/3, r = 28$



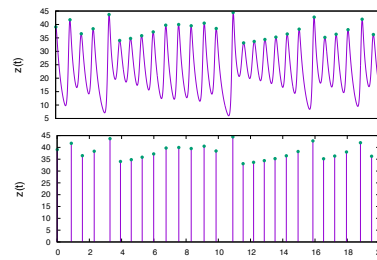
・Rössler方程式

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -y + z \\ \frac{dx}{dt} &= x + ay \\ \frac{dz}{dt} &= b + xz - cz\end{aligned}$$

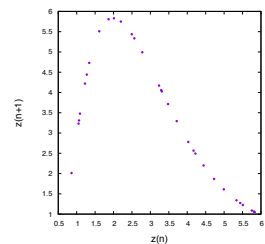
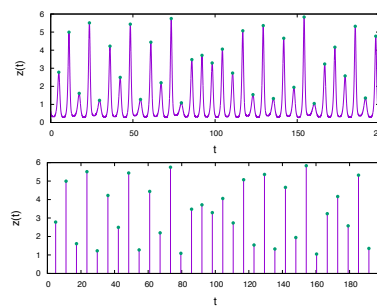
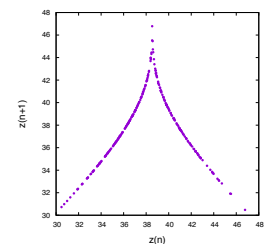
パラメータ: $a = 0.398, b = 2, c = 4$



・極大値を抽出し、マーク付き点過程データに変換



・リターンマップ



3. マーク付き点過程間の類似度

・マーク付きSpike Train Metric^[5]

$$D = \min \left\{ \sum_{(m,n) \in C} \left\{ \lambda_t |t_i(m) - t_j(n)| + \lambda_p |p_i(m) - p_j(n)| \right\} + I + J - 2P \right\}$$

$$\lambda_p = \lambda_t \frac{\delta_t}{\delta_p}$$

λ_t : 時間方向へのコストの重み

λ_p : マーク方向へのコストの重み

δ_t : イベント間隔の標準偏差

δ_p : マークの標準偏差

C : イベントの対 (m, n) からなるペアの集合

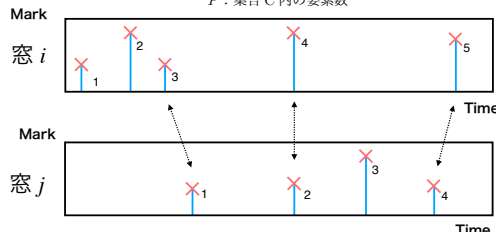
$t_i(m)$: i 番目の時間窓内における、 m 番目のイベントの発生時刻

$p_i(m)$: i 番目の時間窓内における、 m 番目のイベントのマークの値

I : 時間窓 i 内の総イベント数

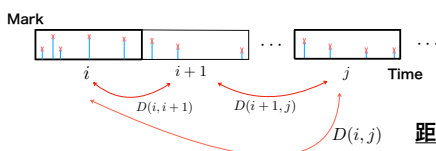
J : 時間窓 j 内の総イベント数

P : 集合 C 内の要素数

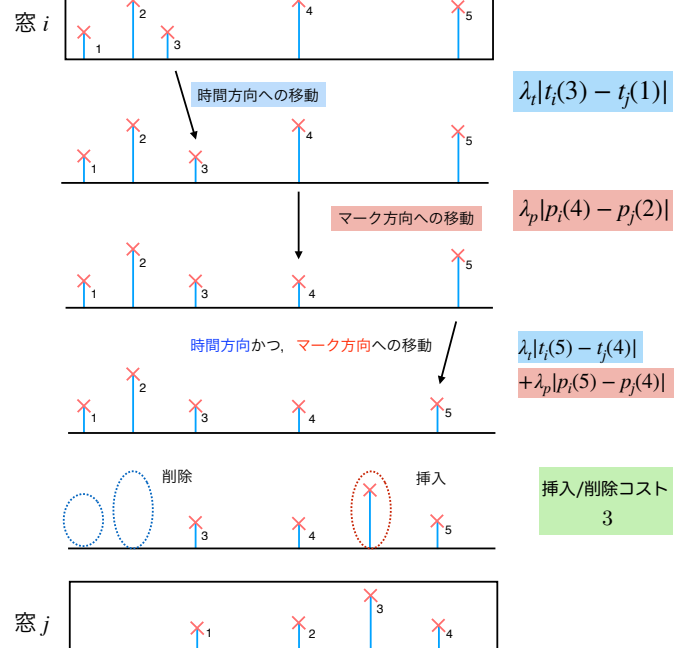


系列を一致させるまでにかかるコストの合計を系列間の距離と定義する。

・時間窓の組み合わせ全てに対して距離を計算する



距離行列を生成する

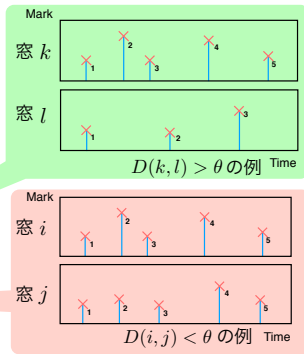
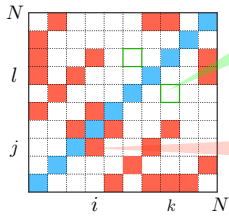


4. Recurrence plot と決定論性の指標DET^[6]

・Recurrence plot

時系列の性質を可視化する手法
本研究では、各時間窓間の相関関係を可視化する。

$$R_{i,j} = \begin{cases} 1 & (D(i,j) < \theta) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$



・DET(determinism)

$$DET = \frac{\sum_{l=l_{\min}}^N lP(l)}{\sum_{l=1}^N lP(l)} \quad l_{\min}: \text{最短の斜め線の長さ}$$

$$P(l) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (1 - R_{i+l,j-i}) \prod_{k=0}^{l-1} R_{i+k,j+k}$$

例：図から実際にDETを計算

$$P(1) = 8 \quad P(2) = 4 \quad P(4) = 2$$

$$l_{\min} = 2 \quad DET = \frac{16}{24} = 0.75$$

DET 大きい → 決定論性高い
DET 小さい → 決定論性低い

・DETによる決定論性の検定^[7]

帰無仮説 H_0 : 「観測された時系列信号は時間的に全く無相関である」
帰無仮説に従うランダムシャッフルサロゲートデータを多数作成し、
オリジナルデータとのDETの値の有意差を見る

・制約付きランダムシャッフルサロゲートデータ

- The number of randomly shuffled windows = 1 (original data)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

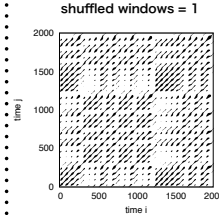
- The number of randomly shuffled windows = 3 (constrained randomly shuffled surrogate data)

2	3	1	6	4	5	7	9	8	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

- The number of randomly shuffled windows = 10 (fully random shuffle surrogate data)

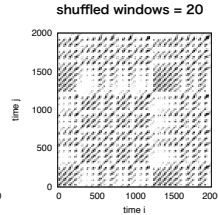
8	5	2	6	1	4	9	3	10	7
---	---	---	---	---	---	---	---	----	---

The number of randomly shuffled windows = 1



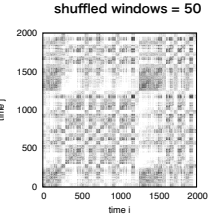
DET = 0.996482

The number of randomly shuffled windows = 20



DET = 0.680870

The number of randomly shuffled windows = 50



DET = 0.405345

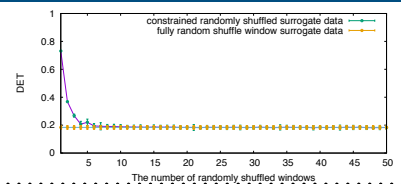
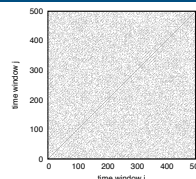
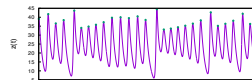
5. 結果

時系列信号

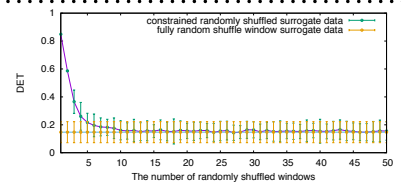
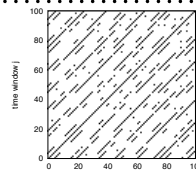
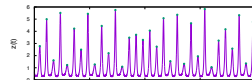
Recurrence plot

制約付きランダムシャッフルサロゲートデータ

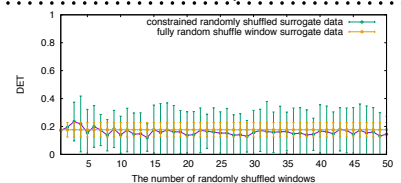
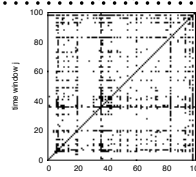
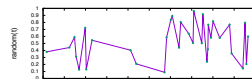
Lorenz方程式



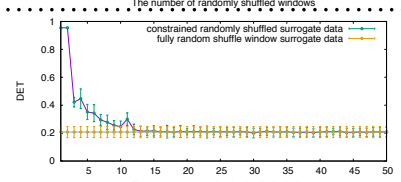
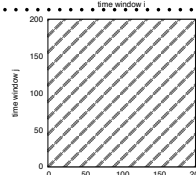
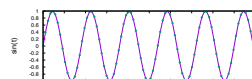
Rössler方程式



IEIはPoisson過程 マークは一樣乱数



Sin関数



6. まとめ

決定論的カオス応答を示す時系列に対して、DETの減少速度に違いが見られた。

この減少速度が時系列間の予測限界を表すリアプノフ指数と相関があるか追加調査を行い、決定論性の持続性を評価できるか定量的な解析を行う。
また、分割する時間窓幅によっては、各種時系列の特徴が潰れてしまうため、適切な時間窓幅を決定できる評価手法を導入する。

参考文献

- [1] S. Ghoshghaie, W. Breyann, J. Peinke, P. Talkner and Y. Dodge. Turbulent cascades in foreign exchange markets. *Nature*, Vol. 381, No. 6585, pp. 767, 1996.
- [2] T. Lux and M. Marchesi. Scaling and criticality in a stochastic multi-agent model of a financial market. *Nature*, Vol. 397, No. 6719, p. 498, 1999.
- [3] Ch. Renner, J. Peinke, and R. Friedrich. Evidence of markov properties of high frequency exchange rate data. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 298, No. 3, pp. 499–520, 2001.
- [4] Y. Hirata and K. Aihara. Timing matters in foreign exchange markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 391, No. 3, pp. 760–766, 2012.
- [5] S. Suzuki, Y. Hirata, and K. Aihara. Definition of distance for marked point process data and its application to recurrence plot-based analysis of exchange tick data of foreign currencies. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 20, No. 11, pp. 3699–3708, 2010.
- [6] N. Marwan, MC. Romano, M. Thiel, and J. Kurths. Recurrence plots for the analysis of complex systems. *Physics reports*, Vol. 438, No. 5, pp. 237–329, 2007.
- [7] 池口徹, 山田泰司, 小室元政. カオス時系列解析の基礎と応用. 合原一幸. 産業図書. 2002.

発表文献

- [P1] Koei Yamamoto, Yutaka Shimada, Kantaro Fujiwara, and Tohru Ikeguchi. "Nonlinear Analysis on Temporally High Resolution Data of Stock Markets in Japan." *Proceedings of the 2018 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2018)*, pp. 434-437, 2018.
- [P2] 山本 祐平, 島田 祐, 藤原 寛太郎, 池口 徹. "1日の株価変動に対する非線形解析." 2018年電子情報通信学会NOLTAソサイエティ大会, A-17, 2018.
- [P3] 山本 祐平, 島田 祐, 藤原 寛太郎, 池口 徹. "高速株式取引データに対する非線形解析." 電子情報通信学会 2018年総合大会講演論文集, N-1-23, 2018.
- [P4] 山本 祐平, 島田 祐, 池口 徹. 電子情報通信学会 技術研究報告 2018年1月発表予定

LOTO6 に対する非線形時系列解析

金丸志生¹島田裕²藤原寛太郎^{1,3,4}池口徹^{1,3}東京理科大学 工学部 経営工学科¹埼玉大学 大学院理工学研究科²東京理科大学 工学部 情報工学科³東京大学国際高等研究所 ニューロインテリジェンス国際研究機構⁴

1 はじめに

宝くじは世界の各国で行われている。宝くじの抽選には、真にランダムであることが求められる。日本の有名な宝くじの一つに LOTO6 がある。LOTO6 は、1 から 43 の整数値から、6 つの数字を選んで、当選数字と一致した数によって賞金が支払われる宝くじである。

本稿では、LOTO6 の抽選結果に対して、非線形時系列解析手法を適用することでそのランダム性に関して調査した結果を報告する。また、実データをランダムシャッフルしたサロゲートデータと比較した結果についても報告する。

2 データ

LOTO6 は平成 30 年 3 月 26 日までに、 $N = 1,262$ 回の抽選が行われている。抽選結果は、Web サイト [1] にて公開されている。抽選数字は昇順に並び替え提示されている。そのため、第 n ($1 \leq n \leq N$) 回目の抽選で選ばれた 6 つの数字のうち s 番目に小さい抽選数字を $l_{n,s}$ とすると、 N 行 6 列の行列 $\mathbf{L} = [l_{n,s}]$ として考えることができる。 $\mathbf{L}$ を時系列データとするために、式 (1) の正規化を施す。

$$X_n = \frac{\sqrt{l_{n,1}^2 + l_{n,2}^2 + \dots + l_{n,6}^2}}{\sqrt{38^2 + 39^2 + \dots + 43^2}} \quad (1)$$

この処理によって、抽選結果 $\mathbf{L}$ から、時系列データ $\mathbf{X} = \{X_1, \dots, X_n, \dots, X_N\}$ が得られる。観測可能な X_n の値域は、 $0.096 \left(\equiv \frac{\sqrt{1^2 + 2^2 + \dots + 6^2}}{\sqrt{38^2 + 39^2 + \dots + 43^2}} \right) \leq X_n \leq 1$ である。

3 実験

本稿では、非線形時系列解析手法として、リカレンスプロット (以下、RP) [2] を導入した。LOTO6 の抽選結果 $\mathbf{L}$ から算出した $\mathbf{X}$ と $\mathbf{X}$ をランダムシャッフル (以下、RS) した 50 個のサロゲートデータ [3] に対して RP を作成した。 $\mathbf{X}$ と RS サロゲートデータのデータ数は共に $N = 1,262$ である。その際、決定論性を測るための指標として DET [2] を算出した。

実データ $\mathbf{X}$ と一つの RS サロゲートデータ例の RP を図 1 に示す。図 1(a) と図 1(b) を見ると、プロットに偏りがなく、実データ $\mathbf{X}$ はランダム性を有していると考えられる。しかし、再構成状態空間の次元数 $m = 10$ とした図 1(c) と図 1(d) では、対象データが決定論性を有すると示唆される斜め線が観測された。ただし、RS サロゲートデータを対象とした場合でも、同様の性質が出現している。再構成状態空間の次元数 m を変化させたときの実データ $\mathbf{X}$ と 50 個の RS サロゲートデータから算出した DET の推移を図 2 に示す。図 2 より、実データより推定された DET の値は徐々に増加することが分かる。しかし、実データ $\mathbf{X}$ とその RS サロゲートデータについての DET に有意差はなく、LOTO6 の抽選結果がランダム性を持たないとする帰無仮説は棄却できないことが分かる。

4 結論

本稿では、日本の宝くじである LOTO6 の抽選結果に対する非線形時系列解析を適用することで、そのランダム性の存在に関する調査を行なった。具体的には、LOTO6 の抽選結果を、1

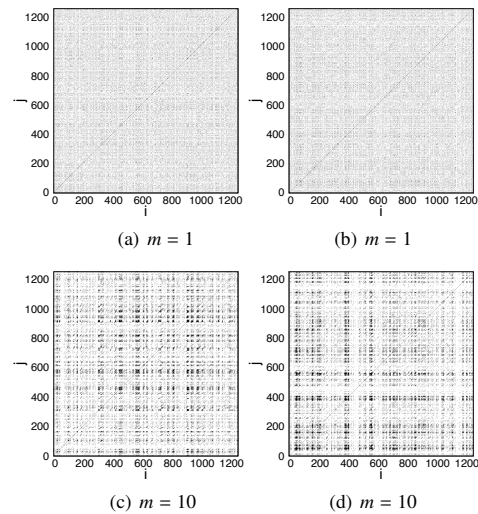


図 1. (a), (c) 実データと (b), (d) RS サロゲートデータを対象として m 次元再構成状態空間にて求めた RP.

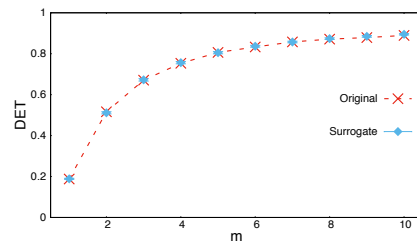


図 2. m を変化させたときの DET の推移。実データ $\mathbf{X}$ (破線) と 50 個の RS サロゲートデータの平均値とエラーバー。

次元の時系列データへと変換し、再構成状態空間内で RP を作成した。その結果、再構成状態空間の次元数を増加させることで、決定論性を示唆する斜め線が観測されたが、RS サロゲートデータに対しても同様の結果となった。また、決定論性を検出する指標である DET を算出し、実データと RS サロゲートデータの差を比較した。結果として、LOTO6 の実データとその RS サロゲートデータに対する解析結果は同様の傾向を示すこと、従って、LOTO6 の抽選結果はランダム性を有していないとする帰無仮説は棄却できないことが示された。

なお、本研究の一部は JSPS 科研費 (No.16K16126, 15K12137, 16K16138, 15KT0112, 17K00348) の援助を受けて行われた。

参考文献

- [1] “LOTO6 過去の抽選結果”, <http://www.takarakuji.net.co.jp/lotof6/index2.html>, 最終閲覧日 平成 30 年 3 月 26 日。
- [2] N. Marwan, et al., Physics Reports, Vol. 438, No. 5, pp. 237–329, 2007.
- [3] 池口徹, 山田泰司, 小室元政. カオス時系列解析の基礎と応用. 合原一幸編. 産業図書, 2002.

A-19

LOTO6に対する非線形時系列解析

○金丸志生¹, 島田裕², 藤原寛太郎³, 池口徹⁴¹東京理科大学 工学部 経営工学科 ²埼玉大学大学院 理工学研究科 ³東京大学国際高等研究所 ニューロンインテリジェンス国際研究機構 ⁴東京理科大学 工学部 情報工学科

LOTO6の抽選結果に決定論性は見られず、ランダム性を示唆する結果を得た！

目的 宝くじの抽選結果に、非線形時系列解析手法を適用し、決定論性が隠れているか調査をする。**データ** LOTO6の過去の抽選結果^[1]を時系列データとする。

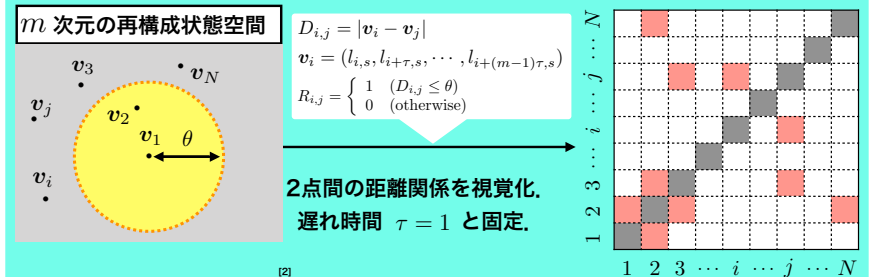
回数	抽選数字 ($l_{n,s} < l_{n,s+1}$)					
1	$l_{1,1}$	$l_{1,2}$	$l_{1,3}$	$l_{1,4}$	$l_{1,5}$	$l_{1,6}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	$l_{n,1}$	$l_{n,2}$	$l_{n,3}$	$l_{n,4}$	$l_{n,5}$	$l_{n,6}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
N	$l_{N,1}$	$l_{N,2}$	$l_{N,3}$	$l_{N,4}$	$l_{N,5}$	$l_{N,6}$

LOTO6とは

1から43の数字 ($l_{n,s} \in \mathbb{N}$) の中から、異なる6つの数字を選び、抽選数字と一致した数によって賞金が支払われる宝くじ。

解析手法 列毎に決定論性が存在するかを調査するために、 s 列目を1つの時系列データ (L_s) として考え、リカレンスプロット^[2]を適用する。

*リカレンスプロット (RP)

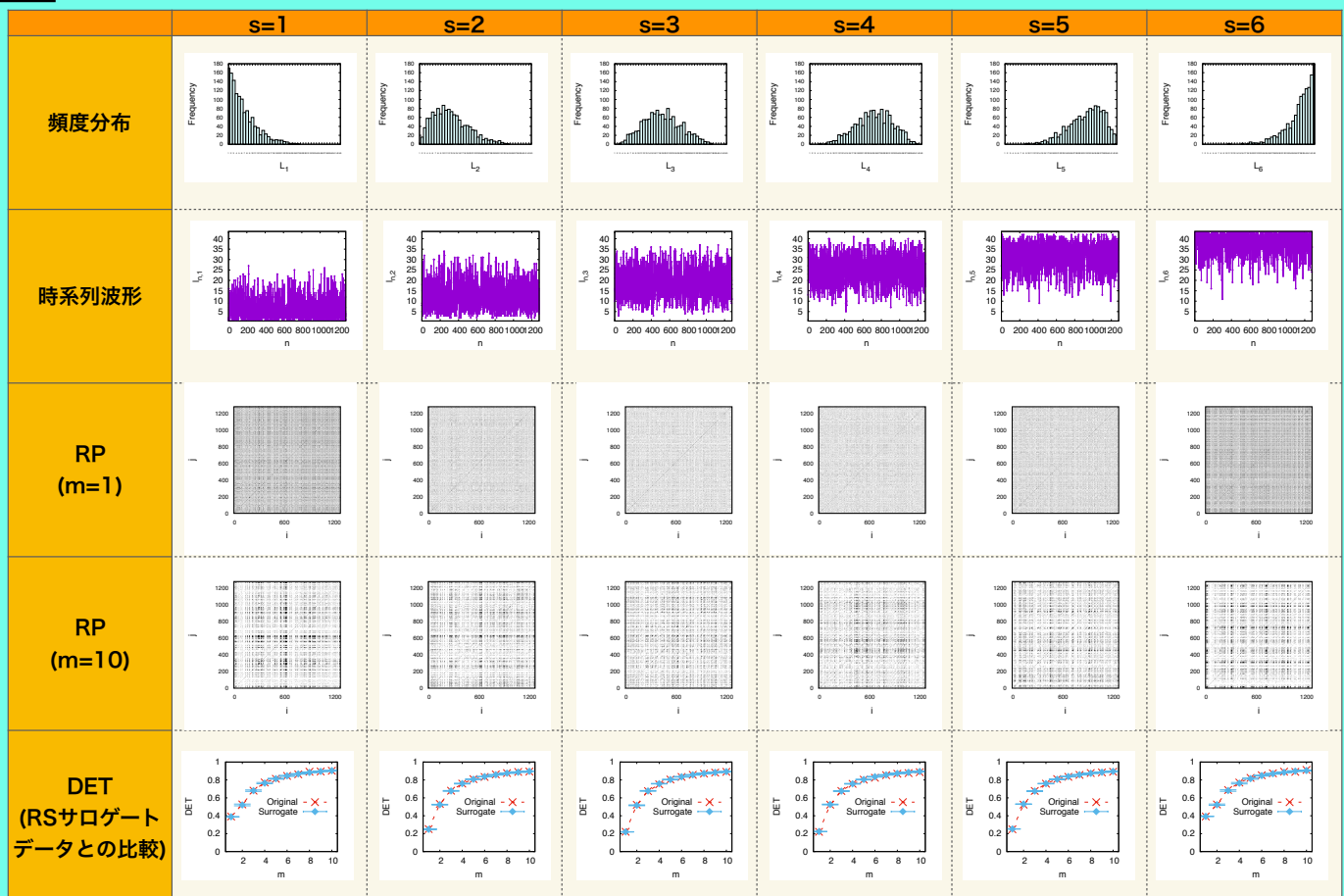
*DET (determinism)^[2]

$$DET = \frac{\sum_{w=\min}^N wP(w)}{\sum_{w=1}^N wP(w)}$$

w_{min} : 最短の斜め線の長さ
 $P(w)$: 長さ w の斜め線の本数

$$P(w) = \sum_{i,j=1}^N (1 - R_{i-1,j-1})(1 - R_{i+w,j+w}) \prod_{k=0}^{w-1} R_{i+k,j+k}$$

連続的に近傍に留まり続けるという特徴が、斜め線として現れる。→ 決定論性を検出する指標。値域は、 $0 \leq DET \leq 1$ 。
 1に近づくほど決定論性を有することを示唆する。

結果**ランダムシャッフル (RS) サロゲートデータ^[3]**

元の時系列データをランダムに入れ替え、時間的な相関を壊したデータ。
 20種類のRSサロゲートデータを作成し、元のデータに対するDETの差を比較する。

参考文献

- [1] "LOTO6 過去の抽選結果", <http://www.takarakuji-net.co.jp/lotto6/index2.html>, 最終閲覧日 平成30年5月31日。
 [2] N. Marwan, et al., Physics Reports, Vol. 438, No. 5, pp. 237–329, 2007.
 [3] 池口徹, 山田泰司, 小室元政, カオス時系列解析の基礎と応用, 合原一幸編, 産業図書, 2002.

査読なし国内学会

異なる不応性を有するニューラルネットワークによる グラフ的シュタイナー木問題の解探索性能の比較

藤田 実沙[†] 木村 貴幸^{††} 池口 徹^{†,†††}

[†] 東京理科大学大学院 工学研究科 経営工学専攻 〒125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1

^{††} 日本工業大学 基幹工学部 電気電子通信工学科 〒345-8501 埼玉県南埼玉郡宮代町学園台 4-1

^{†††} 東京理科大学 工学部 情報工学科 〒125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1

E-mail: [†]misafujita@hisenkei.net

あらまし 我々は既に、カオスニューラルネットワークを用いたグラフ的シュタイナー木問題の解法を提案し、それが良い性能を示すことを報告している。本報告では、グラフ的シュタイナー木問題に対するカオスニューラルネットワークを用いた解法の性能を、タブーサーチニューラルネットワーク、指数減衰タブーサーチニューラルネットワークを用いた解法の性能と比較する。これにより、どのような不応性が解探索性能に影響を与えるかを検討する。数値実験の結果、指数減衰タブーサーチニューラルネットワークを用いた解法は、タブーサーチニューラルネットワーク、カオスニューラルネットワークを用いた解法よりも良い性能を示すことを確認した。

キーワード グラフ的シュタイナー木問題、タブーサーチニューラルネットワーク、指数減衰タブーサーチニューラルネットワーク、カオスニューラルネットワーク

Solvable Performance and Refractory Effects of Neural Networks for Solving the Steiner Tree Problem in Graphs

Misa FUJITA[†], Takayuki KIMURA^{††}, and Tohru IKEGUCHI^{†,†††}

[†] Department of Management Science, Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science
6-3-1 Nijuku, Katsushika-ku, Tokyo, 125-8585 Japan

^{††} Department of Electrical, Electronics, and Communication Engineering,
Faculty of Fundamental Engineering, Nippon Institute of Technology
4-1 Gakuendai, Miyashiro, Minami-Saitama-gun, Saitama, 345-8501 Japan

^{†††} Department of Information and Computer Technology, Faculty of Engineering, Tokyo University of
Science

6-3-1 Nijuku, Katsushika-ku, Tokyo, 125-8585 Japan

E-mail: [†]misafujita@hisenkei.net

Abstract We have already proposed a method using a chaotic neural network for solving the Steiner tree problem in graphs. In this report, we investigated the relationship between the solvable performance and the refractoriness embed in the chaotic neural network. To resolve this issue, we compared the performance of the methods using the tabu search neural network, the exponential tabu search neural network, and the chaotic neural network for solving the Steiner tree problem in graphs. These methods have different refractoriness. The results of numerical experiments revealed that the exponential tabu search neural network shows the best performance among these methods.

Key words The Steiner tree problem in graphs, the tabu search neural network, the exponential tabu search neural network, the chaotic neural network

1. ま え が き

グラフ的シュタイナー木問題は、頂点集合 V 、枝集合 E 、枝の重み関数 c からなる重み付き無向グラフ $G = (V, E, c)$ と必須点集合 $T \subseteq V$ が与えられたとき、 T を連結する木の中で、木に含まれる枝の重みの和が最小となる「最小シュタイナー木」を求める問題である。グラフ的シュタイナー木問題の目的関数は式 (1) により表される。

$$\min \sum_{e \in E} c(e)z(e), \quad (1)$$

ただし、 $c(e)$ は枝 e の重み、 $z(e)$ は枝 e の決定変数で、

$$z(e) = \begin{cases} 1 & (e \in E_S) \\ 0 & (\text{otherwise}), \end{cases} \quad (2)$$

である。式 (2) において、 E_S はシュタイナー木に含まれる枝集合である。グラフ的シュタイナー木問題は NP 困難な組合せ最適化問題である [1] ため、厳密解法だけでなく近似解法についても盛んに研究されている。

グラフ的シュタイナー木問題は工学的にさまざまな応用が期待されている。例えば、必須点を電子回路における素子の電源端子とする。このとき、接続可能な頂点間に枝を張ると、得られた最小シュタイナー木は最も効率的な配線をする基盤の穴あけ箇所となる。近年、電子回路は小型化・高周波化が進み、配線が複雑になっている。そのため、回路図から配線図を自動で設計するソフトウェアが望まれている。グラフ的シュタイナー木問題に対する高速で正確な近似解法を開発することで、配線図の自動設計に対する寄与となる。

巡回セールスマン問題、二次割当問題、配送計画問題などの種々の組合せ最適化問題に対して、カオスニューラルネットワークを用いた解法が提案され、良い解探索性能を示すことが報告されている [2]~[5]。我々は既に、カオスニューラルネットワークを用いた解法がグラフ的シュタイナー木問題に対しても良い解探索性能を示すことを報告している [6]~[8]。しかし、カオスニューラルネットワークをグラフ的シュタイナー木問題に用いた場合、何が良い解探索に影響を与えているのかはまだ明らかになっていない。

一方、モチーフ抽出問題に対しては、カオスニューロンが持つ「一度発火したあとしばらくの間は発火しない」という振舞いが解探索性能に良い影響を与えることが報告されている [9]。そこで本報告では、グラフ的シュタイナー木問題に対して、不応性効果の観点から解析を行う。具体的には、不応性効果が一定期間持続するタブーサーチ、不応性効果が時間経過と共に減衰する指数減衰タブーサーチ、時間減衰する不応性効果とアナログ活性化関数によりカオス的な振舞いをするカオスサーチを用いた解法の性能を比較する。これにより、どのような不応性がグラフ的シュタイナー木問題の解探索性能に影響を与えるかを検討する。

2. 手 法

本章では、本報告で比較する解探索手法について述べる。まず、構築法について述べ、次に局所探索法について述べる。最後にニューラルネットワークについて述べる。

2.1 構築 法

本報告では、構築法として Distance Network Heuristic (DNH) [10] を使用した。DNH は必須点間の最短経路に基づいてシュタイナー木を構築する手法である。DNH の例を図 1 に示す。まず、必須点のみからなる重み付き無向完全グラフを構築する (図 1(b))。必須点間の距離は入力グラフ上での最短距離とする。次に、重み付き無向完全グラフの最小全域木を構築する (図 1(c))。最後に、最小全域木に含まれる枝を入力グラフ上での最短経路に置き換え、シュタイナー木とする (図 1(d))。

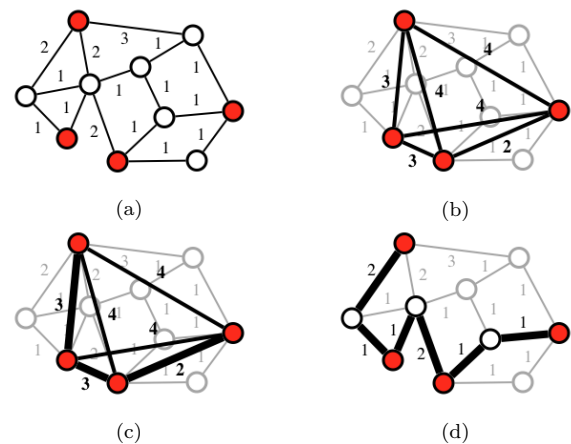


図 1 DNH の例。円が頂点、線が枝、数字が各枝の重みを表す。赤円が必須点、最太線がシュタイナー木に含まれる枝を表す。(a) は入力グラフである。(b) は (a) の必須点のみからなる完全グラフである。中太線が完全グラフに含まれる枝を表す。(c) は (b) の最小全域木である。(d) は (c) に含まれる枝を (a) での最短経路に置き換えたものである。これが DNH で得られたシュタイナー木となる。

2.2 局所探索法

本報告では、局所探索法として Steiner Vertex Insertion (SVI) と Steiner Vertex Elimination (SVE) の 2 種類の方法を使用した [11]。最小シュタイナー木 S に含まれる頂点集合 $V_S \subseteq V$ があるとき、 S は入力グラフ G において V_S を張る最小全域木と等しい。このことから、シュタイナー木は頂点集合のみで表現することができる。

SVI は現在のシュタイナー木に含まれていない頂点を現在のシュタイナー木に挿入することによって近傍解を生成する手法である。SVI の例を図 2 に示す。図 2(a) のシュタイナー木に斜線の頂点を挿入するとする。まず、現在のシュタイナー木に含まれる頂点と斜線の頂点からなる頂点集合を考える。この頂点集合と、この頂点集合に含まれる頂点間に存在する枝集合からなる部分グラフを構築する (図 2(b))。次に、構築した部分グラフの最小全域木を構築する (図 2(c))。構築した最小全域木の葉に必須点でない頂点があった場合、その頂点に枝を張る

必要はないため、木からその頂点とその頂点に繋がる枝を削除し、シュタイナー木を得る (図 2(d)).

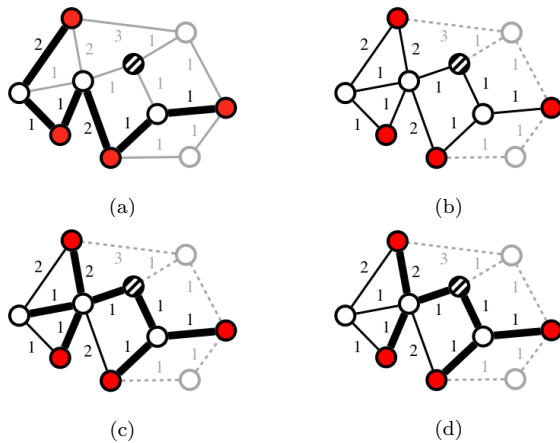


図 2 SVI の例. (a) は現在解である. (a) のシュタイナー木に斜線の頂点を挿入する. (b) は (a) のシュタイナー木に斜線の頂点を挿入した頂点集合と, その頂点集合に含まれる枝集合である. (c) は (b) の最小全域木である. (d) は (c) の葉が全て必須点になるように不要な頂点と枝を削除して得られたシュタイナー木である.

SVE は現在のシュタイナー木に含まれている頂点を現在のシュタイナー木から削除することによって近傍解を生成する方法である. SVE の例を図 3 に示す. 図 3(a) のシュタイナー木から斜線の頂点を削除するとする. まず, 現在のシュタイナー木に含まれる頂点から斜線の頂点を削除した頂点集合を考える. この頂点集合と, この頂点集合に含まれる頂点間に存在する枝集合からなる部分グラフを構築する (図 3(b)). 次に, 構築した部分グラフの最小全域木を構築する (図 3(c)). 図 3(c) は葉が全て必須点になっているため, これをそのまま得られたシュタイナー木とする.

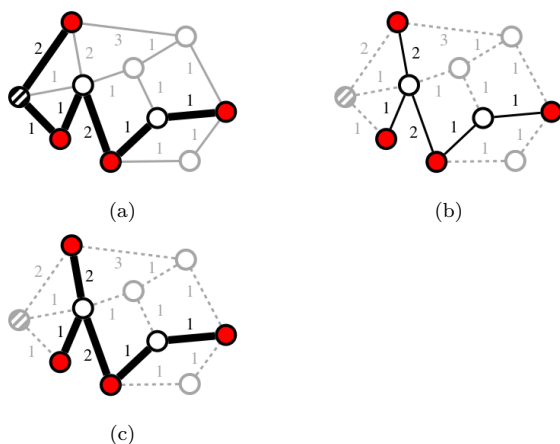


図 3 SVE の例. (a) は現在解である. (a) のシュタイナー木から斜線の頂点を削除する. (b) は (a) のシュタイナー木から斜線の頂点を削除した頂点集合と, その頂点集合に含まれる枝集合である. (c) は (b) の最小全域木である. 葉が全て必須点であるため, これを得られたシュタイナー木とする.

2.3 メタヒューリスティクス

本報告では, メタヒューリスティクスとしてタブーサーチ, 指数減衰タブーサーチ, カオスサーチの 3 種類の方法を使用した [3]. 各手法はニューラルネットワークとして実装した. ニューラルネットワークは入力グラフの頂点数分のニューロンにより構成される. 各ニューロンは各頂点に対応させた. つまり, ニューロン i が発火したとき, 頂点 i に対応する近傍解に遷移する.

ニューロンの内部状態の更新式を式 (3) から (5) に示す.

$$\xi_i(t+1) = \beta(C(t) - C_i(t)), \quad (3)$$

$$\zeta_i(t+1) = -\alpha \sum_{d=0}^s k_r^d x_i(t-d) + \theta, \quad (4)$$

$$\eta_i(t+1) = -W \sum_{l=1}^n x_l(t) + W. \quad (5)$$

式 (3) は利得効果を表す. β は利得効果の調整パラメータ, $C(t)$ は時刻 t での現在解のコスト, $C_i(t)$ は時刻 t でのニューロン i に対応する近傍解のコストである. 式 (4) は不応性効果を表す. α は不応性効果の調整パラメータ, s はタブー期間, k_r は減衰パラメータ, $x_i(y)$ は時刻 y でのニューロン i の出力, θ はバイアスである. 式 (5) はニューラルネットワークの発火率を調整する. W は結合荷重, n は入力グラフ G の頂点数である. また, ニューロンの出力は式 (6) で決定する.

$$x_i(t+1) = f\{\xi_i(t+1) + \zeta_i(t+1) + \eta_i(t+1)\} \quad (6)$$

ただし, f はシグモイド関数 $f(y) = 1/(1 + e^{-y/\epsilon})$, ϵ は先鋭度である.

このニューラルネットワークはパラメータと発火判定方法によってタブーサーチ, 指数減衰タブーサーチ, カオスサーチとなる. 各メタヒューリスティクスを実現するパラメータの設定を表 1 に示す. また, 各メタヒューリスティクスの不応性効果の振舞いの違いを図 4 に示す. 図 4 では, 実線が不応性効果の時系列, 点線がニューロンが発火した時刻を表す. タブーサーチはタブー期間の間は $\zeta(t) = -\alpha$ となり, 指数減衰タブーサーチはタブー期間の間に $\zeta(t)$ が指数関数的に減衰する. カオスサーチはタブーサーチや指数減衰タブーサーチとは異なり, 過去の $\zeta(t)$ の全ての情報を保持する. リセットが入らないため, 同じ値を繰り返さないことが分かる.

表 1 各メタヒューリスティクスを実現するパラメータ一覧. TS はタブーサーチ, E-TS は指数減衰タブーサーチ, CS はカオスサーチを意味する.

	TS	E-TS	CS
β	> 0.0	> 0.0	> 0.0
α	∞	> 0.0	> 0.0
s	> 0	> 0	$t-1$
k_r	1.0	< 1.0	< 1.0
θ	0.0	0.0	> 0.0
W	0.0	0.0	> 0.0
ϵ	0.0	0.0	> 0.0

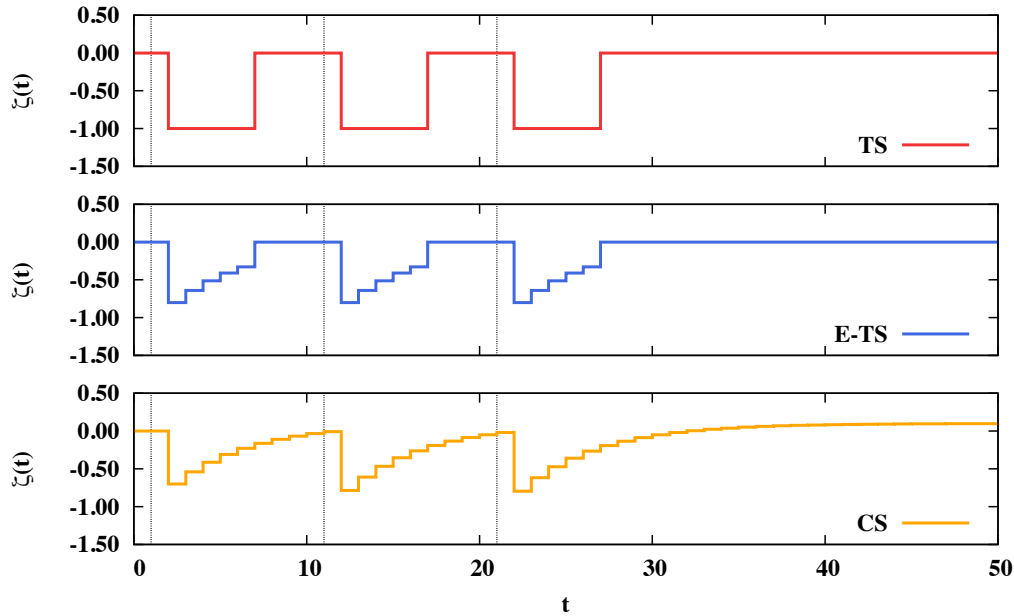


図 4 各メタヒューリスティクスの不応性効果の振舞いの違い。上段がタブーサーチ、中段が指数減衰タブーサーチ、下段がカオスサーチである。ニューロン発火後の不応性効果の振舞いを比較するため、どのメタヒューリスティクスでも $\alpha = 1.0$, $t = 1, 11, 21$ でニューロンが発火するとした。実線が不応性効果の時系列、点線がニューロンが発火した時刻を表す。その他のパラメータは、タブーサーチでは $s = 5$, $k_r = 1.0$, $\theta = 0.0$, 指数減衰タブーサーチでは $s = 5$, $k_r = 0.9$, $\theta = 0.0$, カオスサーチでは $s = t - 1$, $k_r = 0.9$, $\theta = 0.01$ とした。

タブーサーチと指数減衰タブーサーチは、イタレーションごとに内部状態値が最大のニューロンを発火と判定する。一方、カオスサーチは、ニューロンの出力が閾値を超えたら発火と判定する。複数のニューロンが発火した場合、イタレーションごとに最も早く発火したニューロンに対応する近傍解に遷移する。

3. 数値実験

異なる不応性を有するタブーサーチ、指数減衰タブーサーチ、カオスサーチの解探索性能を比較するため、数値実験を行った。実験条件は以下の通りである。性能の比較には SteinLib [12] のベンチマーク問題を使用した。使用したベンチマーク問題の特徴を表 2 に示す。現在解から近傍解を生成する際には、必須点以外の全ての頂点をランダムに走査し、走査する頂点 v が $v \notin V_S$ であれば SVI を適用し、 $v \in V_S$ であれば SVE を適用した。現在解に対して全ての近傍解を走査することを 1 イタレーションと定義し、イタレーション数の上限は 100 回とした。最小全域木の根は必須点からランダムに選択し、頂点の走査順もイタレーションごとにランダムとした。性能の評価は最適解からの誤差率 Gap (式 (7)) で行った。

$$\text{Gap} = ((C_{\text{obt}} - C_{\text{opt}})/C_{\text{opt}}) \cdot 100[\%] \quad (7)$$

ただし、 C_{obt} は数値実験により得られた解のコスト、 C_{opt} は最適解のコストである。ランダム性を含むため、1 小間に対して必須点数回実行し、誤差率の最良値、平均値、最悪値、標準偏差

を比較した。また、調整が必要な各パラメータは予備実験の結果を元に設定した。まず、タブーサーチでは、タブー期間 s を 2 から 20 まで 2 ずつ変化させた。次に、指数減衰タブーサーチでは、利得効果の調整パラメータ β を 0.0001 から 1 まで 10 倍ずつ変化、タブー期間 s を 2 から 20 まで 2 ずつ変化、減衰パラメータを 0.75 から 0.90 まで 0.05 ずつ変化させた。最後に、カオスサーチでは、利得効果の調整パラメータ β を 0.0001 から 1 まで 10 倍ずつ変化、減衰パラメータ k_r を 0.75 から 0.90 まで 0.05 ずつ変化、バイアス θ を 0.0001 から 1 まで 10 倍ずつ変化、結合荷重 W を 0.0001 から 1 まで 10 倍ずつ変化させた。ベンチマーク問題ごとに、平均誤差率が最も低くなったパラメータを採用した。また、カオスニューラルネットワークでは、ニューロンの出力が 0.5 以上のとき発火とした。

表 2 数値実験に使用したベンチマーク問題の特徴一覧。

問題名	小問数	頂点数	枝数	必須点数
B	18	50 ~ 100	63 ~ 200	9 ~ 50
I080	100	80	120 ~ 3160	6 ~ 20
P4E	11	100 ~ 200	4950 ~ 19900	5 ~ 100
P4Z	10	100	4950	5 ~ 50

数値実験の結果を表 3~ 表 6 に示す。最良値は小問ごとの誤差率の最良値の平均値、平均値は小問ごとの誤差率の平均値の平均値、最悪値は小問ごとの誤差率の最悪値の平均値、標準偏差は小問ごとの誤差率の標準偏差の平均値である。

表 3～表 6 から、タブーサーチ、指数減衰タブーサーチ、カオスサーチの中では、指数減衰タブーサーチが最も平均誤差率が低く、良い性能を示すことが分かる。また、図 5 にベンチマーク問題別に小問ごとの平均誤差率を示す。図 5 から、指数減衰タブーサーチはどの小問に対しても平均的に良い解を得ていることが分かる。

表 3 ベンチマーク問題 B の数値実験結果.

手法名	最良値	平均値	最悪値	標準偏差
TS	0.00	0.17	0.32	0.08
E-TS	0.00	0.16	0.17	0.04
CS	0.00	0.27	0.55	0.18

表 4 ベンチマーク問題 I080 の数値実験結果.

手法名	最良値	平均値	最悪値	標準偏差
TS	0.13	0.78	1.95	0.67
E-TS	0.13	0.64	1.47	0.46
CS	0.24	1.13	2.56	0.80

表 5 ベンチマーク問題 P4E の数値実験結果.

手法名	最良値	平均値	最悪値	標準偏差
TS	0.00	0.00	0.00	0.00
E-TS	0.00	0.00	0.00	0.00
CS	0.00	0.00	0.00	0.00

表 6 ベンチマーク問題 P4Z の数値実験結果.

手法名	最良値	平均値	最悪値	標準偏差
TS	0.00	0.44	1.09	0.40
E-TS	0.00	0.16	0.58	0.17
CS	0.00	0.17	0.58	0.18

4. 結 論

本報告では、グラフのシュタイナー木問題に対して、不応性効果に着目した解析を行った。具体的には、タブーサーチ、指数減衰タブーサーチ、カオスサーチを用いた解法の性能の比較である。数値実験の結果から、今回対象とした問題に対しては、指数減衰タブーサーチが最も良い性能を示すことが分かった。このことから、グラフのシュタイナー木問題に対しては不応性効果 (タブー効果) が指数関数的に減衰する解探索手法が効果的であると考えられる。

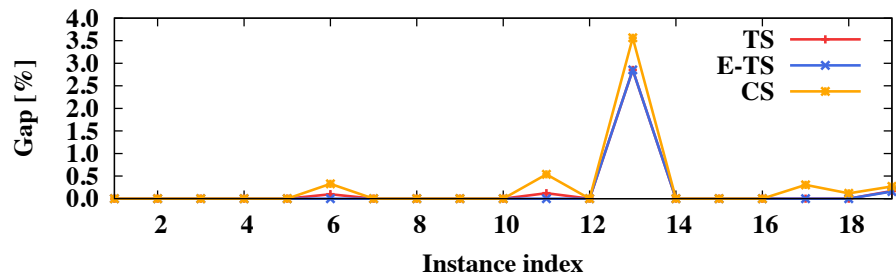
本研究の一部は JSPS 科研費 (No. 18J10671, 16K21327, 17K00348, 15TK0112) の助成を受けたものである。

文 献

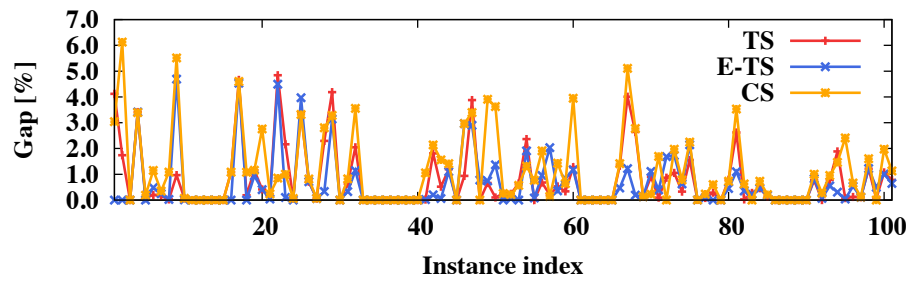
- [1] R. M. Karp, “Reducibility among combinatorial problems,” in *Complexity of computer computations*, pp. 85–103, 1972.
- [2] M. Hasegawa, T. Ikeguchi, and K. Aihara, “Combination of chaotic neurodynamics with the 2-opt algorithm to solve traveling salesman problems,” *Physical Review Letters*, vol. 79, no. 12, 2344, 1997.
- [3] M. Hasegawa, T. Ikeguchi, and K. Aihara, “Solving large

scale traveling salesman problems by chaotic neurodynamics,” *Neural Networks*, vol. 15, no. 2, pp. 271–283, 2002.

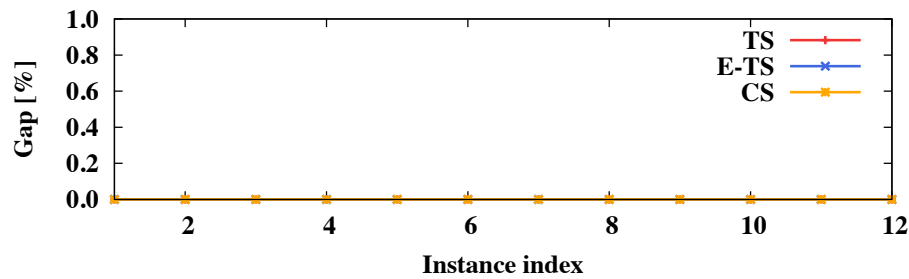
- [4] M. Hasegawa, T. Ikeguchi, and K. Aihara, “A novel chaotic search for quadratic assignment problems,” *European Journal of Operational Research*, vol. 139, no. 3, pp. 543–556, 2002.
- [5] 星野 聖, 木村 貴幸, 池口 徹, “時間枠制約付き配送計画問題に対するカオスダイナミクスを用いたメタヒューリスティック解法,” 電子情報通信学会論文誌 A, vol. 90–A, no. 5, pp. 431–441, 2007.
- [6] M. Fujita, T. Kimura, and T. Ikeguchi, “Solving the Steiner Tree Problem in Graphs by Chaotic Neural Network using Key Path Neighborhood,” *Proceedings of the 12th Metaheuristics International Conference(MIC 2017)*, pp. 834–836, 2017.
- [7] M. Fujita, T. Kimura, K. Fujiwara, and T. Ikeguchi, “Evaluation of the performance of the chaotic neural network for solving the Steiner tree problem in graphs with incidence costs,” *Proceedings of the 2017 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2017)*, pp. 712–715, 2017.
- [8] M. Fujita, T. Kimura, K. Fujiwara, and T. Ikeguchi, “Solving the Steiner Tree Problem in Graphs Using the Key-Path Based Neighborhood with the kth Shortest Path,” in *Proceedings of the 2018 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2018)*, pp. 61–64, 2018.
- [9] T. Matsuura, K. Numata, and T. Ikeguchi, “Searching characteristics of chaotic neurodynamics for combinatorial optimization,” *Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE*, vol. 3, no. 4, pp. 573–585, 2012.
- [10] L. Kou, G. Markowsky, and L. Berman, “A fast algorithm for Steiner trees,” *Acta Informatica*, vol. 15, pp. 141–145, 1981.
- [11] E. Uchoa and R. F. Werneck, “Fast local search for the Steiner problem in graphs,” *ACM Journal of Experimental Algorithms*, vol. 17, no. 2, article 2.2, 2012.
- [12] T. Koch, A. Martin, and S. Voß, “Steinlib: An updated library on Steiner tree problems in graphs,” in X. Cheng, D. Du eds. *Steiner Trees in Industry*, pp. 285–325, *Springer US*, 2001.



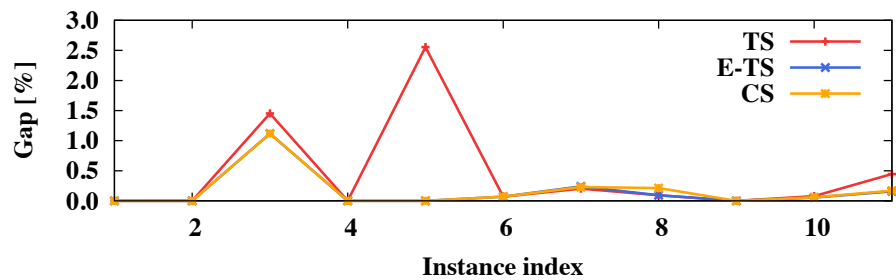
(a) B



(b) I080



(c) P4E



(d) P4Z

図5 ベンチマーク問題別の小問ごとの平均誤差率の比較. どのベンチマーク問題でも, 指数減衰タブーサーチ (E-TS) が他の手法よりも誤差率の低い解を得ている.

ネットワーク構造の違いが因果関係の推定精度に与える影響について

澤田 和弥[†] 島田 裕^{††} 池口 徹^{†,†††}

[†] 東京理科大学 工学部 経営工学科

〒125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1

^{††} 埼玉大学大学院 理工学研究科

〒338-8570 埼玉県さいたま市桜区下大久保 255

^{†††} 東京理科大学 工学部 情報工学科

E-mail: tsawada@hisenkei.net

あらまし 本稿では、力学系の埋め込み理論に基づく因果性の推定手法である Convergent Cross Mapping を結合ロジスティック写像に対して適用した結果を報告する。具体的なネットワークの構造として Watts-Strogatz モデルを用いている。このネットワークに対し、枝のつなぎ変え確率を変化させた際に、各頂点間の因果関係の推定精度がどのように変化するかを調査した。また、ネットワークのコミュニティ構造の有無による因果関係の推定精度の違いについても調査した。その結果、ネットワーク構造の違いは因果関係の推定精度には影響を与えないということが示唆された。
キーワード 因果推定, Convergent Cross Mapping, 結合ロジスティック写像, Watts-Strogatz モデル

Estimation accuracy of causal relation on difference in network structures

Kazuya SAWADA[†], Yutaka SHIMADA^{††}, and Tohru IKEGUCHI^{†,†††}

[†] Department of Management Science, Faculty of Engineering, Tokyo University of Science

Nijjuku 6-3-1, Katsushika-ku, Tokyo, 125-8585, Japan

^{††} Sitama University

255 Shimo-Okubo, Sakuraku, Saitama City, Saitama 338-8570, Japan

^{†††} Department of Information and Computer Technology, Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science

E-mail: tsawada@hisenkei.net

Abstract In this paper, we applied Convergent Cross Mapping to estimate causal relations between multiple timeseries. We used a coupled logistic map to produce the multiple timeseries, and the Watts-Strogatz model as a network structure. For this network, we examined how the estimation accuracy of the causal relationship between each vertex changes with various rewiring probabilities. We also investigated the estimation accuracy of the causal relation depending on the existence of the community structure in the network. As a result, it was suggested that the difference in the network structure does not affect the estimation accuracy of the causal relation.

Key words Causality estimation, Convergent Cross Mapping, Coupled logistic map, Watts-Strogatz model

1. はじめに

様々な事象間の因果関係を明らかにすることはどの分野でも重要な課題である。因果関係が存在するということは、ある事象が別の事象に影響しているということである。例えば、大気中の温室効果ガスが増えると気温が上がるとする。このとき、「大気中の温室効果ガスが増えること」が原因であり、「気温が上がること」が結果である。本稿では、このような関係が成り立つとき、この2つの事象間には因果関係があるとよぶ。

因果関係の推定対象には様々な種類があるが、本稿では時系列間の因果関係の推定 [1,2] について主に扱う。時系列間の因果関係を推定する手法として広く用いられてきた手法の一つに Granger Causality [2] がある。一方、決定論的かつ非線形な時系列に対して正しく因果性を推定できる手法として、Convergent Cross Mapping [2] という手法が Sugihara らにより提案されている [2,3]。Convergent Cross Mapping は時系列長が短い場合でも有効となることなどが文献 [3] では示されている。しかし、ネットワーク的な観点からの因果関係の推定に関する調査も重

要である。そこで本稿では、各頂点の挙動を結合ロジスティック写像とし、ネットワークの構造に Watts-Strogatz モデルを用いることでネットワーク構造が因果性に与える影響を調査する。具体的には異なるクラスタ性を有するネットワークに対し、Convergent Cross Mapping を用いた際の因果関係の推定精度がどのように変化するか調査した。さらに、次数の差異やネットワークのコミュニティ構造の有無による因果関係の推定精度の差についても検討した。

2. Convergent Cross Mapping(CCM)[3]

因果関係を推定する際、結果の時系列データには原因の時系列データの情報が蓄積されている。この事実は、時系列の長さが長くなるほど顕著となると考えて良い。実際、このような考え方は本稿で用いる Convergent Cross Mapping (CCM) を含む種々の因果性推定法の共通の考え方となっている。本節では、力学系理論に基づく因果性推定法である CCM について紹介する。

まず、 X_t, Y_t の 2 変数からなる力学系を考える。 X_t が原因、 Y_t が結果とする。 t は時刻である。本来 CCM では、多次元の時系列データ全てに対して因果関係の推定を行うが、ここでは簡単のため 2 変数とする。

この 2 つの時系列データに CCM を適用するにあたって、元の時系列 X_t, Y_t から時間遅れ座標系によるアトラクタの再構成を行う [4]。アトラクタの再構成を行う理由は、仮に全変数を観測できない場合でも、再構成アトラクタにはその背景にある力学系の情報が保持されているからである。これにより、各時系列間の因果性を埋め込み空間内の距離として捉えることができる。時系列 X_t からアトラクタの再構成をする際、時間遅れを τ として、時間遅れベクトル $\mathbf{x}(t)$ を作成する。時間遅れベクトル $\mathbf{x}(t)$ は式 (1) のようになる。ただし、 m は埋め込み次元である。

$$\mathbf{x}(t) = (X_t, X_{t+\tau}, X_{t+2\tau}, \dots, X_{t+(m-1)\tau}) \quad (1)$$

同様にして $\mathbf{y}(t)$ は式 (2) のようになる。

$$\mathbf{y}(t) = (Y_t, Y_{t+\tau}, Y_{t+2\tau}, \dots, Y_{t+(m-1)\tau}) \quad (2)$$

次に、元の時系列 X_t, Y_t を類推するために、上記の時間遅れベクトル $\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t)$ を用いる。 $\mathbf{x}(t)$ を用いて Y_t を類推、 $\mathbf{y}(t)$ を用いて X_t を類推することを Cross Mapping と呼ぶ [3]。また、類推した時系列をそれぞれ、 $\hat{X}_t, \hat{Y}_t$ と定義すると、 $\hat{Y}_t$ は式 (3) により表すことができる。

$$\hat{Y}_t = \sum_{i=1}^{m+1} w_t^{(\mathbf{x}, i)} Y_t^i \quad (3)$$

ただし、 $w_t^{(\mathbf{x}, i)}$ は $\mathbf{x}$ に関する埋め込み空間内で、時間遅れベクトル $\mathbf{x}(t)$ に i 番目に距離が近かった時間遅れベクトルから算出した重みのことである。具体的には、 $w_t^{(\mathbf{x}, i)}$ は式 (4) で表される。

$$w_t^{(\mathbf{x}, i)} = \frac{u_t^i}{\sum_{j=1}^{m+1} u_t^j} \quad (4)$$

また、 Y_t^i は $w_t^{(\mathbf{x}, i)}$ に時間的に対応する Y_t である。

ただし、 u_t^i は式 (5) で表される。

$$u_t^i = \exp \frac{-d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}^i(t)]}{d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}^1(t)]} \quad (5)$$

また、 $d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}^1(t)] = 0$ のとき、 u_t^i は式 (6) とした。

$$u_t^i = \begin{cases} 1 & (i = 1) \\ 0 & (i \neq 1) \end{cases} \quad (6)$$

ただし、 $d[\mathbf{x}(a), \mathbf{x}(b)]$ は $\mathbf{x}(a)$ と $\mathbf{x}(b)$ 間のユークリッド距離である。 $\mathbf{x}^i(t)$ は、埋め込み空間内で $\mathbf{x}(t)$ に i 番目に近い時間遅れベクトルである。上記の式 (3)~(6) をまとめると式 (7) のようになる。

$$\hat{Y}_t = \sum_{i=1}^{m+1} \frac{\exp\{-d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}^i(t)]/d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}^1(t)]\}}{\sum_{j=1}^{m+1} \exp\{-d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}^j(t)]/d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}^1(t)]\}} Y_t^i \quad (7)$$

式 (6) を用いて全ての t において $\hat{Y}_t$ を計算する。実際の時系列 Y_t と式 (7) で求めた $\hat{Y}_t$ 間の相関係数 $\rho_{X \rightarrow Y}$ によって Cross Mapping の正確性を評価する。また、逆も同様である。 $\hat{X}_t$ に関しても同様の計算を行い、相関係数 $\rho_{Y \rightarrow X}$ により評価する。

今、 X_t が原因で、 Y_t が結果と仮定する。このとき、 $\mathbf{x}(t)$ から類推した $\hat{Y}_t$ と Y_t 間の相関係数 $\rho_{X \rightarrow Y}$ は低い値となる。一方、 $\mathbf{y}(t)$ から類推した $\hat{X}_t$ と X_t 間の相関係数 $\rho_{Y \rightarrow X}$ は高い値となる。なぜならば、原因の時系列データには結果の時系列データの情報は含まれていないためである。これにより因果関係の有無と方向を推定する。

3. 結合ロジスティック写像 [5][6]

本稿では、各頂点の挙動を結合ロジスティック写像とした。これを式 (8) に示す。

$$z_i(t+1) = (1-\epsilon)f(z_i(t)) + \frac{\epsilon}{K} \sum_{j=1}^N a_{i,j} f(z_j(t)) \quad (8)$$

本稿で結合ロジスティック写像を用いた理由は、CCM を適用する際の仮定である決定論的かつ非線形な応答を示す写像であるからである。式 (8) において $z_i(t)$ は頂点 i の時刻 t での状態値を表し、 $f(z)$ はロジスティック写像で $f(z) = \alpha z(1-z)$ である。また、 α はロジスティック写像の繁殖率を表すパラメータで、 ϵ は各頂点間の結合強度である。本稿では、 $K=1$ 及び $K=N$ の場合について検討している。 N はネットワークの全頂点数で、 $a_{i,j}$ はネットワークの隣接行列の A の第 (i, j) 成分を表す。

4. 規則的及びランダムなネットワークに対する CCM による因果関係推定精度の比較

Watts-Strogatz モデル [7] とは現実のネットワークに見られるスモールワールド性を再現するネットワークモデルである。スモールワールド性とはネットワークの平均クラスタ係数は大きく、平均頂点間距離は小さいという性質である。本稿では、ネットワークの構造に主にこの WS モデルを使用したがり、WS モデルは構造の違い (クラスタ係数や平均頂点間距離などのネットワーク指標が異なる) ネットワークを生成することが

できるためである。

まず、WS モデルで作成したネットワークの各頂点を式 (8) の結合ロジスティック写像から生成した時系列を用いて CCM による因果推定を行った。ここでは、 $K = 1$ としている。この際、作成したネットワークで枝が張っている頂点間は両方向に結合しているものとした。

4.1 実験条件

式 (8) での各パラメータは、 $\alpha = 3.75$, $\epsilon = 0.05$, $N = 20$ とした。また、CCM を適用する際の各パラメータは埋め込み次元 $m = 2$, 時間遅れ $\tau = 1$ とした。WS モデルの平均次数は $k = 4$ とし、枝つなぎ変え確率 p は $0.0 \leq p \leq 1.0$ の範囲で、0.05 刻みとしてネットワークを作成した。

4.2 結果

枝つなぎ変え確率 $p = 0.0, 0.35, 1.0$ の場合の結果を図 1~3 に示した。各図において、(a) はネットワークの可視化、図 (b) は隣接行列、(c) は結合ロジスティック写像の時系列長を 100 とした場合に CCM により得られた相関係数行列、(d) は結合ロジスティック写像の時系列長を 4,000 とした場合の相関係数行列である。また、図 1~3(c),(d) における、横軸 1~20 は CCM の際に類推に用いた時系列 $z_i(t)$ のインデックス i を表す。縦軸 1~20 は類推した時系列のインデックスを表している。

次に、ネットワーク構造を、WS モデルとした場合の枝つなぎ変え確率 p と推定精度 $\bar{\rho}$ の関係を図 4 に示す。推定精度とは、実際に直接結合している頂点間に関して時系列長を 4,000 とした場合に Cross Mapping して得られる相関係数の平均値 $\bar{\rho}$ と定義した。具体的に $\bar{\rho}$ を式 (9) で定義する。

$$\bar{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{i,j} \rho_{z_i \rightarrow z_j}}{kN} \quad (i \neq j) \quad (9)$$

ただし、 $\rho_{z_i \rightarrow z_j}$ は式 (10) と定義した。

$$\rho_{z_i \rightarrow z_j} = \frac{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\hat{z}_{j,i}(t) - \bar{\hat{z}}_{j,i})(z_j(t) - \bar{z}_j)}{\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\hat{z}_{j,i}(t) - \bar{\hat{z}}_{j,i})^2} \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (z_j(t) - \bar{z}_j)^2}} \quad (10)$$

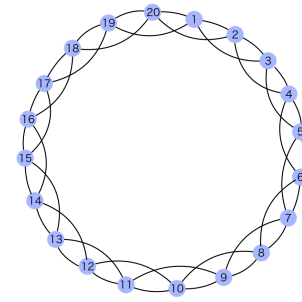
$\hat{z}_{i,j}(t)$ は z_j から CCM により類推した z_i の時刻 t における値であり、 T は CCM を適用する際、類推に用いた時系列長である。また、 $\bar{z}_i$, $\bar{\hat{z}}_i$ は z_i , $\hat{z}_i$ の平均値であり、式 (11),(12) で定義した。

$$\bar{z}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T z_i(t) \quad (11)$$

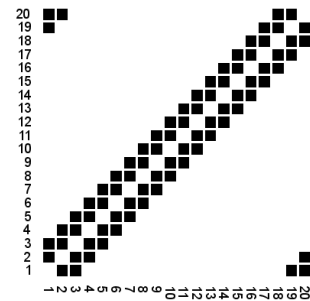
$$\bar{\hat{z}}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{z}_i(t) \quad (12)$$

図 1(c) をみると、時系列長を 100 とした場合、正確に類推できないことがわかる。図 1~図 3(b),(d) の結果から、枝つなぎ変え確率を変化させたとき、規則的なネットワークでもランダムネットワークでも実際に結合している頂点間にて CCM を用いて計算された相関係数は 0.3 程度となっている。一方、結合していない頂点間の相関係数はほぼ 0 に収束した。これらの

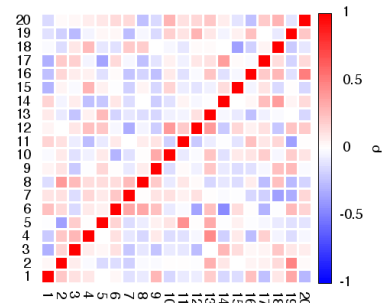
結果から、推定そのものについては正しく行えていることがわかる。しかし、相関係数の値は 0.3 程度と低い。図 4 をみるとネットワーク構造が規則的でもランダムでも推定精度には差がないということが示唆される。



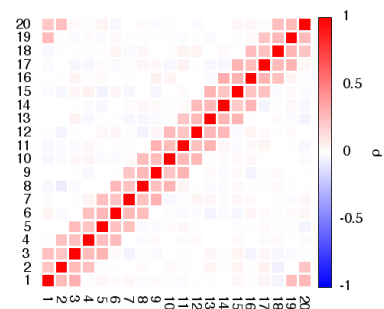
(a) WS モデルの枝つなぎ変え確率 $p = 0.0$ とした場合のネットワーク



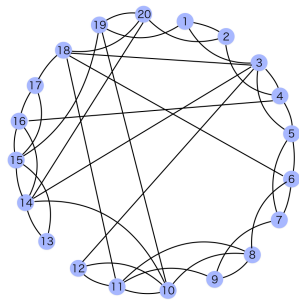
(b) ネットワークの隣接行列



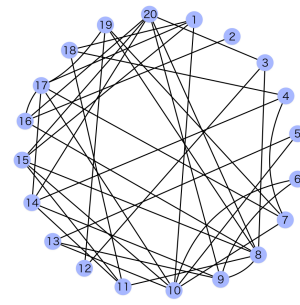
(c) 結合ロジスティック写像の時系列長を 100 とした場合に CCM を適用して得られた相関係数行列



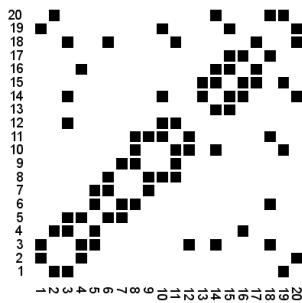
(d) 時系列長を 4000 とした場合の相関係数行列
図 1 WS モデルの枝つなぎ変え確率を $p = 0.0$ とした場合の結果



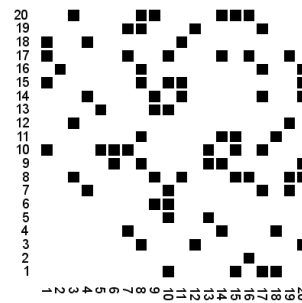
(a) WS モデルの枝つなぎ変え確率 $p = 0.35$ としてのネットワーク



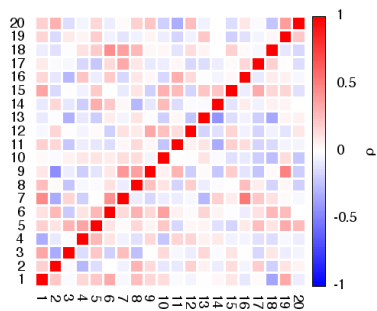
(a) WS モデルの枝つなぎ変え確率 $p = 1.0$ としてのネットワーク



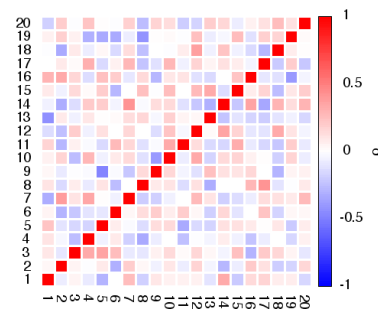
(b) ネットワークの隣接行列



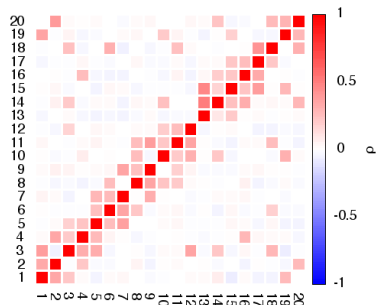
(b) ネットワークの隣接行列



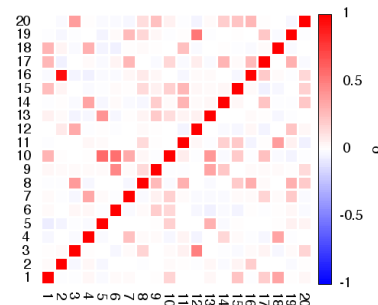
(c) 結合ロジスティック写像の時系列長を 100 とした場合に CCM を適用して得られた相関係数行列



(c) 結合ロジスティック写像の時系列長を 100 とした場合に CCM を適用して得られた相関係数行列



(d) 時系列長を 4000 とした場合の相関係数行列
図 2 WS モデルの枝つなぎ変え確率を $p = 0.35$ とした場合の結果



(d) 時系列長を 4000 とした場合の相関係数行列
図 3 WS モデルの枝つなぎ変え確率 $p = 1.0$ とした場合の結果

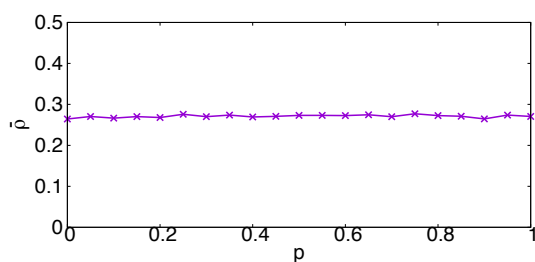


図4 WSモデルの枝つなぎ変え確率 p と推定精度 $\bar{\rho}$ の関係

5. 次数と推定精度の関係について

CCMはある時系列データが有する情報に基づき、他の時系列の変化を類推する手法である。そのため、全頂点間の結合強度が一樣なとき、次数が高い頂点が他の頂点から受け取る情報量は相対的に低下し、その結果、これらの頂点間の因果関係の推定精度は下がると考えられる。そこで、次数とCCMによる因果関係の推定精度の関係について調査した。その際、埋め込み次元の変化が精度にどのような影響を与えるのかも含めて調査した。

5.1 実験条件

各頂点の挙動は式(7)の結合ロジスティック写像とし、各パラメータは、 $\alpha = 3.75$, $\epsilon = 0.05$, $N = 20$, $K = N$ とした。また、CCMの各パラメータは埋め込み次元 m を $2 \leq m \leq 5$ の範囲で変化させ、遅れ時間 $\tau = 1$ とした。また、WSモデルの平均次数は $k = 4$ とし、WSモデルの枝つなぎ変え確率 $p = 0.95$ のときに関して次数と推定精度について調査した。枝つなぎ変え確率を $p = 0.95$ とした理由は、各頂点の次数にばらつきがあり、次数と推定精度の関係に関しての調査を行う上で次数の違いによって比較できるためである。

5.2 結果

CCMの際の埋め込み次元を $2 \leq m \leq 5$ の範囲で変化させた結果を図5に示す。

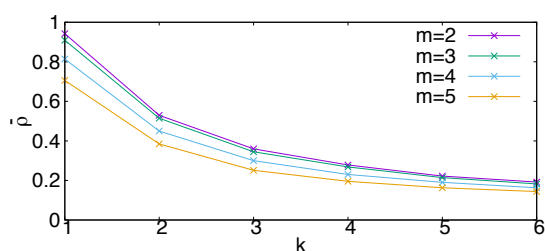


図5 埋め込み次元 m を変化させたときの次数 k と推定精度 $\bar{\rho}$ の関係

図5より、次数が高い頂点に関しての因果関係の推定精度は低下することが分かる。また、埋め込み次元 m の上昇に伴い推定精度が下がることも分かる。これは、CCMによる類推の際に用いる近傍点数を $m+1$ で固定しているため、埋め込み次元 m の上昇に伴い類推の際に用いる近傍点数も増加し、その結果、類推精度の低下を招く近傍点の情報を用いてしまったためだと考えられる。

6. コミュニティ構造が因果関係の推定精度に与える影響について

さらに、ネットワークのコミュニティ構造の有無がCCMによる因果関係の推定精度について与える影響について考察を行う。そのために、コミュニティを持つネットワークとコミュニティを持たないランダムなネットワークについてCCMによる因果推定を行い、精度を比較した。

6.1 実験条件

まず、11頂点の完全グラフを2つ作成する。次に、一方のネットワークの頂点が有する枝1本を他方のネットワークにつなぎ変えた22頂点で2つのコミュニティを持つネットワークを作成した。このとき平均次数は10である。また、頂点数22、平均次数を10のランダムグラフをコミュニティ構造を有さないネットワークとした。これらの2つのネットワークの各頂点の挙動を式(8)($K = N$)の結合ロジスティック写像としてCCMを適用し、推定精度の比較を行った。結合ロジスティック写像のパラメータは、 $\epsilon = 0.007$, $\alpha = 3.75$ とし、CCMのパラメータは埋め込み次元 $m = 2$, 遅れ時間 $\tau = 1$ とした。上記のパラメータを用いた理由は、ロジスティック写像は $[0,1]$ の区間力学系であり、一度 $[0,1]$ の範囲を超えてしまうと値が発散してしまうためである。

6.2 結果

コミュニティ構造を持つネットワーク、コミュニティ構造を持たないランダムなネットワークに関しての結果を図6,7に示す。各図の(a)は作成したネットワークを可視化した図、(b)は、結合ロジスティック写像の時系列長を4,000とした場合にCross Mappingにより得られた相関係数行列である。また、図8にそれぞれのネットワークのCCMによる因果推定精度を示す。

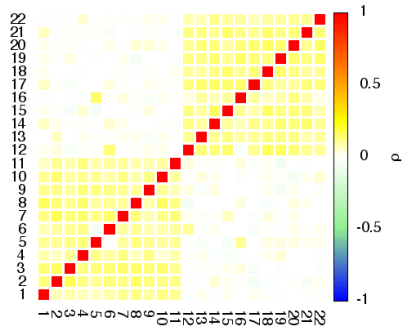
図6をみると、コミュニティを持つことがわかるが相関係数の値は0.1前後の低い値となっている。また、図8からコミュニティ構造の有無はCCMによる因果関係推定精度には影響しないということも示唆される。

7. 結論

本稿では、WSモデルの各頂点の挙動を結合ロジスティック写像とした際に得られる多次元時系列を対象としてCCMを適用し、因果関係の推定を行った。WSモデルの枝つなぎ変え確率を変化させて、ネットワーク構造を規則的からランダムへと変化させて実験を行ったが、ネットワーク構造の違いは因果関係の推定精度には影響を与えないということが示唆された。今回は、頂点数が20程度のネットワークを対象としたが、頂点数を増やした場合にどのような結果が得られるかは今後の課題である。また、次数が高い頂点に関する因果関係の推定精度は、次数が低い頂点の推定精度よりも低いという結果が得られた。さらに、埋め込み次元を増やすと推定精度が下がるという結果も得られた。最後に、コミュニティ構造の有無もCCMによる因果関係の推定精度には影響を与えないということも示唆された。

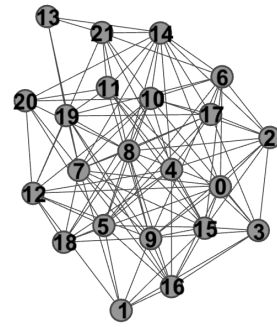


(a) 2つのコミュニティ構造を有する頂点数 22, 平均次数 $k = 10$ のネットワークの例

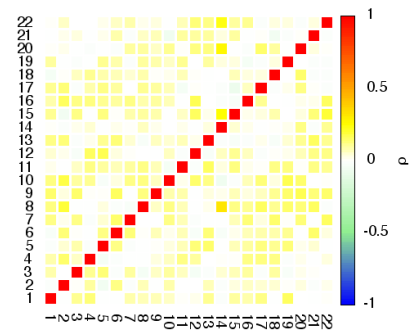


(b) 結合ロジスティック写像の時系列長を 4,000 とした場合に CCM を適用して得られた相関係数行列

図 6 2つのコミュニティを持つネットワークを作成し, CCM を適用した結果



(a) コミュニティ構造を有さない頂点数 22, 平均次数 $k = 10$ のランダムネットワーク



(b) 結合ロジスティック写像の時系列長を 4,000 とした場合に CCM を適用して得られた相関係数行列

図 7 コミュニティを持たないランダムネットワークを作成し, CCM を行った結果

謝辞 本研究の一部は JSPS 科 研 費 (No. 15KT0112, 17K00348, 18K18125) の援助を受けて行われた。

文 献

- [1] Clive WJ Granger, "Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods," *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pp. 424–438, 1969.
- [2] George Sugihara, Robert May, Hao Ye, Chih-hao Hsieh, Ethan Deyle, Michael Fogarty and Stephan Munch, "Detecting causality in complex ecosystems," *Science*, Vol. 338, No. 6106, pp. 496–500, 2012.
- [3] 中山 新一郎, 阿部 真人, 岡村 寛, "Convergent cross mapping の紹介:生態学における時系列間の因果関係推定法", 日本生態学会誌, Vol. 65, No. 3, pp. 241–253, 2015.
- [4] 池口 徹, 山田 泰司, 小室 元政 (2000). "カオス時系列解析の基礎と応用", 合原一幸編, 産業図書株式会社
- [5] Alun L Lloyd, "The coupled logistic map: a simple model for the effects of spatial heterogeneity on population dynamics," *Journal of Theoretical Biology*, Vol. 173, No. 3, pp. 217–230, 1995.
- [6] Sarika Jalan and Aradhana Singh, "Cluster synchronization in multiplex networks," *Europhysics Letters*, Vol. 113, No. 3, pp. 30002, 2016.
- [7] Duncan J Watts and Steven H Strogatz, "Collective dynamics of 'small-world' networks," *Nature*, Vol. 393, No. 6684, pp. 440–442, 1998.

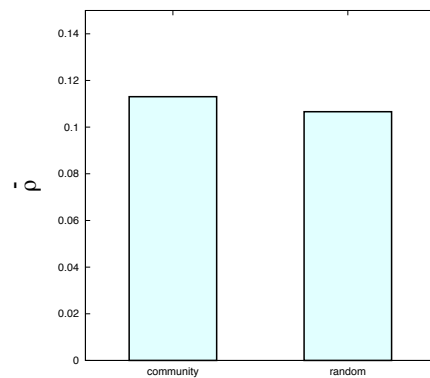


図 8 22 頂点で 2つのコミュニティを持つネットワークとコミュニティを持たないネットワークを用いた CCM による因果関係の推定精度

カオス乱数の性能に与える数値計算精度の影響

金丸志生[†] 島田裕^{††} 藤原寛太郎^{†††} 池口徹^{†,†††}

[†] 東京理科大学 工学部 経営工学科

〒125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1

^{††} 埼玉大学大学院 理工学研究科

〒338-8570 埼玉県さいたま市桜区下大久保 255

^{†††} 東京大学 国際高等研究所 ニューロインテリジェンス国際研究機構

東京都文京区本郷 7-3-1

^{††††} 東京理科大学 工学部 情報工学科

E-mail: †shikimaru@hisenkei.net

あらまし 本稿では、長期予測が不可能とされるカオスダイナミクスを利用することで、性能の良い乱数列が作れるかを調査している。具体的には、ロジスティック写像を擬似乱数生成器とし、その数値計算誤差を緩和するために、整数ロジスティック写像へと拡張をした。整数ロジスティック写像の応答から得た時系列データに対して、閾値を設け、ゼロイチの2値乱数を生成した。乱数の性能の良し悪しを評価する NIST 検定を用いて、乱数列の性能調査を行った。特に、全く同じ分岐パラメータ値でも数値計算精度の違いから、乱数の性能はどれほど影響を受けるのかを調査した。その結果、数値計算精度を増加させても、NIST 検定合格数の割合の変化は小さいことが分かった。

キーワード カオス乱数, 数値計算精度

Effects of numerical precision on statistical performance of chaotic random numbers

Shiki KANAMARU[†], Yutaka SHIMADA^{††}, Kantaro FUJIWARA^{†††}, and Tohru IKEGUCHI^{†,††††}

[†] Department of Management Science, Faculty of Engineering, Tokyo University of Science

Niijuku 6-3-1, Katsushika-ku, Tokyo, 125-8585, Japan

^{††} Saitama University

255 Shimo-Okubo, Sakura-ku, Saitama City, Saitama 338-8570, Japan

^{†††} International Research Center for Neurointelligence, The University of Tokyo

7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113-0033, Japan

^{††††} Department of Information and Computer Technology, Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science

E-mail: †shikimaru@hisenkei.net

Abstract We investigated the possibility of generating a pseudo random number sequence with good performance by using chaotic dynamics. In this paper, we used the logistic map to generate a pseudo random number. To alleviate numerical calculation errors, we modified the logistic map to an integer logistic map. We converted the time series data obtained from the integer logistic map to binary sequences. Then, we evaluated the performance of the pseudo random number sequence by using the NIST test. In particular, we investigated the influence of the accuracy of numerical precision on the performance of random numbers, even if the same bifurcation parameter values were used. As a result, even if the accuracy of numerical precision is increased, the number of the NIST certification passed does not show large variation.

Key words Chaos random number, Numerical calculation precision

1. はじめに

乱数生成器には大別して二種類ある。一つは物理現象を利用した物理乱数生成器である。再現性のない乱数が生成可能な点が長所である。一方、短所として、乱数生成速度が遅い点が指摘されていたが、近年では、レーザカオスをを用いた高速物理乱数生成方式も提案されている [1]。文献 [1] では、二つのカオス振動を有する半導体レーザを用いて、光検出器で各レーザ強度を検出し、1 ビット AD 変換器により、デジタル信号に変換したデータを元に乱数を生成している。得られたデジタル信号に閾値を設け、2 値信号に変換をする。さらに乱数の統計的偏りを減らすために、後処理方式として排他的論理和演算を、二つのレーザから得られた 2 値信号に施し、性能の良い 2 値乱数を生成している。

第二の乱数生成器は擬似乱数生成器である。現在まで様々な擬似乱数生成器が提案されているが、それらの中にカオスダイナミクスを用いた手法がある。乱数の重要な性質の一つに予測不可能性がある。カオスダイナミクスの有する長期予測不可能性を用いた擬似乱数の生成に関する研究は盛んに行われている。例えば、文献 [2] では、固定小数点演算により生成したカオスの時系列が、擬似乱数として機能するために必要なビット数を不変密度やパワースペクトルの観点から調査している。文献 [2] では、不変密度の結果から、カオス的であると判断できるのはビット数が 15 ビット以上であること、また、パワースペクトルの結果からは、条件によっては少ないビット数でもガウスノイズと見なせるということが示されている。また、文献 [3] では、整数ロジスティック写像が生成できる平均的な非周期状態と計算精度との近似的な関係を与えたうえ、計算精度を 128 ビットとしたロジスティック写像で生成された二進系列は、一様性を有するとしている。

本稿では、ロジスティック写像 [4] を擬似乱数生成器として生成した擬似乱数の性能について統計的な検討をしている。数値計算誤差による影響を緩和するために、文献 [2], [3] と同様に、固定小数点演算に拡張した整数ロジスティック写像を用いる。その際、整数ロジスティック写像の数値計算精度を変化させることで、生成される擬似乱数列の性能にどのような影響が出現するのかを調査する。このとき、乱数列の性能評価には、米国商務省標準技術局 (NIST) が公開している NIST Special Publication 800-22 [5] (以下、NIST 検定) を使用した。

2. ロジスティック写像

カオス応答を示す差分方程式、ロジスティック写像を式 (1) に示す。

$$x_{t+1} = ax_t(1 - x_t) \quad (1)$$

a はパラメータ、 x_t は時刻 t での状態値を表す。特に $a = 4$ のとき、ロジスティック写像は無限周期をもつことが知られている。しかし、数値計算上で完全な無限周期を再現することはできない。それは、写像を繰り返すことにより数値計算誤差が積もり、周期解へと収束する場合があるからである。ここで浮動

小数点数型のロジスティック写像の応答が、写像をどの程度繰り返すと収束するのかを調査した (図 1)。図 1 は、式 (1) において $a = 4$ とし、ランダムに与えられた初期値 x_0 ($0 < x_0 < 1$) から式 (1) を繰り返したときに、何回目の写像後に応答が収束するかを測定した結果である。50,000 パターンのランダムな初期値を用い、 $0 \leq t < 2^{30}$ の範囲で応答が収束する写像回数の頻度分布を示している。

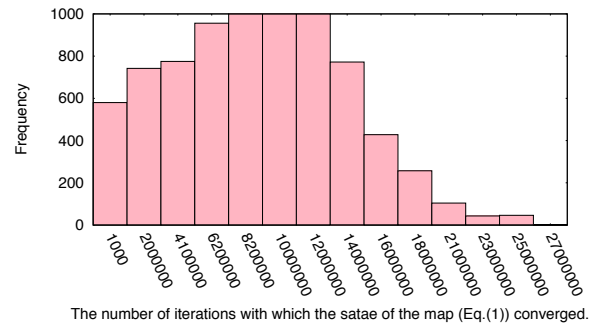


図 1: 50,000 パターンの初期値のうち、 $0 \leq t < 2^{30}$ の範囲で写像の応答が収束したときの写像回数の頻度分布。

図 1 の横軸は写像が収束する回数、縦軸は収束したパターン数を表す。図 1 から、全 50,000 通りの初期値のうち、8,355 通りの初期値で応答が収束することを示している。NIST 検定では検定結果の信頼性が十分とされるためには、検定対象となる乱数の乱数列長が、最低でも 1Gbit 以上、すなわち、1,000,000,000 ビット以上でなければならないとしている。図 1 の結果は、浮動小数点型のロジスティック写像から 1Gbit の乱数を生成すると、数値計算精度の影響により、応答が収束してしまう確率が $8,355/50,000 = 16.71\%$ となることを示すものである。これでは乱数として機能しない。そこで、数値計算誤差を緩和するために、数値計算精度の向上を考える。

3. 整数ロジスティック写像

本稿では、文献 [2], [3] と同様に、固定小数点型へと拡張した整数ロジスティック写像を擬似乱数生成器として用いる。整数ロジスティック写像を導出するために、まず、式 (1) の両辺を 10^N 倍すると式 (2) となる。

$$10^N \times x_{t+1} = 10^N \times ax_t(1 - x_t) \quad (2)$$

ここで、 $X_t = 10^N \times x_t \iff x_t = 10^{-N} \times X_t$ より、式 (2) は式 (3) となる。

$$X_{t+1} = aX_t(1 - 10^{-N} \times X_t) \quad (3)$$

式 (3) の右辺を変形すると、式 (4) となる。

$$X_{t+1} = aX_t(10^N - X_t) \times 10^{-N} \quad (4)$$

式 (4) について整数部のみを扱うため、ガウス記号 $\lfloor \cdot \rfloor$ を用いると、

$$X_{t+1} = [aX_t(10^N - X_t)10^{-N}] \quad (5)$$

を得る．式 (1) 同様， a はパラメータであり， $X_t (= 10^N \times x_t)$ は時刻 t での状態値である．ここで， N は数値計算精度を表す．

4. 実験準備

カオスが有する性質の一つに初期値鋭敏依存性がある．初期値のわずかな差が時系列の未来の状態値に大きく影響を及ぼすことから，カオスは長期間の予測は不可能とされている．初期値鋭敏依存性を定量的に表す指標として，リアプノフ指数がある．リアプノフ指数の定義を式 (6) に示す．

$$\lambda = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \ln |f'(x_t)| \quad (6)$$

式 (6) の定義を，ロジスティック写像に当てはめると ($f(x) = ax(1-x)$)，式 (7) のように表せる．

$$\lambda = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \ln |a - 2ax_t| \quad (7)$$

リアプノフ指数について， $\lambda > 0$ となるとき，そのときのパラメータ a で生成される時系列はカオスとみなすことができる．文献 [6] では，ロジスティック写像のパラメータ a を負の値とできること ($-2 \leq a \leq 4$)，その際のリアプノフ指数は， $a = 1$ を中心に対称性をもつことが報告されている．本稿では，乱数生成に用いるパラメータを検討するために， $-2 \leq a \leq 4$ の範囲を $\Delta a = 0.001$ として， $\lambda > 0$ となるパラメータ値を抽出した．抽出した $\lambda > 0$ となる a を用いて乱数の生成と検定を行なった．乱数の検定には NIST 検定を使用した．結果を図 2 に示す．図 2 は，横軸がパラメータ a ，左の縦軸が NIST 検定合格数 (NIST 検定は 15 種類の検定項目を有する)，右の縦軸がリアプノフ指数 λ を表す．図 2 より，リアプノフ指数が最大となる $a = 4$ と

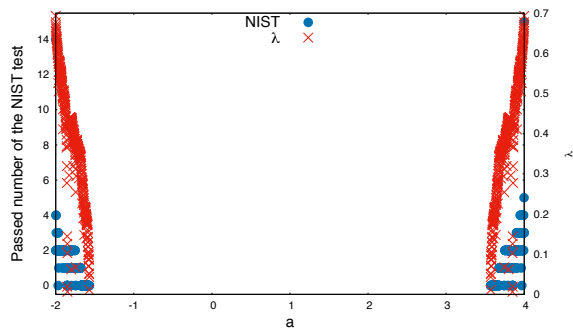


図 2: リアプノフ指数が $\lambda > 0$ になるパラメータ a で生成した乱数の NIST 検定合格数と a のとき得られるリアプノフ指数 λ ．

$a = -2$ のとき，NIST 検定の合格数が高く性能の良い乱数が生成出来ていることが分かる．図 2 の結果より，本稿では $a = 4$ と $a = -2$ に焦点を当てて，調査を行なった．

5. 実験方法

5.1 数値計算精度 N ($15 \leq N \leq 155$) と NIST 検定合格数の関係の調査

整数ロジスティック写像 (式 (5)) の応答から合計 288 パターンの乱数を生成した．用いたパラメータ a は， $a = 4$ と $a = -2$ の二つである．全パターンにおいて，初期値 X_0 は $X_0 = 0.2 \times 10^N$ ， $0 \leq t \leq 100,000$ を過渡状態として省き，乱数長を $100,000 < t \leq 2^{30} + 100,000$ での 2^{30} と固定した．2 値乱数とするための閾値 θ は $\theta = 0.5 \times 10^N$ とした．即ち， $X_t \leq \theta$ であれば 0， $X_t > \theta$ であれば 1 と変換している．その際，数値計算精度 N を $15 \leq N \leq 155$ の範囲で $\Delta N = 1$ として変化させ，擬似乱数としての性能を NIST 検定を用いて評価した．

5.2 数値計算精度 N ($156 \leq N \leq 1000$) と NIST 検定合格数の関係の調査

本項では次に，数値計算精度 N をさらに向上させ， $156 \leq N \leq 1000$ とした場合についての調査を行なった．その際，整数ロジスティック写像のパラメータを $a = 4$ に固定し，NIST 検定合格数の頻度，全検定項目に合格する割合と各 NIST 検定項目毎の合格割合を調査した．

5.3 初期値 X_0 と NIST 検定合格数の関係の調査

5.1 項，5.2 項では，初期値 X_0 は $X_0 = 0.2 \times 10^N$ と固定していた．本項では，初期値の違いによる擬似乱数の性能差を調査した． $X_0 = 0.5 \times 10^N$ のときは，応答が固定点へと収束するため，乱数として適さない．また，整数ロジスティック写像へと拡張したことで数値計算誤差が統一され， $X_0 = 0.5$ を中心に対称性を，正確に持つ．例えば， $x_0^{(1)} = 0.5 + y$ と $x_0^{(2)} = 0.5 - y$ の二つの初期値が与えられたとき ($0 \leq y \leq 1$)，それぞれの次の時間での状態値は式 (1) により， $x_1^{(1)} = a(0.5 + y)(0.5 - y)$ と $x_1^{(2)} = a(0.5 - y)(0.5 + y)$ となる．つまり， $x_1^{(1)} = x_1^{(2)}$ であり，時間発展してもこの関係は崩れない．このように，初期値 $x_0^{(1)}$ と $x_0^{(2)}$ で生成される乱数列は同じものであるため，NIST 検定結果もまた同じであることが分かる．以上の理由で，初期値の範囲は， $0.1 \times 10^N \leq X_0 \leq 0.45 \times 10^N$ を 0.05×10^N 刻みで変化させた．なお，このときの数値計算精度 N は $N = 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30$ の 10 通りで乱数を生成した．

5.4 生成した乱数の性能評価方法: NIST 検定

生成した乱数の性能を，NIST 検定を用いて統計的に評価をした．NIST 検定は，15 種の検定項目を有している．その検定内容を表 1 に示す．表 1 は，全 15 検定項目の検定番号，検定項目の名称とその検定内容についてを表している．表 1 のテストスイートは，米国商務省標準技術局 (NIST) が提供している．また，NIST 検定では検定対象の乱数列長に応じて，パラメータを設定することが推奨されている．これは，乱数長に応じて適切な検定結果を得るために必要な処理である．本稿で用いた各項目とパラメータ値を表 2 に示す．表 2 の有意水準 α とは，検定対象となる乱数列がランダムでない場合の確率である．また，ブロックの長さとは，各検定を行う際の単位ブロックの長さを表す．

NIST 検定では，1Gbit 以上の乱数長を要求されるが，1Gbit

表 1: NIST 検定の項目内容 [7]

番号	検定項目	検定内容
1	頻度検定	2 値乱数 (0, 1) のうち, 1 の出現確率が 1/2 に近いかどうかを検定
2	ブロック単位の頻度検定	あるブロック長に対して, 1 の出現確率が 1/2 に近いかどうかを検定
3	累積和検定	2 値乱数を (+1, -1) に変換し, その累積和で定義されるランダムウォークの 0 からの最大偏移を検定
4	連の検定	連続した 1 の数 (連) を検定
5	ブロック単位の最長連検定	あるブロック長に対して, 最長の連を検定
6	2 値行列ランク検定	数列全体の互いに疎な行列のランクを検定
7	離散フーリエ変換検定	周期性の調査のため, 数列の離散フーリエ変換によるピークの高さを検定
8	重なりのないテンプレート適合検定	あらかじめ用意されたビット列 (テンプレート) の出現回数を検定 (重なりなしで検定)
9	重なりのあるテンプレート適合検定	あらかじめ用意されたビット列 (テンプレート) の出現回数を検定 (重なりありで検定)
10	マウラーのユニバーサル統計検定	数列内で一致するパターンを検出し, 圧縮することができるかを検定
11	近似エントロピー検定	あるビット長の出現パターンの頻度を検定
12	ランダム偏差検定	累積和ランダムウォークで K 回訪れるサイクル数を検定
13	種々のランダム偏差検定	累積和ランダムウォークで特定の状態を訪れる回数の合計を検定
14	系列検定	あるビット長のすべての重複ビットパターンの出現頻度を検定
15	線形複雑度検定	乱数を生成するための線形フィードバックシフトレジスタの長さを検定

表 2: NIST 検定で用いたパラメータ項目とその値

項目	パラメータ値
有意水準 α	0.01
ブロック単位の頻度検定 - ブロックの長さ	16384
重なりのないテンプレート適合検定 - ブロックの長さ	9
重なりのあるテンプレート適合検定 - ブロックの長さ	9
近似エントロピー検定 - ブロックの長さ	10
系列検定 - ブロックの長さ	16
線形複雑度検定 - ブロックの長さ	500

全体を検定する訳ではなく, 1Mbit $\times$ 1,000 のように, 長さ 1,000,000 (= 1Mbit) の乱数を 1,000 個に分けて, 全検定項目を実施する. このとき, 各検定結果に対してそれぞれ 1,000 個の p 値が求まる. 一つの検定項目に対して一つの P 値を, 1,000 個の p 値を用いた適合度検定より算出する. この P 値により, 1,000 個の p 値のばらつきについて, 一様性を評価する. 同時に, 1,000 個の p 値のうち, どの程度の p 値が有意水準 α について, p 値 $> \alpha$ となる比率も評価する. 本稿では, 各検定項目について 1,000 個の p 値の一様性と比率共に合格した場合のみ, その検定項目に合格したとする.

6. 実験結果

6.1 数値計算精度 N ($15 \leq N \leq 155$) と NIST 検定合格数の関係の調査

まず, 数値計算精度と NIST 検定合格数の関係について調査した (5.1 項). 図 3 に, 横軸に数値計算精度 N ($15 \leq N \leq 155$), 縦軸に NIST 検定合格数をとった実験結果を示す. 図 3 では, $a = 4$ と $a = -2$ どちらも, 数値計算精度が増加するほど, NIST 検定合格数も増加することがわかる. また, 乱数の性能が安定する数値計算精度の目安としては $N \geq 20$ であることも分かる. さらに, 数値計算精度を増加させても, NIST 検定に全て合格していない場合がある.

6.2 数値計算精度 N ($156 \leq N \leq 1000$) と NIST 検定合格数の関係の調査

6.1 の結果を受けて, 数値計算精度をさらに上昇させた

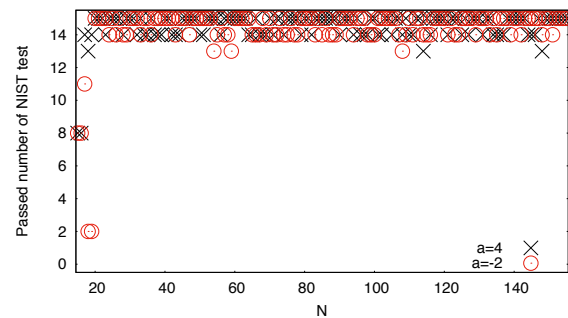


図 3: パラメータ $a = 4$ と $a = -2$ の場合について, 数値計算精度 N を変化させて生成した擬似乱数の NIST 検定合格数.

$156 \leq N \leq 1000$ の範囲で $a = 4$ として調査を行なった (5.2 項). その結果を図 4 に示す. 図 4 より, $N = 445$ のとき NIST

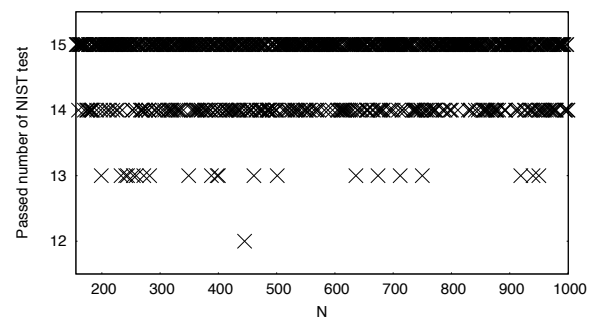


図 4: パラメータ $a = 4$ の場合について, 数値計算精度 N を変化させて生成した擬似乱数の NIST 検定合格数 ($156 \leq N \leq 1000$).

検定合格数が 12 まで下がっていることが分かる. 図 4 は, 数値計算精度の向上だけでは, 生成される擬似乱数の性能向上には限界があることを示唆するものである.

次に, $a = 4$, $20 \leq N \leq 1000$ で生成した計 981 パターンの乱数について, NIST 検定合格数の頻度分布を図 5 に示す. 図 5 は, 横軸が NIST 検定合格数を表しており, 縦軸がその頻度

を表している。図 5 では、NIST 検定合格数が 15 のパターン数を

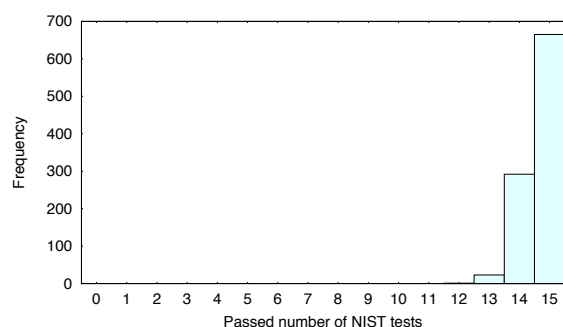


図 5: パラメータ $a = 4$ の場合、数値計算精度 N を変化させて生成した擬似乱数の NIST 検定合格数の分布 ($20 \leq N \leq 1000$).

は、全 981 パターン中 665 パターンであり、約 67.79% が NIST 検定の検定項目全てに合格したことになる。同様の合格数の分布を $20 \leq N \leq 155$ に絞って調査したところ、全 136 パターン中 88 パターンと約 64.71% の割合で全検定項目に合格していた。ここで、 $20 \leq N \leq 100$, $20 \leq N \leq 200$, $20 \leq N \leq 300$, ..., $20 \leq N \leq 1000$ とした場合について、NIST 検定項目全 15 検定に合格した割合を図 6 に示す。図 6 は、横軸が集計した区間の最大数値計算精度 N 、縦軸が NIST 検定項目全 15 項目に合格した割合を示す。図 6 より、各集計区間で得られた NIST 検

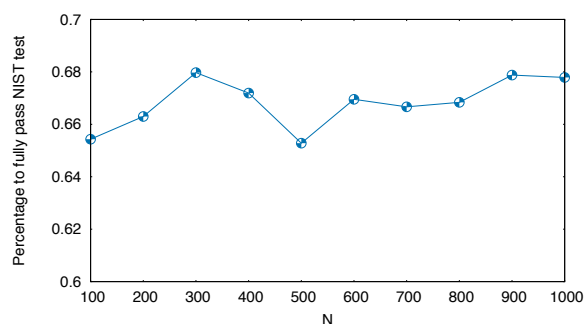


図 6: 集計する区間を変化させたときの、NIST 検定項目全 15 検定に合格する割合。

定項目全てに合格する割合に大きな変化はなく、一定の値付近に留まることが分かる。図 6 では、 $20 \leq N \leq 100$ で集計した割合と、 $20 \leq N \leq 1000$ で集計した割合で差は約 0.02% であった。また、最大値をとったのは、集計区間が $20 \leq N \leq 300$ のときで 0.6797 であった。逆に、最小値をとったのは、 $20 \leq N \leq 500$ の区間のときであった。その差は、0.002 程度であるが、高い数値計算精度を持ちながらも、高くない数値計算精度で生成した乱数の性能に劣る場合があることも確認できた。これらの結果は、今回の実験方法で作成した擬似乱数に関しては、数値計算精度 N が $20 \leq N \leq 300$ で十分に性能を発揮することを示唆するものである。これらの結果からも、乱数の性能の向上には数

値計算精度以外の影響を考える必要があることが分かる。

以上の結果より、NIST 検定項目のどの項目に不合格になりやすいのかを調査した。図 7 に、横軸を NIST 検定の各検定項目、縦軸に合格した乱数の割合として、数値計算精度を $20 \leq N \leq 1000$ で生成した 981 パターンの乱数についての性能調査結果を示す。横軸の番号は、表 1 の検定項目番号に対応している。図 7 より、8 番の重なりのないテンプレート適合検定

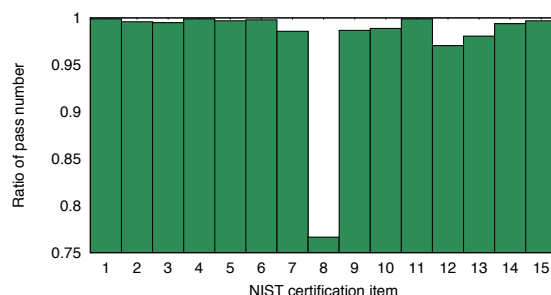


図 7: パラメータ $a = 4$ の場合について、数値計算精度 N を変化させて生成した乱数の NIST 検定の各検定項目合格数の分布 ($20 \leq N \leq 1000$).

以外の検定項目には 95% の乱数が合格していることがわかる。8 番の検定に合格した乱数の割合は約 77% である。重なりのないテンプレート適合検定は、生成した乱数中に出現する、あらかじめ用意されたビット列 (テンプレート) の回数が一様であるかを調査する検定である。今回設定した 8 番の検定に用いるテンプレートの総数は 148 種である。その例を表 3 に示す。表

表 3: 重なりのないテンプレート適合検定に用いられるテンプレートの例。

000000001	000000011	000000101	000000111
000001001	000001011	000001101	000001111
000010001	000010011	000010101	000010111
000011001	000011011	000011101	000011111
000100011	000100101	000100111	000101001

3 のような 9 ビットからなるテンプレートが 148 種類用意されている。9 ビットとする理由は、表 2 で示したように、単位ブロックの長さを 9 としたためである。重なりのないテンプレート適合検定に不合格となる理由は、これらのテンプレートの出現回数の分布に偏りがあるためである。これは数値計算精度の問題ではなく、乱数生成源であるロジスティック写像の時系列の特徴によると考えられる。

6.3 初期値 X_0 と NIST 検定合格数の関係の調査

数値計算精度の影響は $N \geq 20$ のとき大きな変化はないと考えられる。そこで、5.3 項の初期値 X_0 を変化させた場合に、乱数の性能に対してどのような影響が出るのかを調査した結果を図 8 に示す。図 8 は、横軸が初期値 X_0 ($\Delta X_0 = 0.05 \times 10^N$)、縦軸が NIST 検定の合格数を表す。図 8 では、 $X_0 = 0.25 \times 10^N$ のときはどの数値計算精度でも、NIST 検定合格数は 0 であった。

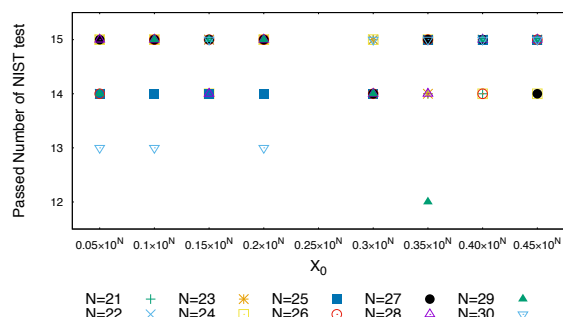


図 8: 各数値計算精度 N で初期値 X_0 を変化させて生成した乱数の NIST 検定合格数.

これは, $X_0 = 0.5 \times 10^N$ のときと同様に, 初期値 $X_0 = 0.25 \times 10^N$ のときは次の時刻の状態値が $X_1 = 0.75 \times 10^N$, 更にその次の時刻の状態値は $X_2 = 0.75 \times 10^N$ となる, すなわち固定点へと収束するためである. このときの 2 値乱数は同じビットしか得られず, 乱数として機能しない. 図 8 の中で最大の数値計算精度は $N = 30$ のときであるが, 13 検定と他の N のときより低くなる初期値と 15 検定に合格する初期値があることが分かる.

図 8 の結果について, 各数値計算精度毎で NIST 検定合格数を比較したものを表 4 に示す. 表 4 より, 同じ数値計算精度 N

表 4: 数値計算精度 N 毎の NIST 検定合格数の回数.

数値計算精度 N	NIST 検定合格数			
	15	14	13	12
21	5	3	0	0
22	7	1	0	0
23	7	1	0	0
24	5	3	0	0
25	3	5	0	0
26	5	3	0	0
27	6	2	0	0
28	5	3	0	0
29	5	2	0	1
30	5	0	3	0

であったとしても初期値 X_0 の違いで NIST 検定合格数がばらつくことが分かる. 特に $N = 29$ のときは, 15 検定に合格する初期値が 5 個観測されたが, 12 検定しか合格しない初期値も観測された. 高い数値計算精度に設定しても, 初期値によっては NIST 検定に全てに合格する乱数は作れない場合があることが分かった.

7. 結 論

本稿では, 長期予測が不可能とされるカオスダイナミクスを有するロジスティック写像を乱数生成源とすることで, 性能が良い乱数を作れるかを調査した. 数値計算誤差を緩和するために, ロジスティック写像を整数ロジスティック写像 (式 (5)) へと拡張した. まず初めに, 生成される乱数の性能が高いと期待されるパラメータの検討をリアプノフ指数を用いて行なった (図 2). 次に, 検討したパラメータを用いて生成した乱数について, NIST 検定を用いて統計的な性能評価をした. 特に, カオス乱数の性能に数値計算精度 N が与える影響について調査するため, 数値計算精度 N を変化させて実験を行なった. その結果, 数値計算精度 N は最低でも 20 あれば, 性能の高い乱数を生成することが分かった (図 3).

また追加調査の結果より, 数値計算精度 N をさらに向上させても, 必ずしも擬似乱数の性能が向上するわけではないことも明らかとなった (図 4, 図 6). このことから, 乱数の性能には数値計算精度以外の影響があると考えられる. そこで, NIST 検定のどの検定項目に不合格になりやすいのかを調査したところ, 重なりのないテンプレート適合検定に不合格になる割合が高いことが分かった (図 7). この結果から, 乱数生成源に用いたロジスティック写像の性質により, ビットパターンの出現回数に偏りが生じるのではないかと考えられる. さらに, 数値計算精度以外の乱数の性能に与える影響としては, 乱数生成源の初期値 X_0 が考えられる. そこで, 初期値 X_0 が乱数の性能に与える影響の調査を行なった (図 8). その結果, 同じ数値計算精度であっても初期値による乱数の性能評価は変化することが分かった. 以上の結果から, カオス乱数の性能に影響を及ぼす要因には, 数値計算精度のみならず, 生成源となるカオスダイナミクスの性質と用いる初期値が擬似乱数としての性能に影響を与えていると考えられる.

謝辞 本研究の一部は JSPS 科研費 (No. 18K18125, 16K16138, 15KT0112, 17K00348) の援助を受けて行われた.

文 献

- [1] A. Uchida *et al.*, “Fast physical random bit generation with chaotic semiconductor lasers”, *Nature Photonics*, Vol. 2, No. 12, pp. 728–732, 2008.
- [2] 石田邦昭, 常田明夫, 井上高宏, “有限ビット演算によるカオス的系列の性質”, 電子情報通信学会技術研究報告, Vol. 98, No. 140, pp. 9–14, 1998 (CAS 98–16).
- [3] 董際国, 整数ロジスティック写像を用いた乱数生成法とその応用, 電気通信大学院情報システム学研究科博士論文, 2012.
- [4] R. M. May, “Simple mathematical models with very complicated dynamics”, *Nature*, Vol. 261, No. 5560, pp. 459–467, 1976.
- [5] A. Rukhin *et al.*, “A Statistical Test Suite for Random and Pseudorandom Number Generators for Cryptographic Applications”, National Institute of Standards and Technology, Special Publication 800-22, 2010.
- [6] Y. Shimada, E. Takagi and T. Ikeguchi, “Symmetry of Lyapunov exponents in bifurcation structures of one-dimensional maps”, *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, Vol. 26, No. 12, pp. 123119, 2016.
- [7] 内田敦史, 『複雑系フォトリクス レーザカオスの同期と光情報通信への応用』, 共立出版株式会社, 2016.

整数ロジスティック写像を用いたカオス乱数と NIST 検定による性能評価

金丸志生[†] 島田裕^{††} 藤原寛太郎^{†††} 池口徹^{†,†††}

[†] 東京理科大学 工学部 経営工学科

〒125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1

^{††} 埼玉大学大学院 理工学研究科

〒338-8570 埼玉県さいたま市桜区下大久保 255

^{†††} 東京大学 国際高等研究所 ニューロインテリジェンス国際研究機構

東京都文京区本郷 7-3-1

^{††††} 東京理科大学 工学部 情報工学科

E-mail: [†]shikimaru@hisenkei.net

あらまし 本稿では、長期予測が不可能とされるカオスダイナミクスを利用したカオス乱数を排他的論理和演算により後処理した乱数列の性能が向上するかを調査している。まず始めに、写像を繰り返すことで生じる数値計算誤差を緩和するために、ロジスティック写像を整数ロジスティック写像へと拡張し、擬似乱数生成器に用いた。次に、整数ロジスティック写像の応答から得られる時系列データを、閾値を設けることにより 2 値のカオス乱数を生成した。さらに、生成したカオス乱数と、それらを入力として排他的論理和演算を施して生成した乱数を NIST 検定を用いて性能評価をした。その際、カオス乱数生成の数値計算精度が与える影響についても併せて調査を行なった。結果から、数値計算精度が十分なカオス乱数を排他的論理和演算の入力とした場合、排他的論理和演算を施す前後での乱数性能に変化は見られないことが分かった。一方、数値計算精度が不十分な場合、排他的論理和演算後の乱数の性能が劣化する可能性があることも分かった。

キーワード カオス乱数, 整数ロジスティック写像, 数値計算精度, 排他的論理和演算, NIST SP 800-22

Performance Evaluation of Chaotic Random Numbers Using Integer Logistic Map by NIST Test

Shiki KANAMARU[†], Yutaka SHIMADA^{††}, Kantaro FUJIWARA^{†††}, and Tohru IKEGUCHI^{†,†††}

[†] Department of Management Science, Faculty of Engineering, Tokyo University of Science

Nijuku 6-3-1, Katsushika-ku, Tokyo, 125-8585, Japan

^{††} Department of Information and Computer Science, Graduate School of Science and Engineering, Saitama University

255 Shimo-Okubo, Sakura-ku, Saitama City, Saitama 338-8570, Japan

^{†††} International Research Center for Neurointelligence, The University of Tokyo

7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113-0033, Japan

^{††††} Department of Information and Computer Technology, Faculty of Engineering,

Tokyo University of Science

E-mail: [†]shikimaru@hisenkei.net

Abstract In this report, we generated pseudorandom numbers using chaotic dynamics and investigated its performance as pseudorandom numbers with post-processing by the XOR operation. Then we analyzed whether the quality of the pseudorandom numbers post-processed by the XOR operation is improved or not. In this study, the pseudorandom number generator is an integer logistic map which reduces numerical errors. First, we converted time series data obtained from the integer logistic map to binary random numbers by setting a threshold value. When we generate chaotic random numbers, we varied the numerical precision. Then, using the NIST test, we evaluated the quality of pseudorandom numbers which is post-processed by the XOR operation. As the results, if numerical precision is high enough, the quality of the pseudorandom numbers did not change by the XOR operation. On the other hand, if numerical precision is insufficient, we found that the quality of the pseudorandom numbers declined by the XOR operation.

Key words Chaotic random number, Integer logistic map, Numerical precision, XOR operation, NIST SP 800-22

1. Introduction

There are two types of random number generators. The first type of the random number generator is a physical random number generator using physical phenomena. The physical number generator has an advantage that the same random numbers cannot be reproduced, whereas its generation speed of random numbers is slow. However, recently, the high speed physical random number generation method using laser chaos has been proposed [1]. In Ref. [1], Uchida *et al.* generated random numbers using two semiconductor lasers which have chaotic vibrations. They detected each laser intensity by a photo-detector. They converted a digital signal which obtained by 1-bit AD converter to a binary signal according to a threshold value. Furthermore, to reduce the statistical bias of the random number, the XOR operation is applied to the binary signal obtained from the two lasers as a post-processing method, which generates a binary random number well.

The second type of random number generator is a pseudorandom number generator. Various pseudorandom number generators have been proposed. A method based on chaotic dynamics is one of the effective approaches for generating pseudorandom numbers. There are many researches on pseudorandom number generators using chaotic dynamics, because unpredictability is one of the important properties of random numbers. For example, in Ref. [2], Ishida *et al.* examined how many bits are required to observe chaotic time series which is generated by fixed-point arithmetic and to function as a pseudorandom number from the viewpoint of invariant measures and the power spectra. Then, they investigated responses of a logistic map which are generated by the fixed-point arithmetic. According to Ref. [2], from the results of the invariant measures, the logistic map can respond chaotically when the number of bits is more than 15 bits. Furthermore, the power spectra of the responses showed that we get random numbers which can be regarded as Gaussian noise.

In this report, we adopted a logistic map [4] as a pseudorandom number generator and performed statistical analyses of generated pseudorandom numbers. To reduce numerical errors as in Ref. [2], we use an integer logistic map. We created two pseudorandom number sequences by the integer logistic map as an input for the XOR operation. We then created pseudorandom numbers by the XOR operation and we investigated the effectiveness of the XOR operation from the performance of generated pseudorandom numbers, where random number sequences are evaluated by the NIST Special Publication 800-22 [3] (hereinafter referred to as the NIST test) published by the National Institute of Standards and Technology of the US Department of Commerce.

2. Effects of the XOR operation

In physical random number generators, post-processing methods are often used to reduce a bias of appearance frequencies of 0 and 1

bits. The XOR operation is one of the most popular post-processing methods. Here, we show that the XOR operation reduces the bias of the appearance frequencies of 0 and 1. Let $p_\beta^{(1)}$ and $p_\beta^{(2)}$ be the probabilities that the binary values $\beta \in \{0, 1\}$ are generated from the two random number generators. We then define the probability $p_\beta^{(l)}$ ($l = 1, 2$) as a function of b by

$$p_0^{(l)} = \frac{1}{2} - b, \quad (1)$$

$$p_1^{(l)} = \frac{1}{2} + b, \quad (2)$$

where b is a bias included in the original binary random numbers. Here, we assume two mutually independent binary random number generators. Two inputs which are generated by the random number generators is applied to the XOR operation, then new random numbers are generated by the XOR operation. Furthermore, we can define the appearance probabilities of 0 and 1 post-processed by the XOR operation, $p_0^{(1,2)}$ and $p_1^{(1,2)}$, using Eqs. (1) and (2) as follows:

$$p_0^{(1,2)} = p_0^{(1)}p_0^{(2)} + p_1^{(1)}p_1^{(2)} = \left(\frac{1}{2} - b\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + b\right)^2 = \frac{1}{2} + 2b^2, \quad (3)$$

$$p_1^{(1,2)} = p_0^{(1)}p_1^{(2)} + p_1^{(1)}p_0^{(2)} = 2\left(\frac{1}{2} - b\right)\left(\frac{1}{2} + b\right) = \frac{1}{2} - 2b^2. \quad (4)$$

In the case that $|b| < 0.5$, we see that the bias decreases to b^2 . In this report, we aim at investigating whether this XOR operation is effective or not in case that chaotic random numbers are two inputs.

3. Pseudorandom number generator

A logistic map [4] is defined by

$$x_{t+1} = ax_t(1 - x_t), \quad (5)$$

where a is a parameter and x_t is a state value at time t . When $a = 4$, it is known that the logistic map exhibits chaotic response because all periodic solutions are unstable. Namely, the period becomes infinite. However, the infinite period cannot be reproduced by numerical calculation, due to an accumulation of numerical errors during temporal evolution of the map, which means that the state of the logistic map converges to a periodic solution. To avoid such an undesirable situation, we used an integer logistic map as a pseudorandom number generator as shown in Ref. [2].

The integer logistic map can be derived from Eq. (5). Firstly, multiplying 10^N by both hand sides of Eq. (5), we get

$$10^N \times x_{t+1} = 10^N \times ax_t(1 - x_t). \quad (6)$$

Using $X_t = 10^N \times x_t$, Eq. (6) is rewritten by

$$X_{t+1} = aX_t(1 - 10^{-N} \times X_t), \quad (7)$$

$$= aX_t(10^N - X_t) \times 10^{-N}. \quad (8)$$

We use the floor function $\lfloor \cdot \rfloor$ to extract the integer part as follows:

$$X_{t+1} = \lfloor aX_t(10^N - X_t)10^{-N} \rfloor. \quad (9)$$

In Eq. (5), a is a parameter, $X_t (= 10^N \times x_t)$ is the state value at time t , and N represents numerical precision.

Next, we explain how to make pseudorandom numbers from the integer logistic map. In this report, the parameter a is set to 4, at which the Lyapunov exponent becomes $\ln 2$ and chaotic responses can be observed. We generate the time series from using the integer logistic map (Eq. (9)) and convert it to binary random numbers by Eq. (10).

$$\tilde{X}_t = \begin{cases} 0 & (X_t \leq \theta), \\ 1 & (X_t > \theta), \end{cases} \quad (10)$$

where θ is a threshold. When $a = 4$, a range of state values of the logistic map (Eq. (5)) is $0 \leq x_t \leq 1$. Thus, in the case of the integer logistic map (Eq. (9)), the range is $0 \leq X_t \leq 10^N$. Here, the invariant measure of the integer logistic map ($a = 4$) is shown in Fig. 1. Figure 1 shows that $X_t \leq \theta$ and $X_t > \theta$ appear with equal probability.

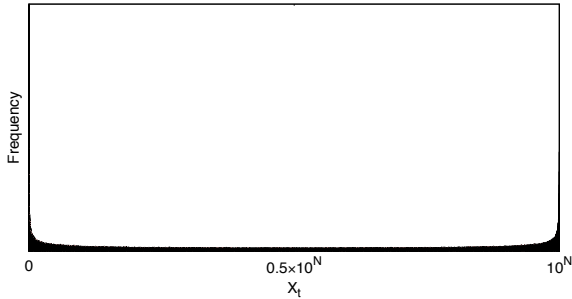


Fig. 1: The invariant measure of the integer logistic map in case that $a = 4$.

Therefore, it is expected that 0 and 1 bits appear equally by setting $\theta = 0.5 \times 10^N$.

4. NIST SP 800-22

Next, we describe the NIST test which statistically evaluates whether the sequence is really random or not. The NIST test consists of 15 test items. We show these items and their descriptions in Table 1. Table 1 shows the test numbers, the names of test items, and their descriptions. The NIST test in Table 1 is provided by the National Institute of Standards and Technology (NIST). Each test item in Table 1 tests properties required as random numbers. The random number sequence with 1Gbits or more length is necessary to conduct the NIST test. In the NIST test, the random number sequence with 1Gbits is divided into small segments whose length is 1,000,000(= 1Mbits). Then, obtained 1,000 segments are tested by the 15 NIST items. At this time, we obtain 1,000 p -values from each test result. Then, the following two sub-tests are conducted. The first sub-test is to obtain P -value which means uniformity of distribution of 1,000 p -values. For the second sub-test, using the 1,000 p -values, we evaluated the probability that the p -value is

greater than $\alpha (= 0.01)$, where the significance level α is the probability that the random number sequence is not random in the sense of each NIST item. In this report, only if the first and second sub-tests were passed, we decided that the tested random number sequences passed each test item.

5. Numerical experiments

We describe the experimental conditions that we used in this report. First, the pseudorandom number generator is produced from the integer logistic map of Eq. (9) introduced in Sec. 3. Next, the length of the generated pseudorandom number is 2^{30} (> 1Gbits) to ensure a sufficient length for evaluation of random numbers in the NIST test. Then, we used a time series obtained from the integer logistic map after 100,000 temporal steps. As shown in Fig. 2, using the integer logistic map, we generate a time series whose length is $2^{31} + 10^5$ and discard the first 10^5 points as transient states. We

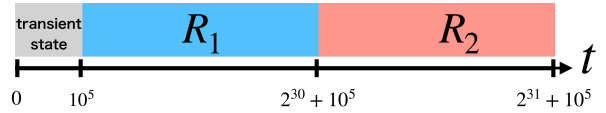


Fig. 2: How to produce two chaotic random numbers used for input of the XOR operation.

then obtain pseudorandom numbers by Eq. (10). Dividing the rest of time series into two time series, we obtain two bit sequences R_1 ($10^5 < t \leq 2^{30} + 10^5$) and R_2 ($2^{30} + 10^5 < t \leq 2^{31} + 10^5$). The generated pseudorandom number sequences R_1 and R_2 are evaluated by the NIST test. In addition to R_1 and R_2 , we evaluate the performance of the pseudorandom number sequence generated by $R_1 \oplus R_2$ where $\oplus$ is the bit-wise XOR operation. For one parameter set of (N, X_0) , we generate the three pseudorandom number sequences R_1 , R_2 , and $R_1 \oplus R_2$ and test them by the NIST test.

In this report, we investigated the relation between the numerical precision N and the quality of pseudorandom number sequences (R_1, R_2 , and $R_1 \oplus R_2$). In this experiment, we changed the numerical precision N and the initial value X_0 in Eq. (9), where $16 \leq N \leq 20$, $N \in \mathbb{N}$, and the h th initial value is defined by $X_0^{(h)} = 0.01 \times h \times 10^N$ ($h = 1, 2, \dots, 24, 26, \dots, 49$). The reason why $X_0 = 0.25 \times 10^N$ is excluded is that X_t converges to zero for $t \geq 1$. From the above, the total number of pseudorandom number sequences that we generate is 720 (= 3 (three sequences, R_1 , R_2 , and $R_1 \oplus R_2$) $\times$ 240 (the total number of possible pairs of the parameter values of N and $X_0^{(h)}$)).

6. Results

Under the experimental condition mentioned in Sec. 5., we generated 720 pseudorandom number sequences and showed the probability distribution of the number of passed NIST items M in Fig. 3. While $P(M)$ is calculated by dividing the number of pseudorandom

Table 1: Test items of 15 items under the NIST test.

No.	Items	Descriptions
1	Frequency Test	Test whether the occurrence probability of 0 and 1 is close to $\frac{1}{2}$.
2	Frequency Test within a Block	For a given block length, we test whether the occurrence probability of 0 and 1 is close to $\frac{1}{2}$.
3	Cumulative Sums Test	Convert the binary random number to $(+1, -1)$ and test the maximum deviation from 0 of the random walk defined by the cumulative sum.
4	Runs Test	Test the number of consecutive 1s (runs).
5	Test for the Longest Run of Ones in a Block	For a block length, test the longest runs.
6	Binary Matrix Rank Test	Test the rank of sparse matrices across several columns.
7	Discrete Fourier Transform Test	To investigate the periodicity, the height of the peak due to discrete Fourier transformation of the sequence is tested.
8	Non-overlapping Template Matching Test	The number of occurrences of bit string prepared in advance is tested without overlap.
9	Overlapping Template Matching Test	The number of occurrences of bit string prepared in advance is tested with overlap.
10	Maurer's "Universal Statistical" Test	Matching patterns within a sequence are detected and tested to see if they can be compressed.
11	Approximate Entropy Test	The frequency of occurrence patterns of a bit length is tested.
12	Random Excursions Test	The total of the number of times K times are visited by cumulative sum random walk is tested.
13	Random Excursions Variant Test	The sum of the number of visits to a specific state with the cumulative sum random walk is tested.
14	Serial Test	The occurrence frequency of all overlapping bit patterns of a certain bit length is tested.
15	Linear Complexity Test	Test the length of the linear feedback register to generate a random number.

number sequences which pass M NIST items by the total number of pseudorandom numbers (720). In Fig. 3, the horizontal axis represents the number of passed NIST items and the vertical axis its probability. From Fig. 3(a) and (b), the difference between the re-

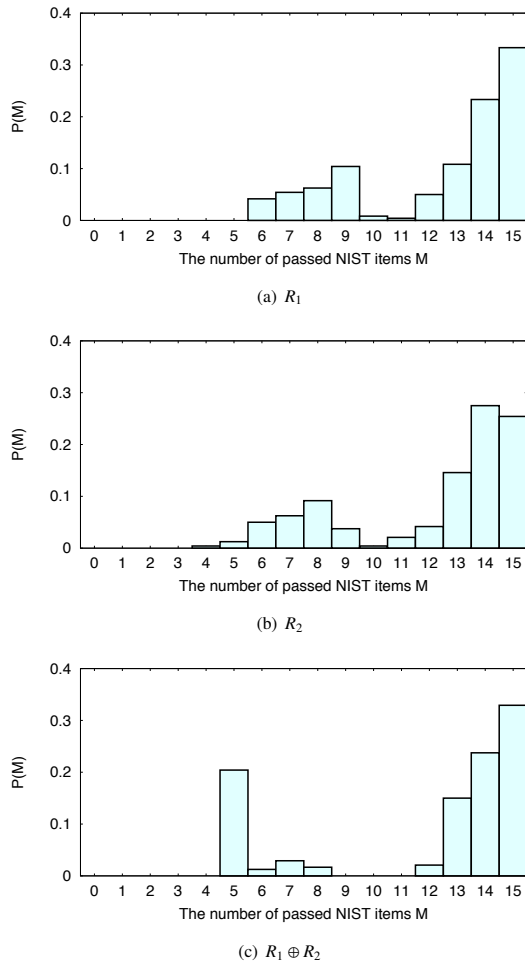


Fig. 3: The probability distributions of the number of passed NIST items M .

sults for R_1 and R_2 is small because R_1 and R_2 are simply generated

from Eq. (10). Figure 3(c) shows the result for $R_1 \oplus R_2$ generated by the XOR operation of R_1 and R_2 . From Fig. 3(c), the probability of pseudorandom number sequences that pass all 15 items does not increase, which means that the quality of pseudorandom numbers were not improved by the XOR operation.

Next, we examined the passed NIST items for each N . In Fig. 4, we can see passed probability of the NIST items, for each N and three pseudorandom numbers. In Fig. 4, the horizontal axis represents the item numbers of the NIST test shown in Table. 1, and the vertical axis represents the passed probability among the 48 initial values X_0 . First, comparing R_1 and R_2 in Fig. 4, there is no difference in the quality of pseudorandom number sequences for each item of the NIST test. When $N = 16$, we cannot generate the sequences which pass the 1st, 3rd, 4th, 8th, 10th and 14th items. When $N = 17$, we cannot generate the sequences which pass eighth item. If $N = 18$ or more, we can generate the sequences which pass all items.

Next, comparing R_1 and R_2 with $R_1 \oplus R_2$ in Fig. 4, we can see that the XOR operation is not effective except for the case that $N = 16$. Looking at $N = 16$, the number of passed test items for $R_1 \oplus R_2$ is less than for R_1 and R_2 .

7. Discussion

From Sec. 6, we did not get the results that application of the XOR operation is not always effective. On the other hand, in the column of $N = 16$ in Fig. 4, we get the results which are contrary to our expectation that the quality of the pseudorandom numbers is improved by the XOR operation. Actually, the passed NIST items without the XOR operation did not pass if the XOR operation is applied.

In this section, we discuss the above results. First, we compare R_1 and R_2 with $R_1 \oplus R_2$ when $N = 16$. While the pseudorandom number sequences R_1 and R_2 pass at most nine items of the NIST test, $R_1 \oplus R_2$ passes at most only six items. Additionally, the number of passed items becomes six only when $X_0 = 0.41 \times 10^N$ ($N = 16$). In

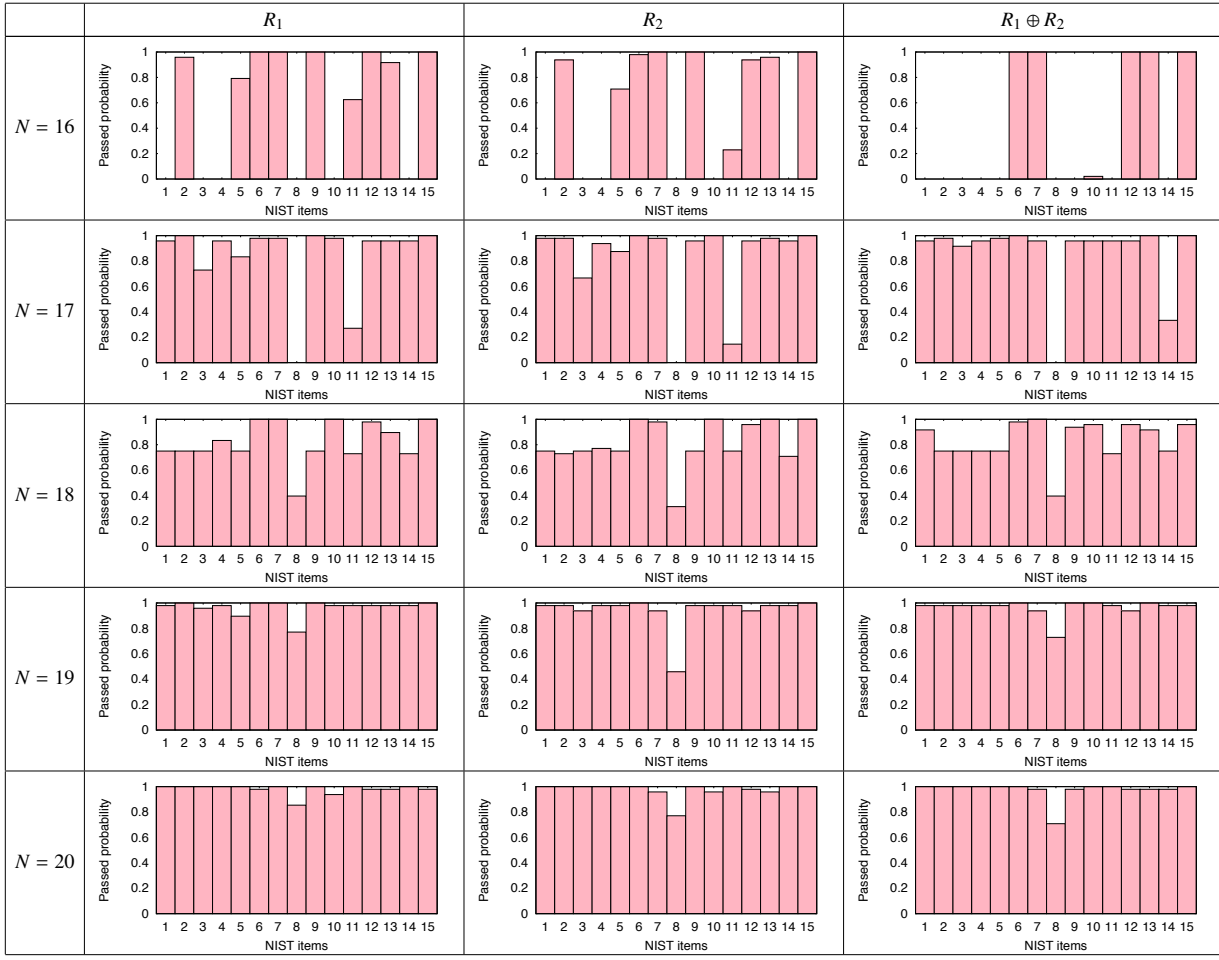


Fig. 4: The passed probability of the NIST items for $16 \leq N \leq 20$ and three pseudorandom numbers (R_1 , R_2 and $R_1 \oplus R_2$).

the case $X_0 \neq 0.41 \times 10^{16}$, the number of passed items becomes five. We show the frequencies of the number of passed items of the NIST test when $N = 16$, in Table 2. From Table 2, we can see that the fre-

Table 2: Frequencies of the number of passed items of the NIST test when $N = 16$.

The number of passed items		5	6	7	8	9
Type of pseudorandom number	R_1	0	1	8	15	24
	R_2	1	2	14	22	9
	$R_1 \oplus R_2$	47	1	0	0	0

quency of passed items 5 is extremely low in R_1 and R_2 . However, it is the most frequent in $R_1 \oplus R_2$. In Table 2, the minimum frequency of the number of passed items about R_1 and R_2 is five. However, the maximum frequency of the number of passed items about $R_1 \oplus R_2$ is five. These results indicate that the XOR operation decreases the quality of R_1 and R_2 .

Next, we examine the reasons for the result. NIST test items 1 and 2 test whether the occurrence frequencies of 0 and 1 appearing in the sequence almost equal or not. The frequency test calculates a bias S of the occurrence frequencies of 0 and 1 in the sequence

using Eq.(11).

$$S \equiv \sum_{i=1}^T 2\tilde{X}_i - 1, \quad (11)$$

where T is a length of a random number sequence and $T = 2^{30}$ in this experiment. The definition of $\tilde{X}_i$ is described in Eq. (10). If the occurrence frequencies of 0 and 1 are equal, S will be 0. Here, we can redefine the bias S between the probability of appearances of 0 and 1 in Eq. (12) because T is enough long.

$$S = \sum_{i=1}^T 2\tilde{X}_i - 1 = -P_0 + P_1. \quad (12)$$

We then define $p_\beta^{(k)}$ as the probability of appearances of β ($\beta \in \{0, 1\}$) in the pseudorandom number sequence of k ($k \in \{R_1, R_2\}$). We define S' about the pseudorandom numbers of $R_1 \oplus R_2$ in Eq. (13) according to Eq. (12) using $p_\beta^{(k)}$.

$$S' = -p_0^{(R_1)} p_0^{(R_2)} + p_0^{(R_1)} p_1^{(R_2)} + p_1^{(R_1)} p_0^{(R_2)} - p_1^{(R_1)} p_1^{(R_2)}. \quad (13)$$

Using $p_0^{(k)} + p_1^{(k)} = 1 \iff p_1^{(k)} = 1 - p_0^{(k)}$, Eq. (13) is rewritten by

$$\begin{aligned} S' &= -p_0^{(R_1)} p_0^{(R_2)} + p_0^{(R_1)} (1 - p_0^{(R_2)}) + (1 - p_0^{(R_1)}) p_0^{(R_2)} \\ &\quad - (1 - p_0^{(R_1)}) (1 - p_0^{(R_2)}) \\ &= -1 + 2p_0^{(R_1)} + 2p_0^{(R_2)} - 4p_0^{(R_1)} p_0^{(R_2)} \end{aligned}$$

$$= -2(1 - p_0^{(R_1)} - p_0^{(R_2)}) + 1 - 4p_0^{(R_1)}p_0^{(R_2)}. \quad (14)$$

Using Eq. (14), we created a color map shown in Fig. 5. In Fig. 5, the horizontal axis represents $p_0^{(R_1)}$, the vertical axis represents $p_0^{(R_2)}$ and the color bar represents S' . From Fig. 5, we can see that if

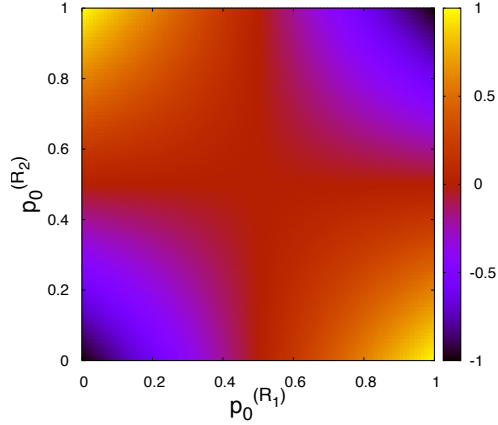


Fig. 5: The color map created by Eq. (14).

$p_0^{(R_1)}$ or $p_0^{(R_2)}$ equals to $\frac{1}{2}$, the bias S' will be 0, and if both $p_0^{(R_1)}$ and $p_0^{(R_2)}$ are away from $\frac{1}{2}$, S' becomes far from 0. When the numerical precision is enough, for example, $N = 20$, R_1 and R_2 already have good quality. For the reason, we cannot see that the difference in the quality R_1 and R_2 with $R_1 \oplus R_2$.

Finally, we investigate the number of p -values that are greater than α in the test items of the NIST test 1 and 2 as Fig. 6. In Fig. 6, the horizontal axis represents the numerical precision N and vertical axis represents the number of p -values greater than α in the test items 1 and 2 and the gray zone is the confidence interval provided by the NIST in Eq. (15) multiplied by m .

$$(1 - \alpha) \pm 3 \sqrt{\frac{(1 - \alpha)\alpha}{m}}. \quad (15)$$

In Eq. (15), m represents the number of segments of random number sequence in case of performing the NIST test. In this report, we set parameters $\alpha = 0.01$ and $m = 1,000$. Therefore, the confidence interval is 0.99 ± 0.009439279 and the gray zone is $[980.560721, 999.439279]$. We calculated the plots in Fig. 6 the average of the number of p -values greater than α of the test items 1 and 2 in each pseudorandom number type using each N . From Fig. 6, we can see that even if the XOR operation is applied, the number of p -values greater than α is included in the confidence interval. However, when $N = 16$, the number of passed items is decreased. The results mean that application of the XOR operation destroys uniformity of the distribution of p -values.

8. Conclusion

In this report, we generated the pseudorandom number sequences

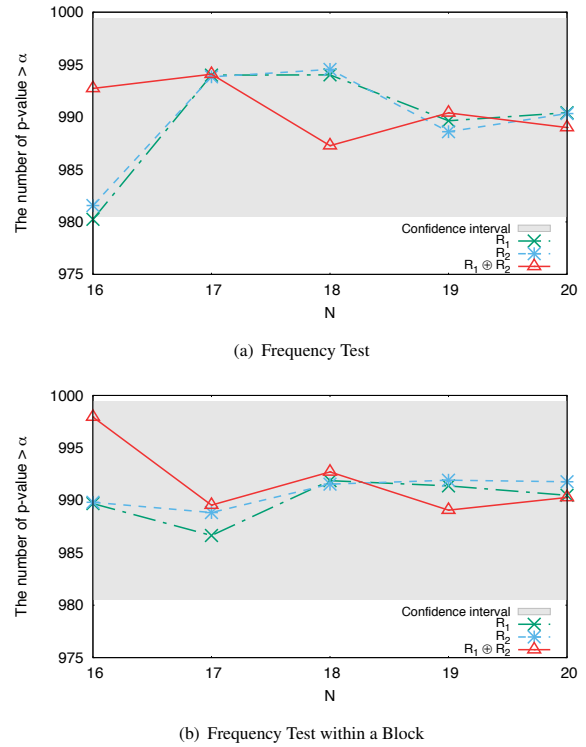


Fig. 6: The number of p -value larger than α in the NIST test items.

using the integer logistic map [2]. Furthermore, using two pseudorandom number sequences for the XOR operation, we generated new pseudorandom number sequences and evaluated them. We used the NIST SP 800-22 [3] for evaluation of the pseudorandom number sequences. As the results, we considered that the XOR operation was not so much effective when the inputs to the XOR operation were chaotic pseudorandom numbers. On the contrary, we found that if pseudorandom number sequences using the logistic map without considering the numerical precision are applied to the XOR operation, the quality of the pseudorandom number sequences might be decrease.

Acknowledgments

This research is partially supported by the JSPS Grant-in-Aid for Scientific Research (No. 18K18125, 16K16138, 15KT0112 and 17K00348).

References

- [1] A. Uchida *et al.*, “Fast physical random bit generation with chaotic semiconductor lasers,” *Nature Photonics*, Vol. 2, No. 12, pp. 728–732, 2008.
- [2] K. Ishida, A. Tsuneda and T. Inoue, “Properties of Chaotic Sequences Generated by Finite-Bit Operations,” *TECHNICAL REPORT OF IE-ICE*, Vol. 98, No. 140, pp. 9–14, 1998 (CAS 98–16).
- [3] A. Rukhin *et al.*, “A Statistical Test Suite for Random and Pseudorandom Number Generators for Cryptographic Applications,” *National Institute of Standards and Technology, Special Publication 800-22*, 2010.
- [4] R. M. May, “Simple mathematical models with very complicated dynamics,” *Nature*, Vol. 261, No. 5560, pp. 459–467, 1976.

制約付ランダムシャッフルサロゲートデータを用いた カオスのマーク付き点過程の解析法について

山本 紘平[†] 島田 裕^{††} 池口 徹^{†,†††}

[†] 東京理科大学大学院 工学研究科 経営工学専攻

〒125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1

^{††} 埼玉大学大学院 理工学研究科

〒338-8570 埼玉県さいたま市桜区下大久保 255

^{†††} 東京理科大学 工学部 情報工学科

E-mail: [†]k-yamamoto@hisenkei.net

あらまし マーク付き点過程データとは、離散的なイベント時系列に何らかの情報が付与された点過程である。具体的には、地震活動、神経活動、金融市場での値動きなどがある。本稿では、これらのマーク付き点過程データに対し、その予測限界を調査するための新たな手法として、制約付ランダムシャッフルサロゲートデータを用いた手法を提案する。この提案手法を4つのマーク付点過程データに対し適用した。このうち二つは、Lorenz 方程式と Rössler 方程式から得られた決定論性を有するデータである。もう一つは、イベント発生間隔が指数分布に従い、マークの値が一様乱数に従うランダムな特徴を持つデータである。最後は、周期的な特徴を持つ時系列を等間隔にサンプリングすることで作成したデータである。これら4つのマーク付き点過程データに対し提案手法を適用し、提案手法の有効性を調査した。また、非線形力学系の軌道不安定性を定量化する指標として知られているリアプノフ指数との推定と提案手法の間に対応関係があるか調査した結果も併せて報告する。

キーワード 非線形時系列解析, マーク付点過程, リカレンスプロット, サロゲートデータ

An analysis on chaotic marked point process using constrained random shuffled surrogate data

Kohei YAMAMOTO[†], Yutaka SHIMADA^{††}, and Tohru IKEGUCHI^{†,†††}

[†] Department of Management Science, Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science
Nijuku 6-3-1, Katsushika-ku, Tokyo, 125-8585, Japan

^{††} Department of Information and Computer Science, Graduate School of Science and Engineering and Science,
Sitama University

255 Shimo-Okubo, Sakuraku, Saitama City, Saitama 338-8570, Japan

^{†††} Department of Information and Computer Technology, Graduate School of Engineering, Tokyo University of
Science

E-mail: [†]k-yamamoto@hisenkei.net

Abstract Marked point process data refer to a time series of discrete events with additional information. For example, seismic activities, neural activities, price movements on financial markets are typical examples of the marked point process data. In this report, we propose a method of constrained random shuffle surrogate data as a new method to investigate the prediction limit for these marked point process data. We applied the proposed method to the four kinds of marked point process data. The first and second data have deterministic features. These data are obtained from the Lorenz and the Rössler systems. The third data have randomness feature. The fourth data have periodic feature. In addition, we report the correspondence between the proposed method and the maximum Lyapunov exponent which is an index of orbital instability and an existing measure to investigate prediction limits.

Key words Nonlinear time series analysis, marked point process data, recurrence plot, surrogate data

1. Introduction

Various time series signals are observed in nature. To analyze these time series signals, various analysis methods have already been proposed, for example, estimation of the auto-regressive model, the moving average model, and the auto-regressive moving average model. However, if we use these linear analysis methods, there is a limit for analyses due to nonstationarity and non-linearity of the time series signals. To analyze time series signals that behave in complex and irregular manner, we have to consider the possibility that such irregular fluctuations arise from nonlinear deterministic dynamics.

There are many methods to quantify orbital instability, one of the essential features of chaotic dynamical systems, for regularly sampled time series data. On the other hand, there are data that can only be observed at irregular intervals, which are called marked point process data. For example, seismic activities, neural activities, price movements in financial markets are described by marked point process data. To the best of our knowledge, there are only a few methods to quantify orbital instability for these marked point process data from the view point of nonlinear dynamical systems. In this report, we propose a random shuffle surrogate method with time window constraints to investigate temporal correlations of the marked point process data. We call it the method of constrained random shuffle surrogate data. In addition, we compared the results of the proposed method with the value of the maximum Lyapunov exponent.

2. Methods

We propose the constrained random shuffle surrogate data method to investigate temporal correlations of marked point process data by recurrence plot techniques [1]. To obtain the recurrence plot, we need to calculate distances between segments in marked point process data. For marked point process data, marked spike train metric (MSTM) is used to define the distance between two marked point process data. In the following subsections, we first explain how to define the state space in Sec. 2.1. Next, we explain MSTM in Sec. 2.2. In Sec. 2.3, we introduce the recurrence plot to visualize the distance matrix obtained by MSTM and DET that is used to quantify deterministic feature from the obtained recurrence plot. The proposed method is described in Sec. 2.4.

2.1 How to define the state space

It is not so easy to define the state space for marked point process data. Therefore, in this report, the marked point process data was divided into time windows [2] (Fig. 1). We define the i th time window, $w(i)$, as the i th state value. To obtain the recurrence plot, we use MSTM [3] to quantify the distance between two time windows in this report.

2.2 Marked Spike Train Metric (MSTM)

MSTM calculates the distance between two marked point process

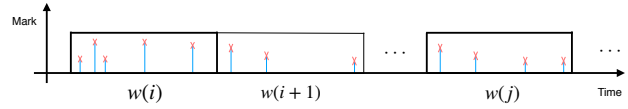


Fig. 1: An example of dividing marked point process data into time windows.

data by estimating the total cost for transforming one marked point process data into another data. In MSTM, there are two operations. The first operation is deletion or insertion of a single event and their cost is unity. The second operation is a shift in a mark direction or temporal direction of a single event, the cost of which is proportional to the shift length. Then, MSTM is defined by Eq. (1).

$$D(i, j) = \min \left\{ \sum_{(m,n) \in C} \left\{ \lambda_t |t_i(m) - t_j(n)| + \lambda_p |p_i(m) - p_j(n)| \right\} + I + J - 2P \right\}, \quad (1)$$

where i and j are indices of the marked point process data, or the time window to be compared in our case; m is an event in the i th window and n is an event in the j th window; C is a set of pairs of events (m, n) ; $t_i(m)$ is the occurrence time of the m th event in the i th window; $p_i(m)$ is the mark value of the m th event in the i th window; I and J correspond to the total number of spikes in the i th and j th time windows; P is the number of elements in the set C ; the coefficients λ_t and λ_p determine weights of the corresponding terms. An example of calculating MSTM between two marked point process data, $w(i)$ and $w(j)$, is shown in Fig. 2

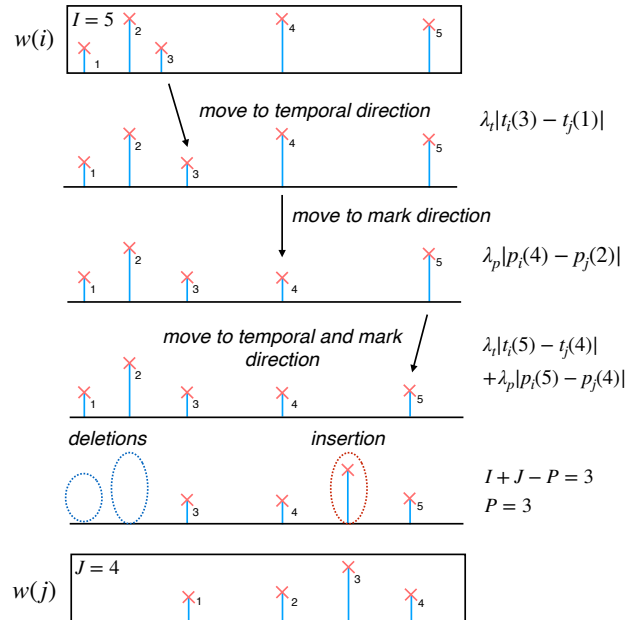


Fig. 2: How to calculate MSTM between two marked point process data ($w(i)$ and $w(j)$).

In this report, we defined

$$\lambda_p = \lambda_t \frac{\delta_t}{\delta_p}, \quad (2)$$

where δ_t is the standard deviation of the time interval for all data and δ_p is standard deviation of the weights.

We should not choose a too large value of λ_t . If the value of λ_t is too large, the resulting distance between the i th and j th time window is simply the difference of the number of events in the i th and the j th time window. Thus, the information about event intervals are lost. According to Ref. [3], we set λ_t to 0.1.

2.3 Recurrence plot and DET

Recurrence plot [1] is a visualization tool of recurrent patterns between two points on attractors of nonlinear dynamical systems, which represents non-stationarity and non-periodicity in time series data. To create a recurrence plot, a two-dimensional image is prepared. Usually, the size of the image N is the total number of points on the attractor. In this report, the state value is a time window. Thus, the size of the image N is the total number of time windows in the marked point process data. Namely, the recurrence plot is an image whose value of the (i, j) th pixel is defined by Eq. (3):

$$R_{i,j} = \begin{cases} 1 & (D(w(i), w(j)) < \theta) \\ 0 & (\text{otherwise}). \end{cases} \quad (3)$$

where $w(i)$ denotes the i th time window (Fig. 1), and $D(w(i), w(j))$ is MSTM between the i th window $w(i)$ and the j th window $w(j)$. θ is a threshold.

Recurrence Quantification Analysis (RQA) is an analysis method that quantifies the patterns appeared in recurrence plots. Although there are several measures, we used DET defined as follows:

$$\text{DET} = \frac{\sum_{l=l_{\min}}^N IU(l)}{\sum_{l=1}^N IU(l)}, \quad (4)$$

where

$$IU(l) = \sum_{i,j=1}^N (1 - R_{i-1,j-1})(1 - R_{i+l,j+l}) \prod_{k=0}^{l-1} R_{i+k,j+k}. \quad (5)$$

As shown in Eq. (4), $IU(l)$ is the total number of diagonal lines in the recurrence plot whose length is l [pixels] and $l_{\min}$ is the minimum length of the diagonal line. In this report, $l_{\min}$ is set to 2. In the recurrence plots of generated from stochastic processes or processes with weak determinism, diagonal lines will usually disappear. On the other hand, if a process is deterministic or processes with strong determinism, longer diagonal lines will appear. Therefore, DET is one of the most important quantities to discriminate deterministic processes to stochastic processes [1].

From Eq. (4) and (5), it is clear that the percentage of plotted points in the recurrence plot directly affects the value of DET. Therefore, when we compare the recurrence plot and other recurrence plots, we need to align the percentage of plotted points in the

recurrence plot. In this report, θ is a threshold set to $0.1 \times N \times N$.

2.4 Constrained random shuffle surrogate data

We propose a method for generating random shuffle surrogate data with time window constraints in order to investigate how long time windows with similar patterns continue to be observed. We introduce the algorithm in the following:

- (1) Define M as the number of randomly shuffled windows in a small group (Fig. 3).
- (2) In each group, the order of time windows is randomly shuffled.

An example is shown in Fig. 3. When $M = 1$ (Fig. 3(top)), the

• The number of randomly shuffled windows $M = 1$ (original data)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

• The number of randomly shuffled windows $M = 3$ (constrained randomly shuffled surrogate data)

2	3	1	6	4	5	7	9	8	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

• The number of randomly shuffled windows $M = 10$ (fully random shuffled surrogate data)

8	5	2	6	1	4	9	3	10	7
---	---	---	---	---	---	---	---	----	---

Fig. 3: There examples of constrained random shuffling

surrogate data is equivalent to the original data. When $M = 3$ (Fig. 3(middle)), the data are a constrained randomly shuffled surrogate data. When M is the total number of time windows (Fig. 3(bottom)), the data are equivalent to fully random shuffle surrogate data. In the analysis, we increased M from 1 to N (the number of windows). As the value of M increases, the value of DET decreases because the temporal correlation is destroyed. Using this property, we investigate the minimum value of M , represented by M^* , such that the difference between DET obtained from constrained random shuffled surrogate data and that from fully random shuffled surrogate data disappears. The obtained M^* is strongly related to the time when the deterministic feature disappears. In this report, M^* is defined to be a cross point of the value of DET calculated from constrained random shuffle surrogate data and the value of DET calculated from fully random shuffled surrogate data.

3. Experiments

We applied the proposed method to four types of marked point process data. The first data is obtained from the Lorenz system [4] (Fig. 4(b)). The second data is obtained from the Rössler system [5] (Fig. 5(b)). The third data is random marked point process data (Fig. 6). The fourth data is a periodic marked point process which is produced from a sinusoidal wave (Fig. 7).

First, the Lorenz system [4] is described by

$$\begin{aligned}
\frac{dx}{dt} &= -\sigma x + \sigma y, \\
\frac{dy}{dt} &= -xz + rx - y, \\
\frac{dz}{dt} &= xy - bz,
\end{aligned} \tag{6}$$

where σ , b , and r are parameters. In this report, we used two parameter setups: one is $\sigma = 16.0$, $b = 4.0$, and $r = 45.92$ and another is $\sigma = 16.0$, $b = 4.0$, and $r = 40.0$. A time series signal of the third variable is shown in Fig. 4(a). In Fig. 4(a), Eq. (6) was numerically integrated by the Runge-Kutta method with the step size $h = 0.01$. In Fig. 4(b), a marked point process data was generated by extracting the local maximum values from the time series in Fig. 4(a) [6].

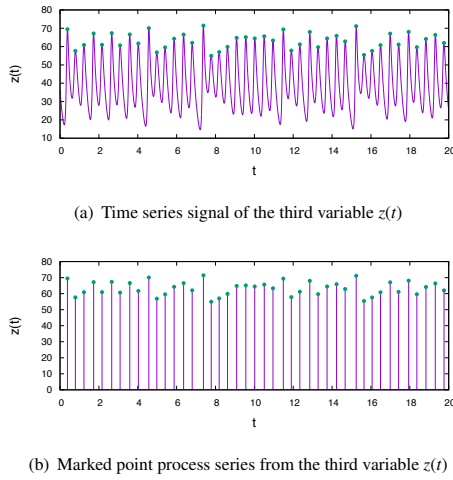


Fig. 4: The results calculated from the Lorenz system: $\sigma = 16.0$, $b = 4.0$, and $r = 40$.

The Rössler system [5] is described by

$$\begin{aligned}
\frac{dx}{dt} &= -y + z, \\
\frac{dx}{dt} &= x + ay, \\
\frac{dz}{dt} &= b + xz - cz,
\end{aligned} \tag{7}$$

where a , b , and c are parameters. In this report, we used two parameter setups: one is $a = 0.15$, $b = 0.20$, and $c = 10.0$ and another is $a = 0.20$, $b = 0.20$, and $c = 5.7$. A time series signal of the third variable is shown in Fig. 5(a). In Fig. 5(a), Eq. (7) was numerically integrated by the Runge-Kutta method with the step size $h = 0.01$. In Fig. 5(b), a marked point process data was generated by extracting the local maximum values from the time series in Fig. 5(a) [6].

We next generated a random marked point process data whose inter-event intervals follow exponential distribution and whose marks obey uniform distribution in $[0, 1]$. The time series is shown in Fig. 6.

Finally, we produced the periodic time series is shown in Fig. 7.

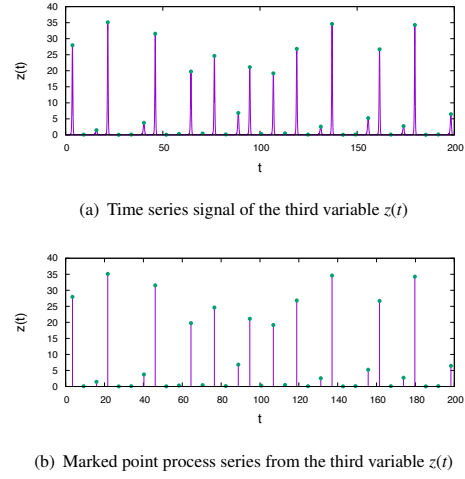


Fig. 5: The results calculated from the Rössler systems: $a = 0.15$, $b = 0.20$, and $c = 10.0$.

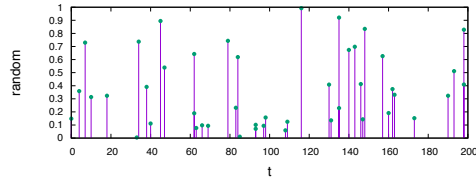


Fig. 6: An example of random marked point process data.

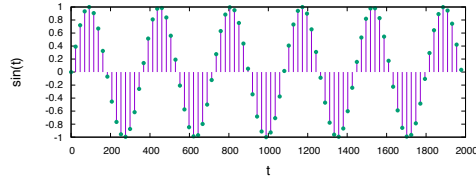


Fig. 7: Periodic marked point process data of observed from a sinusoidal wave

This time series was calculated by $\sin(11t)$, where $t \in \mathbb{Z}$.

Total observation periods and the length of time window of all data are summarized in Table 1.

Table 1: Total observation periods and the length of time window

System	Total observation periods	The length of time window
Lorenz: $\sigma = 16.0$, $b = 4.0$, $r = 45.92$	10^5	2×10^2
Lorenz: $\sigma = 16.0$, $b = 4.0$, $r = 40.0$	10^5	2×10^2
Rössler: $a = 0.15$, $b = 0.20$, $c = 10.0$	2×10^7	4×10^5
Rössler: $a = 0.20$, $b = 0.20$, $c = 5.7$	2×10^7	4×10^5
Random	10^7	5×10^5
Periodic	10^7	5×10^5

3.1 Maximum Lyapunov exponent

We further investigated whether the constrained random shuffle surrogate data can be used to evaluate the prediction limit of the marked point process data. We compared M^* determined by our

method and the maximum Lyapunov exponents of the Lorenz and Rössler systems.

One of the features of chaotic dynamical systems is sensitive dependence on initial conditions. When we give two initial values including a slight difference to a chaotic dynamical system, the resulting orbits starting from these two initial values separate from each other exponentially. This feature is called sensitive dependence on initial conditions, or orbital instability. The maximum Lyapunov exponent is an indicator to quantify orbital instability, which is an essential feature of deterministic chaos. The maximum Lyapunov exponents of the Lorenz and Rössler systems used in this report are shown in Table 2.

Table 2: The maximum Lyapunov exponents for the Lorenz and the Rössler systems [7], [8].

System	Parameter values	Maximum Lyapunov exponent
Lorenz	$\sigma = 16.0, b = 4.0, r = 45.92$	$\lambda_1 = 2.16$
	$\sigma = 16.0, b = 4.0, r = 40.0$	$\lambda_1 = 1.37$
Rössler	$a = 0.15, b = 0.20, c = 10.0$	$\lambda_1 = 0.87$
	$a = 0.20, b = 0.20, c = 5.7$	$\lambda_1 = 0.069$

4. Results

Figure 8 shows the results of recurrence plots. In the recurrence plots calculated from the Lorenz and Rössler systems (Fig. 8(a) ~ 8(d)), short diagonal lines appear because the marked point process data generated from these systems show deterministic and chaotic behaviour. Since the sinusoidal wave is periodic, long diagonal lines appear (Fig. 8(f)), whereas, in the recurrence plot of the random data, diagonal lines do not appear because the random data does not have the temporal correlation.

Figure 9 shows the results of calculated constrained random shuffle surrogate data from the marked point process data. In Fig. 9, when the value of M increases, the values of DET calculated from the data with a large maximum Lyapunov exponent value decrease faster than the data with a small maximum Lyapunov exponent. This might be influenced by the value of the maximum Lyapunov exponent because the maximum Lyapunov exponent is strongly related to the time when temporal correlations disappear.

We consider the correspondence between M^* and the maximum Lyapunov exponent. In Table 3, there is a difference between the first Lorenz system and the second Lorenz system. However, we cannot observe any differences between the first Rössler system and the second Rössler system. One of the possible reasons might be related to the number of events in time windows. The Rössler systems have few events in windows than the Lorenz systems. To solve this issue, it might be necessary to set the length of time window longer than the Lorenz systems when calculating the distance. However, Table 3 suggests that it is clarified that the difference in the maximum Lyapunov exponents affect the decrease of DET.

5. Conclusion

We proposed the constrained random shuffle surrogate data as a new method to evaluate temporal correlations of marked point process data. Then, to evaluate the validity of the proposed method, we applied the proposed method to the four types of marked point process data. The first data is calculated from the Lorenz systems. The second data is calculated from the Rössler systems. These data have deterministic features. The third one is random data and the fourth one is a sinusoidal wave. We divided these data into time windows and calculated the inter window distance matrix by using the marked spike train metric.

From the first result, we found that there are clean differences among the deterministic data, the random data and the periodic data. In case of the periodicity, the value of DET decreases more slowly than the deterministic data. The random data have a low DET value regardless of the number of randomly shuffled windows.

As the second result, the difference in the maximum Lyapunov exponents affect the decrease of DET. In this report, we could not find a specific relationship between the maximum Lyapunov exponent and the value of DET calculated from constrained surrogate data. As an important future work, we will conduct numerical experiments on the degree of correlation between the maximum Lyapunov exponent and the value of DET calculated from constrained surrogate data by examining various parameters and systems. Furthermore, when we divide into the long length of time window with the Lorenz systems, there was no difference between the data and random data. Therefore, the determinism may disappear depending on the length of time windows. Namely, we need to investigate appropriate length of the time windows.

Acknowledgements

The authors would like to thank Professor Yoshito Hirata (The University of Tokyo) for valuable comments and discussions. This research is partially supported by the JSPS Grant-in-Aid for Scientific Research (No. 15KT0112, 17K00348, 18K18125).

References

- [1] Norbert Marwan, M Carmen Romano, Marco Thiel, and Jürgen Kurths. Recurrence plots for the analysis of complex systems. *Physics reports*, Vol. 438, No. 5, pp. 237–329, 2007.
- [2] Yoshito Hirata and Kazuyuki Aihara. Timing matters in foreign exchange markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 391, No. 3, pp. 760–766, 2012.
- [3] Satoshi Suzuki, Yoshito Hirata, and Kazuyuki Aihara. Definition of distance for marked point process data and its application to recurrence plot-based analysis of exchange tick data of foreign currencies. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 20, No. 11, pp. 3699–3708, 2010.
- [4] Edward N Lorenz. Deterministic nonperiodic flow. *Journal of the atmospheric sciences*, Vol. 20, No. 2, pp. 130–141, 1963.
- [5] Otto E Rössler. An equation for continuous chaos. *Physics Letters A*, Vol. 57, No. 5, pp. 397–398, 1976.
- [6] Naoki YABUTA and Tohru Ikeguchi. Prediction of high-dimensional multivariate information as an amplitude-event dynamical system.

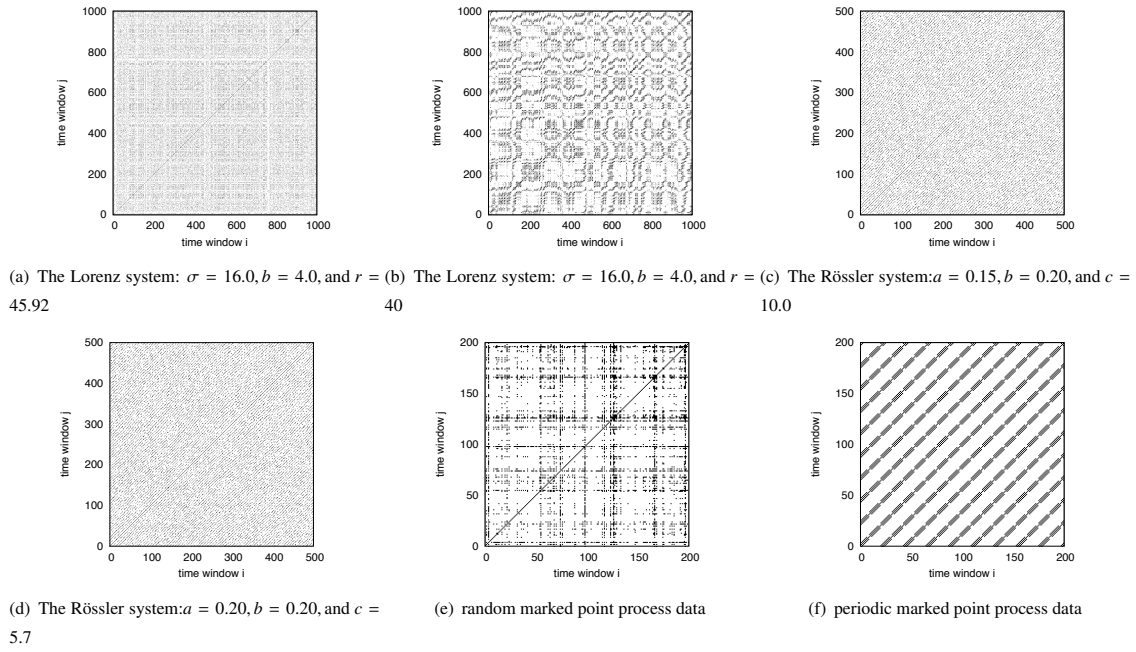


Fig. 8: Results of recurrence plots calculated from (a), (b) the Lorenz systems and (c), (d) the Rössler systems, (e) random marked point process data, and (f) periodic marked point process data.

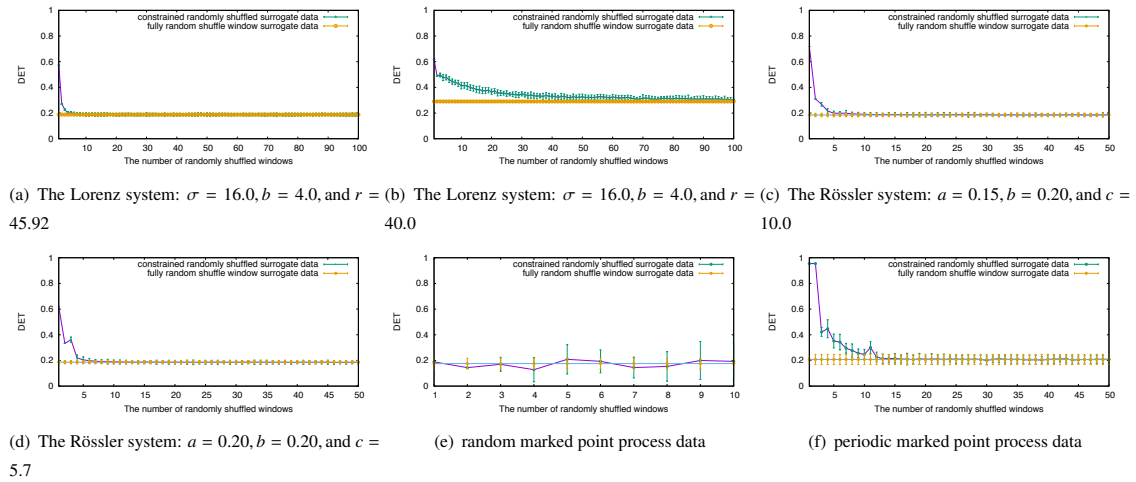


Fig. 9: Results of (a), (b) The Lorenz system, (c), (d) The Rössler system. (e) random marked point process data, and (d) periodic marked point process data.

Table 3: Maximum Lyapunov exponents and the value of M^*

System	Maximum Lyapunov exponent	M^*	$M^* \times \text{The length of time window}$
Lorenz: $\sigma = 16.0, b = 4.0, r = 45.92$	$\lambda_1 = 2.16$	4	400
Lorenz: $\sigma = 16.0, b = 4.0, r = 40.0$	$\lambda_1 = 1.37$	30	3000
Rössler: $a = 0.15, b = 0.20, c = 10.0$	$\lambda_1 = 0.87$	4	1600000
Rössler: $a = 0.20, b = 0.20, c = 5.7$	$\lambda_1 = 0.069$	4	1600000

Proceedings of International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA), pp. 188–191, 2007.

- [7] Ippei Shimada and Tomomasa Nagashima. A numerical approach to ergodic problem of dissipative dynamical systems. *Progress of theoretical physics*, Vol. 61, No. 6, pp. 1605–1616, 1979.
- [8] Alan Wolf, Jack B Swift, Harry L Swinney, and John A Vastano. Determining lyapunov exponents from a time series. *Physica D: Non-*

linear Phenomena, Vol. 16, No. 3, pp. 285–317, 1985.

ビット情報の効果的な利用を考慮したカオス MIMO システムと その性能解析

山崎 凌[†] 島田 裕^{††} 池口 徹^{†,†††}

[†] 東京理科大学大学院 工学研究科 経営工学専攻

〒125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1

^{††} 埼玉大学大学院 理工学研究科

〒338-8570 埼玉県さいたま市桜区下大久保 255

^{†††} 東京理科大学 工学部 情報工学科

E-mail: yamazaki@hisenkei.net

あらまし 無線通信の手法として、複数のアンテナを用いて通信を行う Multiple-Input Multiple-Output (以下, MIMO) システムがある。MIMO システムの変調部にカオスを応用することで、物理層においてユーザー間の秘匿性を確保しながら符号化利得を獲得できるカオス MIMO (以下, C-MIMO) システムが提案されている。本稿では、まず初めに、C-MIMO の信号変調部で用いられるカオス写像の振舞いを調査する。これにより、従来システムが信号の変調に用いるビット列の情報を十分に活用できていないことを明らかにする。次に、この問題を改善した C-MIMO システムを提案し、誤り率特性を調査した結果を報告する。

キーワード カオス通信, MIMO, ベルヌーイシフト写像

Performance analysis of a modified Chaos MIMO system with efficient use of bit information

Ryo YAMAZAKI[†], Yutaka SHIMADA^{††}, and Tohru IKEGUCHI^{†,†††}

[†] Department of Management Science, Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science
Nijuku 6-3-1, Katsushika-ku, Tokyo, 125-8585, Japan

^{††} Department of Information and Computer Science, Graduate School of Science and Engineering,
Saitama University

Shimo-Okubo 255, Sakura-ku, Saitama City, Saitama 338-8570, Japan

^{†††} Department of Information and Computer Technology, faculty of Engineering, Tokyo University of
Science

E-mail: yamazaki@hisenkei.net

Abstract The multiple-input multiple-output (MIMO) is one of the wireless communication methods that use multiple transmit antennas and receive antennas. To ensure security on the physical layer and also to enhance channel coding effects, a chaos MIMO (C-MIMO) system has already been proposed. In this system, a chaotic dynamical system is used for modulation. In this report, we revealed that the original C-MIMO system does not effectively use the information bits that are used for the modulation, which makes it difficult to distinguish encrypted symbols. To solve this issue, we propose a new modulation method for the C-MIMO system. We evaluated the performance of the modified C-MIMO system to show that the modified method improves block error rate.

Key words Chaos communication, MIMO, Bernoulli shift map

1 Introduction

Due to the widespread use of the Internet, high capacity and secure communication systems are required. To deal with this problem, the multiple-input multiple-output (MIMO) system [1] which has large channel capacity is acknowledged to be effective. The MIMO system has already played an essential role in the 4th generation of cellular mobile communications (4G), and it is expected to be incorporated into the 5th generation of cellular mobile communications (5G). Although the current MIMO system provides the security in upper layers, the security of the physical layer is not taken into consideration. As the number of users increases, the security of the current MIMO system is insufficient and encryption in the physical layer should be considered.

To ensure the security of the physical layer, the chaos-based communication method is effective. One of the well-known chaos-based communication method is Chaotic Code Division Multiple Access (C-CDMA) [2] that ensures the security of the physical layer. However, the CDMA was not been included in 4G standard and it will not be included in 5G standard too. On the other hand, Okamoto *et al.* have proposed a chaos-based MIMO (C-MIMO) system that realizes both ensuring the security of the physical layer and obtaining channel coding gain by introducing a chaotic dynamical system in signal modulation [3-5]. The C-MIMO system is one of the common key cryptosystems, using the feature of chaotic dynamics such as sensitive dependence on initial conditions. However, it is not sufficiently investigated why the chaotic dynamics leads to a good performance from the viewpoint of nonlinear dynamical systems.

In this report, we numerically analyzed the dynamics of a chaotic system used in the modulation part of the C-MIMO system and clarified that the C-MIMO [3-5] system does not take full advantage of the information bits used for the signal modulation. We further proposed a chaos-based modulation method for the modulation part in Ref. [5] and showed that the proposed method improves block error rate (BLER) performance by effectively utilizing the information bits.

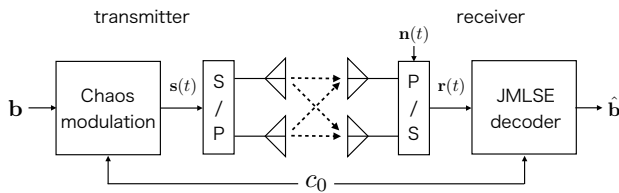


Fig. 1 The original C-MIMO system [3-5].

2 The chaos MIMO system [3-5]

In this section, we review a configuration of the original C-MIMO system [3-5]. The C-MIMO system uses a complex number c_0 as a common key. Figure 1 shows the original configuration of the C-MIMO system.

Let N_t be the number of transmit antennas and N_r be the number of receive antennas. Figure 1 shows an example when $N_t = N_r = 2$. Let $\mathbf{b}$ be a transmit block which is given by

$$\mathbf{b} = [b_0, b_1, \dots, b_{N_t B - 1}], \quad (1)$$

$$b_m \in \{0, 1\}, \quad (m = 0, 1, \dots, N_t B - 1).$$

Let $\mathbf{s}(t)$ be the MIMO transmit vector at time t which is given by

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_{N_t}(t)]^T, \quad (2)$$

where $s_i(t)$ ($i = 1, \dots, N_t$) is the transmitted symbol from the i th transmit antenna at time t and T represents the transpose. Let $\mathbf{S}_B$ be the MIMO transmit block consisting of B MIMO transmit vectors defined by

$$\mathbf{S}_B = [\mathbf{s}(0), \dots, \mathbf{s}(B - 1)]. \quad (3)$$

Then, the channel matrix at time t , $\mathbf{H}(t)$, is given by

$$\mathbf{H}(t) = \begin{bmatrix} h_{11}(t) & \cdots & h_{1N_t}(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r 1}(t) & \cdots & h_{N_r N_t}(t) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

where $h_{ij}(t)$ is the channel component between the i th transmit antenna and the j th receive antenna at time t . Each value of $h_{ij}(t)$ follows antenna-i.i.d. and symbol-i.i.d. flat Rayleigh fading. Let $\mathbf{r}(t)$ be the MIMO receive vector given by

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{H}(t)\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t), \quad (5)$$

where $\mathbf{n}(t)$ is the noise vector whose elements obey the zero-mean Gaussian distribution. In the receiver, a decoded blocks $\hat{\mathbf{b}}$ is calculated from $\mathbf{r}(t)$.

In the C-MIMO system, the common key c_0 ($0 < \text{Re}[c_0] < 1$ and $0 < \text{Im}[c_0] < 1$) is randomly generated and shared between the transmitter and the receiver in advance. The value of c_0 is used to generate initial values of chaotic dynamical systems. Figure 2 shows a configuration of the chaos modulation [3-5]. The MIMO transmission block $\mathbf{S}_B$ is modulated

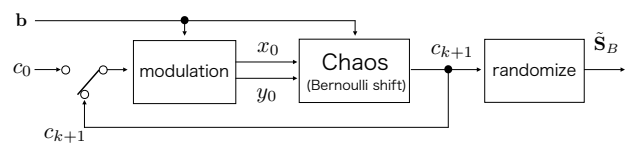


Fig. 2 The configuration of the chaos modulation [3-5].

by using c_0 and a transmit block $\mathbf{b}$.

The C-MIMO system modulates the MIMO transmit block $\mathbf{S}_B$ by using the transmit block $\mathbf{b}$ and the k th element symbols represented by c_k ($k = 1, \dots, BN_t$). The element symbol c_k is generated from c_0 by a chaos-based modulation described in the following procedure.

(I) Set k to 0.

(II) Two initial values of chaotic dynamical systems, x_0 and y_0 , are generated from the element symbol c_k and the transmission block $\mathbf{b}$ as follows:

$$x_0 = \begin{cases} \text{Re}[c_k] & (b_k = 0), \\ 1 - \text{Re}[c_k] & (b_k = 1 \text{ and } \text{Re}[c_k] > 1/2), \\ \text{Re}[c_k] + 1/2 & (b_k = 1 \text{ and } \text{Re}[c_k] \leq 1/2), \end{cases} \quad (6)$$

and

$$y_0 = \begin{cases} \text{Im}[c_k] & (b_{(k+1) \bmod N_t B} = 0), \\ 1 - \text{Im}[c_k] & (b_{(k+1) \bmod N_t B} = 1 \text{ and } \text{Im}[c_k] > 1/2), \\ \text{Im}[c_k] + 1/2 & (b_{(k+1) \bmod N_t B} = 1 \text{ and } \text{Im}[c_k] \leq 1/2). \end{cases} \quad (7)$$

In Eqs. (6) and (7), when $k = 0$, the common key c_0 is used.

(III) Two chaotic series are generated by the Bernoulli shift map:

$$\begin{cases} x_{l+1} = 2x_l \bmod 1, \\ y_{l+1} = 2y_l \bmod 1, \end{cases} \quad (8)$$

where x_0 and y_0 are used as the initial value. After iterating Eq. (8) for n times, the $(k+1)$ th element symbol c_{k+1} is calculated by

$$\begin{cases} \text{Re}[c_{k+1}] = x_{n+b_{(k+B)} \bmod N_t B}, \\ \text{Im}[c_{k+1}] = y_{n+b_{\{(k+1)+B\} \bmod N_t B}}, \end{cases} \quad (9)$$

where n is set to 100 in the same manner as Ref. [5].

(IV) By using c_{k+1} , the transmitted random Gaussian signal $\tilde{s}_{k+1}$ is generated by the Box-Muller method as follows:

$$\tilde{s}_{k+1} = \sqrt{-\log(u_{x,k+1})\{\cos(2\pi u_{y,k+1}) + j \sin(2\pi u_{y,k+1})\}}, \quad (10)$$

where

$$\begin{aligned} u_{x,k+1} &= \frac{1}{\pi} \arccos[\cos\{37\pi(\text{Re}[c_{k+1}] + \text{Im}[c_{k+1}])\}], \\ u_{y,k+1} &= \frac{1}{\pi} \arcsin[\sin\{43\pi(\text{Re}[c_{k+1}] - \text{Im}[c_{k+1}])\}] + \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (11)$$

(V) Repeating the steps (II)–(IV), the modulated MIMO transmit block $\tilde{\mathbf{S}}_B$ is defined by

$$\tilde{\mathbf{S}}_B = \begin{bmatrix} \tilde{s}_1 & \tilde{s}_{N_t+1} & \cdots & \tilde{s}_{(B-1)N_t+1} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \tilde{s}_{N_t} & \tilde{s}_{2N_t} & \cdots & \tilde{s}_{BN_t} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

where the symbols in the i th row are transmitted from the i th antenna. Therefore, the MIMO transmit vector $\tilde{\mathbf{s}}(t)$ is defined by Eq. (2) given by

$$\tilde{\mathbf{s}}(t) = [\tilde{s}_{tN_t+1}, \dots, \tilde{s}_{(t+1)N_t}]^T. \quad (13)$$

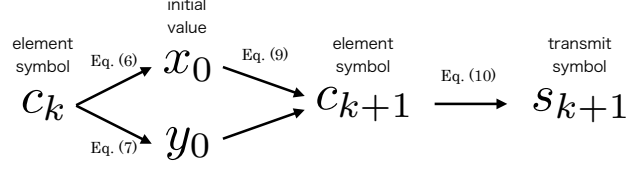


Fig. 3 Schematic diagram of how to generate $\tilde{s}_{k+1}$ from the element symbol c_k .

In the receiver, the joint maximum likelihood sequence estimation (JMLSE) [3] is performed to decode $\tilde{\mathbf{S}}_B$. The decoded block $\hat{\mathbf{b}}$ is then given by

$$\hat{\mathbf{b}} = \arg \min_{\mathbf{b}} \sum_{t=0}^{B-1} \|\mathbf{r}(t) - \mathbf{H}(t)\hat{\mathbf{s}}(t)\|^2. \quad (14)$$

Note that $\hat{\mathbf{s}}(t)$ is the symbol generated from $\tilde{\mathbf{b}}$ in the receiver side, where possible bit sequences $\hat{\mathbf{b}}$ (Eq. (14)) and its corresponding symbols ($\hat{\mathbf{s}}(t)$) are generated in the receiver in advance.

In the C-MIMO system, even if an eavesdropper estimates a key close to the common key c_0 , the communication is still secure except when the eavesdropper estimates to the common key whose squared error is smaller than 10^{-26} [6]. The value 10^{-26} is very small, then the security is enough.

3 Issues in the original C-MIMO system

We here point out the following two issues in the original C-MIMO system:

(i) Regardless of whether $b_k = 0$ or $b_k = 1$, resultant values of $\tilde{s}_{k+1}$ are the same when $0 < \text{Re}[c_k] < 0.5$ and $0 < \text{Im}[c_k] < 0.5$.

(ii) Although $\mathbf{b}$ is composed of $N_t B$ bits, $\tilde{s}_{k+1}$ is generated only by four bits of $N_t B$ bits, namely b_k , b_{k+1} , b_{k+B} and b_{k+B+1} . This use of a small number of bits in $\mathbf{b}$ reduces possible values $\tilde{s}_{k+1}$, which might cause poor performance.

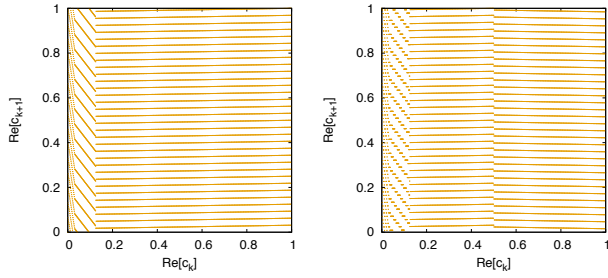
For the case (i), in Fig. 3, we show the flow of generating the transmit symbol $\tilde{s}_{k+1}$ from the element symbol c_k . We first show how Eq. (6) affects the value of $\tilde{s}_{k+1}$ when $b_k = 0$ and $b_k = 1$. Figure 4 shows the value of $\text{Re}[c_{k+1}]$ as a function of $\text{Re}[c_k]$, when $n + b_{(k+B) \bmod 2B} = 100$ in Eq. (9). In Fig. 4, we do not show the relation between c_k and $\tilde{s}_{k+1}$, because $\tilde{s}_{k+1}$ is uniquely determined from c_{k+1} .

Thus, it is enough to know the relation between c_k and c_{k+1} . Figure 4(a) shows the case that $b_k = 0$ and Fig. 4(b) shows the case that $b_k = 1$. Figure 4(c) shows the difference between the case that $b_k = 0$ (Fig. 4(a)) and the case that $b_k = 1$ (Fig. 4(b)). When $0 < \text{Re}[c_k] < 0.5$, the difference is almost 0. In other words, the generated element symbols are almost the same even though the value of b_k is different. This indicates that Eq. (6) has no effect on $\tilde{s}_{k+1}$ when $0 < \text{Re}[c_k] < 0.5$. The same also applies to Eq. (7) when

$0 < \text{Im}[c_k] < 0.5$.

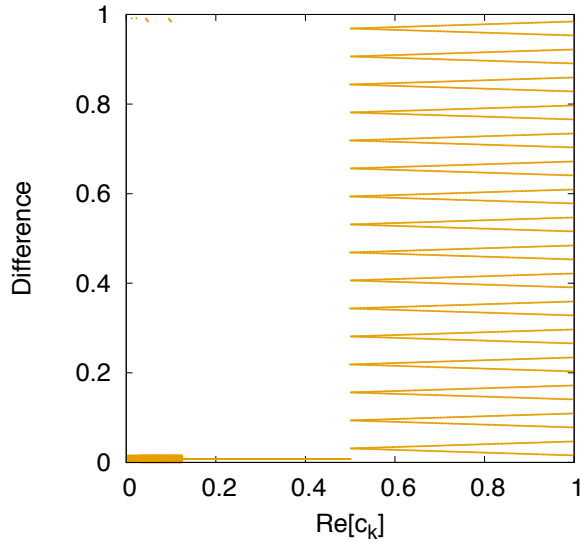
To clarify the cause of the above-mentioned issue, we show the values of x_1 against c_k , namely the case that Eq. (9) is applied to x_0 and y_0 only in once. Figure 5 shows a return map of Eq. (8). From Fig. 5(a) and 5(b), these two return maps are equivalent to each other when $0 < \text{Re}[c_k] < 0.5$, which is caused by the following reason: if $b_k = 0$, the value of x_1 is $2\text{Re}[c_k] \bmod 1$. On the other hand, if $b_k = 1$, the value of x_1 is $\{2\text{Re}[c_k] + 1\} \bmod 1 = 2\text{Re}[c_k] \bmod 1$, because the modulo operation is defined by $\alpha \bmod \beta \equiv \alpha - \beta \lfloor \frac{\alpha}{\beta} \rfloor$, where $\lfloor \cdot \rfloor$ is the floor function. Therefore, the return map shown in Fig. 5(a) corresponds to the Bernoulli shift map, and that in Fig. 5(b) corresponds to the tent map.

For the case (ii), we first show the constellation diagram of the original C-MIMO system when the MIMO transmission block length $B = 4$ and the number of transmit and receive antennas $N_t = N_r = 2$. In Fig. 6, we generated and plotted $2^{N_t B} = 2^8$ symbols ($\tilde{s}_{k+1}$), which are all possible bit patterns of the transmit block $\mathbf{b}$. Even though the maximum number of symbols is 2^8 , the number of symbols in Fig. 6(a) is



(a) In the case of $b_k = 0$

(b) In the case of $b_k = 1$



(c) Difference between the case of $b_{w,k} = 0$ and $b_{w,k} = 1$

Fig. 4 The values of $\text{Re}[c_{k+1}]$ against $\text{Re}[c_k]$

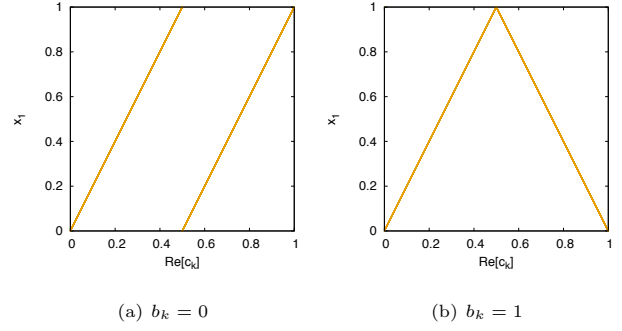


Fig. 5 Return maps of chaotic dynamical systems defined in Eq. (8).

only 16, because some symbols take exactly the same value. Namely it is difficult to distinguish one symbol from other symbols. The same discussion also applies to Fig. 6(b).

When generating the symbol $\tilde{s}_k$, the original C-MIMO system [3-5] uses the element symbol c_k and the following four bits in $\mathbf{b}$: b_k in Eq. (6), $b_{(k+1) \bmod 2B}$ in Eq. (7), $b_{(k+B) \bmod 2B}$ and $b_{((k+1)+B) \bmod 2B}$ in Eq. (9). Thus, when $k = 0$, although the number of possible bit patterns of $\mathbf{b}$ is $2^{N_t B} (= 2^8$ in Fig. 6(a)), the number of patterns of symbols $\tilde{s}_1$ is $2^4 = 16$. When $k = 1$, bits used to generate the symbols $\tilde{s}_2$ are shifted from the bits used to generate the symbols $\tilde{s}_1$ by one bit. Hence, in addition to four bits used in the case that $k = 0$, $b_{(k+2) \bmod 2B}$ and $b_{((k+2)+B) \bmod 2B}$ are used to generate the symbol $\tilde{s}_2$. Therefore, six bits are involved in total. In this case, the number of patterns of the symbol $\tilde{s}_2$ is $2^6 = 64$, however, the maximum number of bit patterns of $\mathbf{b}$ is $2^8 = 256$.

4 Proposed system

We propose an improved C-MIMO system, addressing the above-mentioned problems (i) and (ii). Figure 7 shows a configuration of the proposed C-MIMO transmission system. We first address the issue (i) that the third equations in Eqs. (6) and (7) have no effect on the value of c_k as shown in Sec. 3. On the basis of this fact, we simply use the following

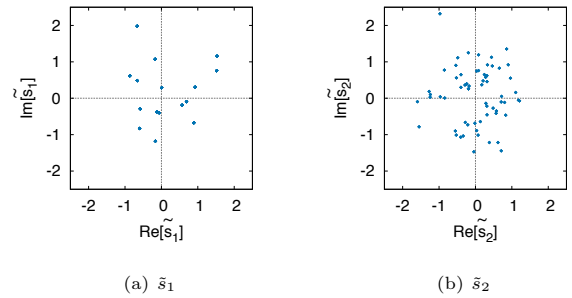


Fig. 6 Examples of constellation diagrams of the original C-MIMO system, when $B = 4$ and $n = 100$.

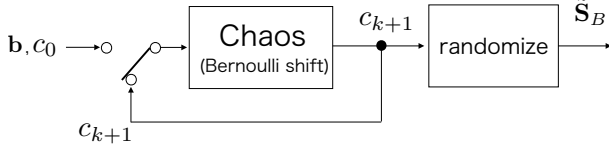


Fig. 7 The proposed C-MIMO system.

Eqs. (15) and (16) instead of Eqs. (6) and (7).

$$x_0 = \text{Re}[c_k], \quad (15)$$

$$y_0 = \text{Im}[c_k]. \quad (16)$$

By this change, the initial values, x_0 and y_0 , are generated only from c_k , and the initial values do not depend on $\mathbf{b}$ anymore. Second, we address the issue (ii). We change Eq. (9) to

$$c_{k+1} = x_{n+i_x} + jy_{n+i_y}, \quad (17)$$

where we adaptively change the number of iterations i_x and i_y based on the transmit block $\mathbf{b}$. When the $(k+1)$ th element symbol c_{k+1} is generated, the value of i_x and i_y are determined by

$$i_x = \begin{cases} 0 & (k \geq 1), \\ \sum_{m=0}^{B-1} 2^m b_m & (k = 0), \end{cases} \quad (18)$$

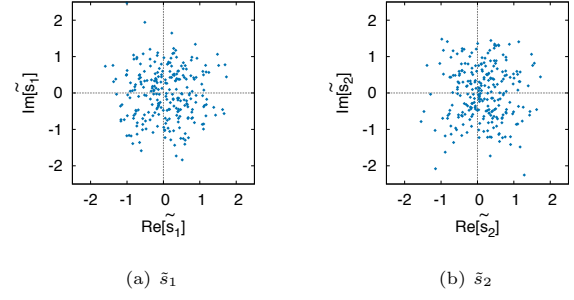
$$i_y = \begin{cases} 0 & (k \geq 1), \\ \sum_{m=B}^{2B-1} 2^{m-B} b_m & (k = 0), \end{cases} \quad (19)$$

Equations (18) and (19) indicate that i_x and i_y take values calculated by the second equations in Eqs. (18) and (19) only when the first transmit symbol $\tilde{s}_1$ is generated ($k=0$). We emphasize that all bits in $\mathbf{b}$ are used in our method. In addition, since the other transmit symbols $\tilde{s}_k$ ($k \geq 1$) are generated from the first element symbol c_1 , it is not necessary to change i_x and i_y for these transmit symbols. Based on this idea, i_x and i_y are set to 0 when $k \geq 1$. These changes increase the number of patterns of symbols to $2^{N_t B}$ that is the maximum number of bit patterns of $\mathbf{b}$.

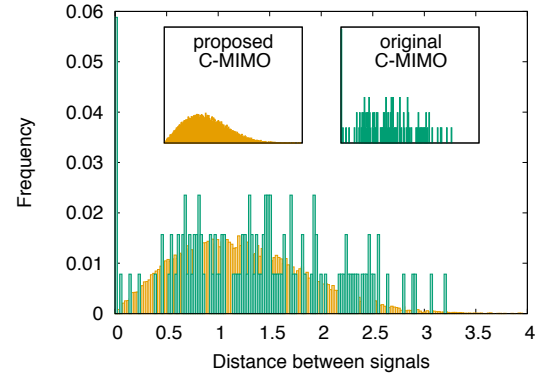
5 Numerical experiments

To confirm the performance of our method, we conducted two experiments. We first checked the number of different symbols generated from all bit patterns of $\mathbf{b}$. Figure 8 shows the constellation diagrams obtained by the proposed method when the MIMO transmission block length $B=4$.

In Fig. 8, we conducted the same experiments corresponding to Fig. 6, but used the proposed method instead of the original one. From Fig. 8(a) and 8(b), we can see that

Fig. 8 Example of constellation diagrams of the proposed C-MIMO system when $B=4$ and $n=100$

the number of symbols increases substantially in comparison with Fig. 6(a) and 6(b). Figure 9 is a histogram of inter-symbol distances corresponding to Fig. 6(a) and Fig. 8(a). In the original C-MIMO system, because the number of generated patterns is small, the variety of distances is small and their values are localized to 0. On the other hand, in the proposed method, because the number of generated patterns of symbols is 2^8 , the variety of inter-symbol distances is large. Therefore, our method works well in increasing the number of patterns of the symbols.

Fig. 9 Example of histogram of inter-symbol distances on $\tilde{s}_1$.

To show that the increase in the number of patterns of the symbols does not depend on the value of the common key c_0 , we compare symbols generated by the C-MIMO systems and symbols having 256 patterns that are the maximum number of bit patterns. Namely, we generated 256 patterns symbols which obey a Gaussian distribution having the same average and variance as symbols generated by the C-MIMO systems. We calculated the distance between the distribution of inter-symbol distances obtained by the C-MIMO system and that

Table 1 BLERs of A of Eq.(20) obtained by the original C-MIMO system and the proposed method.

	original	proposed
A	0.0188174	0.0020653

Table 2 Simulation conditions

	C-MIMO system
MIMO Block length	$B = 4$
The number of transmit and receive antennas	$N_t = 2$ $N_r = 2$
Chaos map	Bernoulli shift map
The number of iterating	$n = 100$
Synchronization of common keys	perfect
Channel	Antenna- and symbol-i.i.d. one-path Rayleigh fading
Receive channel state information	perfect

of random symbols as follows

$$A = \int_0^\infty |P_s(z) - P_r(z)| dz, \quad (20)$$

where $P_s(z)$ and $P_r(z)$ are cumulative distributions of the distribution of the distances between symbols generated by the C-MIMO system and by random symbols. Table 1 shows the averaged values of A calculated from 100 common keys c_0 . From Table 1, the proposed method can generate symbols that are more similar to the symbols than symbols generated by the original method.

We then evaluated the BLER performance of the proposed method. Table 2 shows the simulation conditions. We assumed that the channel information follows the antenna-i.i.d. and symbol-i.i.d. one-path Rayleigh fading. In addition, the channel information is perfectly estimated in the receiver side.

Figure 10 shows the BLER against the signal to noise ratio (SNR) per receive antenna. We randomly generated 10^6 transmit blocks $\mathbf{b}$ and calculated decoded blocks $\hat{\mathbf{b}}$. The BLER is the rate at which $\hat{\mathbf{b}}$ is not decoded to $\mathbf{b}$. We changed the common key c_0 every 10^4 blocks (the total number of common keys c_0 is 100). The real and imaginary parts of the common key c_0 obey uniform distribution. The elements of $\mathbf{n}(t)$ are additive white Gaussian noises.

From Fig. 10, the BLER performance of the proposed system is improved as compared with the original system. The reason is that it is easier to distinguish modulated symbols from each other due to the number of patterns of the symbols increase.

6 Conclusion

In this report, we investigated the modulation part of the C-MIMO system from the viewpoint of nonlinear dynamical systems. We then indicated that the original C-MIMO has drawbacks in the generating point of the initial values of chaotic dynamical systems. We also investigated the constellation diagrams for the original C-MIMO system and found that the same symbols are generated from different values of

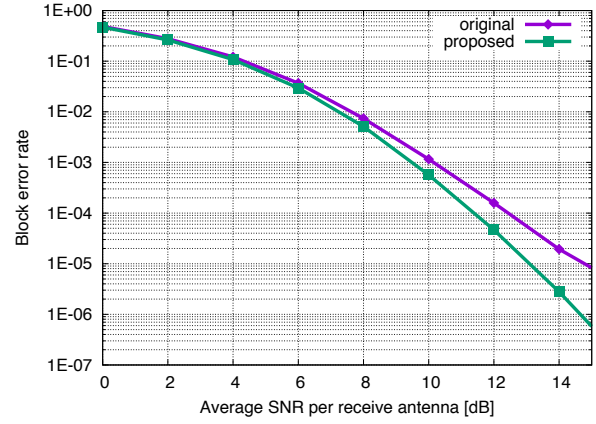


Fig. 10 Comparison of the original C-MIMO system and the proposed C-MIMO system. The horizontal axis is the SNR and the vertical axis is the BLER.

$\mathbf{b}$ because only four bits of $N_t B$ bits in $\mathbf{b}$ are used to generate the symbols in the original C-MIMO system.

Based on these results, we proposed a new modulation method. In the proposed system, all bits in $\mathbf{b}$ are used and the number of iterations of chaotic maps is adaptively controlled on the basis of the information of $\mathbf{b}$. We showed that the block error rate performance is improved by comparing with the original one.

Acknowledgements

This research is partially supported by the JSPS Grant-in-Aid for Scientific Research (No. 15KT0112, 17K00348 and 18K18125).

References

- [1] G.J. Foschini, "Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multi-element antennas," Bell labs technical journal, Vol. 1, No. 2, pp. 41–59, 1996.
- [2] G. Mazzini, G. Setti, and R. Rovatti, "Chaotic complex spreading sequences for asynchronous DS-CDMA. I. System modeling and results," IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, Vol. 44, No. 10, pp. 937–947, 1997.
- [3] E. Okamoto, "A Chaos MIMO Transmission Scheme for Channel Coding and Physical-Layer Security," IEICE Transactions on Communications, Vol. E95-B, No. 4, pp. 1384–1392, 2012.
- [4] E. Okamoto and Y. Inaba, "Multilevel modulated chaos MIMO transmission scheme with physical layer security," Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, Vol. 5, No. 2, pp. 140–156, 2014.
- [5] E. Okamoto and N. Horiike, "Performance improvement of chaos MIMO scheme using advanced stochastic characteristics," IEICE Communications Express, Vol. 5, No. 10, pp. 371–377, 2016.
- [6] E. Okamoto, "Performance Improvement of Wireless Communications System Using Nonlinear Signal Processing," The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers Engineering Science Society Fundamental Review, Vol. 9, No. 4, pp. 350–363, 2016, in Japanese.

Convergent Cross Mapping による 複雑ネットワーク構造上での因果推定

Causal estimation on complex network structures by Convergent Cross Mapping

澤田和弥¹ 島田裕² 池口徹^{1,3}
Kazuya Sawada Yutaka Shimada Tohru Ikeguchi

東京理科大学 工学部 経営工学科¹ 埼玉大学大学院 理工学研究科 数理電子情報部門²
東京理科大学 工学部 情報工学科³

1 はじめに

事象間の因果関係 [1,2] を明らかにすることは様々な分野において重要である。主に線形な確率過程から観測された時系列信号間の因果関係を推定する手法の一つに Granger Causality [1] がある。一方、決定論的かつ非線形なシステムから観測された時系列信号間の因果関係を推定する手法として、Convergent Cross Mapping (CCM) という手法が提案されている [2,3]。文献 [2,3] では、比較的少数の力学系が相互に結合されたシステムに対して、CCM の有効性が示されている。しかし、多数の力学系が複雑に結合した場合に観測される時系列信号に対する CCM の有効性の調査は不十分である。そこで本稿では、多数のロジスティック写像を複雑ネットワーク構造により結合した場合に観測される多次元時系列信号に対して、CCM の有効性を調査する。具体的には、スモールワールドネットワークのモデルである Watts-Strogatz (WS) モデル [5] に従って結合した多数のロジスティック写像から得られる時系列信号に対して、CCM を用いて因果関係を推定をする。これにより、ネットワーク構造が因果関係の推定精度にどのような影響を与えるのか調査した。さらに、コミュニティ構造を有するネットワークに対しても因果関係の推定精度を調査した。その結果、規則的なネットワークにおいてもランダムなネットワークにおいても因果関係の推定精度には差が現れなかった。しかし、コミュニティ構造を有するネットワークでは、因果関係の推定精度が高くなる場合があることがわかった。

2 Convergent Cross Mapping (CCM) [2,3]

因果関係を推定する際、結果の時系列信号には原因の時系列信号の情報が蓄積されている。この考え方は、本稿で用いる CCM [2][3] を含む種々の因果推定手法の共通の考え方になっている。CCM は力学系理論に基づいた因果性推定手法である。CCM では、2 つの時系列信号 X_t と Y_t ($t = 1, 2, \dots$) に対して Y_t から X_t への因果関係を推定する際に、まず、 X_t の時間遅れベクトル $\mathbf{x}(t) = (X_t, X_{t+\tau}, \dots, X_{t+(m-1)\tau})$ を作成する。ここで、 m は埋め込み次元、 τ は時間遅れ値である。次に、 $\mathbf{x}(t)$ と Y_t を用いて Y_t の予測時系列信号 $\hat{Y}_t$ を生成し、 Y_t と $\hat{Y}_t$ の相関係数を計算することで予測精度を求める。ここで計算した予測精度が高ければ Y_t から X_t への因果関係が存在するということになる。本稿では、この手法を用いて因果性推定を行った。

3 結合ロジスティック写像 [4]

本稿では、式 (1) で定義される結合ロジスティック写像を用いる。

$$z_i(t+1) = (1-\epsilon)f(z_i(t)) + \epsilon \sum_{j=1}^N a_{i,j} f(z_j(t)) \quad (1)$$

式 (1) において $z_i(t)$ は頂点 i の時刻 t での状態値を表す。また、 $f(z)$ はロジスティック写像 $f(z) = \alpha z(1-z)$ であり、 α はロジスティック写像のパラメータである。 ϵ は各頂点間の結合強度、 N はネットワークの全頂点数である。 $a_{i,j}$ はネットワークの隣接行列の第 (i,j) 成分であり、頂点 i と j が結合している場合は 1、そうでない場合は 0 である。

4 規則的及びランダムなネットワークに対する因果推定精度の比較

WS モデル [5] とは現実のネットワークに見られるスモールワールド性を再現するネットワークモデルである。スモールワールド性は、クラスタ係数は大きく、平均最短パス長は小さいという性質を有する [5]。WS モデルでは、円環状の正則なネットワーク中の各枝を一定の確率 p で繋ぎかえることで、スモールワールドネットワークやランダムネットワークを生成する。本稿では、WS モデルで作成したネットワークの隣接行列を用いて、式 (1) の結合ロジスティック写像の各頂点から生成した時系列に対して、CCM による因果推定を行った。

4.1 実験条件

式 (1) での各パラメータは、 $\alpha = 3.75$, $\epsilon = 0.01$, $N = 20$ とした。また、CCM を適用する際の各パラメータは埋め込み次元を $m = 2$ 、時間遅れ値を $\tau = 1$ とした。WS モデルの平均次数は 4 とし、枝繋ぎ変え確率を $p = 0.05 \times i$ ($i = 0, 1, \dots, 20$) としてネットワークを作成した。本稿では、因果関係の推定の問題をロジスティック写像間の結合推定問題と捉えて実験を行った。実験では、まず、ネットワーク中の全ての頂点のペアに対して、CCM を用いて時系列信号間の予測精度を算出した。次に、得られた $N(N-1)$ 個の予測精度に対して、大津の二値化 [6] によって閾値を定め、予測精度が閾値以上ならば結合、閾値未満ならば非結合として、結合推定を行った。その際、全ての時系列信号の長さを 4,000 とした。また、実際のネットワークの隣接行列と推定したネットワークの隣接行列の各成分を比較して、一致していれば正解、そうでなければ不正解として算出した正解率を結合推定精度とした。さらに、上記の手順を 20 回繰り返して、結合推定精度に関して平均を計算した。

4.2 結果

枝繋ぎ変え確率 p と 20 回平均を取った結合推定精度の関係を図 1 に示す。図 1 から、枝繋ぎ変え確率 p によらず 0.95 程度の結合推定精度が得られた。このことから、CCM による結合推定精度は、WS モデルから生成されるネットワークの構造に依存しないことがわかる。

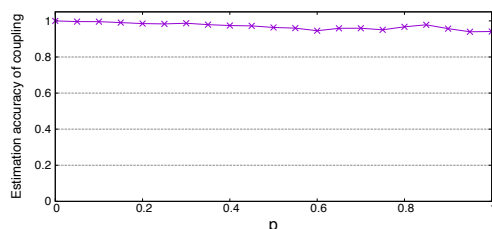


図 1 WS モデルの枝つなぎ変え確率 p と結合推定精度の関係

5 コミュニティ構造が因果関係の推定精度に与える影響について

さらに、ネットワーク内のコミュニティ構造の有無が CCM による結合推定の精度に与える影響を調査した。そのために、コミュニティ構造を持つネットワークとコミュニティ構造を持たないランダムなネットワークを作成し、CCM による結合推定精度を比較した。

5.1 実験条件

まず、11 頂点の完全グラフを 2 つ作成する。次に、各完全グラフから頂点を共有しない 2 本の枝を選択し、これらの枝を繋ぎかえることでコミュニティ構造を有するネットワークを作成した (図 2(a))。また、WS モデルで枝繋ぎ変え確率を 0 とした 22 頂点、平均次数 10 のネットワークを作成し、各頂点の次数を保存しながらランダムに枝を繋ぎ変えることで全頂点の次数が 10 のランダムネットワークを作成した [7]。これらの 2 つのネットワークの隣接行列を用いて式 (1) の結合ロジスティック写像から生成した時系列信号に対して CCM を適用し、結合推定精度の比較を行った。結合ロジスティック写像のパラメータは、 $\epsilon = 0.007$, $\alpha = 3.75$ とし、全ての時系列信号の長さを 4,000 とした。

5.2 結果

コミュニティ構造を持つネットワーク及び、コミュニティ構造を持たないランダムなネットワークに対して CCM を適用した結果を図 2 に示す。図 2(a),(c) は作成したネットワークを可視化した図である。また、図 2(b),(d) は、CCM によって頂点 i の時系列信号から得られた頂点 j の予測時系列信号と $z_j(t)$ の相関係数を (i, j) 成分とする行列 (予測精度行列) を可視化した図である。それぞれのネットワークの結合推定精度を図 3 に示す。図 2(b) を見ると、予測精度が高くなっている成分が左下と右下に分かれており、コミュニティ構造を有することがわかるが、相関係数の値は 0.1 前後の低い値となっている。また、図 3 から、コミュニティ構造を持つネットワークの方が、ランダムでコミュニティ構造を持たないネットワークよりも結合推定精度が高くなることがわかる。CCM は、予測に用いる時系列の蓄積情報量によって因果関係を推定する手法である。コミュニティ構造を持たないランダムネットワークは、各頂点の有する情報がより複雑に影響し合う。一方、コミュニティ構造を持つ

ネットワークは各時系列信号の情報拡散がコミュニティ内で行われる。これらの差異に起因して、コミュニティ構造のあるネットワークでは結合推定精度が高くなったと考えられる。

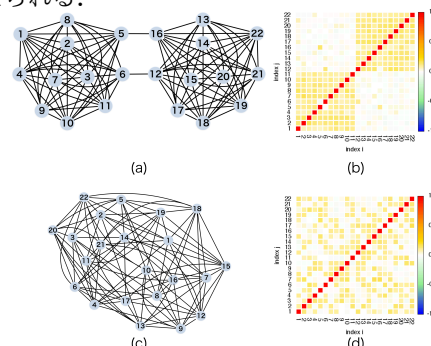


図 2 結合ロジスティック写像を用いて (a) コミュニティ構造を持つネットワークに対して CCM を適用した場合の (b) 予測精度行列と (c) コミュニティ構造を持たないランダムネットワークに対して CCM を適用した場合の (d) 予測精度行列

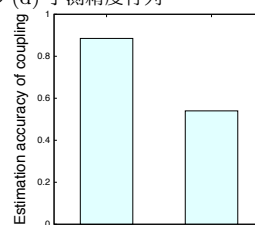


図 3 2 つのコミュニティを持つネットワークとコミュニティを持たないネットワークを用いた CCM による因果関係の推定精度の比較

6 結論

本稿では、多数のロジスティック写像を WS モデルに従って結合した結合力学系から観測される時系列信号を対象として、CCM による因果関係の推定精度を調査した。その際、WS モデルの枝繋ぎ変え確率を変化させて、ネットワーク構造を規則的なネットワークからランダムネットワークへと変化させて実験を行った。その結果、ネットワーク構造の違いは因果関係の推定精度に影響を与えないことを数値実験により示した。また、ネットワークがコミュニティ構造を持つ場合とコミュニティ構造を持たない場合 (ランダムネットワーク) を比較して因果関係の推定精度が向上する場合があることも示した。なお、本研究の一部は JSPS 科 研 費 (No. 15KT0112, 17K00348, 18K18125) の援助を受けて行われた。

参考文献

- [1] Clive WJ Granger, "Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods," *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, Vol. 37, No. 3, pp. 424–438, 1969.
- [2] George Sugihara, Robert May, Hao Ye, Chih-hao Hsieh, Ethan Deyle, Michael Fogarty, and Stephan Munch, "Detecting causality in complex ecosystems," *Science*, Vol. 338, No. 6106, pp. 496–500, 2012.
- [3] 中山 新一郎, 阿部 真人, 岡村 寛, "Convergent cross mapping の紹介:生態学における時系列間の因果関係推定法," *日本生態学会誌*, Vol. 65, No. 3, pp. 241–253, 2015.
- [4] Sarika Jalan and Aradhana Singh, "Cluster synchronization in multiplex networks," *Europhysics Letters*, Vol. 113, No. 3, pp. 30002, 2016.
- [5] Duncan J Watts and Steven H Strogatz, "Collective dynamics of 'small-world' networks," *Nature*, Vol. 393, No. 6684, pp. 440–442, 1998.
- [6] Nobuyuki Otsu, "A threshold selection method from gray-level histograms," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. 9, No. 1, pp. 62–66, 1979.
- [7] Maslov Sergei and Sneppen Kim, "Specificity and stability in topology of protein networks," *Science*, Vol. 296, No. 5569, pp. 910–913, 2002.

グラフ的シュタイナー木問題に対する タブーサーチとカオスサーチの探索の多様性について

Searching Variability of the Tabu Search and the Chaotic Search
for Solving the Steiner Tree Problem in Graphs

藤田実沙¹
Misa Fujita

木村貴幸²
Takayuki Kimura

池口徹^{1,3}
Tohru Ikeguchi

東京理科大学 大学院工学研究科 経営工学専攻¹

Department of Management Science, Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science

日本工業大学 基幹工学部 電気電子通信工学科²

Department of Electrical, Electronic and Communication Engineering, Faculty of Fundamental Engineering, Nippon Institute of Technology

東京理科大学 工学部 情報工学科³

Department of Information and Computer Technology, Faculty of Engineering, Tokyo University of Science

1 まえがき

我々は既に、カオスサーチがタブーサーチよりもグラフ的シュタイナー木問題に対する優れた解探索性能を示すことを報告した [1, 2, 3, 4, 5]. 本報告では、グラフ的シュタイナー木問題に対するタブーサーチとカオスサーチの解探索性能の差について、探索の多様性という観点から調査した結果を報告する. 調査の結果、タブーサーチよりもカオスサーチのほうが多様なニューロンが発火しており、解探索に多様性があることが分かった.

2 グラフ的シュタイナー木問題

頂点集合 V , 辺集合 E , 辺の重み関数 $c: E \rightarrow \mathbb{R}_+$ からなる無向グラフ $G = (V, E, c)$ と必須点集合 $T \subseteq V$ が与えられたとき, T を連結する木をシュタイナー木と呼ぶ. シュタイナー木に含まれる辺の重みの総和が最小なシュタイナー木を求める問題が、グラフ的シュタイナー木問題である. グラフ的シュタイナー木問題は $\mathcal{NP}$ 困難な組合せ最適化問題であるため、厳密解法だけでなく近似解法についても盛んに研究されている.

3 頂点に基づく局所探索法 [6]

最小シュタイナー木を構成する頂点集合の最小全域木は、最小シュタイナー木と等しい. つまり、シュタイナー木は頂点集合によってユニークに表現することができる.

頂点に基づく局所探索法では、現在のシュタイナー木を構成する頂点集合 $V_{S'}$ に対して、 $V_{S'}$ に含まれていない頂点を $V_{S'}$ に追加する頂点追加近傍と、 $V_{S'}$ に含まれている頂点を $V_{S'}$ から削除する頂点削除近傍をとる. 近傍解は近傍解を構成する頂点集合の最小全域木とする.

頂点に基づく局所探索法の例を図 1 に示す. 左のシュタイナー木を現在のシュタイナー木 S' とする. S' に対して橙色の頂点を追加した近傍解の重みは 12 で、 S' に対して青色の頂点を削除した近傍解の重みは 10 である.

4 タブーサーチとカオスサーチ

タブーサーチとカオスサーチはさまざまな組合せ最適化問題に対してよい性能を示すことが知られているメタ戦略である [7, 8, 9]. 本研究ではこれらをニューラルネットワークとして実装した.

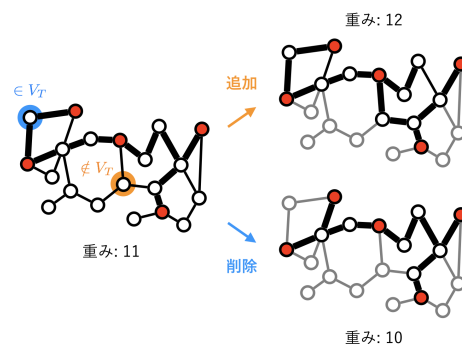


図 1: 頂点に基づく局所探索法の例

ニューラルネットワークはグラフを構成する頂点数分のニューロンから構成した. 各ニューロンは各頂点に対応させた. つまり、ニューロン i が発火したとき、頂点 i に対応する近傍解に遷移する.

ニューロン i の内部状態は式 (1) から (3) に従って更新した.

$$\xi_i(t+1) = \beta(C(t) - C_i(t)), \quad (1)$$

$$\zeta_i(t+1) = -\alpha \sum_{d=0}^s k^d x_i(t-d) + \theta, \quad (2)$$

$$\eta_i(t+1) = -W \sum_{l=1}^n x_l(t) + W. \quad (3)$$

式 (1) において、 β は調整パラメータ、 $C(t)$ は時刻 t での現在解の重み、 $C_i(t)$ は時刻 t でのニューロン i に対応する近傍解の重みである. 式 (2) は不応性を表す. α は不応性の調整パラメータ、 s はタブーテニユア、 k は減衰パラメータ、 $x_i(t)$ は時刻 t でのニューロン i の出力、 θ はバイアスである. 式 (3) はニューラルネットワークの発火率を調整する. W は結合荷重、 n は全頂点数である. また、ニューロンの出力は式 (4) で決定した.

$$x_i(t+1) = f\{\xi_i(t+1) + \zeta_i(t+1) + \eta_i(t+1)\}, \quad (4)$$

ただし、 f はシグモイド関数 $f(y) = 1/(1+e^{-y/\epsilon})$, ϵ は先鋭度である.

タブーサーチとカオスサーチは、パラメータとニューロンの更新方法、発火判定方法を調整することによって実現できる。 $\alpha \rightarrow \infty$, s を定数とし、内部状態値が最大のニューロンのみが発火するように同期更新するとタブーサーチが実現できる。また、出力が閾値を超えたニューロンが発火するように非同期更新するとカオスサーチが実現できる。

5 数値実験

タブーサーチとカオスサーチの解探索性能の差を多様性の観点から調査した。具体的には、ニューロンの発火頻度分布の違いを算出した。本研究で用いる手法は、ニューロンの発火が解遷移に対応するからである。実験条件は以下の通りである。性能の比較には文献 [10] のベンチマーク問題を使用した。初期解の生成には文献 [11] の手法を使用し、近傍解の生成には頂点に基づく局所探索法 [6] を使用した。利得 $C(t) - C_i(t)$ はグラフの最大辺重みで正規化した。最良解を発見した場合にはその解に必ず遷移することとした。ニューロンの更新順はランダム順とした。全ニューロンを更新することを 1 イタレーションと定義し、1,000 イタレーション経過したら探索終了とした。パラメータは、タブーサーチでは $\beta = 1$, $\alpha \rightarrow \infty$, $k = 1$, $s = 24$, $\theta = 0$, $W = 0$ とし、カオスサーチでは $\beta = 9.8$, $\alpha = 1$, $k = 0.9$, $s = t - 1$, $\theta = 1$, $W = 0.1$, $\epsilon = 0.01$ とした。

数値実験の結果を表 1 に示す。表 1 の数字は最適解からの誤差率で、小問ごとに 20 回計算した最良値、平均値、最悪値、標準偏差である。表 1 の平均値では、最良性能となった結果を太字で示している。表 1 から、タブーサーチよりもカオスサーチのほうが低い誤差率で解けている問題が多く、性能が良いことが分かる。また、小問 c20 を解いた際のニューラルネットワークの発火頻度分布を図 2 に示す。横軸がニューロン番号、縦軸が発火頻度である。図 2 から、タブーサーチよりもカオスサーチのほうが多様なニューロンが発火していることが分かる。発見的解法が良い性能を示すには、探索の集中化と多様化のバランスが重要だと考えられている。これらの結果から、カオスサーチはグラフ的シュタイナー木問題を解くのに最適なバランスを持つと考えられる。

6 まとめ

グラフ的シュタイナー木問題に対するタブーサーチとカオスサーチの解探索性能の差について解探索の多様性の観点から検討するために、ニューロンの発火頻度分布を比較した。その結果、タブーサーチよりもカオスサーチのほうが多様なニューロンが発火していることが分かった。このことから、グラフ的シュタイナー木問題に対しては探索の多様化を重視したほうがよく解けると考えられる。

本研究の一部は JSPS 科研費 (No. 18J10671, 16K21327, 17K00348, 15TK0112) の助成を受けたものである。

表 1: 問題 C の誤差率

問題名	タブーサーチ				カオスサーチ			
	最良	平均	最大	SD	最良	平均	最大	SD
c01	0.00	0.24	1.18	0.47	0.00	1.41	2.35	1.15
c02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
c03	0.00	0.03	0.13	0.05	0.00	0.05	0.27	0.11
c04	0.74	0.74	0.74	0.00	0.74	0.74	0.74	0.00
c05	0.00	0.01	0.06	0.03	0.00	0.03	0.06	0.03
c06	1.82	1.82	1.82	0.00	0.00	0.73	1.82	0.89
c07	0.00	0.59	1.96	0.78	0.00	0.00	0.00	0.00
c08	0.98	1.06	1.18	0.10	0.20	0.20	0.20	0.00
c09	0.14	0.25	0.28	0.06	0.14	0.23	0.28	0.07
c10	0.09	0.09	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
c11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
c12	0.00	0.43	2.17	0.87	0.00	0.00	0.00	0.00
c13	0.00	0.47	1.16	0.45	0.39	0.54	0.78	0.19
c14	0.31	0.31	0.31	0.00	0.00	0.12	0.31	0.15
c15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
c16	0.00	3.64	9.09	4.45	0.00	3.64	9.09	4.45
c17	0.00	4.44	11.11	4.16	0.00	0.00	0.00	0.00
c18	0.88	1.42	2.65	0.71	0.00	0.53	1.77	0.71
c19	1.37	1.64	2.05	0.34	0.00	0.00	0.00	0.00
c20	0.00	0.07	0.37	0.15	0.00	0.00	0.00	0.00
平均	0.32	0.86	1.82	0.63	0.07	0.41	0.88	0.39

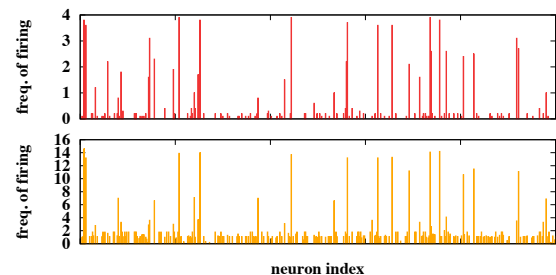


図 2: ニューラルネットワークの発火頻度分布の比較 (上: タブーサーチ, 下: カオスサーチ)

参考文献

- [1] 藤田実沙ほか, 電子情報通信学会 NOLTA ソサイエティ大会講演論文集, NLS-10, 2017.
- [2] M. Fujita *et al.*, in Proc. of MIC2017, pp. 834-836, 2017.
- [3] M. Fujita *et al.*, in Proc. of NOLTA2017, pp. 712-715, 2017.
- [4] M. Fujita *et al.*, in Proc. of NOLTA2018, pp. 61-64, 2018.
- [5] 藤田実沙ほか, 信学技報, vol. 118, no. 243, NLP2018-81, pp. 51-56, 2018.
- [6] M. Minoux, *INFOR*, vol. 28, pp. 221-233, 1990.
- [7] M. Hasegawa *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 79, no. 12, pp. 2344-2347, 1997.
- [8] M. Hasegawa *et al.*, *Neural Networks*, vol. 15, no. 2, pp. 271-283, 2002.
- [9] M. Hasegawa *et al.*, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 139, no. 3, pp. 543-556, 2002.
- [10] T. Koch *et al.*, in Steiner trees in industry, *Springer US*, pp. 285-325, 2001.
- [11] H. Takahashi, A. Matsuyama, *Math. Japonica*, vol. 24, no. 6, pp. 573-577, 1980.

有色ノイズによるカオス写像の共通ノイズ同期現象に関する一検討

A Study on Common Noise-induced Synchronization of Chaotic Maps Using Colored Noise

栗田いずみ¹

Izumi Kurita

島田裕²

Yutaka Shimada

藤原寛太郎³

Kantaro Fujiwara

池口徹^{1,4}

Tohru Ikeguchi

東京理科大学 大学院工学研究科 経営工学専攻¹

埼玉大学 大学院理工学研究科²

東京大学 国際高等研究所 ニューロインテリジェンス国際研究機構³

東京理科大学 工学部 情報工学科⁴

1 はじめに

共通ノイズ同期現象とは、共通のノイズが加えられた複数の独立な自律振動子のリズムが確率的に同期する現象である [1]. 概日リズムやニューロンの発火タイミングの同期などにおいて広く確認されている [2]. また、共通ノイズとして白色ノイズ、有色ノイズを印加することで2つの振動子が同期することも理論的に確認されている [3, 4]. しかし、これらの研究は主として連続時間力学系を対象としており、離散時間力学系 (以下、写像) を対象とした研究は少ない. 本稿では、カオス写像を対象として、パワースペクトル $P(f)$ が f^ν 型となる有色ノイズを共通ノイズとして印加した場合について検討する、その際、指数 ν と同期・非同期の関係を数値実験により調査したので報告する.

2 数値計算

本研究では、以下の式で定義されるカオスニューロン (式 (1)) とサインマップ (式 (2)) に共通有色ノイズを印加し、同期が生じるかを調査した.

$$x_i(t+1) = F(x_i(t)) = kx_i(t) - \frac{\alpha}{1 + \exp(-x_i(t)/\epsilon)} + a + w\xi_i(t) \quad (1)$$

$$y_i(t+1) = G(y_i(t)) = \sin(\rho y_i(t)) + w\xi_i(t) \quad (2)$$

ここで、 i は振動子の番号である. また、パラメータはそれぞれ、 $k = 0.8$, $\alpha = 1.0$, $a = 0.15$, $\epsilon = 0.02$, $\rho = 3.15$ とした. このとき、式 (1), (2) はどちらもカオス的な挙動を示す. $\xi_i(t)$ は時刻 t に i 番目の写像に印加されるノイズである. 本稿では、 $\xi_i(t)$ はパワースペクトルが f^ν 型となる有色ノイズとした. 実験では、まず、標準正規分布に従う乱数列を生成する. 次にこの乱数列をフーリエ変換する. その後、パワースペクトルが f^ν となるように各周波数成分に対して変換を施し、最後に逆フーリエ変換することで、パワースペクトルが f^ν に従う乱数列 $\{\xi_i(0), \dots, \xi_i(T)\}$ を生成した. ここで、 T は最終的な時間発展時刻であり、 $T = 131,071$ とした. 式 (1), (2) について2つの振動子 ($i = 1, 2$) を用意し、共通ノイズ ($\xi_1(t) = \xi_2(t)$) を印加したときの2つの写像からの出力系列間の相関係数を調べる実験を行った. その際、2つの写像のパラメータ値は同一とした. さらに、ノイズを印加していない状態での各写像の最大値と最小値を調べ、その範囲の一樣乱数を初期値として与えた. $t = 0$ から T まで各写像を時間発展させ、 $t < 50,000$ を過渡状態として無視し、 $50,000 \leq t \leq T$ の範囲で相関係数を求めた.

3 結果

有色ノイズのパワースペクトルのパラメータ ν を変化させて、2つのカオス写像間の同期度を相関係数により計算した (図 1). カオスニューロンの場合、 $\nu = 0$ で最も相関係数が高いことが分かる. また、白色ノイズが印加された際 ($\nu = 0$) に最も同期しやすいことも分かる. 一方、サインマップでは、より低周波成分の多いノイズ ($\nu = 1$) を印加することで相関係数の値が増加した. このことから写像の

有するダイナミクスに応じて同期しやすい有色ノイズの種類が異なることが分かる.

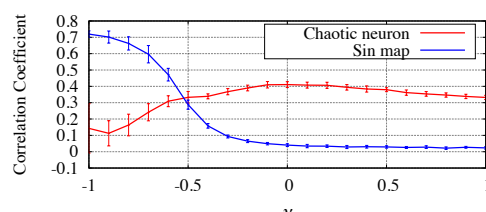


図 1. 有色ノイズのパラメータ ν に対する同期度 ($w = 0.05$).

次にノイズによる微小誤差の拡大率・縮小率の変化を調べた. 式 (1), (2) における微小誤差の拡大・縮小率は、以下の式 (3) によって求めることができる. 微小誤差が拡大するか縮小するかについては、式 (3) の値の正負で判別できる.

$$\log \left| \frac{dF(x_i(t))}{dt} \right|, \log \left| \frac{dG(y_i(t))}{dt} \right| \quad (3)$$

図 2 は、各時刻において式 (3) を調べ、微小誤差が拡大 (縮小) した割合を調査した結果を示している. 黒い線がノイズを印加しない場合の伸縮の割合を表している. この結果から、ノイズのパワースペクトル構造に依らず、ノイズ印加により微小誤差が拡大する割合が減少していることがわかる. また、図 1, 2 から、誤差が拡大・縮小する領域の割合と相関係数は概ね対応していることが分かる. これらの結果より、微小誤差の拡大する割合の減少が同期度に寄与していることが示唆される.

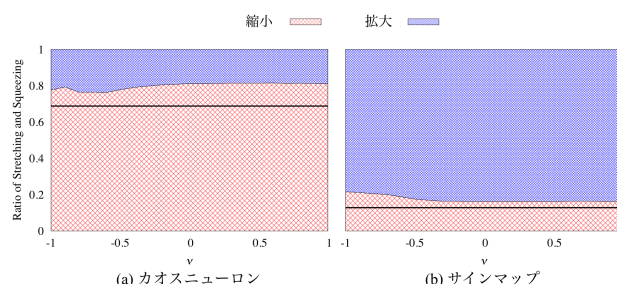


図 2. 微小誤差の拡大 (青い領域) と縮小 (赤い領域) の割合 ($w = 0.1$).

4 まとめ

共通ノイズのパワースペクトルの構造が同期度に影響を及ぼすこと、写像ごとに同期しやすいノイズが異なることを実験的に明らかにした. これらの結果より、写像に適した入力を共通ノイズとする、あるいは、ノイズのスペクトル構造を予め推定することでノイズに適した写像を導入するなどにより、効率のよい同期の実現が可能となることが示唆される. なお、本研究の一部は JSPS 科研費 (No.18K18125, 15K12137, 16K16138, 15KT0112, 17K00348) の援助を受けて行われた.

参考文献

- [1] J. Teramae, et al., *PRL*, **93**, 204103, 2004.
- [2] A. B Neiman, et al., *PRL*, **88**, 138103, 2002.
- [3] W. Kurebayashi, et al., *EPL*, **97**, 50009, 2012.
- [4] A. Ray, et al., *Physica A*, **392**, 4837–4849, 2013.

興奮性/抑制性ニューロン比率が発火率と学習に与える効果

Effects of excitatory/inhibitory neuron ratio on firing rates and learning

宮南風¹

島田裕²

藤原寛太郎³

池口徹^{1,4}

東京理科大学 工学部 経営工学科¹

埼玉大学 大学院理工学研究科 数理電子情報部門²

東京大学国際高等研究所 ニューロインテリジェンス国際研究機構³

東京理科大学 工学部 情報工学科⁴

1 はじめに

ニューラルネットワークでは、結合したニューロン間の発火タイミングに依存する Spike Timing Dependent Plasticity (STDP) 学習則によってニューロン間の結合強度が変化する [1]。また、ニューロンには結合先のニューロンの発火を促進する興奮性ニューロンと発火を抑圧する抑制性ニューロンの2種類が存在する。抑制性ニューロンの存在により、過度な発火や同期の制御が可能になると考えられている。一方、生理学知見より大脳皮質では興奮性ニューロンが約 80%、抑制性ニューロンが約 20% の割合で存在するといわれている [2]。しかし、なぜこのような比率となるのか、またこの比率が変化した場合、脳内の神経活動にどのような影響を与えるのかについては明らかになっていない。

そこで本稿では、興奮性ニューロンのみが STDP 学習するニューラルネットワークの数理モデルを用いて、興奮性ニューロンと抑制性ニューロンの比率を変化させた場合に発火率がどのように変化するかをまず始めに調査する。次に STDP 学習による long-term depression (以下, LTD) と抑制性ニューロンによる直接的な抑圧という二つの観点から解析を行う。抑制性ニューロン比率が低い状況下では STDP 学習による LTD の抑圧が大きく、抑制性ニューロンによる抑圧は小さい。一方、抑制性ニューロン比率が高い状況下では学習による抑圧が小さく、抑制性ニューロンによる抑圧は大きい。これらより、ニューラルネットワーク全体の適度な発火率を保つためには STDP 学習の LTD の抑圧と抑制性ニューロンの直接的な抑圧が互いに小さいことが必要であると考えられるからである。

2 実験条件

本稿では Izhikevich ニューロンモデルを構成素子とするニューラルネットワークを用いた [3]。ニューラルネットワーク中の抑制性ニューロン比率を r_{IN} とする。全ニューロン数を $N(=1,000)$ とすると、 $N(1-r_{IN})$ 個の興奮性ニューロンと Nr_{IN} 個の抑制性ニューロンが存在する。各ニューロンは 10% の結合確率でランダムに選択した他のニューロンと結合させた。また、ニューロン i, j 間の信号伝達には遅延が伴うとし、各結合における遅延の値は 1[ms] から 20[ms] の値をランダムに割り当てた。なお、1[ms] ごとにランダムに選んだ 1 つのニューロンに 20[mA] の外部入力を与えた。上記のニューラルネットワークにおいて、興奮性シナプスからの結合強度 w_{ij} の初期値 $w_{ij} = 6$ 、最大値 $w_{ij} = 10$ 。最小値 $w_{ij} = 0$ とした。また、抑制性シナプスからの結合強度を $w_{ij} = -5$ の一定値とした。このとき、 r_{IN} を変化させた際の学習中のニューロンの発火や学習の振舞いについて調査した。

3 実験結果

3.1 平均発火率

時刻 t における平均発火率 λ_t を 1[s] 間における 1 つのニューロンの平均発火数とし、式 (1) で定義する。

$$\lambda_t [\text{spikes/sec}] = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \left\{ \sum_{s=S(t-1)+1}^{St} \delta(s - s_j(t)) \right\} \quad (1)$$

式 (1) において、 M は発火率を求める対象のニューロン数、 j はニューロン番号、 $\delta(x)$ はデルタ関数である。ここでは、 $S = 1,000[\text{ms}]$ の時間幅を有する窓を考えている。すなわち、時刻 t のとき、窓の範囲は $S(t-1)+1 \leq s \leq St$ である。

十分に学習が収束した 200[s] 間 (801[s] ~ 1000[s]) において、興奮性ニューロンのみ ($M = N(1-r_{IN})$)、抑制性ニューロンのみ ($M = Nr_{IN}$)、全ニューロン ($M = N$) に対する λ_t の平均値 $\hat{\lambda} = \frac{1}{200} \sum_{t=801}^{1000} \lambda_t$ を計算した。 r_{IN} を変化させたときの $\hat{\lambda}$ の変化を図 1 に示す。

興奮性ニューロンの発火率は $r_{IN} = 0.2$ 付近、全ニューロンの発火率は $r_{IN} = 0.25$ 付近でもっとも高い値を取っていることがわかる。これより、抑制性ニューロンが少ないことが必ずしも発火率の上昇に結びつかないことがわかる。

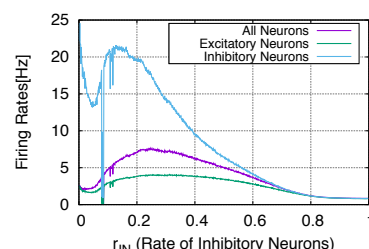


図 1. r_{IN} に対する各発火率の平均値 $\hat{\lambda}$

3.2 抑制性ニューロン, LTD による抑圧と発火率の関係

STDP 学習を通したニューラルネットワークの効率的な発火に対して、抑制性ニューロンと STDP 学習における LTD の抑圧の直接的な抑圧の 2 つが与える影響について検証する。まず始めに、抑制性ニューロンと LTD による抑圧指標 E_{IN} , E_{LTD} を式 (2), (3) により定義する。

$$E_{IN} = \sum_{t=1}^T \frac{n_t}{m_t + n_t} \quad (2)$$

$$E_{LTD} = \sum_{t=1}^T \frac{p_t}{p_t + q_t} \quad (3)$$

ここで、 n_t は時刻 $t[s]$ における時間窓 $S(t-1)+1 \leq s \leq St[\text{ms}]$ での興奮性ニューロンの発火数、 m_t は抑制性ニューロンの発火数である。また、 p_t は時刻 $t[s]$ におけるシナプス前ニューロンとシナプス後ニューロンが共に興奮性ニューロンである場合の学習発生回数、 q_t はシナプス前ニューロンが興奮性ニューロン、シナプス後ニューロンが抑制性ニューロンである場合の学習発生回数である。 $T(=1,000[s])$ は学習適用時間である。

次に、 r_{IN} を変化させた際の 2 つの抑圧指標が最小となる点で、発火率の平均値 $\hat{\lambda}$ と対応するかを調査した。結果を図 2 に示す。二つの指標が交差している点付近の r_{IN} は図 1 で平均発火率が最大となる比率と対応している。つまり、ニューロン比率が抑圧のバランスを司っており、全体の発火率が最も高いニューロン比率においては、各抑圧が相互に影響を及ぼさない状況であると示唆される。

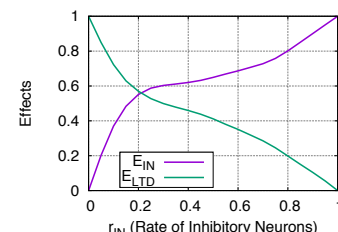


図 2. r_{IN} の変化による E_{IN} と E_{LTD} の推移

4 まとめ

本稿では、興奮性/抑制性ニューロンの比率を変化させた場合のニューラルネットワークの発火率と学習効率の関係性について調査した。ネットワーク全体の発火率は STDP 学習による発火抑圧と抑制性ニューロンによる発火抑圧の双方が起これにくいときに上昇し、それらは生理学的に示されている興奮性ニューロン 80%、抑制性ニューロン 20% 付近であることが示された。なお、本研究の一部は JSPS 科研費 (No. 18K18125, 16K16138, 15KT0112, 17K00348) の援助を受けて行われた。

参考文献

- [1] Bi G. Q. and Poo M. M., *The Journal of Neuroscience*, Vol. 18, No. 8, pp. 10464-10472, 1998.
- [2] DeFelipe J., et al., *Prog. Neurobiol.*, Vol. 6, No. 39, pp. 563-607, 1992.
- [3] Izhikevich E. M., *Neural Computation*, Vol. 2, No. 18, pp. 245-282, 2006.

TRPM2 チャンネルがインスリン分泌に与える影響の調査

Influence of TRPM2 channel on insulin secretion

笠原 宏太郎¹, 島田 裕², 藤原 寛太郎³, 池口 徹^{1,4}

東京理科大学大学院工学研究科経営工学専攻¹, 埼玉大学大学院理工学研究科数理電子情報部門²,
東京大学国際高等研究所ニューロインテリジェンス国際研究機構³, 東京理科大学工学部情報工学科⁴

1 はじめに

インスリンを分泌する膵 β 細胞膜上に、陽イオンを透過する transient receptor potential melastatin2 (TRPM2) チャンネルが存在する。我々は既に、膵 β 細胞の膜電位の応答を表現した Bertram らのモデル [1] に TRPM2 電流を追加し、TRPM2 チャンネル活性化に伴い単位時間あたりのインスリン分泌量が増加することを示した [2]。しかし、数値実験で用いた TRPM2 チャンネルのコンダクタンス値が生理学的に妥当ではなく、またバースト 1 つあたりの持続時間が TRPM2 チャンネル活性化に伴い減少する点が生理学実験の結果 [3] に一致しなかった。

本稿では、より多数のイオンチャンネルが考慮されている Riz らのモデル [4] に TRPM2 電流を追加したモデルを提案し、TRPM2 チャンネル活性化に伴う膜電位の変化を調査した。その結果、生理学的に妥当な TRPM2 チャンネルのコンダクタンス値を用いて、TRPM2 チャンネル活性化に伴うインスリン分泌量の増加を確認できたので報告する。

2 TRPM2 チャンネルの定式化

TRPM2 チャンネルは主に Ca^{2+} , Na^{+} を透過する。TRPM2 チャンネルは脱分極に寄与し、また TRPM2 チャンネル活性化に伴い、静止膜電位の上昇とインスリン分泌量の増加が報告されている [3], [5]。

文献 [3] では、TRPM2 電流と膜電位が線形な関係にあることが示されている。このことから TRPM2 電流 I_{TRPM2} を式 (1) のように表現した。

$$I_{\text{TRPM2}} = g_{\text{TRPM2}}(V - V_{\text{TRPM2}}) \quad (1)$$

ここで、 V は膵 β 細胞の膜電位、 g_{TRPM2} , V_{TRPM2} はそれぞれ TRPM2 チャンネルのコンダクタンス、逆転電位である。

文献 [3] では、TRPM2 電流と膜電位の関係から TRPM2 チャンネルのコンダクタンスと逆転電位を推定している。しかし、試行によってばらつきが大きく、コンダクタンスや逆転電位の値の妥当性は不正確である。そこで本稿では、提案モデルで表現した TRPM2 電流のコンダクタンスと逆転電位を変化させたときの膜電位の波形を調査することで、生理学実験の再現可能性を調査した。なお提案モデルではバースト持続時間の延長はインスリン分泌量の増加を表す。また TRPM2 チャンネル活性化は TRPM2 チャンネルのコンダクタンスを増加させることで表現する。

3 膜電位の応答を再現する数理モデル

膵 β 細胞の膜電位の応答を表現した Riz らのモデル [4] に、式 (1) に示した TRPM2 電流を追加した。Riz らのモデルは、小コンダクタンス Ca^{2+} 感受性 K^{+} (small conductance Ca^{2+} -sensitive K^{+} , SK) チャンネル、大コンダクタンス Ca^{2+} 感受性 K^{+} (big conductance Ca^{2+} -sensitive K^{+} , BK) チャンネル、遅延整流性 K^{+} (delayed rectifier K^{+} , Kv) チャンネル、ATP 感受性 K^{+} (ATP-sensitive K^{+} , KATP) チャンネル、 Na^{+} チャンネル、3 種類の電位依存性 Ca^{2+} チャンネル: L 型 Ca^{2+} (CaL) チャンネル、P/Q 型 Ca^{2+} (CaPQ) チャンネル、T 型 Ca^{2+} (CaT) チャンネル、リークチャンネルを考慮している。

膜電位 V のダイナミクスは式 (2) で表される。

$$C_m \frac{dV}{dt} = -(I_{\text{SK}} + I_{\text{BK}} + I_{\text{Kv}} + I_{\text{KATP}} + I_{\text{Na}} + I_{\text{CaL}} + I_{\text{CaPQ}} + I_{\text{CaT}} + I_{\text{leak}} + I_{\text{TRPM2}}) \quad (2)$$

式 (2) において、 C_m は膜のキャパシタンス、 I_X はチャンネル電流 (X はチャンネル名) である。追加した TRPM2 電流以外の電流、

パラメータは Riz らのモデル [4] と同じである。ただし KATP, CaL, CaPQ, リークチャンネルのコンダクタンス値をそれぞれ 0.13[nS], 0.3[nS], 0.25[nS], 0.02[nS] に変更した。

4 結果

TRPM2 チャンネルのコンダクタンス g_{TRPM2} と逆転電位 V_{TRPM2} を変化させたときに、膜電位がバーストを示す領域 (図 1(a)) とバースト持続時間の変化 (図 1(b)) を調査した。バーストは連続発火を示す活動状態と静止状態を交互に繰り返す発火現象である。数値実験において、膜電位のピークを発火、0.005[mV] 以下の膜電位変化が 1 秒以上継続したときに静止状態とみなした。図 1 の横軸、縦軸がそれぞれ TRPM2 チャンネルのコンダクタンス g_{TRPM2} と逆転電位 V_{TRPM2} である。図 1(a) は膜電位の応答波形の種類を示している。膜電位がバーストしたとき青色、常に振動したとき青色、発火が 1 回のみで静止状態に戻るときグレー、発火が観測されないとき白色としている。図 1(b) はバースト持続時間を示し、バースト持続時間が長くなるほどオレンジ色に近づく。白い領域はバーストが観測されなかった領域である。

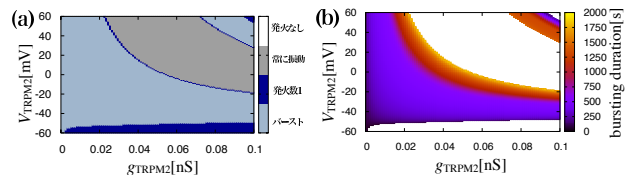


図 1. TRPM2 チャンネルのコンダクタンス g_{TRPM2} と逆転電位 V_{TRPM2} を変化させたときの (a) 膜電位がバーストを示す領域と (b) バースト持続時間の変化。

図 1(a) で、TRPM2 チャンネルのコンダクタンスを増加させたとき、逆転電位が $-50 \sim -20$ [mV] の範囲でバーストが維持されている。これはこの範囲で正常にインスリンが分泌されることを表す。また図 1(b) から、TRPM2 チャンネルのコンダクタンスを増加させたとき、逆転電位が $-30 \sim -20$ [mV] の範囲でバースト持続時間が延長していることがわかる。これはこの範囲でインスリン分泌量が増加することを表す。文献 [3] では、6 回試行したときの逆転電位の平均は -19.2 [mV] となっており、数値実験でも近い値となった。生理学実験の結果と数値実験の結果が一致したことから、TRPM2 チャンネルはインスリン分泌量を増加させる考えられる。

5 まとめ

本稿では、膵 β 細胞の膜電位の応答を表現した Riz らのモデルに TRPM2 電流を追加したモデルを提案し、TRPM2 チャンネル活性化に伴う生理学実験の再現可能性を調査した。その結果、提案モデルでは、TRPM2 チャンネル活性化に伴いバースト持続時間が延長することを確認した。このことは TRPM2 チャンネルがインスリン分泌に寄与し、糖尿病治療に役立つ可能性を示唆するものである。なお、本研究の一部は JSPS 科研費 (No.18K18125, 16K16138, 15KT0112, 17K00348) の援助を受けて行われた。

参考文献

- [1] R. Bertram *et al.*, *Biophysical Journal*, **87**(5), pp. 3074–3087, 2004.
- [2] 笠原宏太郎ら, 電子情報通信学会 2018 年総大会講演論文集, N-1-22, 2018.
- [3] M. Yosida *et al.*, *Diabetes*, **63**(10), pp. 3394–3403, 2014.
- [4] M. Riz *et al.*, *PLoS Computational Biology*, **10**(1), e1003389, 2014.
- [5] M. Kakei *et al.*, *Endocrine Journal*, **63**(10), pp. 867–876, 2016.

カオスダイナミクスによる擬似乱数に XOR を施した場合の性能評価

Performance Evaluation of Chaotic Pseudorandom Numbers with XOR Operations

金丸志生¹, 島田裕², 藤原寛太郎³, 池口徹^{1,4}

東京理科大学 工学部 経営工学科¹, 情報工学科⁴, 埼玉大学大学院 理工学研究科²
 東京大学 国際高等研究所 ニューロインテリジェンス国際研究機構³

1 はじめに

ある規則によって生成された 2 つの 2 進擬似乱数列に対して排他的論理和演算 (以下, XOR 演算) を施す手法は, 0 と 1 の出現頻度の偏りを減らすために用いられる後処理方式の一つである. 特に物理乱数生成においては, 統計的偏りを減らすために, XOR 演算が用いられることも多い [1]. 本研究の目的は, カオス力学系から生成した 2 つの乱数列に対して XOR 演算を施すことにより後処理した擬似乱数の性能評価をすることで, XOR 演算の効果を調査することである. 乱数の性能の評価には, 米国家標準技術局 (NIST) が公開している NIST SP 800-22 [2] (以下, NIST 検定) を用いる.

2 数値実験

擬似乱数生成器として用いた整数ロジスティック写像 [3] を式 (1) に示す.

$$X_{t+1} = \lfloor 4X_t(10^N - X_t)10^{-N} \rfloor \quad (1)$$

式 (1) では, N が数値計算精度, t は写像回数, X は状態値を表し, 床関数を用いて整数化をする. $X_t \leq 0.5 \times 10^N$ であれば 0 に, $X_t > 0.5 \times 10^N$ であれば 1 に変換し, 2 値乱数とした. 式 (1) を用いて生成した長さ $2^{31} + 10^5$ のカオス乱数列に対して $0 \leq t \leq 10^5$ の部分を過渡状態として除き, $10^5 < t \leq 2^{30} + 10^5$ と $2^{30} + 10^5 < t \leq 2^{31} + 10^5$ に生成されたカオス乱数列をそれぞれ R_1, R_2 とした. 本稿では, $N = 16$ とし, 初期値 X_0 を 48 パターン用意した. 各 X_0 から得られる R_1 と R_2 に対して XOR 演算を施し, 新たな擬似乱数 $R_1 \oplus R_2$ を生成した. 生成した $R_1, R_2, R_1 \oplus R_2$ に対して, NIST 検定を用いて性能評価を行なった. NIST 検定は 15 の検定項目から構成される. NIST 検定では, まず, 検定対象数列为, 1,000 分割し, 各数列为ランダムである確率 p 値を算出する. 算出した 1,000 個の p 値が有意水準 α を上回る比率 P と一様性を評価する. 本稿では, 実験で得られた p 値の比率 P と一様性 (図 1) を元に議論する.

3 結果

生成したカオス乱数について, NIST 検定合格項目数の頻度分布を表 1 に示す. 表 1 から, 48 パターンの X_0 で生成した $R_1, R_2, R_1 \oplus R_2$ の NIST 検定合格項目数がどのように分布するかを見ることができる. 表 1 より, R_1 と R_2 は最大でも 9 項目に合格することが分かる. しかし, $R_1 \oplus R_2$ は最大 10 項目に合格する項目がある. これは XOR 演算により, 擬似乱数の性能が低下したことを示す.

ここで, 15 個の NIST 検定項目の中から R_1 と R_2

が合格し, $R_1 \oplus R_2$ が不合格となったブロック単位の頻度検定に注目する. ブロック単位の頻度検定は, あるブロック長に対して, 1 の出現確率が $\frac{1}{2}$ に近いかどうかを

表 1. NIST 検定項目合格数の頻度

NIST 検定項目合格数	5	6	7	8	9
擬似乱数					
R_1	0	1	8	15	24
R_2	1	2	14	22	9
$R_1 \oplus R_2$	47	1	0	0	0

検定する項目である. この検定項目における p 値の結果を図 1 に示す. 図 1 は, 48 個の X_0 で得られた擬似乱数の検定結果の平均である. まず, 図 1 (a) は, 各擬似乱数 ($R_1, R_2, R_1 \oplus R_2$) の p 値が有意水準 α を上回った比率 P を示す. 図 1 (a) より, XOR 演算を施すことで

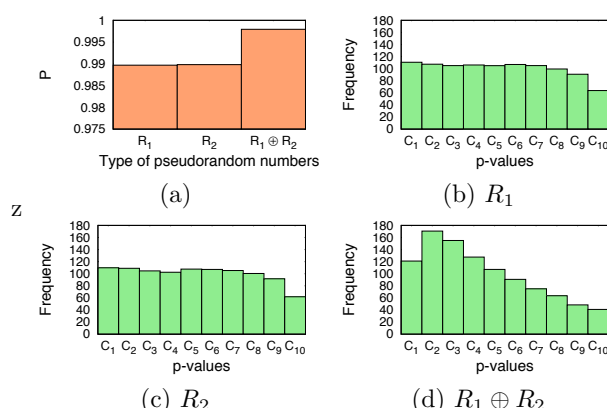


図 1. 数値計算精度 $N = 16$ としたときの各乱数 ($R_1, R_2, R_1 \oplus R_2$) に対するブロック単位の頻度検定で得られた p 値. (a) は, p 値 ($> \alpha$) となる比率 P . (b)~(d) は, p 値の分布.

p 値 $> \alpha$ となる比率 P が増加していることから, 擬似乱数列中の 0 と 1 の出現頻度の偏りが減少したと考えられる.

次に, 図 1 (b)~(d) の, 横軸は p 値, 縦軸は頻度を示す. ここで, $C_i = [0.1 \cdot (i - 1), 0.1i)$ ($i = 1, 2, \dots, 10$) である. XOR 演算前 (図 1 (b), (c)) と後 (図 1 (d)) を比較すると, 1,000 個の p 値の分布が XOR 演算を施すことで特定の値に偏ることが分かる. そのため, XOR 演算により, p 値 ($> \alpha$) の比率 P が XOR 演算を施すことで増加しても, p 値の一様性が崩れたことで, 検定の合格には至らなかった.

4 結論

本稿では, 整数ロジスティック写像 [3] を擬似乱数生成器として, 数値計算精度が 16 桁のカオス乱数を生成し, XOR 演算の入力として, 新たな擬似乱数を生成した. NIST SP 800-22 [2] を用いて, 生成した擬似乱数の性能評価をした結果, XOR 演算には, p 値の改善効果はあるが, p 値の一様性を崩し擬似乱数の性能劣化を招く恐れがあることが分かった. なお, 本研究の一部は JSPS 科研費 (No. 18K18125, 16K16138, 15KT0112, 17K00348) の援助を受けて行われた.

参考文献

- [1] A. Uchida *et al.*, Nature Photonics, Vol. 2, No. 12, pp. 728-732, 2008.
- [2] A. Rukhin *et al.*, National Institute of Standards and Technology, Special Publication 800-22, 2010.
- [3] 石田邦昭 他, 電子情報通信学会技術研究報告, Vol. 98, No. 140, pp. 9-14, 1998 (CAS 98-16).

局所対大域リカレンスプロットを用いた非線形時系列解析

Nonlinear time series analysis with local vs global Recurrence plot

小川徳紀¹, 金丸志生¹, 山本紘平³, 島田裕⁴, 池口徹^{1,2,3}

東京理科大学 工学部 経営工学科¹, 情報工学科², 大学院工学研究科 経営工学専攻³
埼玉大学大学院 理工学研究科⁴

1 はじめに

リカレンスプロット (以下, RP) [1] は, 非線形力学系のアトラクタ上での時間順序に関する情報を捨てずに状態値の再帰性を視覚化する手法である. RP のパターンを定量化することで, 時系列発展の背後に存在する非線形力学系の特徴を捉えることができる. 実際, 決定論性, 周期性, 非定常性などの解析に用いられている. しかし, そのパラメータ設定については経験的に定められていることも事実である. その一例が, 2 点間距離の近傍性を定める際に用いる閾値である. そこで本稿では, RP と同方向性近傍プロット (Iso-directional Neighbors plot, 以下, IDNP) [2] を用いて, 閾値を変化させることで非線形時系列の特徴を捉える手法を提案し, その性能を評価したので報告する.

2 解析手法

2.1 同方向性リカレンスプロット

RP では 2 つの時刻に対応する状態間の距離を用いて点をプロットするかを決定するが, 同方向性リカレンスプロット (Iso-directional Recurrence plot, 以下, IDRP) [2] では, 2 つの時刻に対応する状態の軌道ベクトル差のノルムを用いて点をプロットするかを決定する. ある状態から T 時間後の状態へのベクトルを軌道ベクトルとする. 軌道ベクトルが設定した閾値以内で同方向の場合に点をプロットする.

2.2 同方向性近傍プロット

IDNP では, プロットされる点の集合 M を, RP でプロットされる点の集合 N と IDRP でプロットされる点の集合 O の共通集合によって定義する. すなわち, 2 点が RP で設定した距離以内の近傍点かつ IDRP で設定したノルム以内で同方向の軌道ベクトルを持つ点をプロットする. M の N に対する生起確率を $R = \frac{|M|}{|N|}$ と定義する. ここで, $|A|$ は集合 A の要素数である. 決定論的なシステムでは, 時系列の軌道の近接する部分は, 次の時刻にも近接する部分に推移すると考えられるため, 生起確率 R は確率論的なものよりも高くなると考えられる. 本稿では, この生起確率 R と, RP, IDRP, IDNP 上の決定論性を測るための統計量 DET [1] の閾値 θ に対する変化を用いて時系列の特徴を評価する.

3 結果

複数の時系列に IDNP を適用し, RP と IDRP において点をプロットする際の閾値 θ を変化させた場合に, 生起確率 R と指標 DET がどのような特性を示すかを調査した. 対象とした時系列はローレンツ方程式, レスラー方程式がカオス応答を示す場合, レスラー方程式が 1, 2, 4, 8 周期解をとる場合, ホワイトガウスノイズ, ブラウン運

動, 非整数ブラウン運動である. RP, IDRP, IDNP の可視化の添字の上限を 20,000, IDRP での時間発展 T を 3 とした, 対象とする時系列が 1 次元の場合は遅れ時間 1 で 3 次元に埋め込んだ. θ を変化させた場合の, RP, IDRP, IDNP から算出された DET と, 生起確率 R を図 1 に示す. 図 1(a) では非整数ブラウン運動の一部が決定論的な時系列に近い結果を示すが, (b)(c)(d) では確率論的な時系列と決定論的な時系列で明確な差異が確認された. (a)(b) では, ローレンツとレスラーが重なってしまうが, (c) では差異があることが確認できる. (d) では R が各時系列で異なる変動を示すことが確認された.

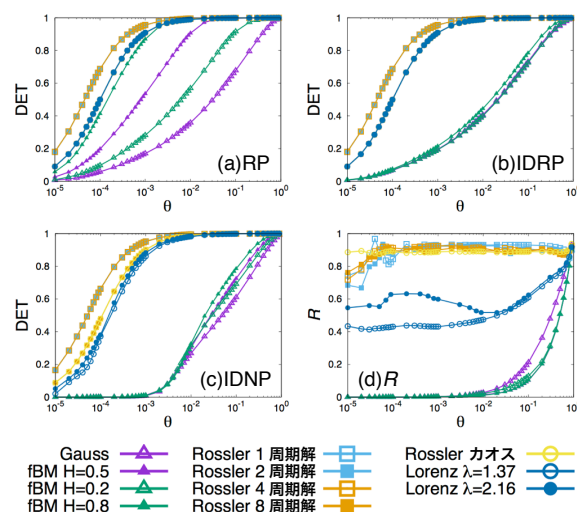


図 1. RP, IDRP, IDNP での DET と R の変化

4 結論

本稿では, 種々の非線形時系列データを対象に, RP, IDRP, IDNP でプロットする際の閾値を変更させた場合の, 統計量 DET 及び, R を算出した. その結果, 時系列の特徴に応じて異なる特性を示すことを明らかにした. これより閾値を変動させることで, 決定論性を測るための指標である DET と R の変動から, 時系列の特徴を捉えられる可能性が示唆された. なお, 本研究の一部は JSPS 科研費 (No. 15KT0112, 17K00348, 18K18125) の援助を受けて行われた.

参考文献

- [1] N. Marwan, et al., *Physics Reports*, Vol. 438, No. 5, pp. 237–329, 2007.
- [2] 實来俊介, 山田泰司, 合原一幸, 電気学会論文誌 C, 2002, Vol. 122, No. 1, pp. 141–147, 2008.
- [3] 池口徹, 山田泰司, 小室元政, カオス時系列解析の基礎と応用, 合原一幸編, 産業図書, 2002.

マーク付点過程データに対する決定論性の調査手法

A method of investigating determinism of marked point process data

山本紘平¹

島田裕²

池口徹^{1,3}

東京理科大学 大学院工学研究科 経営工学専攻¹

埼玉大学 大学院理工学研究科 数理電子情報部門²

東京理科大学 工学部 情報工学科³

1 研究概要

マーク付点過程データとは、離散的なイベント系列に何らかの情報が付与された点過程である。具体的には、地震活動、神経活動、金融市場での値動きなどがある。本稿では、これらのマーク付点過程データに対し、予測限界を測定する新たな手法として、制約付きランダムシャッフルサロゲートデータを用いた手法を提案する。また、Lorenz 方程式から得られた決定論性を有するマーク付点過程データに対して提案手法を適用した。提案手法によって推定された予測限界と非線形力学系の軌道不安定性を定量化する指標として知られている最大リアプノフ指数との間に対応関係があるか比較した結果を報告する。

2 手法

本稿では、まず、与えられたマーク付点過程データを N 個の時間窓に区切ることで、状態空間の要素を定義した [1]。次に、この時間窓間の距離を Marked Spike Train Metric [2] を用いて算出する。算出された時間窓に対し、時間的に連続した重複しない M 個の時間窓からなるグループを作成し、グループ内の窓に対してランダムシャッフルサロゲートデータ法 (RS) [3] を適用することにより、ローカルな時間相関を破壊する。本稿では、これを制約付きランダムシャッフルサロゲートデータ法 (CRS) と呼ぶ。提案手法を用いて求めた時間窓 i と j ($i, j = 1, \dots, N$) の距離を第 (i, j) 成分とする距離行列を作成し、これを 2 値化処理することで Recurrence plot (RP) [4] を生成する。この RP に対し、統計量 DET [4] を計算し、決定論性の一つである時間相関の持続度を定量化する。また、CRS によって得られる DET の値をグループ内の時間窓の個数 M を徐々に大きくしながら調べていき、RS により得られる DET の値との違いがなくなる最小の M の値 M^* を求める。この M^* と最大リアプノフ指数との値の大小を比較する。

3 実験概要

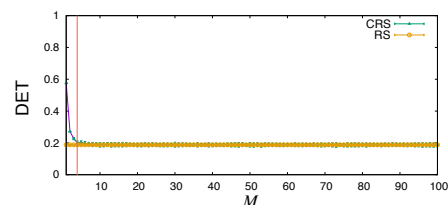
本稿では、決定論的マーク付点過程データを以下の Lorenz 方程式 [5] から生成する。

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -\sigma x + \sigma y \\ \dot{y} &= -xz + rx - y \\ \dot{z} &= xy - bz\end{aligned}\quad (1)$$

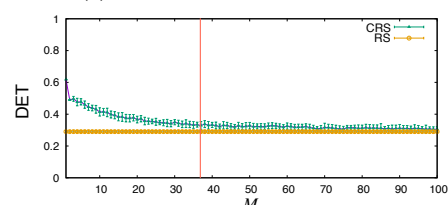
式 (1) において、 σ , r , b はパラメータである。ルンゲ・クッタ法を用いて得られる時系列データに対し、その極大値を抽出することでマーク付点過程データを生成した [6]。なお時間窓のサイズは、RP のサイズが十分に大きく、内在するイベント数が確保できるように設定した。用いたパラメータとその時の最大リアプノフ指数を表 1 に示す。なお、どちらの場合もルンゲ・クッタ法の刻み幅は 0.01 とした。

表 1 パラメータ値と、最大リアプノフ指数 [7, 8]。

パラメータ値	最大リアプノフ指数
$\sigma = 16.0, b = 4.0, r = 45.92$	2.16
$\sigma = 16.0, b = 4.0, r = 40.0$	1.37



(a) $\sigma = 16.0, b = 4.0, r = 45.92$



(b) $\sigma = 16.0, b = 4.0, r = 40.0$

図 1 制約付きランダムシャッフルサロゲートデータ法を Lorenz 方程式に適用した結果

4 結果

CRS を Lorenz 方程式に適用した結果を図 1 に示す。緑線が CRS によって得られた DET の値であり、黄線が RS によって得られた DET の値である。赤線が M^* を示す。図 1(a) と図 1(b) を比較すると、最大リアプノフ指数が大きい場合 (図 1(a)) が、CRS によって得られた DET の値が M の値の増加にしたがって早く減少することがわかる。このことから、最大リアプノフ指数が大きいほど M^* の値が小さくなることが示唆される。

5 まとめ

本稿では、Lorenz 方程式から生成したマーク付点過程データに対し、制約付きランダムシャッフルサロゲートデータ法を適用し、既存手法の一つである最大リアプノフ指数の値と CRS と RS により得られる DET の差の間に対応関係があるかを調査した。結果から、CRS を適用した際、最大リアプノフ指数が大きい方が早く DET の値が減少することがわかった。本研究を進めるにあたり、種々ご議論いただいた平田祥人先生 (東京大学) に感謝する。なお、本研究の一部は JSPS 科研費 (No. 15KT0112, 17K00348, 18K18125) の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] Y. Hirata, *et al.*, *Physica A*, Vol. 391, No. 3, pp. 760–766, 2012.
- [2] S. Suzuki, *et al.*, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 20, No. 11, pp. 3699–3708, 2010.
- [3] 池口徹, 山田泰司, 小室元政, カオス時系列解析の基礎と応用, 合原一幸編, 産業図書, 2002.
- [4] N. Marwan, *et al.*, *Physics Reports*, Vol. 438, No. 5, pp. 237–329, 2007.
- [5] E. N. Lorenz, *Journal of the Atmospheric Sciences*, Vol. 20, No. 2, pp. 130–141, 1963.
- [6] N. Yabuta, *et al.*, *Proceedings of International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA)*, pp. 188–191, 2007.
- [7] I. Shimada, *et al.*, *Progress of Theoretical Physics*, Vol. 61, No. 6, pp. 1605–1616, 1979.
- [8] A. Wolf, *et al.*, *Physica D*, Vol. 16, No. 3, pp. 285–317, 1985.

重畳リカレンスプロットを用いた共通入力の再構成

RECONSTRUCTION OF A COMMON INPUT USING SUPERPOSED RECURRENCE PLOTS

野村亮太¹
Ryota Nomura

池口徹^{1,2}
Tohru Ikeguchi

東京理科大学大学院 工学研究科 経営工学専攻¹

東京理科大学 工学部 情報工学科²

1 はじめに

通常、生体システムは共通入力を受けているが、共通入力の各時刻の振幅を正確に知ることは容易ではない。一方、共通入力を受ける多数の非線形力学系から得た出力時系列のリカレンスプロット（以下、RPと呼ぶ）を用いて、なめらかな共通入力を再構成する手法が提案されている [1, 2]。だが、生体システムにおいては、神経細胞の発火タイミングのように、出力が点過程データである場合がある。こうした点過程データに対して、これらの手法 [1, 2] がどの程度まで共通入力を再構成できるかは検討されていない。そこで本稿では、パラメータを変化させることで分岐する神経細胞の数値モデルに共通入力を与え、出力として得られる時間あたりの発火数の時系列データを用いて共通入力を再構成する手法を提案する。その上で、提案した再構成手法の性能を評価した結果、高い精度で共通入力が構成されたので、これを報告する。

2 重畳リカレンスプロットによる共通入力の再構成

RPは、高次元の位相空間内の軌道の情報を視覚化する手法である。RPは、観測時系列から得た位相空間内の二つの状態が近傍にあるとき、それらの状態のインデックスに対応する2次元平面上の座標に点を打つことで作成される。具体的には、RPに対する行列 $R_{ij}(\varepsilon)$,

$$R_{ij}(\varepsilon) = \Theta(\varepsilon - \|x_i - x_j\|), \quad i, j = 1, \dots, N \quad (1)$$

として定義される。ここで、 i と j は、位相空間内の状態のインデックス、 $\Theta(\cdot)$ は Heaviside ステップ関数、 ε は近傍を判定する閾値、 $\|\cdot\|$ はノルムである。

入力を有するある力学系からの出力時系列の RP は特定の条件下で入力の RP に類似することが知られている [1]。同様に、出力が神経細胞モデルの発火タイミング (点過程データ) から計算された時間あたりの発火数である場合にも、出力の RP は入力の RP に類似することも報告されている [3]。一方、RPの作成元である時系列データを再構成する手法 [2] は、この出力の RP 同士の対応関係を利用して、以下の手続きで共通入力を再構成している。

1. パラメータの異なる複数の非線形力学系になめらかな共通入力を与え、力学系の数だけ出力時系列から RP を作成する。
2. 作成した RP の和集合をとる。
3. 共通入力に対応した変動のみが残るように RP を粗視化する。
4. RP 上の点の全てのペアで距離を算出することで共通入力の時系列情報を復元する。
5. 復元した時系列情報に多次元尺度構成法を適用して共通入力時系列の推定値を得る。

神経細胞モデルから得られた点過程データ (発火タイミング) に適用する本提案手法は、先行の再構成手法とは次の2点で異なる。第一に、手順1において、一定の幅の時間窓を設定し、時間窓を移動させながら窓内の発火数をカウントすることで作成した発火数時系列データを出力時系列とする。第二に、提案手法では手順3の粗視化は行わない。これは、発火数時系列の変動に神経細胞モデルのダイナミクスが残されておらず、結果として、この和集合をとった RP (重畳 RP) には共通入力の情報のみが反映されるからである。

3 実験条件

共通入力には、Duffing 方程式の第1変数を用いた [3] (図1中の original)。一方、この共通入力を受ける神経細胞モデルとして、Izhievich のモデル [4] を用いた。このモデルは、 $\dot{v} = 0.04v^2 + v + 140 + I$ および $\dot{u} = a(bv - u)$ で記述され、 $v \geq 30$ の条件で発火し、 $v \leftarrow c$ かつ $u \leftarrow u + d$ とリセットされる。ここで v は膜電位を、 u は回復変数を表し、 I が共通入力である。また、 a から d はパラメータである。このパラメータを変化させることで分岐させ、複数の観測時系列を用意した。具体的には、Regular Spiking を示すパラメータ ($a = 0.02, b = 0.2, c = 65, d = 8$) を基準に $0.018 \leq a \leq 0.022$ と $0.198 \leq b \leq 0.202$ の範囲で等間隔で変化させて作成した80本の発火スパイク列を用いた。同様に、Chattering Spiking および Fast Spiking を示すパラメータについても a と b を ± 0.002 の範囲で等間隔に変化させた80本の発火スパイク列を用いた。

次に、発火数時系列データを作成するための時間窓の幅を500[ms]、サンプリング間隔を50[ms]に設定した。また、遅延座標系への埋め込み次元を5に設定し、遅れ時間は1とした。RPの閾値は、打たれる点がインデックスの組み合わせ総数の10%になるように設定した。その上で、和集合で何回以上重なれば点を残すかの基準である重畳数 p を1, 2, 4, 8とした。提案手法の評価には、再構成された時系列と共通入力時系列の間の平均二乗誤差 (以下、RMSEと呼ぶ) を用いた。

4 結果と考察

図1に元の共通入力の時系列と Regular Spiking ニューロンを用いて再構成された共通入力時系列を示す。図1のとおり、重畳数を大きくした方が再構成された曲線はより滑らかであった。しかし、この条件下での RMSE は $0.07 - 0.09$ であり、重畳数の影響は小さかった。

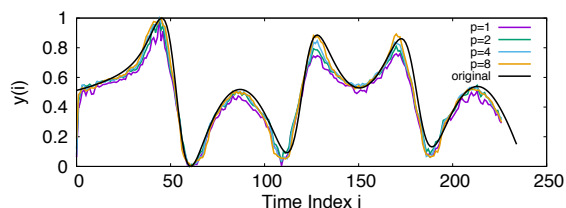


図1 Regular Spiking ニューロンで再構成された時系列

Chattering Spiking の場合には、Regular Spiking とほぼ同様の結果が得られたが、Fast Spiking ではより高い精度が得られた ($RMSE = 0.03 - 0.04$)。後者は時間あたりの発火数が多い。このため共通入力の変動に対する感度が高く、再構成の精度が改善されたと考えられる。なお、埋め込み次元を5より小さい値に設定した場合には精度が低下した ($RMSE = 0.10 - 0.52$)。この結果は、提案手法に用いる RP を作成する際には、十分に高い次元に埋め込む必要があることを示している。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 (17K00348, 18KT0076) の助成を受けた。

参考文献

- [1] M. C. Casdagli, *Physica D*, 108(1-2), 12–44, 1997.
- [2] Y. Hirata et al., *The Euro. Phys. J. ST*, 164(1), 13–22, 2008.
- [3] 藤原ら, 日本神経回路学会誌, 21(2), 79–86, 2014.
- [4] E. M. Izhikevich, *IEEE T. Neural Networks*, 14(6), 1569–1572, 2003.

カオス MIMO システムにおけるビットの利用法の改良とその性能評価

Improvement of Chaos MIMO system and Its performance evaluation

山崎凌¹
Ryo Yamazaki¹

島田裕²
Yutaka Shimada²

池口徹^{1,3}
Tohru Ikeguchi^{1,3}

¹ 東京理科大学大学院 工学研究科 経営工学専攻

Department of Management Science, Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science

² 埼玉大学 大学院理工学研究科

Department of Information and Computer Sciences, Graduate School of Science and Engineering, Saitama University

³ 東京理科大学 工学部 情報工学科

Department of Information and Computer Technology, Faculty of Engineering, Tokyo University of Science

1 はじめに

無線通信の手法として、物理層においてユーザ間の秘匿性を確保しながら符号化利得を獲得できるカオス Multiple-Input Multiple-Output (以下、C-MIMO) システム [1–3] が提案されている。文献 [1–3] では、C-MIMO システムが高性能であることが報告されているが、ビット情報の利用が効果的でない場合が存在する。そこで本稿では、ビット情報の利用が効果的に利用できるよう C-MIMO システムを改良した手法を提案する。さらに、提案した改良 C-MIMO システムについて誤り率特性を調査した結果を報告する。

2 C-MIMO システム [1–3]

C-MIMO はカオスの初期値を共通鍵とした暗号システムである。送信アンテナ数を N_t 、受信アンテナ数を N_r 、送信ブロック長を B としたとき、C-MIMO システムでは、送信ブロック $\mathbf{b}$ (式 (1)) と共通鍵 c_0 ($0 < \text{Re}[c_0] < 1, 0 < \text{Im}[c_0] < 1$) を用いてカオス変調を行う。

$$\mathbf{b} = [b_0, b_1, \dots, b_{N_t B - 1}], b_m \in \{0, 1\} \quad (1)$$

図 1 に表 1 の条件で計算した C-MIMO システム [3] の Bit Error Rate (BER) を破線で示す。C-MIMO システム [3] では、カオスの初期値の生成する処理と、カオスの反復回数をビット情報に応じて変化させている (文献 [3] の式 (2), (4))。その際、1 つの信号を生成するために $\mathbf{b}$ を構成するビット情報の 4 ビットのみを用いている。すなわち、共通鍵 c_0 を用いて生成される 1 つ目の信号のパターン数は $2^4 = 16$ パターンとなる。一方、送信ブロック $\mathbf{b}$ のパターン数は $N_t B = 8$ より 2^8 となるので、ビット情報が異なるにも関わらず、同じ信号が生成されてしまう場合がある。これが信号の判別を困難にしていると考えられる。

3 改良法と数値実験

この問題を解決するために、 $\mathbf{b}$ の全てのビットを用いて 1 つ目の信号を生成するように C-MIMO システムの改良を行なった。具体的には要素信号の実部と虚部のカオスの反復回数 (文献 [3] の式 (4)) を式 (2),(3) に変更する。カオスの反復は最低でも n 回行う。

$$n + \sum_{m=0}^{B-1} 2^m b_m \quad (2)$$

$$n + \sum_{m=B}^{2B-1} 2^{m-B} b_m \quad (3)$$

式 (2),(3) では $\mathbf{b}$ の全てのビット情報を用いるため、カオスの初期値を生成する処理 (文献 [3] の式 (2)) において、ビット情報に応じて処理を変化させる必要がない。そのため、カオス

の初期値として c_0 の値を変化させずに用いる。また、2 つ目以降の信号に関してもカオスの初期値を生成する処理と同様の理由で、カオスの反復回数はビット情報に応じて変化させずにどちらも n とした。表 1 の条件で改良 C-MIMO システムの BER を求めた。結果を図 1 に示す。岡本らの C-MIMO システム [3] と比較すると、 $B = 2$ の場合は、BER はあまり変わらないが、 $B = 4$ の場合は、SN 比が 10[dB] より大きい範囲で改良システムの方が BER が低く性能が良いことがわかる。これは、式 (2),(3) に変更により、送信ブロック $\mathbf{b}$ のパターン数が増加し、判別しやすい信号が生成されたためである。

表 1. シミュレーション条件

	C-MIMO システム
MIMO ブロック長	$B = 2, 4$
アンテナ数	$N_t = N_r = 2$
カオス写像	ベルヌーイシフト写像
カオスの反復回数	$n = 100$
共通鍵	送受信側で共有
通信路	AWGN + シンボル i.i.d. 1 パス レイリーフェージング
復調	最尤系列推定 [1]

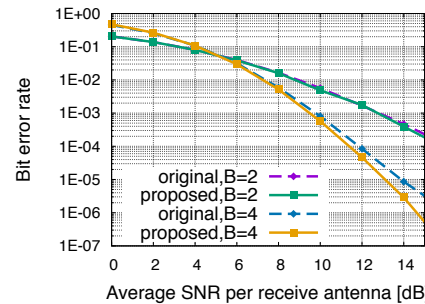


図 1. オリジナルの C-MIMO システム [3] と改良 C-MIMO システムの BER の比較

4 まとめ

本稿では、文献 [3] の C-MIMO システムを改良した C-MIMO システムを提案し、数値実験によりその性能評価を行なった。その結果、 $B = 4$ の場合に受信側での判別性能が向上した信号の生成が可能になり誤り率特性が改善した。なお、本研究の一部は JSPS 科研費 (No. 15KT0112, 17K00348, 18K18125) の援助を受けて行われた。

参考文献

- [1] E. Okamoto, IEICE Transactions on Communications, Vol. E95-B, No. 4, pp. 1384–1392, 2012.
- [2] E. Okamoto and Y. Inaba, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, Vol. 5, No. 2, pp. 140–156, 2014.
- [3] E. Okamoto and N. Horiike, IEICE Communications Express, Vol. 5, No. 10, pp. 371–377, 2016.

学位論文

A computational and empirical study on
blink synchronization induced by performer's inputs
(演者からの入力によって生じる瞬目同期に関する計算論的・実証論的研究)

Abstract

Synchronization is one of the universal phenomena in the world and thus has been studied in a variety of fields such as physics, biology, and psychology. In recent years, blink synchronization in experiments with individual participants has been reported. However, it remains unrevealed that the nature of blink synchronizations in theatre where a performer and multiple audience members interact with each other. The purpose of this thesis is to explore the mechanisms of emerging blink synchronizations in theatre and its effects on human cognition and collective experiences by taking both computational and empirical approach.

In Chapter 1, I introduced the background of the research on blink synchronizations in theatre from the viewpoint of synchronizations as universal phenomena that are observed in a group of neurons as well as inter-personal interactions.

In Chapter 2, I discussed the conditions for emerging blink synchronizations in theatre. The possibility of emerging blink synchronizations depends on the degree of mastery of the performers. Moreover, higher subjective transportive experience was related to larger variance of inter-blink intervals (i.e., IBI). This result suggests that the professional performance leaded cognitive process regarding enjoyment while experts' act also guided the switching timing between attentional allocation and attentional shift. Subsequently, the blink rates change in accordance with the performance, leading to enlarge the differences between dense blinking and sparse blinking. Hence, the variance of IBI would be larger for participants who had much the transportive experience by the professional performance.

In Chapter 3, I explored the nature of blink synchronizations as a human collective behaviour. In a collective experiment under the theatre setting, the degree of blink synchronizations was increased 30 – 60 % compared to that calculated using the data obtained in the laboratory experiment with individual participants, which was reported in Chapter 2. Regarding blink synchronization in theatre, collective viewing is highly more effective especially for the first-time viewers than the frequent viewers. Inter-

spectator forces, if I could refer to, influence attractively in collective viewing settings.

In Chapter 4, I proposed a mathematical model that explain human blinking focusing on the distributions of IBI. I discuss how the blinking patterns vary due to external inputs that is represented as the fluctuation of a threshold function. In particular, the model reproduced the previously known all four type of IBI distributions and the model also predict a trimodal IBI distributions that have not been reported empirically. The parameters of the model also suggested that relatively slow ($0.11 - 0.25[\text{Hz}]$) oscillation governs the human spontaneous blinking.

In Chapter 5, I proposed that a method to reconstruct a time series of common input using overlapped multiple, i.e., superposed recurrence plots. The time series of the common input can be reconstructed based on superposed recurrence plots with high accuracy when the sufficiently high dimensional embedding and the widths of time window for calculating the firing rates were set to an effective value to capture the fluctuations of the common input. I therefore applied the method to the blinking rates as well. Using the superposed recurrence plots of audience members' blinking, a time series of the common input was reconstructed. The fluctuations of the reconstructed time series were assumed to be the common input of the expert performances that influence on blinking systems of audience members.

In Chapter 6, I discussed the blink synchronizations in theatre based on the numerical simulations and experiments in this thesis. Then, I stated the limitations of this study and possible interpretations. Finally, I referred to the remained problems and future research on the theatre communications.

修士論文要旨

主査: 池口 徹 教授

副査: 赤倉 貴子 教授

副査: 立川 智章 講師

論文提出者 経営工学専攻 青木 舞優

論文題目 Effects of neural rhythmic activities give the neuronal avalanche phenomenon
神経活動リズムが神経雪崩現象に与える影響

In the cortices, a number of neurons exist. By interacting with each other, the neurons organize huge complex networks. Then, these neurons exhibit diverse spontaneous neuronal activities. Beggs et al.(2007) reported that the neuronal avalanche phenomenon in which the synchronous firings of neurons propagation occur in the surface layer of rat cortex. Frequency distributions of its life time and size of such synchronous firings follow the power law with the slopes of -2.0 and -1.5 , respectively. Those values of slopes are similar to the avalanches of the snowy mountains. Therefore, this phenomenon is called neuronal avalanche phenomenon. It is suggested that neuronal avalanche phenomenon plays an important role in our memory and learning. In theoretical researches, several neural network models that reproduce neuronal avalanche phenomenon have already been proposed, but it is unclear why such a network structure induces neuronal avalanche phenomenon. On the other hand, it has also been reported that spike timing dependent synaptic plasticity (STDP) autonomously induces neuronal avalanche phenomenon. Although most of previous studies have succeeded in reproducing the neuronal avalanche phenomenon, these studies assume hypotheses that are physiological unfeasible. In recent years, it has been reported that neural rhythmic activities are observed in the cerebral cortex in the growth process of rats, and this rhythmic activities contribute to the formation of neuronal avalanche phenomenon. It is reported that such rhythmic activities greatly affect the network structure induced by the STDP learning rule. That is, by considering such characteristic oscillations of neural rhythmic activities, it seems that there is a possibility of reproducing neuronal avalanche phenomenon more natural assumptions.

Therefore, in this thesis, we show that neural networks with the STDP learning rule can reproduce neuronal avalanche phenomenon by introducing more natural assumptions. Specifically, we assume that neural rhythmic activities play an intrinsic effect for reproducing neuronal avalanches. We introduce the assumption that the above-mentioned characteristic rhythmic phenomenon is autonomously induced, and show that the neuronal avalanche phenomenon can be reproduced by applying the STDP learning rule to the neural network.

As a result, it was possible to autonomously reproduce the change of the rhythmic activities observed in our brain by incorporating the change in the function of inhibitory neurons into the model. Furthermore, as the neural rhythmic activities observed in our brain changed, the statistics of the neuronal avalanche phenomenon also changed. Under the situation where the neural rhythmic activities observed in our brain can not be reproduced, the statistics of the neuronal avalanche phenomenon could not be reproduced. However, under the situation where the neural rhythmic activities can be reproduced, the statistics of the neuronal avalanche phenomenon could be reproduced. Therefore, it became clear that the change of the neural rhythmic activities play an important role for reproducing the neuronal avalanche phenomenon.

修士論文要旨

主査: 池口 徹 教授

副査: 赤倉 貴子 教授

副査: 立川 智章 講師

論文提出者 経営工学専攻 栗田 いずみ

論文題目 Colored-noise-induced Synchronization of One-dimensional Chaotic Maps

有色ノイズによる一次元カオス写像の共通ノイズ同期現象

Common-noise-induced synchronization is a nonlinear phenomenon in which various nonlinear dynamical systems synchronize when a common noise is imposed. This phenomenon is widely observed in various fields of science and engineering, such as the spike timings of neurons, masting of trees, alternate bearing, circadian rhythms, and the numbers of sheep in isolated islands.

We first modeled the alternate bearing of *Citrus unshiu* based on the framework of common-noise-induced synchronization. The alternate bearing is a plant phenomenon of several fruit trees in which the volumes of product increases or decreases every two years, across a wide cultivated area. We modeled common noises by applying environmental fluctuations based on Resource Budget Model. Environmental noise refers to commonly influential surrounding information such as air temperature and humidity. In this model, we obtained the autocorrelation function and the power spectrum of the sunshine hours data that would contribute to the alternate bearing. These results suggest that the environmental noise would be colored noise rather than white noise. Therefore, colored noises characterized by slopes of powerspectrum, were imposed to the proposed model as common noise. Then, the correlation coefficient of the proposed model demonstrated that the oscillators more strongly synchronized as colored noises whose parameter ν was larger, were imposed.

Then, we investigated the behavior of synchronization when a colored noise was imposed to other one-dimensional maps as well: A sine map, a chaotic neuron, an exponential map and a mouse map. On the other hand, previous studies on colored noise focused on differential equations which have a continuous time dynamical system. However, little attentions have been paid on one-dimensional maps. One-dimensional maps are selected because they have discrete-time dynamical system, of which calculation and implimentation cost are small. If discrete maps are taken as a Poincare section discretizing a continuous-time dynamical system, the knowledge of the behavior in the colored-noise-applied state might be useful even in a continuous system.

Results of numerical experiments showed that, similar to the proposed model for the alternate bearing, the synchronization rates decrease as the parameter ν of the colored noise increase in all four chaotic maps. When examining return maps, we confirmed that the shape of distributions slightly changed and the frequency of state values changed. The calculated ratios of enlargement as well as reduction corresponded to the synchronization rate. In other words, the reduction ratio of the minute differences was positively correlated with the synchronization rate. These results suggest that the synchronization is caused because two oscillators more frequently take the values in such the area where the minute differences become reduced.

局所対大域リカレンスプロットを用いた非線形時系列解析

小川徳紀 (池口徹 教授)

1 はじめに

リカレンスプロット (以下, RP)[1] は, 非線形力学系のアトラクタ上での時間順序に関する情報を捨てずに状態値の再帰性を視覚化する手法である. RP のパターンを定量化することで, 時系列発展の背後に存在する非線形力学系の特徴を捉えることができる. 実際, RP は決定論性, 周期性, 非定常性などの解析に用いられている. しかし, そのパラメータ設定については経験的に定められている. その一例が, 2 点間距離の近傍性を定める際に用いる閾値である. そこで本論文では, RP の定量的評価指標が閾値の変化によりどのような特性を示すかを調査する. その際, 同方向性リカレンスプロット (Iso-directional recurrence plot, 以下, IDRP)[2] と同方向性近傍プロット (Iso-directional neighbors plot, 以下, IDNP)[2] も用いて閾値を変化させることで非線形時系列の特徴を捉える手法を提案する.

2 解析手法

2.1 リカレンスプロット (RP)

RP は, 2 次元平面上の格子状の座標において, 縦軸, 横軸ともに時間軸として, 「2 つの対応する時刻の状態間の距離が近ければ対応する場所に点を打ち, そうでなければ点を打たない」として図を作成する手法である. 時系列データ $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$ に対して 2 点間距離を式 (1) で定義する.

$$D_{i,j} = \|\mathbf{x}(i) - \mathbf{x}(j)\| \quad (1)$$

また, 作図の際, $D_{i,j}$ が閾値 r 未満の場合に第 i, j 画素 $R_{i,j}$ を描画する. すなわち, RP は式 (2) で定義される.

$$R_{i,j} = \begin{cases} 1 & (D_{i,j} < r) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (2)$$

このとき, 平面図上のすべての点に対して打たれる点の割合が θ となるように閾値を設定する.

2.2 同方向性リカレンスプロット (IDRP)

RP では「2 つの対応する時刻の状態間の距離」を用いて点をプロットするかを決定する. IDRP は, 「2 つの対応する時刻の状態の軌道ベクトル差のノルム」を用いて点をプロットするかを決定する. IDRP では式 (1) の代わりに式 (3) を用いる.

$$DV_{i,j} = \|\mathbf{x}(i+T) - \mathbf{x}(i) - (\mathbf{x}(j+T) - \mathbf{x}(j))\| \quad (3)$$

ここで T は IDRP のラグである. 定義した軌道ベクトルの差が, 設定した閾値以内で同方向の場合に点がプロットされる (図 1). RP と同様に平面図上のすべての点に対して打たれる点の割合が θ となるように閾値を設定する.

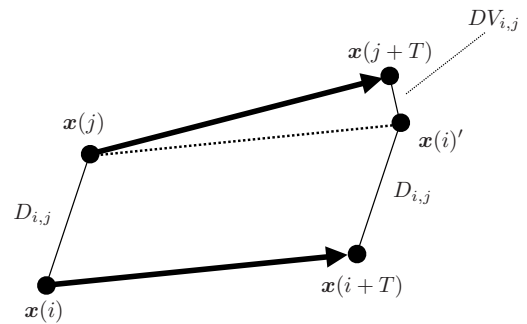


図 1: $D_{i,j}$ と $DV_{i,j}$. $\mathbf{x}(i)'$ は $\mathbf{x}(i+T) - \mathbf{x}(i)$ の始点が $\mathbf{x}(j)$ となるように並行移動した場合の終点を示している.

2.3 同方向性近傍プロット (IDNP)

IDNP では, プロットされる点の集合 M は, RP でプロットされる点の集合 N と IDRP でプロットされる点の集合 O の共通集合によって定義される.

$$M = N \cap O \quad (4)$$

式 (4) は、2 点が RP で設定した距離以内の近傍点であり、かつ IDRП で設定したノルム以内で同方向の軌道ベクトルを持つ点であるときプロットするということを意味する。IDRP の閾値は、IDRP の点数が RP の点数と等しくなるように設定する。

2.4 統計量 DET, R

DET とは、RP においてプロットされる点の総数に対して、RP 上に出現する傾き 45 度の斜め線を構成する点の割合から求まる指標である。1 辺の長さ n の RP 上の長さ l の斜め線を構成する点の集合 $P(l)$ は k を斜めの線の要素数として、式 (5) で定義できる。

$$P(l) = \sum_{i,j=1}^n (1 - R_{i-1,j-1})(1 - R_{i+l,j+l}) \prod_{k=0}^{l-1} R_{i+k,j+k} \quad (5)$$

一方、統計量 DET は集合 $P(l)$ を用いて式 (6) と書ける。

$$\text{DET} = \frac{\sum_{l \geq 2}^n l |P(l)|}{\sum_{l \geq 1}^n l |P(l)|} \quad (6)$$

ここで、 $|A|$ は集合 A の要素の数を表す。DET は近傍点が次の状態でも近傍点であるかを測る指標であり、時系列が決定論的である場合に高い値を示す傾向がある。

次に、IDNP でプロットされる点の集合 M と RP でプロットされる点の集合 N を用いて、生起確率 R を式 (7) により定義する。

$$R = \frac{|M|}{|N|} \quad (7)$$

決定論的なシステムでは、時系列の軌道の近接する部分は、次の時刻にも近接する部分に推移すると考えられる。このため、決定論的なシステムの生起確率 R は確率論的なシステムのそれよりも高くなると考えられる [2]。このため、生起確率 R と、決定論性を測る統計量 DET [1] を用いて時系列の特徴を評価する。

3 結果

複数の時系列に IDNP を適用し、RP と IDRП において点をプロットする際の閾値 θ を変化させた場合に、生起確率 R と指標 DET がどのような特性を示すかを調査した。対象とした時系列は (1) ローレンツ方程式、(2) レスラー方程式がカオス応答を示す場合、(3) レスラー方程式が 1, 2, 4, 8 周期解となる場合、(4) ホワイトガウスノイズ、(5) ブラウン運動、(6) 非整数ブラウン運動である。RP, IDRП, IDNP の作成の際のデータ数を 20,000, IDRП での時間発展 T を 3 とした、対象とする時系列が 1 次元の場合は遅れ時間 1 で 3 次元に埋め込んだ。

ローレンツ方程式に、閾値 $\theta = 0.1$ として RP, IDRП, IDNP を行った結果を図 2 に示す。同様に、ホワイトガウスノイズに、閾値 $\theta = 0.1$ として RP, IDRП, IDNP を行った結果を図 3 に示す。図 2 を見ると、IDNP でのプロット点が、RP, IDRП と同様に現れている一方で、図 3 では、IDNP でのプロット点は、RP, IDRП でのプロット点よりも明らかに少なく、生起確率 R が低くなっていることがわかる。

次に、 θ を変化させた場合の、RP, IDRП, IDNP から算出された DET と、生起確率 R を図 4 に示す。図 4(a) では、レスラー方程式 1, 2, 4 周期解、レスラー方程式 8 周期解・カオス応答とローレンツ方程式の 2 つのグループがそれぞれほぼ同じ傾向を示し、非整数ブラウン運動の一部が決定論的な時系列に近い結果を示す。図 4(b) では、レスラー方程式 1, 2, 4 周期解、レスラー方程式 8 周期解・カオス応答とローレンツ方程式の 2 つのグループがそれぞれほぼ同じ応

答を示すが、非整数ブラウン運動の応答は図 4(a) よりも近づいた。図 4(c) では、レスラー 1, 2, 4 周期解、レスラー 8 周期解・カオス応答はそれぞれほぼ同じ応答を示す。しかし、図 4(c) のローレンツ方程式の応答は図 4(a), (b) のそれとは異なる結果となった。

図 4(d) より、閾値を変化させたときの R の振舞いは、レスラー方程式、ローレンツ方程式、及びガウスノイズ・非整数ブラウン運動の 3 グループに分類されることがわかる。また、図 4(b), (c), (d) より、確率論的な時系列と決定論的な時系列とでは、閾値を変動させた際の統計量の変化の特徴に明確な差異が存在する。さらに、図 4(a), (b) では、ほぼ同じ傾向を示す時系列であっても、図 4(c), (d) を見ると、差異があることが確認できる。

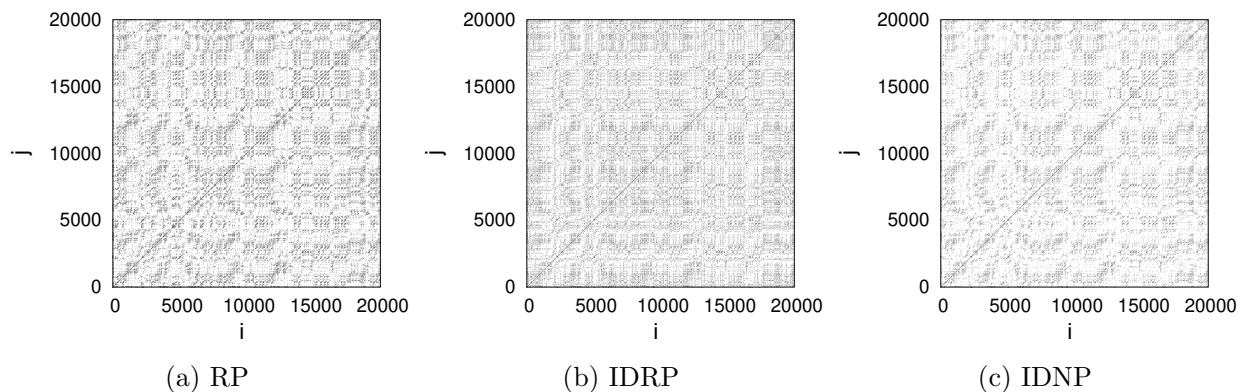


図 2: $\theta = 0.1$ におけるローレンツ方程式の RP, IDRP, IDNP.

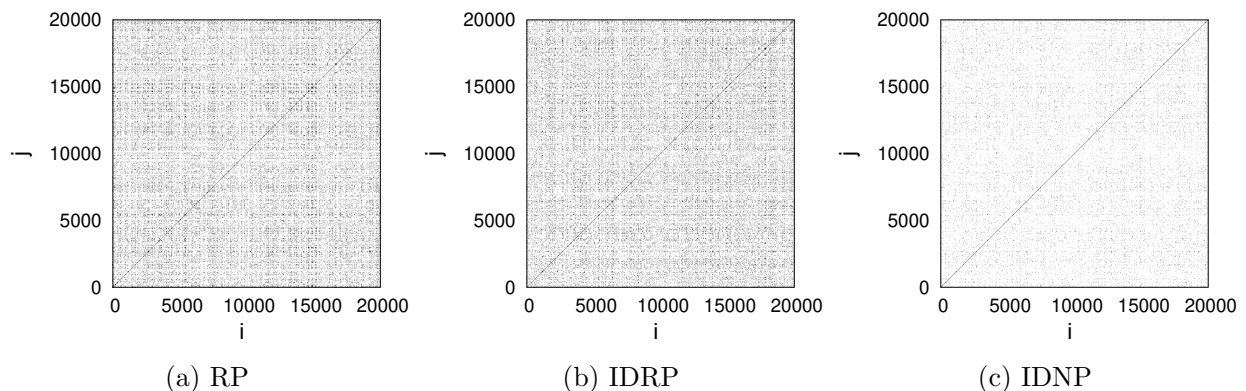


図 3: $\theta = 0.1$ におけるホワイトガウスノイズの RP, IDRP, IDNP.

4 結論

本論文では、種々の非線形時系列を対象にして、RP, IDRP, IDNP でプロットする際の閾値を変化させた場合に、統計量 DET 及び R がどのような振る舞いを示すかを算出した。その結果、IDRP, IDNP では決定論的なシステムと確率論的なシステムとの間にある差を明確に示すことができる。これより閾値を変動させることで、決定論性を測るための指標である DET と R の変動から、時系列の特徴を捉えられる可能性が示唆された。

参考文献

- [1] Norbert Marwan, M Carmen Romano, Marco Thiel, and Jürgen Kurths, “Recurrence plots for the analysis of complex systems,” *Physics Reports*, Vol. 438, No. 5, pp. 237–329, 2007.

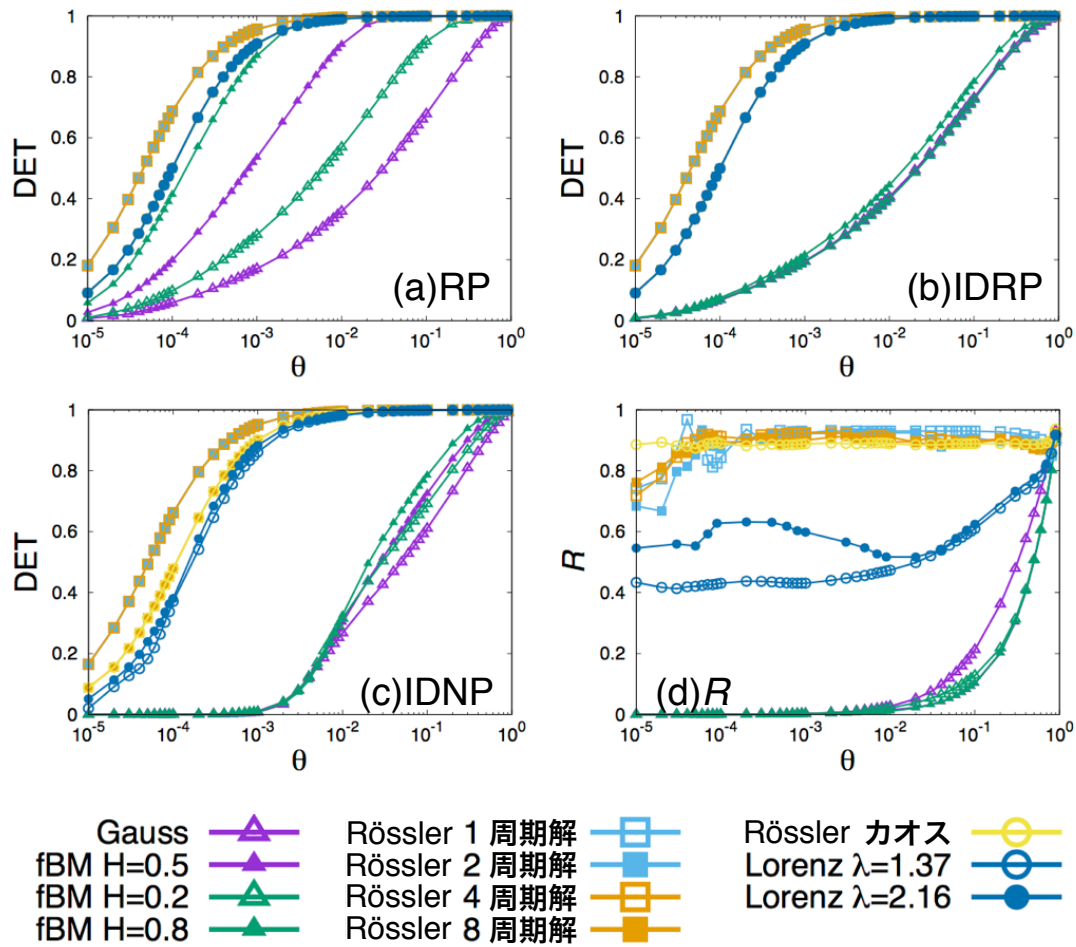


図 4: RP, IDRP, IDNP での DET と R の変化. H はハースト指数, λ はリアプノフ指数である.

[2] 寶来俊介, 山田泰司, 合原一幸, “同方向性リカレンスプロットによる決定論解析,” 電気学会論文誌 C, Vol. 122, No. 1, pp. 141–147, 2002.

[3] 池口徹, 山田泰司, 小室元政, “カオス時系列解析の基礎と応用,” 合原一幸編, 産業図書, 2002.

発表文献

[P1] 小川徳紀, 金丸志生, 山本紘平, 島田裕, 池口徹, “局所対大域リカレンスプロットを用いた非線形時系列解析,” 電子情報通信学会 2019 年総合大会, 2019 年 3 月発表予定.

整数ロジスティック写像の応答より生成したカオス乱数列の統計的解析

金丸志生 (池口徹 教授)

1 はじめに

乱数生成は様々な分野で用いられる重要な技術である [P2, P3]. そのため様々な生成法が検討されている [1, 2, 3, P1, P4, P5]. 乱数生成器は、物理乱数生成と擬似乱数生成に大別される. 物理乱数生成の一例として、レーザカオスを用いた高速物理乱数生成方式が提案されている [1]. 文献 [1] では、二つのカオス振動を有する半導体レーザを用いて、1 ビット AD 変換器により、デジタル信号に変換したデータを元に乱数を生成している. その際、得られた乱数系列の統計的偏りを減らすために、後処理方式として排他的論理和演算を施し、性能の良い 2 値乱数を生成している.

一方、現在まで様々な擬似乱数生成器も提案されている. これらの中でも、カオスダイナミクスを用いた手法が特に重要である. 乱数の重要な性質の一つに予測不可能性がある. カオスダイナミクスの有する長期予測不能性を用いて擬似乱数を生成することができるからである. 例えば、文献 [2] では、固定小数点演算により生成したカオスの時系列が、擬似乱数として機能するために必要なビット数を不変密度やパワースペクトルの観点から調査している. 文献 [2] では、不変密度の結果から、カオス的であると判断できるのはビット数が 15 ビット以上であること、また、パワースペクトルの結果からは、条件によっては少ないビット数でもガウスノイズと見なせるということが示されている. また、文献 [3] では、整数ロジスティック写像が生成できる平均的な非周期状態と計算精度との近似的な関係を与えたうえで、計算精度を 128 ビットとしたロジスティック写像で生成された二進系列は、一様性を有するとしている.

本論文では、ロジスティック写像 [4] から生成した擬似乱数の性能について統計的な検討をしている. 数値計算誤差による影響を緩和するために、固定小数点演算に拡張した整数ロジスティック写像を用いる [2, 3]. その際、整数ロジスティック写像の数値計算精度を変化させることで、生成される擬似乱数列の性能にどのような影響が出現するのかを調査する. このとき、乱数列の性能評価には、米国商務省標準技術局 (NIST) が公開している NIST Special Publication 800-22 [5] (以下、NIST 検定) を使用した.

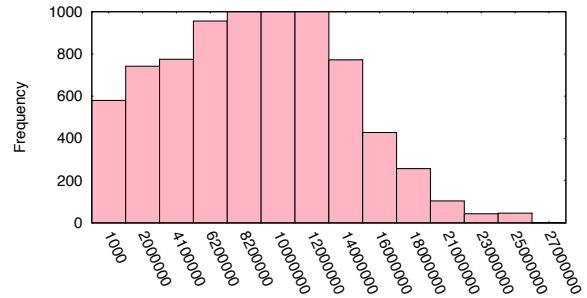
2 ロジスティック写像

カオス応答を示す差分方程式、ロジスティック写像を式 (1) に示す.

$$x_{t+1} = ax_t(1 - x_t) \quad (1)$$

a はパラメータ、 x_t は時刻 t での状態値を表す. 特に $a = 4$ のとき、ロジスティック写像は無限周期をもつ. しかし、数値計算上で完全な無限周期を再現することはできない. それは、写像を繰り返すことにより数値計算誤差が積算され、周期解へと収束する場合があるからである. 図 1 は、式 (1) において $a = 4$ とし、ランダムに与えられた初期値 x_0 ($0 < x_0 < 1$) から式 (1) を繰り返したときに、何回目の写像後に応答が収束するかを測定した結果である. 50,000 パターンのランダムな初期値を用い、 $0 \leq t < 2^{30}$ の範囲で応答が収束する写像回数の頻度分布を示している.

図 1 の横軸は写像が収束する回数、縦軸は収束したパターン数を表す. 図 1 から、全 50,000 通りの初期値のうち、8,355 通りの初期値で応答が収束することを示している. NIST 検定では検定結果の信頼性が十分とされるためには、検定対象となる乱数の乱数列長が、最低でも 1Gbit 以上、すなわち、1,000,000,000 ビット以上でなければならないとしている. 図 1 の結果は、浮動小数点型のロジスティック写像から 1Gbit の乱数を生成すると、数値計算精度の影響により、応答が収束してしまう確率が $8,355/50,000 = 16.7\%$ となることを示すものである. そこで、数値計算誤差を緩和するために、数値計算精度の向上を考える.



The number of iterations with which the satae of the map (Eq.(1)) converged.

図 1: 50,000 パターンの初期値のうち、 $0 \leq t < 2^{30}$ の範囲で写像の応答が収束したときの写像回数の頻度分布.

3 整数ロジスティック写像

本論文では、固定小数点型へと拡張した整数ロジスティック写像を擬似乱数生成器として用いる [2, 3]. 整数ロジスティック写像を導出するために、まず、式 (1) の両辺を 10^N 倍し、 $X_t = 10^N \times x_t \iff x_t = 10^{-N} \times X_t$ とすると式 (2) となる.

$$X_{t+1} = aX_t(10^N - X_t) \times 10^{-N} \quad (2)$$

式 (2) について整数部のみを扱うため、ガウス記号 $\lfloor \cdot \rfloor$ を用いると、

$$X_{t+1} = \lfloor aX_t(10^N - X_t)10^{-N} \rfloor \quad (3)$$

を得る. 式 (1) 同様、 a はパラメータであり、 $X_t (= 10^N \times x_t)$ は時刻 t での状態値である. ここで、 N は数値計算精度を表す.

4 実験準備

カオスが有する性質の一つに初期値鋭敏依存性がある．初期値のわずかな差が時系列の未来の状態値に大きく影響を及ぼすことから，カオスは長期間の予測は不可能とされている．初期値鋭敏依存性を定量的に表す指標として，リアプノフ指数がある．リアプノフ指数の定義を式 (4) に示す．

$$\lambda = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \ln |f'(x_t)| \quad (4)$$

式 (4) の定義を，ロジスティック写像に当てはめると ($f(x) = ax(1-x)$)，式 (5) のように表せる．

$$\lambda = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \ln |a - 2ax_t| \quad (5)$$

リアプノフ指数 λ が正となるときの，カオスとみなすことができる．本論文では，乱数生成に用いるパラメータを検討するために， $-2 \leq a \leq 4$ [6] の範囲を $\Delta a = 0.001$ として， $\lambda > 0$ となるパラメータ値を抽出した．抽出した $\lambda > 0$ となる a を用いて乱数の生成と検定を行なった．乱数の検定には NIST 検定を使用した．結果を図 2 に示す．図 2 は，横軸がパラメータ a ，左の縦軸が NIST 検定合格数 (NIST 検定は 15 種類の検定項目を有する)，右の縦軸がリアプノフ指数 λ を表す．

図 2 より，リアプノフ指数が最大となる $a = 4$ と $a = -2$ のとき，NIST 検定の合格数が高く性能の良い乱数が生成出来ていることが分かる．そこで本論文では， $a = 4$ と $a = -2$ に焦点を当てて，調査を行なった．

5 実験方法

5.1 数値計算精度 N ($15 \leq N \leq 155$) と NIST 検定合格数の関係の調査

整数ロジスティック写像 (式 (3)) の応答から合計 288 パターンの乱数を生成した．全パターンにおいて，初期値 X_0 は $X_0 = 0.0002 \times 10^N$ ， $0 \leq t \leq 10^5$ を過渡状態として省き，乱数長を $10^5 < t \leq 2^{30} + 10^5$ での 2^{30} と固定した．2 値乱数とするための閾値 θ は $\theta = 0.5 \times 10^N$ とし， $X_t \leq \theta$ であれば 0， $X_t > \theta$ であれば 1 と変換している．その際，数値計算精度 N を $15 \leq N \leq 155$ の範囲で $\Delta N = 1$ として変化させ，疑似乱数としての性能を NIST 検定を用いて評価した．

5.2 数値計算精度 N ($156 \leq N \leq 1000$) と NIST 検定合格数の関係の調査

本項では次に， $156 \leq N \leq 1000$ とした場合についての調査を行なった．その際，整数ロジスティック写像のパラメータを $a = 4$ に固定し，NIST 検定合格数の頻度，全検定項目に合格する割合と各 NIST 検定項目毎の合格割合を調査した．

5.3 生成した乱数の性能評価方法: NIST 検定

生成した乱数の性能を，NIST 検定を用いて統計的に評価をした．NIST 検定では検定対象の乱数列長に応じて，パラメータを設定することが推奨されている．これは，乱数長に応じて適切な検定結果を得るために必要な処理である．本論文で用いた各項目とパラメータ値を表 1 に示す．

表 1 の有意水準 α とは，検定対象となる乱数列がランダムでない場合の確率である．また，ブロックの長さとは，各検定を行う際の単位ブロックの長さを表す．

NIST 検定は，15 種の検定項目を有している．その検定内容を表 2 に示す．表 2 のテストスイートは，米国商務省標準技術局 (NIST) が提供している．

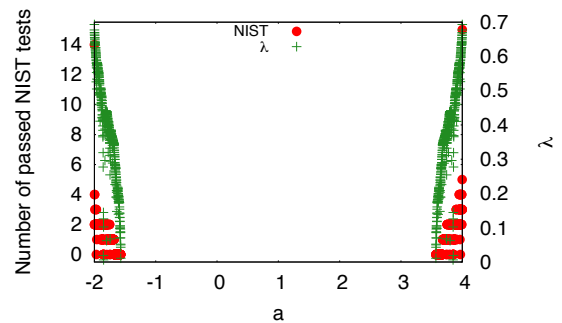


図 2: パラメータ a に対するリアプノフ指数 λ と生成した乱数の NIST 検定合格数．

表 1: NIST 検定で用いたパラメータ

項目	パラメータ値
有意水準 α	0.01
ブロック単位の頻度検定 - ブロックの長さ	16384
重なりのないテンプレート適合検定 - ブロックの長さ	9
重なりのあるテンプレート適合検定 - ブロックの長さ	9
近似エントロピー検定 - ブロックの長さ	10
系列検定 - ブロックの長さ	16
線形複雑度検定 - ブロックの長さ	500

表 2: NIST 検定項目 [7]

番号	検定項目	検定内容
1	頻度検定	2 値乱数 (0, 1) のうち，1 の出現確率が 1/2 に近いかどうかを検定
2	ブロック単位の頻度検定	あるブロック長に対して，1 の出現確率が 1/2 に近いかどうかを検定
3	累積和検定	2 値乱数を (+1, -1) に変換し，その累積和で定義されるランダムウォークの 0 からの最大偏移を検定
4	連の検定	連続した 1 の数 (連) を検定
5	ブロック単位の最長連検定	あるブロック長に対して，最長の連を検定
6	2 値行列ランク検定	数列全体の互いに疎な行列のランクを検定
7	離散フーリエ変換検定	周期性の調査のため，数列の離散フーリエ変換によるピークの高さを検定
8	重なりのないテンプレート適合検定	あらかじめ用意されたビット列 (テンプレート) の出現回数を検定 (重なりなしで検定)
9	重なりのあるテンプレート適合検定	あらかじめ用意されたビット列 (テンプレート) の出現回数を検定 (重なりありで検定)
10	マウラーのユニバーサル統計検定	数列内で一致するパターンを検出し，圧縮することができるかを検定
11	近似エントロピー検定	あるビット長の出現パターンの頻度を検定
12	ランダム偏差検定	累積和ランダムウォークで N 回訪れるサイクル数を検定
13	種々のランダム偏差検定	累積和ランダムウォークで特定の状態を訪れる回数の合計を検定
14	系列検定	あるビット長のすべての重複ビットパターンの出現頻度を検定
15	線形複雑度検定	乱数を生成するための線形フィードバックシフトレジスタの長さを検定

NIST 検定では，1Gbit 以上の乱数長を要求されるが，1Gbit 全体を検定する訳ではなく，1Mbit の乱数を 1,000 個に分けて，全検定項目を実施する．このとき，各検定結果に対してそれぞれ 1,000 個の p 値が求まる．この 1,000 個の p 値を用いた適合度検定により，一つの検定項目に対して一つの P 値が算出する．この P 値は，1,000 個の

p 値の一様性を評価する。同時に、1,000 個の p 値のうち、どの程度の p 値が有意水準 α に対して、 p 値 $> \alpha$ となる比率も評価する。本論文では、各検定項目について 1,000 個の p 値の一様性と比率共に合格した場合のみ、その検定項目に合格したとする。

6 実験結果

6.1 数値計算精度 N ($15 \leq N \leq 155$) と NIST 検定合格数の関係の調査

まず、数値計算精度と NIST 検定合格数の関係について調査した (5.1 項)。図 3 に、横軸に数値計算精度 N ($15 \leq N \leq 155$)、縦軸に NIST 検定合格数をとった実験結果を示す。図 3 では、 $a = 4$ と $a = -2$ どちらも、数値計算精度が増加するほど、NIST 検定合格数も増加することがわかる。また、乱数の性能が安定する数値計算精度の目安としては $N \geq 20$ であることも分かる。さらに、数値計算精度を増加させても、NIST 検定に全て合格していない場合がある。

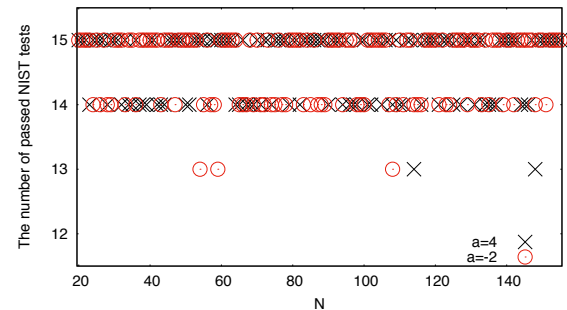


図 3: パラメータ $a = 4$ と $a = -2$ の場合について、数値計算精度 N を変化させて生成した擬似乱数の NIST 検定合格数。

6.2 数値計算精度 N ($156 \leq N \leq 1000$) と NIST 検定合格数の関係の調査

6.1 の結果を受けて、数値計算精度をさらに上昇させた $156 \leq N \leq 1000$ の範囲で $a = 4$ として調査を行なった (5.2 項)。その結果を図 4 に示す。図 4 より、 $N = 445$ の

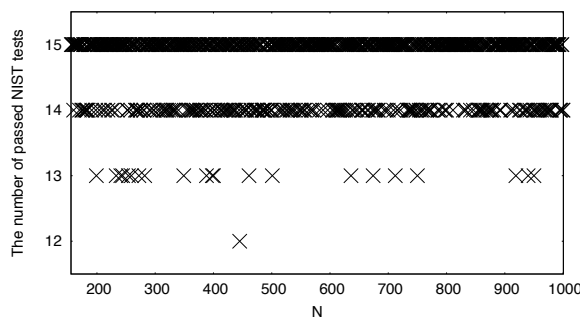


図 4: パラメータ $a = 4$ の場合について、数値計算精度 N を変化させて生成した擬似乱数の NIST 検定合格数 ($156 \leq N \leq 1000$)。

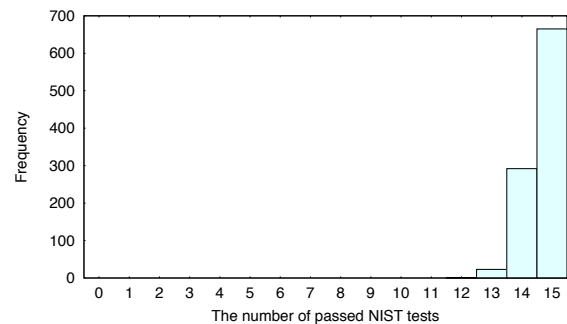


図 5: パラメータ $a = 4$ の場合、数値計算精度 N を変化させて生成した擬似乱数の NIST 検定合格数の分布 ($20 \leq N \leq 1000$)。

とき NIST 検定合格数が 12 まで下がっていることが分かる。図 4 は、数値計算精度の向上だけでは、生成される擬似乱数の性能向上には限界があることを示唆するものである。

次に、 $a = 4$ 、 $20 \leq N \leq 1000$ で生成した計 981 パターンの乱数について、NIST 検定合格数の頻度分布を図 5 に示す。図 5 は、横軸が NIST 検定合格数を表しており、縦軸がその頻度を表している。図 5 では、NIST 検定合格数が 15 のパターン数は、全 981 パターン中 665 パターンであり、約 67.79% が NIST 検定の検定項目全てに合格したことになる。同様の合格数の分布を $20 \leq N \leq 155$ に絞って調査したところ、全 136 パターン中 88 パターンと約 64.71% の割合で全検定項目に合格していた。ここで、 $20 \leq N \leq 100$ 、 $20 \leq N \leq 200$ 、 $20 \leq N \leq 300$ 、 $\dots$ 、 $20 \leq N \leq 1000$ とした場合について、NIST 検定項目全 15 検定に合格した割合を図 6 に示す。図 6 は、横軸が集計した区間の最大数値計算精度 N 、縦軸が NIST 検定項目全 15 項目に合格した割合を示す。図 6 より、各集計

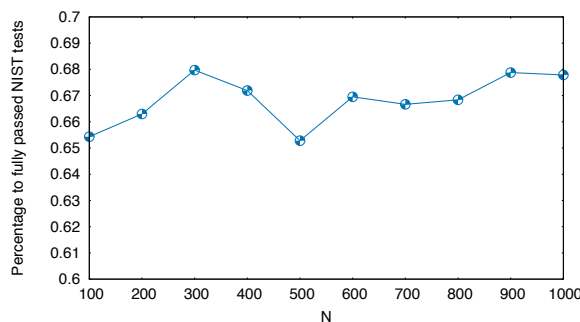


図 6: 集計する区間を変化させたときの、NIST 検定項目全 15 項目に合格する割合。

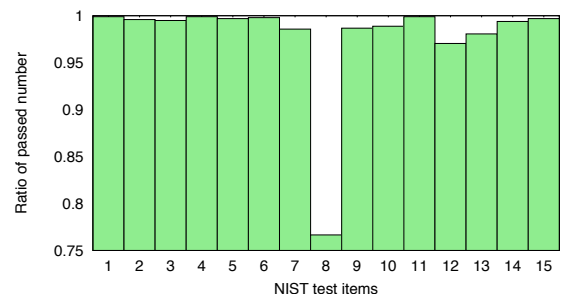


図 7: パラメータ $a = 4$ の場合について、数値計算精度 N を変化させて生成した乱数の NIST 検定の各検定項目合格数の分布 ($20 \leq N \leq 1000$)。

区間で得られた NIST 検定項目全てに合格する割合に大きな変化はなく、一定の値付近に留まることが分かる。図 6 では、 $20 \leq N \leq 100$ で集計した割合と、 $20 \leq N \leq 1000$ で集計した割合で差は約 0.02% であった。また、最大値をとったのは、集計区間が $20 \leq N \leq 300$ のときで 0.6797 であった。逆に、最小値をとったのは、 $20 \leq N \leq 500$ の区間のときであった。その差は、0.002 程度であるが、高い数値計算精度を持ちながらも、高くない数値計算精度で生成した乱数の性能に劣る場合があることも確認できた。これらの結果は、今回の実験方法で作成した擬似乱数に関しては、数値計算精度 N が $20 < N \leq 300$ で十分に性能を発揮することを示唆するものである。これらの結果からも、乱数の性能の向上には数値計算精度以外の影響を考える必要があることが分かる。

以上の結果を受けて、NIST 検定項目のどの項目に不合格になりやすいのかを調査した。図 7 に、横軸を NIST 検定の各検定項目、縦軸に合格した乱数の割合として、数値計算精度を $20 \leq N \leq 1000$ で生成した 981 パターンの乱数についての性能調査結果を示す。横軸の番号は、表 2 の検定項目番号に対応している。図 7 より、8 番の重なりのないテンプレート適合検定以外の検定項目には 95% の乱数が合格していることがわかる。8 番の検定に合格した乱数の割合は約 77% である。重なりのないテンプレート適合検定は、生成した乱数中に出現する、あらかじめ用意されたビット列 (テンプレート) の回数が一様であるかを調査する検定である。今回設定した 8 番の検定に用いるテンプレート (9 ビット) の総数は 148 種である。9 ビットとする理由は、表 1 で示したように、単位ブロックの長さを 9 としたためである。重なりのないテンプレート適合検定に不合格となる理由は、これらのテンプレートの出現回数の分布に偏りがあるためである。これは数値計算精度の問題ではなく、乱数生成源であるロジスティック写像の時系列の特徴によると考えられる。

7 結論

本論文では、長期予測が不可能とされるカオスダイナミクスを有するロジスティック写像を乱数生成源とすることで、性能が良い乱数が生成できるかを調査した。数値計算誤差を緩和するために、ロジスティック写像を整数ロジスティック写像 (式 (3)) へと拡張した [P1, P4, P5]。まず初めに、生成される乱数の性能が高いと期待されるパラメータの検討をリアプノフ指数を用いて行なった (図 2)。次に、検討したパラメータを用いて生成した乱数について、NIST 検定を用いて統計的な性能評価をした。特に、カオス乱数の性能に数値計算精度 N が与える影響について調査するため、数値計算精度 N を変化させて実験を行なった。その結果、数値計算精度 N は最低でも 20 あれば、性能の高い乱数を生成することが分かった (図 3)。

また追加調査の結果より、数値計算精度 N をさらに向上させても、必ずしも擬似乱数の性能が向上するわけではないことも明らかとなった (図 4, 図 6)。このことから、乱数の性能には数値計算精度以外の影響があると考えられる。そこで、NIST 検定のどの検定項目に不合格になりやすいのかを調査したところ、重なりのないテンプレート適合検定に不合格になる割合が高いことが分かった (図 7)。これらの結果から、乱数生成源に用いたロジスティック写像の性質により、ビットパターンの出現回数に偏りが生じるのではないかと考えられる。以上の結果から、カオス乱数の性能に影響を及ぼす要因には、数値計算精度のみならず、生成源となるカオスダイナミクスの性質が性能に影響を与えていると考えられる。

参考文献

- [1] A. Uchida *et al.*, “Fast physical random bit generation with chaotic semiconductor lasers,” *Nature Photonics*, Vol. 2, No. 12, pp. 728–732, 2008.
- [2] 石田邦昭, 常田明夫, 井上高宏, “有限ビット演算によるカオス的系列の性質”, 電子情報通信学会技術研究報告, Vol. 98, No. 140, pp. 9–14, 1998 (CAS 98–16) .
- [3] 董際国, “整数ロジスティック写像を用いた乱数生成法とその応用”, 電気通信大学院情報システム学研究科博士論文, 2012.
- [4] R. M. May, “Simple mathematical models with very complicated dynamics,” *Nature*, Vol. 261, No. 5560, pp. 459–467, 1976.
- [5] A. Rukhin *et al.*, “A Statistical Test Suite for Random and Pseudorandom Number Generators for Cryptographic Applications,” National Institute of Standards and Technology, Special Publication 800-22, 2010.
- [6] Y. Shimada, E. Takagi and T. Ikeguchi, “Symmetry of Lyapunov exponents in bifurcation structures of one-dimensional maps,” *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, Vol. 26, No. 12, pp. 123119, 2016.
- [7] 内田敦史, 『複雑系フォトリクス レーザカオスの同期と光情報通信への応用』, 共立出版株式会社, 2016.

発表文献

- [P1] 金丸志生, 島田裕, 藤原寛太郎, 池口徹, “整数ロジスティック写像の応答より生成した乱数列の統計的解析”, 電子情報通信学会 2018 年総合大会講演論文集, N–1–18, 2018.
- [P2] 金丸志生, 島田裕, 藤原寛太郎, 池口徹, “LOTO6 に対する非線形時系列解析”, 2018 年電子情報通信学会 NOLTA ソサイエティ大会, A–19, 2018.
- [P3] Shiki Kanamaru, Yutaka Shimada, Kantaro Fujiwara, and Tohru Ikeguchi, “Nonlinear Time Series Analysis on LOTO7”, *Proceedings of the 2018 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2018)*, pp. 430–433, 2018.
- [P4] 金丸志生, 島田裕, 藤原寛太郎, 池口徹, “カオス乱数の性能に与える数値計算精度の影響”, 電子情報通信学会 技術研究報告, vol. 118, no. 243, NLP2018–80, pp. 45–50, 2018 年 10 月.
- [P5] 金丸志生, 島田裕, 藤原寛太郎, 池口徹, “整数ロジスティック写像を用いたカオス乱数と NIST 検定による性能評価”, 電子情報通信学会 技術研究報告, 2019 年 1 月.

カオスサーチを用いた Prize Collecting Steiner Tree Problem の解法

金子信生 (池口徹 教授)

1 はじめに

ガスのパイプラインや水道、電力網などを新設する場合、設置にかかるコストを抑え、主要地点を連結したいという要求が生じる。これらの要求は、Prize Collecting Steiner Tree Problem [1] (以下、PCSTP) を解くことによって解決することができる。しかし、PCSTP は NP 困難な組み合わせ最適化問題であり、現実的な時間で最適解を求めることは難しい。そのため、短い時間で優れた近似解を得られる手法の開発が求められる。PCSTP 同様、NP 困難な問題として巡回セールスマン問題 (以下、TSP) がある。文献 [2] より、カオスニューラルネットワーク (以下、CNN) を用いることで、TSP の効率的な解探索が行えることが報告されている。また、タブーサーチを用いて PCSTP を効果的に解くことも報告されている。そこで本論文では、CNN を用いて PCSTP を効果的に解く手法を提案し、その性能をタブーサーチと比較することで調査した。数値実験の結果から、カオスサーチを用いることで広範囲の解空間を探索することが可能となり、タブーサーチよりも高い解探索性能と安定性を示すことがわかった。

2 PCSTP

PCSTP は価値を持つ prize ノード、価値を持たない中継ノード、重みを持つエッジからなるグラフが与えられた際、式 (1) の目的関数を最小化する部分木を求める問題である。全ての prize ノードを部分木に含む必要はないが、prize ノードを部分木に含まない場合は、そのノードが持つ価値を得ることができなかつたことになるので prize 分の罰則を目的関数に与える。一方、中継ノードは部分木に含まずとも罰則を受けない。

$$\min \sum_{e \in E_T} c_e + \sum_{v \notin V_T} p_i \quad (1)$$

ここで V_G, V_T は G, T に含まれるノード集合、 E_G, E_T は G, T に含まれるエッジ集合である。すなわち、PCSTP は、木 T に含まれるエッジコストと木 T に含まれないノードのペナルティの和を最小にする問題である。

3 提案法

3.1 近傍操作 [3]

ある解に対して、小さな修正を加え異なる解 (近傍解) を生成する操作を近傍操作という。本論文では近傍操作としてノードの挿入と削除を行い、最小全域木を再構築する。この操作はノード i の状態が反転するように行われる。すなわち $i \notin V_T$ ならば i を解 T に追加し、 $i \in V_T$ とする。一方 $i \in V_T$ ならば i を削除し、 $i \notin V_T$ とする。このとき、 V_T で再構築する最小全域木が分裂した場合は、実行不可能解となる。また PCSTP では、近傍操作が目的関数値に与える影響を考慮し、 $p_i > 0$ のノードには特別な操作を行う。 $i \notin V_T$ ならば i から解までの最短経路上にあるノードすべてを V_T に追加する。一方 $i \in V_T$ かつ i の次数が 1 ならば i を削除し、 $i \notin V_T$ とする。そのあと削除によって次数が 1 になったペナルティが 0 のノードを再帰的に削除する。ノード i の次数が 2 以上のとき、実行不可能解となる。操作例を図 1 に示す。図 1(a) は、入力グラフであり、ノード 1, 3, 7, 9 のペナルティは 10 である。図 1(b) は、入力グラフから生成された木である。図 1(b) にノード 3 を追加した木が、図 1(c) であり、図 1(c) からノード 9 を削除した木が、図 1(d) である。

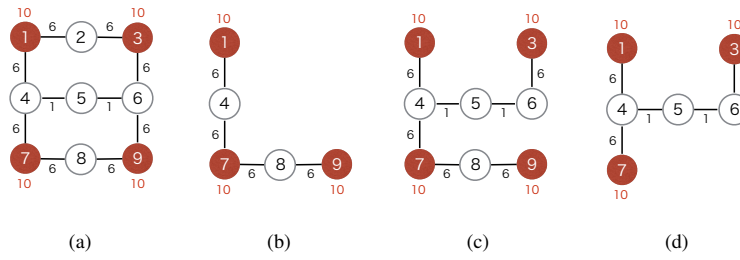


図 1: ペナルティが 0 でないノードに対する挿入・削除の例

3.2 CNN[2]

人間の脳の情報処理は、外部から刺激を受けたニューロンが発火し、別のニューロンへ情報を伝達することで行なわれている。この処理を数理モデルで再現したものを、ニューロンモデルという。このニューロンモデルからなるニューラルネットワークのニューロン i の出力は、式 (2) で表される。

$$x_i = f\{\xi + \eta - \theta\} \quad (2)$$

ここで、 ξ は外部入力、 η は他のニューロンからの入力、 θ は閾値、 $f(\cdot)$ はステップ関数である。

そして、このモデルに式 (3) で表される不応性を加え、出力関数を式 (4) で与えられる滑らかで連続なシグモイド関数に変更したものをカオスニューロンモデルという。不応性は、発火したニューロンが一時的に再発火しづらくなる効果である。

$$\zeta_i(t+1) = k\zeta_i(t) - \alpha x_i(t) + R \quad (3)$$

$$f(y) = \frac{1}{1 + \exp(-\frac{y}{\varepsilon})} \quad (4)$$

ε は、シグモイド関数の尖鋭度である。また、このカオスニューロンモデルを N 個のニューロン間で相互結合させたものが CNN である。提案法では、ニューロン i が PCSTP のノード i に対応するように CNN を構築し、 $x_i(t+1) \geq 0.5$ のとき、ノード i について 3.1 節の近傍操作を行う。この CNN を用いた探索法がカオスサーチである。時刻 $t+1$ における、ニューロン i のダイナミクスは、式 (5) ~ 式 (8) で表現できる。

$$\xi_i(t+1) = \beta \Delta_i(t) \quad (5)$$

$$\eta_i(t+1) = -W \sum_{l=1, l \neq i}^N x_l(t) + W \quad (6)$$

$$\zeta_i(t+1) = k\zeta_i(t) - \alpha x_i(t) + R \quad (7)$$

$$x_i(t+1) = f\{\xi_i(t+1) + \eta_i(t+1) + \zeta_i(t+1)\} \quad (8)$$

$\xi_i(t+1)$ は外部入力を表し、目的関数値を減少させていく効果がある。 β は外部入力の調整パラメータ、 $\Delta_i(t)$ はノード i に 3.1 節の近傍操作を行ったとき減少する目的関数値である。 $\eta_i(t+1)$ は他のニューロンからの入力を表し、ニューロンの発火を抑制する効果がある。 W は結合荷重である。 $\zeta_i(t+1)$ は不応性効果を表し、発火したニューロンの再発火を抑制する効果がある。 k は不応性の減衰定数、 α は不応性の調整パラメータ、 R は不応性のバイアスである。 $x_i(t+1)$ は、ニューロン i の出力を表し、内部状態を式 (4) のシグモイド関数に通すことで得られる。

また、式 (9) は、式 (7) のようにかけるので、パラメータを $\alpha = \infty, k = 1.0$ とすることで、タブーサーチとなる。パラメータ s はタブー期間に相当する。 d は現在時刻との差を表す。

$$\zeta_i(t+1) = -\alpha \sum_{d=0}^s k^d x_i(t-d) \quad (9)$$

4 実験結果

DIMACS challenge のベンチマーク問題 [4] から, K100.1, K100.2,..., K100.10 の 10 個の問題を使用し, タブーサーチと提案法の性能比較を行うため, 適切なパラメータの探索を行った. それぞれの問題の性能は, タブーサーチはタブー期間である s , 提案法は W と R を固定したため, ξ の調整パラメータ β と ζ の減衰定数 k に依存する.

タブーサーチのタブー期間 s は, 各問題で s を 12 から 29 まで変化させ, それぞれ 10 回探索した結果の平均がもっとも低くなった s を採用した.

, カオスサーチに使用するパラメータは $\beta = 0.0006, k = 0.95$ とした.

決定したパラメータを用い 10,000 イタレーション経過したとき一回の探索の終了とし, 計算を行った. 評価指標は, 一回の探索から式 (10) を用いて算出される誤差率である. 初期解は, すべての接続可能な prize ノード ($p_i > 0$) を, 最短経路で接続させ生成した. 初期解による誤差率のばらつきを防ぐため, それぞれの問題を 10 回探索して得られた平均誤差率と最大値, 最小値を求め, 性能評価を行った.

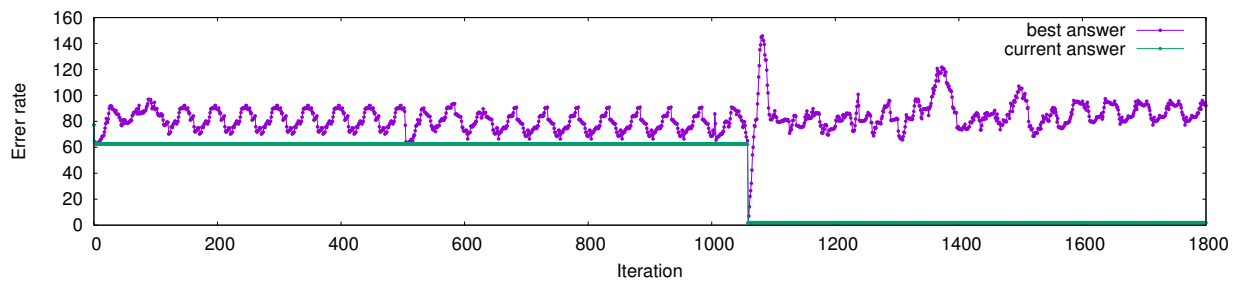
$$\text{誤差率} = \frac{\text{最良の目的関数値} - \text{最適値}}{\text{最適値}} \times 100 \quad [\%] \quad (10)$$

表 1: 10 個のベンチマーク問題について, タブーサーチとカオスサーチそれぞれで解いたときの性能

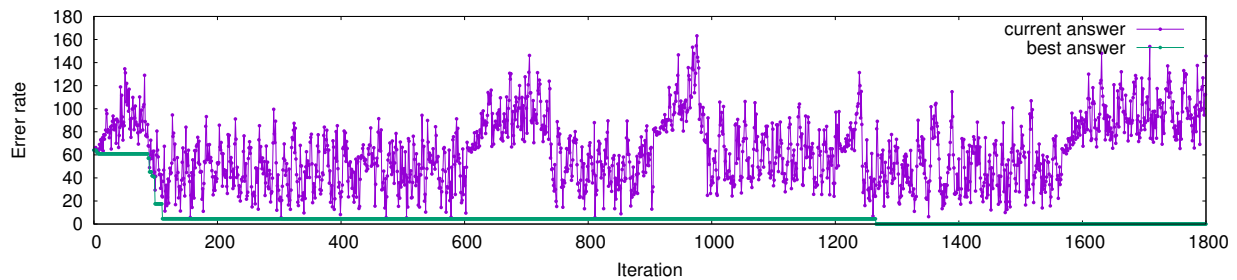
ベンチマーク問題	タブー期間	タブーサーチ			カオスサーチ		
		最小値	平均値	最大値	最小値	平均値	最大値
K100.1	20	0	0.379	0.757	0	0.252	1.262
K100.2	13	0	2.51	6.545	0	0.489	0.945
K100.3	28	1.903	28.984	62.248	0	0.39	3.898
K100.4	13	0	0	0	0	0	0
K100.5	12	4.164	4.512	5.899	0	0	0
K100.6	13	0	0.348	1.742	0	0	0
K100.7	26	0	1.414	3.112	0	0.376	1.257
K100.8	16	0	0.998	4.315	0	0	0
K100.9	13	0	0	0	0	0.254	1.268
K100.10	13	2.794	3.371	5.677	2.794	2.794	2.794
平均		0.886	4.252	9.030	0.279	0.456	1.142

各ベンチマーク問題をタブーサーチとカオスサーチそれぞれで解いた結果を表 1 に示す. タブーサーチとカオスサーチを比較して, 性能が上回った場合を太字とした. 表 1 において, 良い結果が得られた方を太字で示す. タブーサーチでは, 問題 K100.3, K100.5, K100.10 で最小誤差率 0 で求めることができなかった. また問題 K100.3, K100.7 の最大誤差率は極端に高い値となっていたことから局所解からの脱出が出来なかったことが分かる. 一方, カオスサーチでは K100.10 を除く問題で最小誤差率が 0 となっていた. 最大誤差率についても極端に大きな値は見られない. この結果からカオスサーチは, タブーサーチと比較して優れた解探索性能と局所解の脱出能力があることが考えられる. また, それぞれの平均誤差率を比較すると, 問題 K100.9 以外の問題でカオスサーチが同等以上の性能を示していた. このことから, 異なる問題についてもカオスサーチは有効であることがわかる.

性能の違いの理由を調査するため, それぞれの解探索の様子を比較した. 解の推移のプロットを横軸をイタレーション, 縦軸を誤差率として図 (2) に示す. ただし, カオスサーチは 1 イタレーションで解の遷移を複数回行うため, イタレーション終了時の解の誤差率をプロットした.



(a) タブーサーチ



(b) カオスサーチ

図 2: K100.7 を探索したときの解の遷移

タブーサーチの探索では、150 イタレーションから 500 イタレーション、600 イタレーションから 900 イタレーションの間で同様の波形を繰り返している。これは局所解に陥り、脱出が出来なくなったことを意味している。また解のばらつきも小さい。一方、カオスサーチの探索では同様の波形を繰り返す箇所は観察できない。解のばらつきも大きく広範囲で解空間の探索を行えていることがわかる。

5 まとめ

本論文では、カオスサーチを用いた PCSTP の解法を提案した。その結果、カオスサーチはタブーサーチと比較して広範囲の解空間を探索することができるため、局所解に陥りづらく、安定した探索を行えることがわかった。

今後の課題として、問題に適したパラメータを設定する手法の確立が求められる。そして、よりノード数が多い問題や異なる特徴を持った問題に対しても調査を行う必要がある。また、既存の手法の探索法をカオスサーチに変更したときの性能についても調査を行い、カオスサーチの性能を発揮できる手法の開発も重要である。

参考文献

- [1] David S. Johnson, Maria Minkoff and Steven Phillips, “The Prize Collecting Steiner Tree Problem: Theory and Practice,” in Proceedings of the Eleventh Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA’00), pp. 760-769, 2000.
- [2] Mikio Hasegawa, Tohru Ikeguchi, and Kazuyuki Aihara, “Combination of Chaotic Neurodynamics with the 2-opt Algorithm to Solve Traveling Salesman Problems,” Physical Review Letters, Vol. 79, pp. 2344-2347, 1997.
- [3] Fu Zhang-Hua and Hao Jin-Kao, “Knowledge-Guided Tabu Search for the Prize-Collecting Steiner Tree Problem in Graphs,” Knowledge-Based Systems, Vol. 128, pp. 78-92, 2017.
- [4] DIMACS challenge, <http://dimacs11.zib.de/downloads.html> (最終閲覧日: 2018 年 12 月 2 日).

複雑ネットワーク構造上での因果関係の推定に関する研究

澤田和弥 (池口徹 教授)

1 はじめに

様々な事象間の因果関係を明らかにすることは工学においても重要な課題である。因果関係の推定対象には様々な種類があるが、本論文では時系列信号間の因果関係 [1,2] を対象とする。時系列信号間の因果関係を推定する手法として広く用いられてきた手法の一つに Granger Causality [1] がある。一方、決定論的かつ非線形な時系列信号間の因果関係をより高い精度で推定できる手法として Convergent Cross Mapping [2] が Sugihara らにより提案されている [2,3]。Convergent Cross Mapping は時系列信号の長さが短い場合でも有効となることなどが文献 [3] では示されている。しかし、複雑なネットワーク構造で結合した素子から創出される時系列信号間の因果関係の推定に関する調査も重要である。そこで本論文では、各素子の挙動をロジスティック写像として、ネットワーク構造に複雑ネットワークの数理モデルを用いることでネットワーク構造が因果性に与える影響を調査する。具体的には、枝つなぎ変え確率を変化させた場合のスモールワールドネットワークのモデル (Watts-Strogatz モデル) に対し、Convergent Cross Mapping を用いた際の因果関係の推定精度がどのように変化するか調査している。さらに、次数の差異やネットワークのコミュニティ構造の有無による因果関係の推定精度の差についても検討した。その結果、規則的なネットワークにおいてもランダムなネットワークにおいても因果関係の推定精度には差が現れなかったが、コミュニティ構造の有無による因果関係の推定精度には差が現れることがわかった。

2 Convergent Cross Mapping (CCM) [2][3]

観測された時系列信号にはその原因の時系列信号の情報が蓄積されている。この事実は、時系列信号の長さが長くなるほど顕著となる。実際、このような考え方は本論文で用いる Convergent Cross Mapping (CCM) を含む種々の因果性推定法の共通の考え方である。本節では、力学系理論に基づく因果性推定法である CCM について述べる。

まず、 X_t, Y_t の2変数からなる力学系を考える。 X_t が原因、 Y_t が結果とする。 t は時刻である。本来 CCM では、多次元の時系列信号全てに対して因果関係の推定を行うが、ここでは簡単のため2次元とする。

この2つの時系列信号に CCM を適用するにあたって、元の時系列 X_t, Y_t から時間遅れ座標系によるアトラクタの再構成を行う [4]。これにより、各時系列信号間の因果性を埋め込み空間内の距離として捉えることができる。時系列信号 X_t からアトラクタの再構成をする際、時間遅れを τ として、時間遅れベクトル $\mathbf{x}(t)$ を作成する。時間遅れベクトル $\mathbf{x}(t)$ は式 (1) のようになる。ただし、 m は埋め込み次元である。

$$\mathbf{x}(t) = (X_t, X_{t+\tau}, X_{t+2\tau}, \dots, X_{t+(m-1)\tau}) \quad (1)$$

同様に $\mathbf{y}(t)$ は式 (2) のようになる。

$$\mathbf{y}(t) = (Y_t, Y_{t+\tau}, Y_{t+2\tau}, \dots, Y_{t+(m-1)\tau}) \quad (2)$$

次に、元の時系列信号 X_t, Y_t を予測するために、上記の時間遅れベクトル $\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t)$ を用いる。 $\mathbf{x}(t)$ を用いて Y_t を予測、 $\mathbf{y}(t)$ を用いて X_t を予測するため、Cross Mapping と呼ばれている [2][3]。ここで、予測時系列信号をそれぞれ、 $\hat{X}_t, \hat{Y}_t$ とすると、 $\hat{Y}_t$ は式 (3) により表すことができる。

$$\hat{Y}_t = \sum_{i=1}^{m+1} w_t^{(\mathbf{x}, i)} Y_t^i \quad (3)$$

ただし、 $w_t^{(\mathbf{x}, i)}$ は $\mathbf{X}$ に関する埋め込み空間内で、時間遅れベクトル $\mathbf{x}(t)$ に i 番目に距離が近かった時間遅れベクトルから算出した重みのことである。具体的には、 $w_t^{(\mathbf{x}, i)}$ は式 (4) で表される。

$$w_t^{(\mathbf{x}, i)} = \frac{u_t^i}{\sum_{j=1}^{m+1} u_t^j} \quad (4)$$

また、 Y_t^i は $w_t^{(\mathbf{x}, i)}$ に時間的に対応する Y_t である。ただし、 u_t^i は式 (5) で表される。

$$u_t^i = \exp \frac{-d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}^i(t)]}{d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}^1(t)]} \quad (5)$$

ただし、 $d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(s)]$ は $\mathbf{x}(t)$ と $\mathbf{x}(s)$ 間のユークリッド距離である。 $\mathbf{x}^i(t)$ は、埋め込み空間内で $\mathbf{x}(t)$ に i 番目に近い時間遅れベクトルである。上記の式 (3)~(5) をまとめると式 (6) のようになる。

$$\hat{Y}_t = \sum_{i=1}^{m+1} \frac{\exp\{-d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}^i(t)]/d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}^1(t)]\}}{\sum_{j=1}^{m+1} \exp\{-d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}^j(t)]/d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}^1(t)]\}} Y_t^i \quad (6)$$

式 (6) を用いて全ての t に対して $\hat{Y}_t$ を計算する。実際の時系列信号 Y_t と式 (6) で求めた $\hat{Y}_t$ 間の相関係数 $\rho_{X \rightarrow Y}$ によって Cross Mapping の正確性を評価する。また、 $\hat{X}_t$ に関しても同様の計算を行い、相関係数 $\rho_{Y \rightarrow X}$ により評価する。今、 X_t が原因で、 Y_t が結果であると仮定する。このとき、 $\mathbf{x}(t)$ から予測した $\hat{Y}_t$ と Y_t 間の相関係数 $\rho_{X \rightarrow Y}$ は低い値となる。一方、 $\mathbf{y}(t)$ から予測した $\hat{X}_t$ と X_t 間の相関係数 $\rho_{Y \rightarrow X}$ は高い値となる。なぜならば、原因の時系列信号には結果の時系列信号の情報は含まれていないためである。これにより因果関係の有無と方向を推定する。

3 結合ロジスティック写像 [5][6]

本論文では、結合ロジスティック写像 (式 (7)) を対象として解析を行う。

$$z_i(t+1) = (1-\epsilon)f(z_i(t)) + \frac{\epsilon}{K} \sum_{j=1}^N a_{i,j}f(z_j(t)) \quad (7)$$

式 (7) において $z_i(t)$ は頂点 i の時刻 t での状態値を表す。また、 $f(z)$ はロジスティック写像 $f(z) = \alpha z(1-z)$ であり、 α はロジスティック写像の繁殖率を表すパラメータである。 ϵ は各頂点間の結合強度である。本論文では、簡単のため $K = 1$ の場合について検討している。 N はネットワークの全頂点数で、 $a_{i,j}$ はネットワークの隣接行列の第 (i, j) 成分を表す。

4 規則的及びランダムなネットワークに対する因果推定精度の比較

Watts-Strogatz モデル [7] とは現実のネットワークに見られるスモールワールド性を再現するネットワークモデルである。スモールワールド性とはネットワークの平均クラスタ係数は大きく、平均頂点間距離は小さいという性質である。

まず、WS モデルで作成したネットワークの隣接行列を用いて、式 (7) の結合ロジスティック写像の各頂点から生成した時系列信号に対して、CCM による因果推定を行った。

4.1 実験条件

式 (7) での各パラメータは、 $\alpha = 3.75$, $\epsilon = 0.01$, $N = 20$ とした。また、CCM を適用する際の各パラメータは埋め込み次元 $m = 2$, 時間遅れ $\tau = 1$ とした。WS モデルの平均次数は $k = 4$ とし、枝つなぎ変え確率 p は $0.0 \leq p \leq 1.0$ の範囲で、0.05 刻みとしてネットワークを作成した。次に、各枝繋ぎ変え確率 p に対して、WS モデルに従ったネットワークを 20 個生成した。生成したネットワークの各頂点から得られる時系列信号に対して CCM を適用して予測精度を計算した。さらに、得られた予測精度に対して大津の二値化処理 [8] を適用し、閾値を定めて結合推定を 20 回を行い、結合推定精度の平均を計算した。その際用いた予測精度は時系列信号の長さが 4000 の場合に CCM を適用して得られた予測精度である。

4.2 結果

枝つなぎ変え確率 $p = 0.0, 0.35, 1.0$ の場合の結果を図 1 に示す。図 1 左列は対象としたネットワークの隣接行列、中列は結合ロジスティック写像の時系列信号の長さを 100 とした場合に CCM により得られた相関係数行列、右列は結合ロジスティック写像の時系列信号の長さを 4,000 とした場合の相関係数行列である。また、図 1 の相関係数行列における横軸は予測に用いた式 (7) の時系列信号 $z_i(t)$ のインデックスを、縦軸は予測した時系列のインデックスを表している。さらに、枝つなぎ変え確率 p と 5 回平均をとった結合推定精度の関係を図 2 に示す。

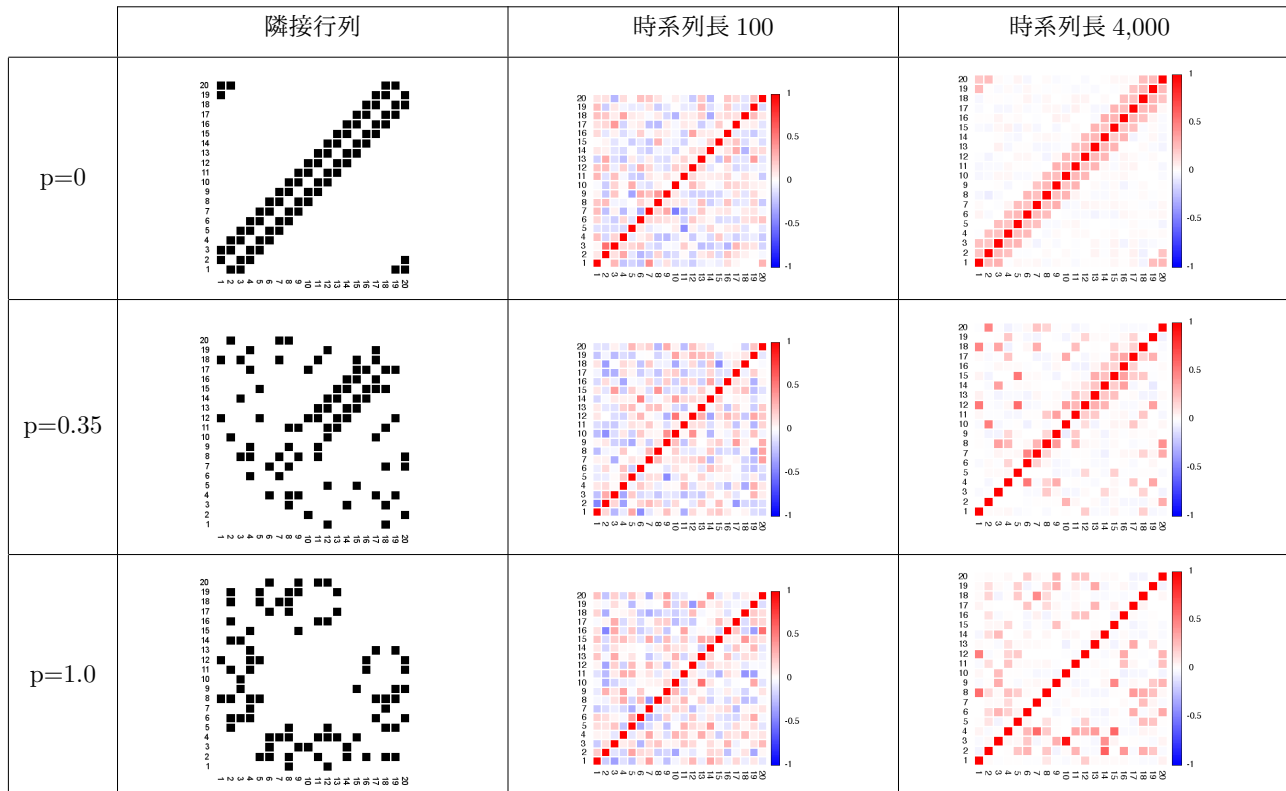


図 1: WS モデルの枝つなぎ変え確率を $p = 0.0, 0.35, 1.0$ とした場合の結果

図1を見ると、時系列信号の長さを100とした場合、正確に予測できないことがわかる。一方、図1(d),(h),(l)の結果から、枝つなぎ変え確率を変化させたとき、規則的なネットワークでもランダムネットワークでも実際に結合している頂点間にてCCMを用いて計算された相関係数は0.3程度となっている。さらに、結合していない頂点間の相関係数はほぼ0に収束した。これらの結果から、結合推定が正しく行えることが期待される。実際、大津の二値化処理[8]で定めた閾値を用いて結合推定を行った結果である図2を見ると、ネットワーク構造が規則的でもランダムでも結合推定精度は0.95程度の値であり、CCMと大津の二値化処理を用いた因果関係の推定精度は、ネットワーク構造に依存しないということがわかる。

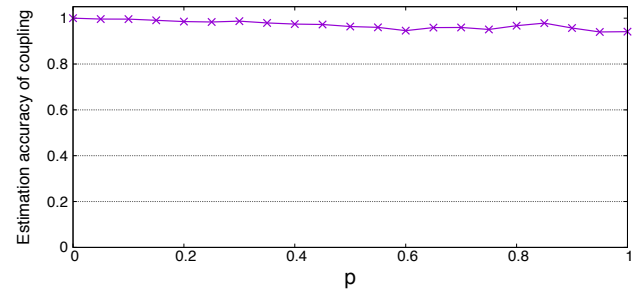


図2: WSモデルの枝つなぎ変え確率 p と結合推定精度の関係

5 次数と平均予測精度の関係について

CCMはある時系列信号が有する情報に基づき、他の時系列信号の変化を予測する手法である。そのため、全頂点間の結合強度が一樣なとき、次数が高い頂点が他の任意の頂点から受け取る情報量は相対的に低下し、その結果、これらの頂点間の時系列信号の予測精度は下がると考えられる。そこで、次数とCCMによる時系列信号の予測精度の関係について調査した。その際、埋め込み次元の変化が精度に与える影響についても調査した。

実際に直接結合している頂点間に関して時系列信号の長さを4,000とした場合にCross Mappingして得られる相関係数の平均値 $\bar{\rho}$ を平均予測精度とした。具体的には、 $\bar{\rho}$ を式(8)で定義する。

$$\bar{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{i,j} \frac{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\hat{z}_{j,i}(t) - \bar{\hat{z}}_{j,i})(z_j(t) - \bar{z}_j)}{\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\hat{z}_{j,i}(t) - \bar{\hat{z}}_{j,i})^2} \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (z_j(t) - \bar{z}_j)^2}}}{kN} \quad (i \neq j) \quad (8)$$

ここで、 $\hat{z}_{i,j}(t)$ は z_j からCCMにより予測した z_i の時刻 t における値、 T はCCMを適用する際、予測に用いた時系列信号の長さである。また、 $\bar{z}_i$, $\bar{\hat{z}}_i$ は z_i , $\hat{z}_i$ の平均値である。

5.1 実験条件

式(7)の結合ロジスティック写像のパラメータは、 $\alpha = 3.75$, $\epsilon = 0.05$, $N = 20$ とした。また、CCMを適用する際、埋め込み次元 m を $2 \leq m \leq 5$, 遅れ時間 $\tau = 1$ とした。また、WSモデルの平均次数は $k = 4$ とし、WSモデルの枝つなぎ変え確率 $p = 0.95$ のときに関して次数と平均予測精度について調査した。枝つなぎ変え確率を $p = 0.95$ とした理由は、各頂点の次数にばらつきがあり、次数と予測精度の関係についての調査を行う上で次数の違いによって比較できるためである。

5.2 結果

埋め込み次元を $2 \leq m \leq 5$ の範囲で変化させたときの次数と時系列信号の平均予測精度の関係を図3に示す。図3より、次数が高い頂点に関しての時系列信号の予測精度は低下することが分かる。また、埋め込み次元 m の上昇に伴い予測精度が下がることも分かる。これは、CCMによる予測の際に用いる近傍点数を $m+1$ で固定しているため、埋め込み次元 m の上昇に伴い予測の際に用いる近傍点数も増加し、その結果、予測精度の低下を招く近傍点の情報を用いてしまったためだと考えられる。

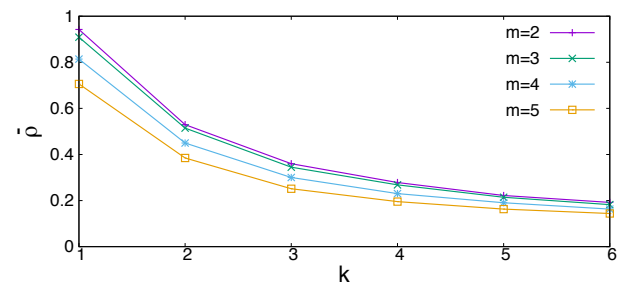


図3: 埋め込み次元 m を変化させたときの次数 k と平均予測精度 $\bar{\rho}$ の関係

6 コミュニティ構造が因果推定精度に与える影響について

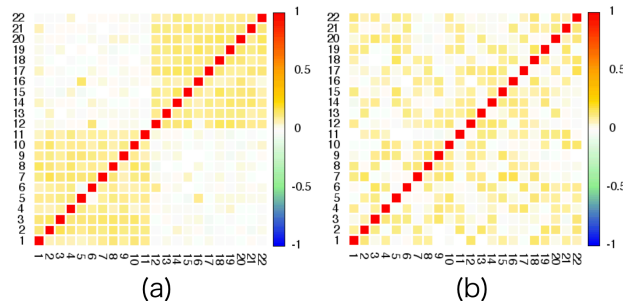
本節では、ネットワークのコミュニティ構造の有無が因果関係の推定精度について与える影響について検討する。そのために、コミュニティを持つネットワークとコミュニティを持たないランダムなネットワークに対してCCMによる因果推定精度を比較した。

6.1 実験条件

まず、11頂点の完全グラフを2つ作成する。次に、一方のネットワークの頂点が有する枝1本ずつを他方のネットワークにつなぎ変えた22頂点で2つのコミュニティを持つネットワークを作成した。このとき全頂点の次数は10である。また、頂点数22、平均次数10のレギュラーネットワークを各頂点の次数が10から変化しないようにランダム化したネットワークをコミュニティ構造を有さないネットワークとした。結合ロジスティック写像のパラメータは、 $\epsilon = 0.007$, $\alpha = 3.75$ とした。また、CCMのパラメータは埋め込み次元 $m = 2$, 遅れ時間 $\tau = 1$ とした。

6.2 結果

図4は、コミュニティ構造を持つネットワーク(図4(a)), コミュニティ構造を持たないランダムなネットワーク(図4(b)) に関して CCM を適用して得られた相関係数行列である。ただし、CCM を適用する際の時系列信号の長さは4,000としている。図4の横軸は CCM の際に予測に用いた式(7)の時系列信号 $z_i(t)$ のインデックスを、縦軸は予測時系列信号のインデックスを表す。また、CCM を適用して得られた予測精度に対し、大津の二値化処理を適用して結合推定精度を算出した。各ネットワークの結合推定精度を図5に示す。



(a)

(b)

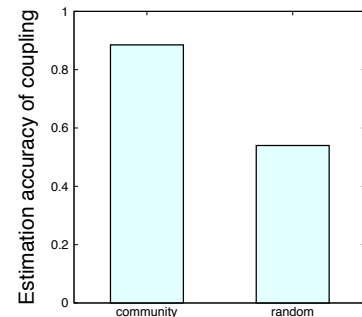


図4: (a) コミュニティ構造があるネットワークと (b) コミュニティ構造がないランダムネットワークに対して CCM を適用した結果

図5: 22 頂点で 2 つのコミュニティを持つネットワークとコミュニティを持たないネットワークを用いた CCM による因果関係の推定精度

図4(a)を見ると、相関係数行列からコミュニティ構造を有することがわかるが、相関係数の値は0.1前後の低い値となっている。また、図5からコミュニティ構造のあるネットワークの方が、ランダムなネットワークよりも因果関係の推定精度が高くなるということがわかる。これは、ランダムでコミュニティ構造を有さないネットワークの方が各頂点の持つ情報がより複雑に影響し合い、各時系列信号の情報が拡散されるためだと考えられる。すなわち、コミュニティ構造を有するネットワークでは各時系列信号の情報拡散がコミュニティ内で行われるために、結合推定がしやすいと考えられる。

7 結論

本論文では、WSモデルの各頂点の挙動をロジスティック写像とした際に得られる多次元時系列信号を対象として CCM を適用し、因果関係の推定を行った。WSモデルの枝つなぎ変え確率を変化させて、ネットワーク構造を規則的からランダムへと変化させて実験を行ったが、ネットワーク構造の違いは因果関係の推定精度には影響を与えないことが示された。しかし、コミュニティ構造を有するネットワークはコミュニティ構造を有さないランダムネットワークよりも因果関係の推定が行いやすいことも示された。また、次数が高い頂点に関する時系列の平均予測精度は、次数が低い頂点の平均予測精度よりも低いという結果が得られた。さらに、埋め込み次元を増やすと時系列の予測精度が下がるという結果も得られた。今回は、頂点数が20程度のネットワークを対象としたが、頂点数を増やした場合にどのような結果が得られるかは今後の課題である。

参考文献

- [1] Clive WJ Granger, "Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods," *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pp. 424–438, 1969.
- [2] George Sugihara, Robert May, Hao Ye, Chih-hao Hsieh, Ethan Deyle, Michael Fogarty, and Stephan Munch, "Detecting causality in complex ecosystems," *Science*, Vol. 338, No. 6106, pp. 496–500, 2012.
- [3] 中山 新一郎, 阿部 真人, 岡村 寛, "Convergent cross mapping の紹介:生態学における時系列間の因果関係推定法", 日本生態学会誌, Vol. 65, No. 3, pp. 241–253, 2015.
- [4] 池口 徹, 山田 泰司, 小室 元政, "カオス時系列解析の基礎と応用", 合原一幸編, 産業図書株式会社, 2000.
- [5] Alun L Lloyd, "The coupled logistic map: a simple model for the effects of spatial heterogeneity on population dynamics," *Journal of Theoretical Biology*, Vol. 173, No. 3, pp. 217–230, 1995.
- [6] Sarika Jalan and Aradhana Singh, "Cluster synchronization in multiplex networks," *Europhysics Letters*, Vol. 113, No. 3, pp. 30002, 2016.
- [7] Duncan J Watts and Steven H Strogatz, "Collective dynamics of 'small-world' networks," *Nature*, Vol. 393, No. 6684, pp. 440–442, 1998.
- [8] Otsu, Nobuyuki, "A threshold selection method from gray-level histograms," *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics*, Vol. 9, No. 1, pp. 62–66, 1979.

発表文献

- [P1] 澤田 和弥, 島田 裕, 池口 徹, "ネットワーク構造の違いが因果関係の推定精度に与える影響について", 電子情報通信学会 技術研究報告, vol. 118, No. 243, NLP2018-78, pp. 33–38, 2018 年 10 月.
- [P2] K.Sawada, "Effect of network structures on causality estimation between coupled nonlinear oscillators," 平成 30 年度 東北大学電気通信研究所 共同研究プロジェクト研究発表会, 2019 年 2 月発表予定.
- [P3] 澤田 和弥, 島田 裕, 池口 徹, "複雑ネットワーク構造上での因果関係の推定に関する研究", 電子情報通信学会 2019 年総合大会 シンポジウム講演, 2019 年 3 月発表予定.

閾値が変動する Izhikevich ニューロンの非線形ダイナミクスに関する研究

飛川玲菜 (池口徹 教授)

1 はじめに

脳内には、ニューロンと呼ばれる神経細胞が 1,000 億個以上存在している。これらのニューロンは互いに結合し、電気信号により情報の符号化、伝達を行う。外部から閾値を超えるような電気信号の入力があると、膜電位が急激に上昇する。これを発火という。また 1 度発火した直後は外部入力を与えても発火しない短い時間があり、それを不応期という。電気信号の情報伝達の機能を解析するためには、媒体であるニューロンの挙動の調査が必要不可欠である。ニューロンの挙動を解明する手法の一つに、数理モデルによる膜電位の応答の再現がある。数理モデルの 1 つである Izhikevich ニューロンモデル [1] は様々な発火現象を再現できる。しかし、このモデルは現実のニューロンでは不応期が時間変化することを考慮していない。そこで膜電位の閾値を変動させ、膜電位の応答を確認し、また現実のニューロンが示すカオス性を有するか調査を行なった。

2 手法

2.1 Izhikevich ニューロンモデル [1]

Izhikevich ニューロンモデルは式 (1), (2) で表される。

$$\begin{cases} \dot{v} = 0.04v^2 + 5v + 140 - u + I(t) \\ \dot{u} = a(bv - u) \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{if } v \geq \theta[\text{mV}], \text{ then } \begin{cases} v \leftarrow c \\ u \leftarrow u + d \end{cases} \quad (2)$$

ここで v は膜電位, u は回復変数, I はパラメータ外部入力, θ は閾値を表し、文献 [1] では $\theta = 30$ となっている。 a, b, c, d はパラメータである。膜電位 v が閾値 θ を超えたとき v, u を、それぞれ $c, u + d$ にリセットすることで発火を再現している。このモデルでは、式中のパラメータを変更することによって、現実のニューロンが示す種々の発火現象を再現することができる [2]。

2.2 閾値 θ の変動方法

本論文では、閾値を発火する度に上昇させ、以降指数関数的に減衰するように式 (2) で示した式閾値 θ を変動させた [3]。閾値 θ の定義を式 (3) に示す。

$$\dot{\theta} = \frac{-\theta + \theta_0}{\tau} \quad (3)$$

ただし θ_0 は閾値の初期値, τ は時定数である。また発火する度に、閾値はある一定の値を増加させ、パラメータ c はある一定の値減少させた。

3 調査結果

式 (3) で示す応答と、 $\theta_0 = 30$ で閾値を変動させない一般的な Izhikevich ニューロンモデルにおける応答の比較を行なった。Izhikevich ニューロンモデルはパラメータ a, b, c, d, I を適宜設定することによりニューロンの代表的な発火現象を再現することができる。今回は、興奮性のニューロンに多く見られる発火特性である Regular-Spiking, Intrinsically-Bursting, 抑制性のニューロンに多く見られる発火特性である Fast-Spiking を用いた。各発火パターンを再現する代表的なパラメータ値は文献 [1] を引用した。

3.1 膜電位時系列での比較

表 1 で示したパラメータでの膜電位時系列を図 1 として示す。また閾値 θ とパラメータ c を変動させた際の膜電位時系列を図 2 として示す。図 1, 図 2 において各図の紺色の線が膜電位, 赤色が閾値である。

図 1 と比べて、図 2 の時系列は発火間隔が広がり閾値が発散しているが、文献 [1] の発火パターンと類似した発火パターンが再現されている。

表 1: 各発火パターンを再現するパラメータ値

発火パターン	a	b	c	d	I
Regular-Spiking	0.02	0.2	-65	8	10
Fast-Spiking	0.1	0.2	-65	2	10
Intrinsically-Bursting	0.02	0.2	-55	4	10

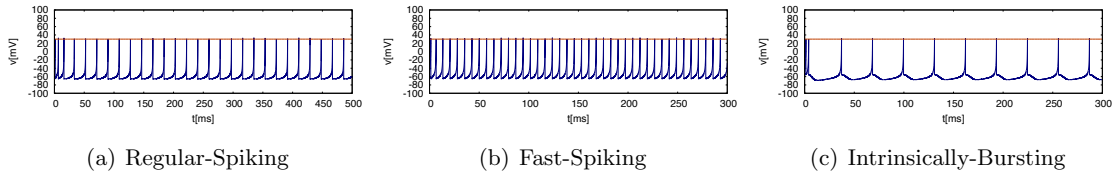


図 1: 閾値が変動しない Izhikevich ニューロンモデルにおける、各発火パターンの膜電位時系列

3.2 発火間隔のヒストグラムによる比較

図 1, 図 2 の膜電位に対しての発火間隔を調査した. 閾値を変動させないときの発火間隔のヒストグラムを図 3, 変動させた場合を図 4 に示す. 縦軸は発火割合, 横軸は発火間隔 (Inter Spike Interval, ISI)[ms] を示している.

図 3 より閾値が変動しない場合はどの発火間隔も同じ回数出現して応答が一定であることがわかる. 一方, 図 4 より, 閾値が変動する場合は複数の発火間隔を示すことが分かる. 発火間隔を変えたことにより, 不応期が時間変化することを確認できた.

3.3 膜電位時系列での比較

次に, 各発火現象に対して ISI がどのように頻度で出現するのか確認するため, ISI の多様性に着目した解析を行う. 過渡状態を過ぎてから出現した ISI の種類数を I_k , ISI の総数を n として, ISI の多様度指数 R_i を

$$R_i = \frac{I_k}{n} \quad (4)$$

と定義する. ISI の種類数が多いときに R_i は 1 に近づく. つまり多様性の高い複雑な発火パターンの場合, R_i は高い値となる. パラメータ $d = 2, I = 10$ と固定し, a, b, c を変化させた多様度指数の分岐図を図 5 に示す. 図 5(a) は $c = -65, 0.02 \leq a \leq 0.035, 0.1 \leq b \leq 0.8$ とした結果である. 図 5(b) は $b = 0.2, 0.02 \leq a \leq 0.035, -60 \leq c \leq -40$ とした結果である. 図 5(c) は $a = 0.02, 0.1 \leq b \leq 0.8, -60 \leq c \leq -40$ とした結果である. 刻み幅として a を 0.0001, b を 0.01, c を 0.25 ずつ変化させている.

図 5(a) では, R_i の最大値は $a = 0.02, b = 0.11, c = -65, d = 2, I = 10$ のとき $R_i = 0.94$ であった. 図 5(b) では, R_i の最大値は $a = 0.02, b = 0.2, c = -42.5, d = 2, I = 10$ のとき $R_i = 0.201195$ であった. 図 5(c) では, R_i の最大値は $a = 0.02, b = 0.11, c = -50.75, d = 2.0, I = 10$ のとき $R_i = 0.950495$ であった.

3.4 軌道間の広がりに着目したリアプノフ指数 [4]

3.3 節にて, 多様度指数が最も高かったパラメータに対してカオス性を有しているか調査を行なった. カオス力学系は, 僅かに異なる 2 つの初期値を与えると, それぞれの解軌道は異なる挙動を示す初期値鋭敏依存

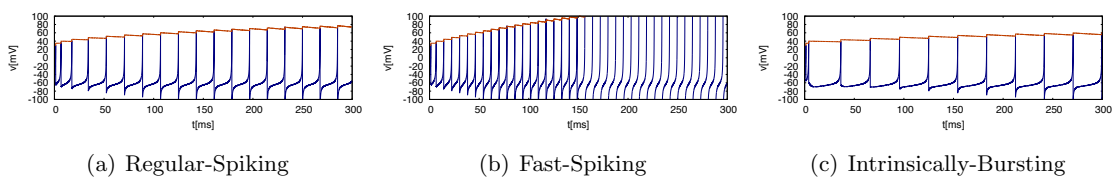


図 2: 閾値が変動する Izhikevich ニューロンモデルにおける、各発火パターンの膜電位時系列

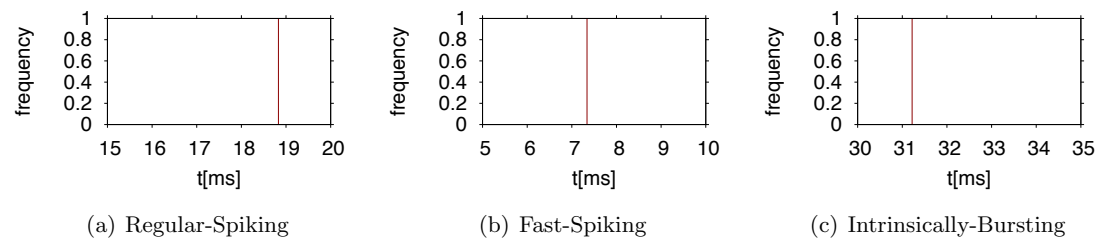


図 3: 閾値が変動しない Izhikevich ニューロンモデルにおける, 各発火パターンの ISI のヒストグラム

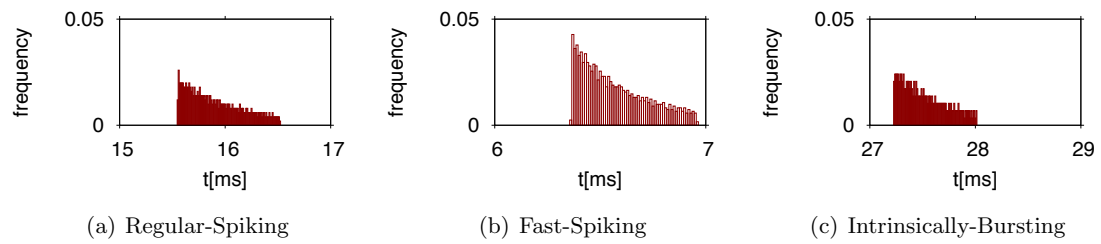


図 4: 閾値が変動する Izhikevich ニューロンモデルにおける, 各発火パターンの ISI のヒストグラム

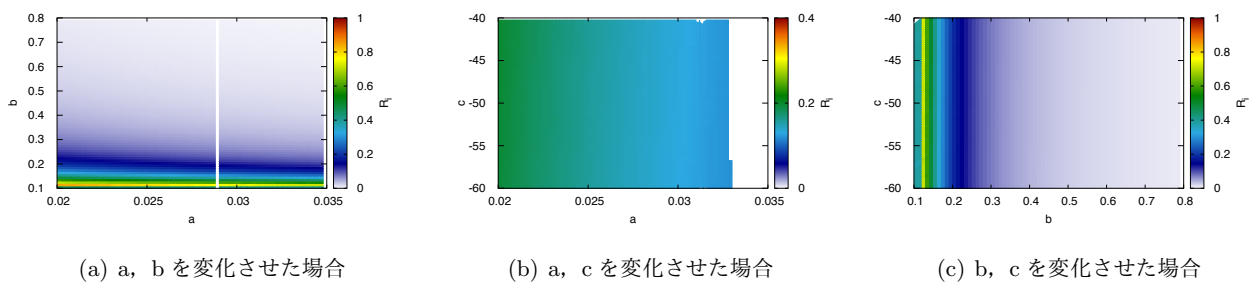


図 5: パラメータを変化させたときの多様度指数

性を有している．初期値鋭敏依存性を定量化するための指標として，リアプノフ指数がある．時刻 t での異なる 2 つの初期値による解軌道の差を， $D(t)$ として式 (5) に示す．

$$D(t) = D(0)^{\lambda t} \quad (5)$$

ここでは λ がリアプノフ指数を示している． λ の値が正である時，式 (5) から，異なる初期値を与えた時の解軌道の広がり指数関数的に伸びていくため，その応答はカオス的であると言える．式 (5) の対数をとると式 (6) のように表すことができる．

$$\log D(t) = \lambda t + \log D(0) \quad (6)$$

本論文は，軌道間距離の平均 $D(t)$ から，傾き λ が正の値であるかを推定する．また解軌道の差 $D(t)$ の求める手順は以下の通りである．ある時刻 t における 2 つの解 $(v_1(t), v_2(t))$, $(u_1(t), u_2(t))$, $(\theta_1(t), \theta_2(t))$ の距離を $D(t)$ とすると式 (7) と表すことができる．

$$D(t) = \sqrt{(v_1(t) - v_2(t))^2 + (u_1(t) - u_2(t))^2 + (\theta_1(t) - \theta_2(t))^2} \quad (7)$$

図 6 に上に示したパラメータの閾値が変動するときの $\log D(t)$ の時系列を示す．紺色の線が二つの軌道間の距離 $D(t)$ の時系列波形，赤色がカオス性が見られる場合に確認することができる正の傾きを示した．

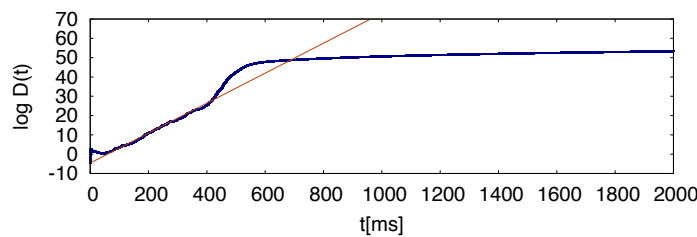


図 6: 3.3 節で求めたパラメータにおける，異なる初期値を与えた際の起動間の距離 $D(t)$ の変化を片対数グラフで表示した結果

図 6 を見て直線の傾きを確認することができた．閾値 θ を時間変化させた Izhikevich ニューロンモデルは初期値鋭敏依存性を持つと考えられる．

4 まとめ

本論文では Izhikevich ニューロンモデルにおいて，式 (3) を用いて閾値 θ を時間変化させることにより一定である不応期を時間変化させ，ISI の多様性を調査した．そして ISI の多様性が高いパラメータに対してカオス性を調査した．リアプノフ指数を求めた結果，ISI の多様性が高いパラメータで膜電位がカオス性を示した．現実のニューロンでは時間変化する不応期やカオス性を持つが，そのメカニズムはよくわかっていない．本研究から，膜電位の高さに応じ時間変化することが示唆されている．

参考文献

- [1] E. M. Izhikevich, *IEEE Trans. NN*, **14**(6):1569, 2003.
- [2] E. M. Izhikevich, *IEEE Trans. NN*, **15**(5):1063, 2004.
- [3] Jan Benda, Leonald Maler, and Andre Longtin, *J. Neurophysiol*, **104**(5):2806, 2010.
- [4] 杉浦希望, Izhikevich ニューロンモデルにおけるカオスダイナミクスの解析, 2013 年度埼玉大学工学部情報システム工学科卒業論文, 2014.

興奮性ニューロン間の結合分布がスパイクタイミングの相関に与える影響

藤田祥太郎 (池口徹 教授)

1 背景

人間の脳は、視覚、聴覚、味覚、触覚、嗅覚などの外部の刺激を受け、脳内の神経細胞ニューロン間の電気信号の伝搬によって活動し、生きている間、脳は常に活動している。また、人間が寝ている間も脳は活動し続けるように、ニューロンは外部からの刺激がなくても持続的に電気信号の伝搬を行っている。この内部構造のみで持続的に発火することを自発発火活動という。大脳皮質の神経細胞はこのように自発発火活動を行っている [1]。また、大脳皮質の興奮性ニューロン間の重み分布は Strong Sparse Weak Dense(以下, SSWD) であることが分かっている。SSWD とは、強い結合が少なく、弱い結合が多い状態を意味する。文献 [2] では自発発火活動下で、スパイクの入出力に相関がある確率共鳴現象を示している。確率共鳴現象とは、閾値未満の特定の入力に対してある確率の下で入力信号の反応が高まる現象である。寺前らは SSWD として対数正規分布に従うニューラルネットワークを用いて、発火率毎の相互相関係数を調査し、確率共鳴現象を再現した [2]。その結果、結合強度の大きいシナプス間において、スパイクタイミングの相互相関係数が大きくなるという現象が発見された。犬束らは SSWD としてガンマ分布を使用し、スパイクタイミングの相関について調査した [3]。しかし、確率共鳴現象を再現することはできなかった。また、生理学実験の結果を対数正規分布で再現できたにも関わらず、なぜガンマ分布で再現できなかったのかについては明らかになっていない。

2 目的

確率共鳴現象を再現するために重要な SSWD の分布を調査する。先行研究では、SSWD の分布に対数正規分布、ガンマ分布を用いてシミュレーションを行った。SSWD の分布が対数正規分布の場合、確率共鳴現象が確認でき、ガンマ分布を用いた場合、確率共鳴現象が確認できなかった。本研究では、興奮性ニューロン間のシナプス重み分布中の強い重みに対数正規分布、それ以外にガンマ分布を用いてシミュレーションを行った結果を報告する。またなぜ、SSWD の分布にガンマ分布を用いた際、確率共鳴現象を確認できなかったかを調査した。確率共鳴現象を再現できていない理由は SSWD の分布にガンマ分布を適用させた際、平均膜電位が高いときの相互相関係数が高い値をとっているためである。そこで、私は同タイミングで発火するニューロンの数を確認した。その際、両者のネットワーク全体の平均発火率が同じになるパラメータを用いた。なぜなら、発火率が上がると相互相関係数が自然と上がってしまい、比較にならないためである。本研究では、SSWD 分布と相互相関係数の関係について調査した結果を報告する。

3 数理モデル

文献 [2] では、ニューラルネットワークを構築する数理モデルとして、Leaky 積分発火モデルを用いている。また、文献 [2] では、Leaky 積分発火モデルに興奮性、抑制性シナプスのコンダクタンス g_E, g_I のダイナミクスを考慮したモデルを提案している (式 (1))。式 (2), (3) に興奮性、抑制性シナプスのコンダクタンスである g_E, g_I のダイナミクスを示す。 t は時刻、 v は膜電位である。 τ は膜電位時定数であり、興奮性ニューロンで $\tau = 20[\text{ms}]$ 、抑制性ニューロンでは $\tau = 10[\text{ms}]$ である。 V_L は Leaky 電位の逆転電位、 V_E は興奮性シナプス後電流の逆転電位、 V_I は抑制性シナプス後電流の逆転電位であり、それぞれ $V_L = -70[\text{mV}]$, $V_E = 0[\text{mV}]$, $V_I = -80[\text{mV}]$ である。閾値は $-50[\text{mV}]$ 、リセット値は $-60[\text{mV}]$ とした。 $\delta(t)$ はデルタ関数、 $G_{E,j}$ は j 番目のニューロンに結合している興奮性シナプスの重み、 $G_{I,j}$ は j 番目のニューロンに結合している抑制性シナプスの重み、 d_j はニューロン j からの伝達遅延である。 s_j はニューロン j からのスパイクタイミングである。減衰時定数 τ_s は $2[\text{ms}]$ である。

$$\frac{dv_i}{dt} = -\frac{1}{\tau}(v_i - V_L) - g_{E_i}(v_i - V_E) - g_{I_i}(v_i - V_I) \quad (1)$$

$$\frac{dg_{E_i}}{dt} = -\frac{g_{E_i}}{\tau_s} + \sum_j G_{E_i,j} \sum_{s_j} \delta(t - s_j - d_j) \quad (2)$$

$$\frac{dg_{I_i}}{dt} = -\frac{g_{I_i}}{\tau_s} + \sum_j G_{I_i,j} \sum_{s_j} \delta(t - s_j - d_j) \quad (3)$$

4 実験条件

文献 [2] のパラメータ設定は表 1 の通りである．本研究では，1,000 個の興奮性ニューロンと 200 個の抑制性ニューロンを用いてニューラルネットワークを構築した．初期状態から 100[ms] の間，すべてのニューロンに外部入力を与えた．外部入力にはポアソン過程に従うスパイク列を用いた．各ニューロンは文献 [2] と同様に表 1 中の結合確率で，他のニューロンと結合する．興奮性間のシナプス重みは SSWD となる分布に変化させ，それ以外のシナプス重みは表 1 の通り一定値とした．遅延は 0 ～ 2[ms] の間の整数をランダムに選んだ．シミュレーション時間は 20,000[ms] とした．また，SSWD として対数正規分布，ガンマ分布を用いた．

表 1: ニューロン間の結合確率とパラメータ設定

結合元のニューロンの種類	結合先のニューロンの種類	結合確率	シナプスの重み
興奮性	興奮性	0.1	SSWD
	抑制性		7.56
抑制性	興奮性	0.5	0.84
	抑制性		1.05

ガンマ分布の確率密度関数を式 (4) に示す． $k = 0.066, \theta = 15$ である．対数正規分布の確率密度関数を式 (5) に示す． $\sigma = 1.25, \mu = 3(\log(0.2)) + 3\sigma^2$ とする．

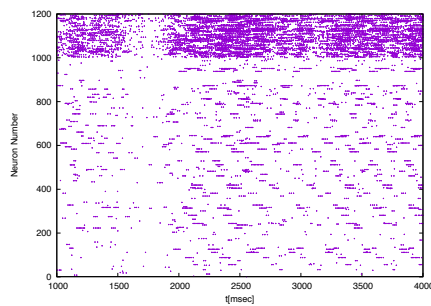
$$f(x) = x^{k-1} \frac{e^{-\frac{x}{\theta}}}{\Gamma(k)\theta^k} (k > 0, \theta > 0, x > 0) \quad (4)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(\log x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (5)$$

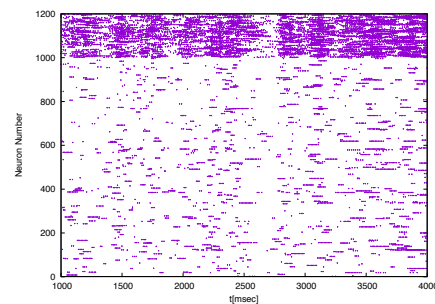
5 実験結果

5.1 ラスタープロット

図 1(a)，図 1(b) はそれぞれ，興奮性ニューロン間の重み分布を対数正規分布，ガンマ分布としたときのラスタープロットである．横軸は時刻，縦軸はニューロン番号 (0-999 は興奮性ニューロン，1000-1999 は抑制性ニューロン) を表す．図 1(a) の興奮性の平均発火率は，約 0.915[Hz]，図 1(b) の興奮性の平均発火率は約 0.999[Hz] である．今回のシミュレーションでは，同程度の平均発火率となるパラメータで，結合強度の分布を変え，相互相関係数を比較する．よって，式 (4) のパラメータ k, θ を調整し，同程度の発火率で比較を行う．



(a) SSWD として 9.0mV 以上に対数正規分布，その他にガンマ分布を適用



(b) SSWD としてガンマ分布を適用

図 1: ラスタープロット

SSWD の分布に 9.0[mV] 以上に対数正規分布, その他にガンマ分布を適用した場合, SSWD の分布にガンマ分布どちらの場合でも自発発火をすることがわかる. ただし, ガンマ分布の場合では, 興奮性ニューロンが時間方向に連続して発火しやすい傾向がある.

5.2 相互相関係数

相互相関係数を式 (6) に示す. 相互相関関数とは 2 つの時系列波形がどの程度相互依存しているか, もしくは類似しているかを示すものである. 式 (6) を近似すると以下のように変形できる.

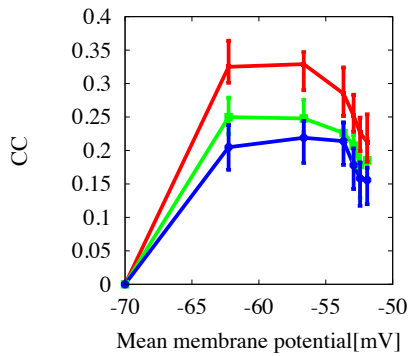
$$cc = -\frac{\sum_{t=1}^T (x_{in}(t) - \langle x_{in}(t) \rangle)(x_{out}(t) - \langle x_{out}(t) \rangle)}{\sqrt{\sum_{t=1}^T (x_{in}(t) - \langle x_{in}(t) \rangle)^2} \sqrt{\sum_{t=1}^T (x_{out}(t) - \langle x_{out}(t) \rangle)^2}} \quad (6)$$

$$= \frac{Pr(x_{in}x_{out})T - T^2r_{in}r_{out}}{\sqrt{r_{in}T - (r_{in}T)^2} \sqrt{r_{out}T - (r_{out}T)^2}} \quad (7)$$

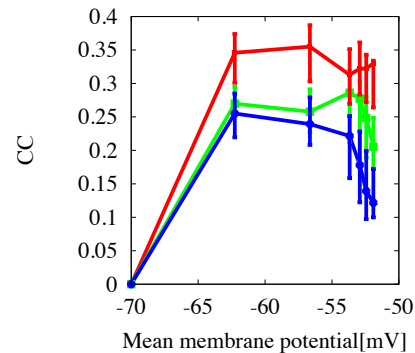
$$= Pr(x_{out}|x_{in}) \sqrt{\frac{r_{in}}{r_{out}}} \quad (8)$$

$x_{in}(t)$ は, 時刻 t における入力スパイクで, スパイクが来たときを 1, 来ないときを 0 とする. $x_{out}(t)$ は, 時刻 t における出力スパイクで, スパイクを出すときを 1, 出さないときを 0 とする. また $\langle x_{in} \rangle$, $\langle x_{out} \rangle$ はそれぞれ x_{in} , x_{out} の時刻 T までの平均である. r_{in} , r_{out} はそれぞれ入出力のスパイク列の発火率である. T は $r_{in}T \ll 1, r_{out}T \ll 1$ を満たす短い時間区間である. $Pr(x_{in}|x_{out}) = r_{in}$ は, 入力スパイクが来たとき出力スパイクを出した条件付き確率である.

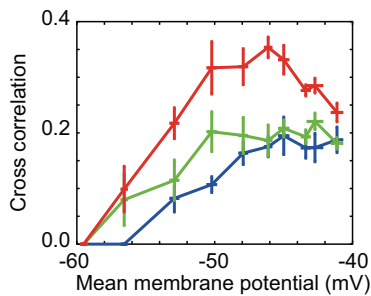
図 2(a), 図 2(b) に平均膜電位と相互相関係数の関係をまとめた. 結合強度の強さは赤 > 緑 > 青の順番である. 図の縦軸は相互相関係数, 横軸は平均膜電位である. 平均膜電位が高ければ, ニューロンは発火しやすくなる.



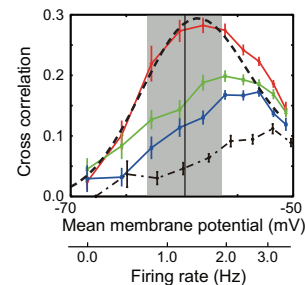
(a) SSWD として 9.0mV 以上に対数正規分布, その他にガンマ分布を適用



(b) SSWD としてガンマ分布を適用



(c) 寺前らの膜電位と相互相関係数の表す生理学実験の結果



(d) 寺前らの発火率と相互相関係数の数値実験の結果

図 2: 発火率と相互相関係数の関係

図 2(c) は文献 [2] で, 寺前らが行った生理学実験の結果である. 図 2(d) は文献 [2] で寺前らが行った数値シミュレーションの結果である. 図 2(a) の対数正規分布の場合では, 一番大きい重みの相互相関係数は山形になっているのに対し

て、図 2(b) のガンマ分布の場合では、一番大きい重みの相互相関係数は山形の形になっていない。図 2(a) の場合、一番強い重みにおいて特定の平均膜電位で相互相関係数が高くなっており、確率共鳴現象が発生しているが、図 2(b) では確率共鳴現象は生じていないことがわかる。原因は SSWD の分布にガンマ分布を適用させた際、平均膜電位が高い場合の相互相関係数が上昇するからである。複数のニューロンからの入力と同時に結合先のニューロンを発火させるため、発火しやすく、相互相関係数が高い値をとると考えられる。

5.3 同タイミングで発火するニューロン数

興奮性ニューロンの発火タイミングが同じかを確認するために、同タイミングで発火するニューロン数を比較する。同タイミングで発火するニューロン数とは、同時刻にどれほどの数のニューロンが発火しているかということである。横軸はある同時刻に発火した興奮性ニューロンの数、縦軸を頻度にした。結果を図 3(a), 図 3(b) に示す。図 3(a), 図 3(b) から、SSWD の分布にガンマ分布を適用した方が、同時刻に発火するニューロンの数が多いことを確認した。

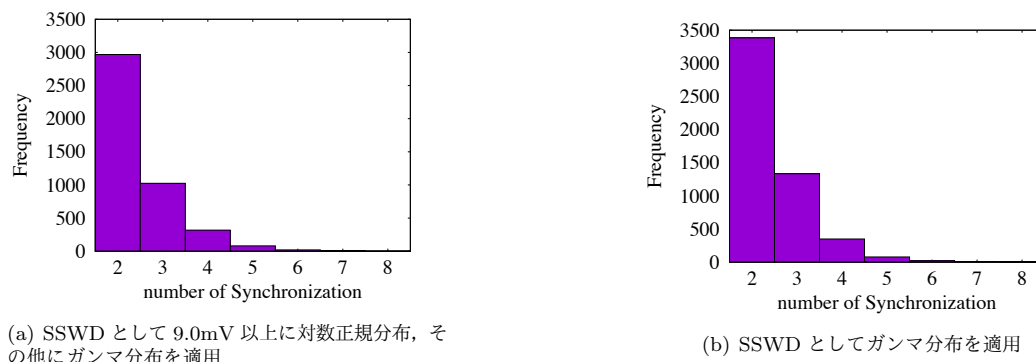


図 3: 同時刻に発火した興奮性ニューロンの数の分布

6 まとめ

図 2(a), 図 2(b) より発火率が $1 \sim 2$ [Hz] 付近で相互相関係数が高くなっている確率共鳴現象を確認した。これは、興奮性ニューロン間の強い結合強度に対数正規分布を適用したことによる変化である。そして、興奮性ニューロン間のその他の結合強度はガンマ分布に従わせた場合でも確率共鳴現象をすることを示した。SSWD 分布にガンマ分布に従わせた場合、生理学実験の再現がうまく行かなかった。なぜなら発火率が高い 6 [Hz] 付近で、相互相関係数が高いためである。原因は発火の同期にある。図 3(b) より、SSWD にガンマ分布を適用するとニューロンの発火タイミングが同期していることがわかった。ニューロンの発火タイミングが同期しているため、結合先のニューロンも発火しやすくなり、入出力の発火タイミングの相関が高くなることを示した。自発発火活動下において、確率共鳴現象を再現するためには、興奮性ニューロン間の強い結合強度が対数正規分布に従うことが重要であることが分かった。また強い結合強度と呼べるのは、興奮性ニューロン間の重みの中でも 9.0 [mV] 以上であるということを明らかにした。

参考文献

- [1] 合原一幸, 神崎亮平, “理工学系からの脳科学入門,” 東京大学出版, 2008.
- [2] Jun-nosuke Teramae, Yasuhiro Tsubo and Tomoki Fukai, “Optimal spike- based communication in excitable networks with strong-sparse and weak-dense links,” Scientific reports, 2, 485, 2012.
- [3] 犬束龍之介, “ニューラルネットワークにおける自発発火活動の解析,” 東京理科大学工学部経営工学科 卒業研究論文, 2017.

興奮性/抑制性ニューロン比率が発火率と学習に与える効果に関する研究

宮南風 (池口徹 教授)

1 はじめに

ヒトの脳内には約 1000 億個以上のニューロンが存在する。ニューロンは信号を受け取り、発火することで結合する他のニューロンに信号を送る。ニューロンが結合し合うことでニューラルネットワークを構築し、相互に発火することで情報伝達が行なわれ高次機能が実現されている。その際、ニューラルネットワークでは、結合したニューロン間の発火タイミングに依存する Spike Timing Dependent Plasticity (STDP) 学習則によってニューロン間の結合強度が変化し、これにより様々な情報処理に適応したニューラルネットワークの構造が生成されている [1]。

ニューロンには結合先のニューロンの発火を促進する興奮性ニューロンと発火を抑圧する抑制性ニューロンの 2 種類が存在する。抑制性ニューロンの存在により、過度な発火や同期の制御が可能になると考えられている。一方、生理学知見より大脳皮質では興奮性ニューロンが約 80%、抑制性ニューロンが約 20% の割合で存在するといわれている [2]。また、ダウン症などの発達障害患者の脳内では 2 つのニューロン比率に異常が生じており、その結果、知的障害や運動障害などを引き起こすともいわれている [3]。しかし、なぜこのような比率となるのか、またこの比率が変化した場合、脳内の神経活動にどのような影響を与えるのかについては明らかになっていない。そこで、本論文では、ニューラルネットワークと STDP 学習の数理モデルを用いた数値実験により生理学実験では実現困難な条件下での調査を行なうことで、上述の課題を解決することを目指す。本論文の遂行により、発達障害患者の治療や補助に役立つとも考えられる。

具体的には、ニューラルネットワークの数理モデルにおいて興奮性/抑制性ニューロンの比率を変化させた際に、発火や STDP 学習機構にどのような影響が生じているのかを調査した。その結果、ニューラルネットワーク全体の効果的な学習には、STDP 学習による発火抑圧と抑制性ニューロンによる発火抑圧の 2 つのバランスが重要であることを明らかにした。

2 数理モデル

2.1 Izhikevich ニューロンモデル [4]

ニューラルネットワークを構築するニューロンの数理モデルとして Izhikevich ニューロンモデルを用いた。Izhikevich ニューロンモデルは 式 (1) に示す二変数の常微分方程式により定義される。

$$\begin{cases} \dot{v}_i(t) = 0.04v_i(t)^2 + 5v_i(t) + 140 - u_i(t) + I_i(t) \\ \dot{u}_i(t) = a(bv_i(t) - u_i(t)) \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{if } v_i(t) \geq 30[\text{mV}], v_i(t) \leftarrow c, u_i(t) \leftarrow u_i(t) + d$$

ここで、 t は時刻、 $v_i(t)$ は時刻 t におけるニューロン i の膜電位、 $u_i(t)$ は時刻 t におけるニューロン i の膜電位の回復変数、 $I_i(t)$ は時刻 t におけるニューロン i への入力電流であり、 a, b, c, d はパラメータである。

また、本実験では $I_i(t)$ を

$$I_i(t) = I_{\text{ex}} + \sum_{j \in S_i} w_{ij} H(v_j(t - \delta_{ij}) - 30) \quad (2)$$

とした。式 (2) において、 I_{ex} は外部入力電流、 S_i はニューロン i にシナプス結合するニューロンの集合、 δ_{ij} はニューロン j からニューロン i への伝達遅延である。また、 $H(x)$ はステップ関数 ($x < 0$ のとき $H(x) = 0$, $x \geq 0$ のとき $H(x) = 1$) である。 $v_j(t - \delta_{ij}) \geq 30$ のとき、すなわちニューロン j が発火するとき、シナプスの結合強度 w_{ij} の大きさの電流がニューロン i に入力される。

2.2 STDP 学習則 [1]

ニューラルネットワークにおける学習とは、ニューロン間の結合強度が変化することである。ニューラルネットワークは学習をすることで、情報伝達に重要なニューロン間の結合強度を増強し、そうでないニューロン間の結合強度を減衰させる。STDP 学習則では、シナプス結合強度の変化量はニューロンの発火タイミングに依存する。情報が入力される側のニューロンをシナプス前ニューロン j 、情報を出力する側のニューロンをシナプス後ニューロン i 、 j は $j \rightarrow i$ の順に結合をしている。もし、 $j \rightarrow i$ の順にニューロンが発火した場合、シナプス結合強度 w_{ij} は強められる。これを long-term potentiation (以下、LTP) という。逆に、 $i \rightarrow j$ の順に発火した場合、シナプス結合強度 w_{ij} は弱められる。これを long-term depression (以下、LTD) という。このようにスパイクの発火のタイミングに依存して、シナプスが増減する性質をスパイクタイミング依存可塑性と呼ぶ。また、この性質に従った学習則を STDP 学習則と呼ぶ。ここ

で $S = 1,000[\text{ms}]$ の時間幅を有する窓を考える．時刻 $t[\text{sec}]$ のとき，窓の範囲は $S(t-1) + 1 \leq s \leq St$ である．STDP 学習則の数理モデルは式 (3) で表される [5]．

$$\Delta w_{ij} = \begin{cases} A_+ \exp(-\frac{s_i - s_j - \delta_{ij}}{\tau}) & (s_i - s_j - \delta_{ij} > 0) \\ -A_- \exp(\frac{s_i - s_j - \delta_{ij}}{\tau}) & (s_i - s_j - \delta_{ij} < 0) \end{cases} \quad (3)$$

式 (3) において， s_i, s_j はそれぞれシナプス後ニューロン i の発火時刻，シナプス前ニューロン j の発火時刻である． δ_{ij} はニューロン j からニューロン i への伝達遅延 $[\text{ms}]$ である． A_+, A_- はそれぞれ LTP, LTD の最大値， τ は LTP と LTD の減衰時定数である．なお， $s_i = s_j + \delta_{ij}$ の場合，シナプス結合強度は変化しない．また，学習をするシナプスの結合強度は式 (4) で更新される．

$$w_{ij}(t) = w_{ij}(t-1) + \sum_{s_i=S(t-1)+1}^{St} \Delta w_{ij} \quad (4)$$

3 実験条件

ニューラルネットワーク中の抑制性ニューロン比率を r_{IN} とする．全ニューロン数を $N(= 1,000)$ とすると， $N(1 - r_{\text{IN}})$ 個の興奮性ニューロンと Nr_{IN} 個の抑制性ニューロンが存在する．各ニューロンは 10% の結合確率でランダムに選択した他のニューロンと結合させた．また，ニューロン i, j 間の信号伝達には遅延が伴うとし，各結合における遅延の値は $1[\text{ms}]$ から $20[\text{ms}]$ の値をランダムに割り当てた．なお， $1[\text{ms}]$ ごとにランダムに選んだ 1 つのニューロンに $20[\text{mA}]$ の外部入力を与えた．上記のニューラルネットワークにおいて，興奮性シナプスからの結合強度 w_{ij} の初期値 $w_{ij} = 6$ ，最大値 $w_{ij} = 10$ ，最小値 $w_{ij} = 0$ とした．また，抑制性シナプスからの結合強度を $w_{ij} = -5$ とした．このとき， r_{IN} を変化させた際の学習中のニューロンの発火や学習の振舞いについて調査した．

4 実験結果

4.1 LTP, LTD の発生回数

全ニューロン数 N のニューラルネットワークにおいて，ニューロン i が発火したときに，結合する全ての組に対して式 (3) より求める．ここで $S = 1,000[\text{ms}]$ の時間幅を有する窓を考える．時刻 $t[\text{sec}]$ のとき，窓の範囲は $S(t-1) + 1 \leq s_i, s_j \leq St$ である．このとき，この窓に含まれる $1[\text{s}]$ 間あたりの LTP の発生回数 P_t ，LTD の発生回数 D_t を，式 (5),(6) より定義する．

$$P_t[\text{Times/sec}] = \sum_{s_i=S(t-1)+1}^{St} \Theta_{ij}^{\text{LTP}} \quad (5)$$

$$D_t[\text{Times/sec}] = \sum_{s_i=S(t-1)+1}^{St} \Theta_{ij}^{\text{LTD}} \quad (6)$$

ただし，

$$\Theta_{ij}^{\text{LTP}} = \begin{cases} 1 & (\text{if } \Delta w_{ij} > 0) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

$$\Theta_{ij}^{\text{LTD}} = \begin{cases} 1 & (\text{if } \Delta w_{ij} < 0) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

十分に学習が収束した $200[\text{s}]$ 間 ($801[\text{s}] \sim 1,000[\text{s}]$) において， P_t の平均値 $\hat{P} = \frac{1}{200} \sum_{t=801}^{1000} x_t$ ， D_t の平均値 $\hat{D} = \frac{1}{200} \sum_{t=801}^{1000} D_t$ を算出した． r_{IN} を変化させたときの $\hat{P}, \hat{D}$ の変化を図 1 に示す．

LTP, LTD の発生回数は $r_{\text{IN}} = 0.25$ 前後で最大値をとる，山なりの推移であることがわかる． $r_{\text{IN}} = 0$ から $r_{\text{IN}} = 0.25$ にかけて急激に増加していくが，それ以降は r_{IN} の増加とともにゆるやかに減少していく．

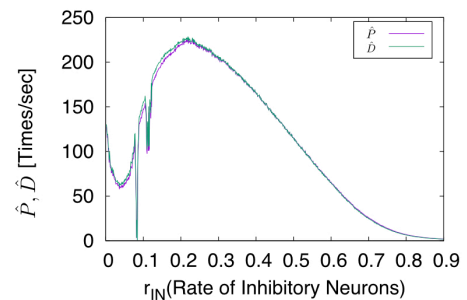


図 1. r_{IN} に対する LTP, LTD 発生回数の平均値 $\hat{P}, \hat{D}$ の推移

4.2 平均発火率

時刻 t における平均発火率 λ_t を 1[s] 間における 1 つのニューロンの平均発火数とし、式 (7) で定義する。

$$\lambda_t[\text{spikes/sec}] = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \left\{ \sum_{s=S(t-1)+1}^{St} \delta(s - s_j(t)) \right\} \quad (7)$$

式 (7) において、 M は発火率を求める対象のニューロン数、 j はニューロン番号、 $\delta(x)$ はデルタ関数である。ここでは、 $S = 1,000[\text{ms}]$ の時間幅を有する窓を考えている。すなわち、時刻 t のとき、窓の範囲は $S(t-1) + 1 \leq s \leq St$ である。

$r_{\text{IN}} = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1$ のとき、学習中の全ニューロンの平均発火率 λ_t の時間変化を図 2 に示す。

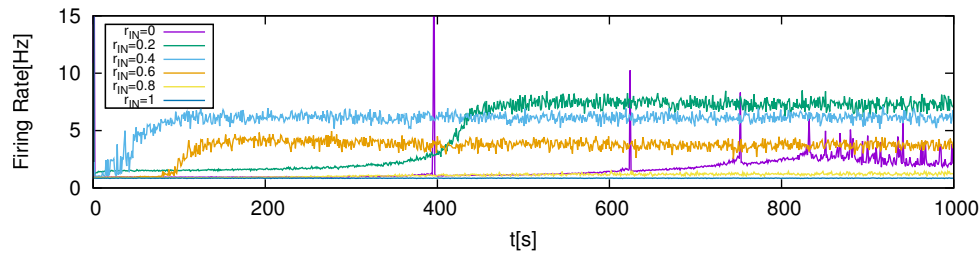


図 2. 全ニューロンの平均発火率の時間推移

$r_{\text{IN}} = 0, 0.2$ では他と比較して全体的な発火の開始が遅く、抑制性ニューロンが増えることで早く発火しやすくなる。しかし、抑制性ニューロンが多いことで全体的な発火率が低くなっている。また、学習が進むにつれて、発火率はそれぞれ収束している。そこで、十分に学習が収束した 200[s] 間 (801[s]~1,000[s]) において、興奮性ニューロンのみ ($M = N(1 - r_{\text{IN}})$)、抑制性ニューロンのみ ($M = Nr_{\text{IN}}$)、そして全ニュー

ロン ($M = N$) に対する λ_t の平均値 $\hat{\lambda} = \frac{1}{200} \sum_{t=801}^{1000} \lambda_t$

を計算した。 r_{IN} を変化させたときの $\hat{\lambda}$ の変化を図 3 に示す。興奮性ニューロンの発火率は $r_{\text{IN}} = 0.2$ 付近、全ニューロンの発火率は $r_{\text{IN}} = 0.25$ 付近でもっとも高い値を取っていることがわかる。これより、抑制性ニューロンが少ないことが必ずしも発火率の上昇に結びつかないことがわかる。

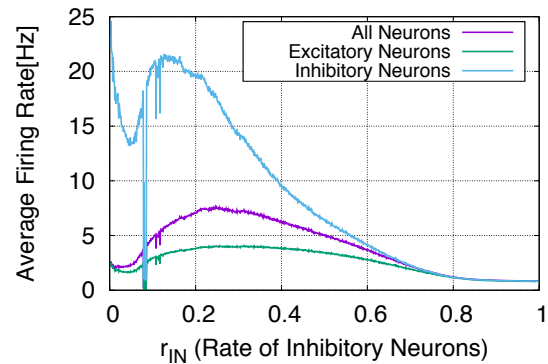


図 3. r_{IN} に対する各発火率の平均値 $\hat{\lambda}$

4.3 ニューロン比率と平均発火率の関係性

前節で、LTP, LTD の発生回数は平均発火率に依存することを確認した。ここで、表 1 に示す関係性を仮定する。ニューラルネットワーク上の抑制性ニューロン比率が低い状況下では STDP 学習による LTD の抑圧が大きく、抑制性ニューロンによる抑圧は小さい。一方、抑制性ニューロン比率が高い状況下では学習による抑圧が小さく、抑制性ニューロンによる抑圧は大きい。これらより、ニューラルネットワーク全体の適度な発火率を保つためには STDP 学習の LTD の抑圧と抑制性ニューロンの直接的な抑圧が互いに小さいことが必要であると考えられる。本節では、STDP 学習による LTD と抑制性ニューロンによる直接的な抑圧という二つの観点から解析を行う。

表 1. 抑制性ニューロン比率と抑圧の関係性

抑制性ニューロンの存在比率	低	←→	高
抑制性ニューロンによる抑圧	小	←→	大
STDP 学習 (LTD) による抑圧	大	←→	小

抑制性ニューロンと LTD による抑圧指標 E_{IN} , E_{LTD} を式 (8),(9) により定義する.

$$E_{\text{IN}} = \sum_{t=1}^T \frac{n_t}{m_t + n_t} \quad (8)$$

$$E_{\text{LTD}} = \sum_{t=1}^T \frac{p_t}{p_t + q_t} \quad (9)$$

ここで, n_t は時刻 $t[\text{s}]$ における時間窓 $S(t-1) + 1 \leq s \leq St[\text{ms}]$ での興奮性ニューロンの発火数, m_t は抑制性ニューロンの発火数である. また, p_t は時刻 $t[\text{s}]$ におけるシナプス前ニューロンとシナプス後ニューロンが共に興奮性ニューロンである場合の学習発生回数, q_t はシナプス前ニューロンが興奮性ニューロン, シナプス後ニューロンが抑制性ニューロンである場合の学習発生回数である. $T(= 1000[\text{s}])$ は学習適用時間である.

次に, r_{IN} を変化させた際の 2 つの抑圧指標が最小となる点が, 発火率の平均値 λ と対応するかを調査した. 結果を図 4 に示す. 二つの指標が交差している点付近の r_{IN} は図 3 で平均発火率が最大となる比率と対応している. つまり, ニューロン比率が抑圧のバランスを司っており, 全体の発火率が最も高いニューロン比率においては, 各抑圧が相互に影響を及ぼさない状況であると示唆される.

5 まとめ

本論文では, 数理モデルを用いて興奮性/抑制性ニューロンの比率を変化させた場合のニューラルネットワークの発火率と学習効率の関係性について調査した.

学習の発生回数や変化量はニューラルネットワーク全体の発火率に依存していることがわかった. 発火率は STDP 学習による発火抑圧と抑制性ニューロンによる発火抑圧の双方が起こりにくいときに上昇し, それらは生理学的に示されている興奮性ニューロン 80%, 抑制性ニューロン 20% 付近であることが示された.

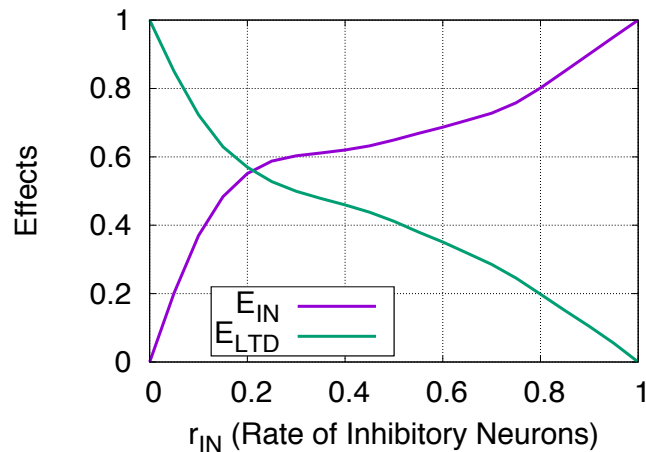


図 4. r_{IN} の変化による E_{IN} と E_{LTD} の推移

参考文献

- [1] Bi G. Q. and Poo M. M., “Synaptic modifications in cultured hippocampal neurons; dependence on spike timing, synaptic strength, and postsynaptic cell type,” *The Journal of Neuroscience*, Vol. 18, No. 8, pp. 10464–10472, 1998.
- [2] DeFelipe, J., Farinas, I., “The pyramidal neuron of the cerebral cortex: morphological and chemical characteristics of the synaptic inputs,” *Progress in neurobiology*, Vol. 6, No. 39, pp. 563–607, 1992.
- [3] P.V. Belichenko et al., “Synaptic structural abnormalities in the Ts65Dn mouse model of Down Syndrome,” *The Journal of Comparative Neurology*, Vol. 480, No. 3, pp. 281–298, 2004.
- [4] Izhikevich E. M., “Simple model of spiking neurons,” *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol. 6, No. 14, pp. 1569–1572, 2003.
- [5] Izhikevich E. M., “Polychronization: computation with spikes,” *Neural Computation* Vol. 2, No. 18, pp. 245–282, 2006.

発表文献

- [P1] N.Miya, “Effect of excitatory/inhibitory neuron ratio on STDP learning mechanism”, 平成 30 年度 東北大学電気通信研究所 共同研究プロジェクト研究発表会, 2019 年 2 月発表予定.
- [P2] 宮 南風, 島田 裕, 藤原 寛太郎, 池口 徹, “興奮性/抑制性ニューロン比率が発火率と学習に与える効果”, 2019 年電子情報通信学会総合大会, 2019 年 3 月発表予定.

数理モデルを用いた Twitter 上での情報伝播に関する研究

山元航平 (池口徹 教授)

1 はじめに

近年, Twitter をはじめとするソーシャルメディアの発達により, 誰もが簡単に情報を発信できるようになった. Twitter の利用目的は多様化しており, 個人の意見の発信だけでなく企業の広報活動にも利用されている. そのため, 発信した情報をどの程度広めることができたのかを調査することは非常に重要な課題となっている. Twitter でのフォロー, 被フォロー関係を頂点と枝から構成されるネットワークとして捉えると, 情報がネットワーク上で伝播する様子を確認することができる. 以前より, 感染症や噂が伝播するダイナミクスに関する研究は複雑ネットワーク理論を用いて盛んに行われてきた. 例えば, Kermack らは感染症の流行を数理モデルを用いて表現し, マクロな感染プロセスについての常微分方程式系を構築した [1]. 一方, Borge-Holthoefer らは噂の広まりをエージェントベースのモデルで表現し, ネットワーク内で噂が伝播していく様子を再現した [2]. しかし, 従来のモデルでは Twitter 上での情報伝播に適用できていないという問題点がある. そこで, 本論文では Borge-Holthoefer らのモデルを改変し, Twitter 上での情報伝播を考慮したモデルを提案した. さらに, 改変したモデルを用いて情報拡散シミュレーションを行い, ネットワーク内で情報が伝播する過程について調査した.

2 情報拡散モデル

2.1 従来モデル

文献 [2] では, 噂の拡散モデルについて議論が行われている. 各頂点を 3 つの状態に分類するマルチエージェントモデルである. S は「まだ噂を知らない状態」, I は「噂を知って他人に伝えている状態」, R は「噂を知っているが興味を失って他人に伝えるのを止めた状態」を表す. 各頂点の状態遷移を図 1 に示す.



図 1: 各頂点の状態遷移

I の頂点は, 隣接頂点の中からランダムに k 人を選択する. 時刻 t において選ばれた k 人に, I の頂点は情報を送信する. 情報送信相手の頂点の状態が S であった場合, 時刻 $t+1$ で情報受信頂点は確率によって I または R のどちらかの状態に遷移する. S から I に状態遷移する確率は λp であり, S から R に状態遷移する確率は $\lambda(1-p)$ である. 一方, 情報送信相手の頂点の状態が I または R であった場合, $t+1$ で情報送信頂点は確率 α で I から R に状態遷移する. 一度, R に遷移した頂点が再び情報拡散を行うことはない.

2.2 Twitter 上での情報伝播を考慮した情報拡散モデル

Borge-Holthoefer の数理モデル [2] を参考に, Twitter 上での情報伝播を考慮した SINR 拡散モデルを提案する. SINR 拡散モデルでは Twitter におけるリツイート情報を情報拡散とみなした. 噂の拡散と Twitter のリツイートによる情報拡散の仕組みは異なる点がある. 表 1 に両者の違いを示す.

表 1: 噂の拡散と Twitter のリツイートによる情報拡散の仕組みの違い

	噂の拡散	Twitter のリツイートによる情報拡散
情報伝達対象	接触した人から順に伝える	フォロー全員に同時に伝える
情報伝達回数	同じ人に何度も伝えることがある	リツイートは基本的に一度のみ

以上の点を踏まえ, SINR 拡散モデルを作成した. まず, 従来モデル [2] では情報送信相手を隣接頂点の中からランダムに k 人選んでいたが, SINR 拡散モデルでは隣接頂点のすべてに情報を送信するようにした. 次に, I から R の変化を確率 α で決定していたものを, SINR 拡散モデルでは時刻 t で I であった頂点を時刻

$t+1$ で必ず I から R に状態遷移するようにした。さらに、情報拡散を行った頂点とそれ以外の頂点を分類するため、新たな状態 N を定義した。各頂点が遷移する4つの状態を、 S は「まだツイートを知らない状態」、 I は「ツイートを知って他人に向けてリツイートしている状態」、 N は「ツイートを知っているが他人に向けてリツイートしなかった状態」、 R は「ツイートを知って他人に向けてリツイートし終わった状態」で表す。SINR 拡散モデルの状態遷移を図2に示す。



図 2: 各頂点の状態遷移

3 使用した Twitter ネットワークデータの特徴

情報拡散シミュレーションには、頂点数 465,017 点、枝数 834,797 本の Twitter ネットワークデータ [3] を用いた。ネットワークは有向グラフであり、頂点 i が頂点 j をフォローしている場合に i から j の向きに枝が生じる。データは Twitter API により各頂点のフォロー情報を抽出することでサンプリングされている。Twitter API を用いて Twitter 社が公開している情報にアクセスすると、任意のユーザについてのフォロー情報やツイート情報など、さまざまなデータを取得することが可能である。図3にネットワーク内の2頂点間の枝の有無を示す。横軸の頂点 i が縦軸の頂点 j をフォローしている場合に点をプロットしている。使用した Twitter ネットワークデータの特徴として、各頂点の入次数は必ず1以上であるが、出次数は必ずしも1以上とは限らないことが挙げられる。ネットワークの出次数分布を図4、入次数分布を図5に示す。ここで、情報が伝播する方向はネットワークの枝の矢印とは逆の j から i であることに注意する。情報が伝播する方向と対応する入次数分布は、べき指数 2.59 の直線に近似される。すなわち、入次数分布はべき則に従っており、入次数ネットワークはスケールフリー性を有していることが示唆される。航空網や人間関係など多くのネットワークはスケールフリー性を持っており、スケールフリーネットワークでは病気や情報が伝播しやすいことが知られている [4]。

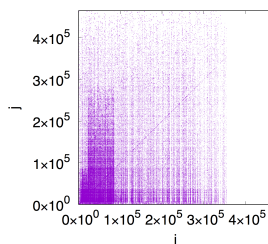


図 3: ネットワーク内に存在する枝

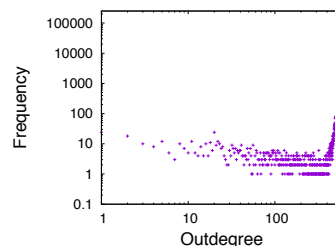


図 4: 出次数分布

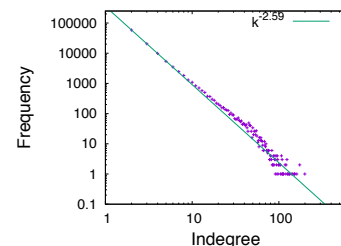


図 5: 入次数分布

4 情報拡散シミュレーション

4.1 情報拡散シミュレーションの条件

ネットワーク内のある1つの頂点を I とし、それ以外の頂点を S としたものを初期状態とする。 I の頂点が S の頂点に情報を伝達することで情報伝播が進んでいく。開始時に状態 I である唯一の頂点を情報発信源の頂点 sp ($1 \leq sp \leq 465,017, sp \in \mathbb{N}$) とする。また、発信した情報の価値を r ($0 \leq r \leq 1, r \in \mathbb{R}$) と定義する。各頂点は関心度 M_i ($0 \leq M_i \leq 1, M_i \in \mathbb{R}$) を持ち、情報が到達したとき、 $M_i > r$ の場合 S から I に遷移し、 $M_i \leq r$ の場合 S から N に遷移する。各頂点 i の関心度 M_i は $[0, 1]$ の一様乱数により与えた。また、情報拡散の収束を I の頂点数が0になったときとして、その時刻を t_{end} と定義する。一方、ネットワーク内の全頂

点のうち、情報が到達した頂点の割合を示す、情報到達割合 $H(t)$ は式 (1) で表される。

$$H(t) = \frac{I(t) + N(t) + R(t)}{n} \quad (1)$$

$t \in \mathbb{N}$ は時刻, n は総頂点数, $I(t), N(t), R(t)$ はそれぞれ時刻 t での状態 I, N, R の頂点数である。

4.2 情報発信源の頂点 sp の違いによる情報到達割合 $H(t)$ の差異

まず、情報発信源の頂点の違いによる情報到達割合の差異について調査した。図 6 に時刻 t における各状態の頂点数の変化を示す。情報の価値 $r = 0.6$ とし、結果は任意の 1 回の試行によるものである。図 6(a) は次数の大きい頂点 (次数 199) を情報発信源としたとき、図 6(b) は次数の小さい頂点 (次数 1) を情報発信源とし情報が拡散したとき、図 6(c) は次数の小さい頂点を情報発信源とし情報が拡散しなかったときの結果を示す。

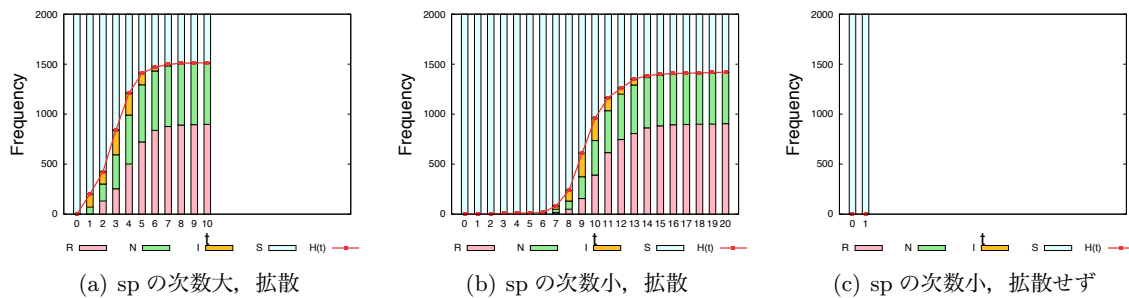


図 6: 各状態の頂点数の時間変化

図 7 に情報到達割合の時間変化を示す。図 7(a) は次数の大きい頂点を情報発信源としたとき、図 7(b) は次数の小さい頂点を情報発信源としたときの結果である。100 回の試行すべての $H(t)$ をプロットした。

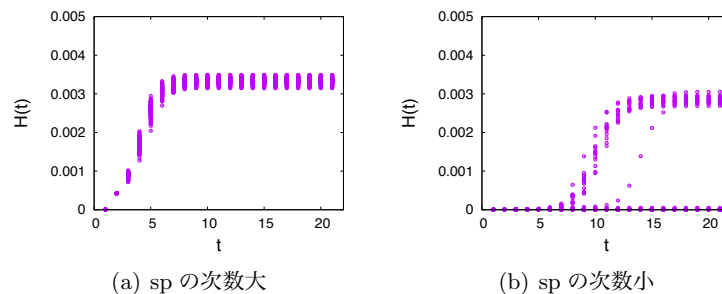


図 7: 情報到達割合の時間変化

表 2 では、情報発信源の頂点の次数の大小による拡散の過程の違いを示す。図 6, 図 7 より、情報拡散は、次数の大きい頂点を発信源とし情報が拡散するとき、次数の小さい頂点を発信源とし情報が拡散するとき、次数の小さい頂点を発信源とし情報が拡散しないときに分類できるため、3 つに場合分けして比較した。各項目はそれぞれの回数による $H(t)$ の平均であり、min, max は $H(21)$ の最小値と最大値を示す。

表 2: 情報発信源の頂点の次数の大小による拡散の違い

	回数	$H(1)$	$H(2)$	$H(3)$	$H(4)$	$H(5)$	$H(6)$	$H(7)$
sp の次数大, 拡散	100 回	0.000002	0.000430	0.000888	0.001701	0.002571	0.003069	0.003250
sp の次数小, 拡散	14 回	0.000002	0.000004	0.000009	0.000013	0.000017	0.000040	0.000092
sp の次数小, 拡散せず	86 回	0.000002	0.000004	0.000006	0.000008	0.000008	0.000008	0.000008
		$H(8)$	$H(9)$	$H(10)$	$H(21)$	min	max	t_{end}
sp の次数大, 拡散		0.003308	0.003326	0.003332	0.003334	0.003148	0.003490	11.01
sp の次数小, 拡散		0.000312	0.000691	0.001360	0.002852	0.002688	0.003049	18.71
sp の次数小, 拡散せず		0.000009	0.000009	0.000009	0.000009	0.000004	0.000049	3.16

図 6(a) と図 6(b), 図 7(a) と図 7(b) を比較すると, 情報拡散が始まれば, 最終的には $H(t_{\text{end}})$ は 0.003 程度まで到達可能であり, 情報拡散収束時の情報到達割合は発信源の次数の大小によらないことがわかる. 図 6(b), 図 6(c), 図 7(b), 表 2 を見ると, $t = 9$ までの情報到達割合が, 最終的な情報到達割合に大きな影響を与えることがわかる. $H(9)$ が 0.0005 以上の場合には最終的に情報は拡散し $H(t_{\text{end}})$ は 0.03 程度になり, $H(9)$ が 0.0005 以下の場合には最終的に情報は拡散せず $H(t_{\text{end}})$ は 0.000009 程度になっている. 以上から, 発信源の次数が小さくても, 早い時刻である程度情報を拡散することができれば, 最終的には発信源の次数が大きい場合と同程度の頂点に情報を伝達することが可能であると結論できる.

4.3 情報の価値 r の変化による情報到達割合 $H(t)$ の変動

次に, 情報の価値が与える情報到達割合への影響について調査した. 図 8 に情報の価値 r を 0.1 刻みで変化させたときの情報到達割合の時間変化を示す. エラーバーの上限と下限は 100 回試行した際の最大値と最小値である. また, 情報拡散収束時刻の分布を図 9 に示す.

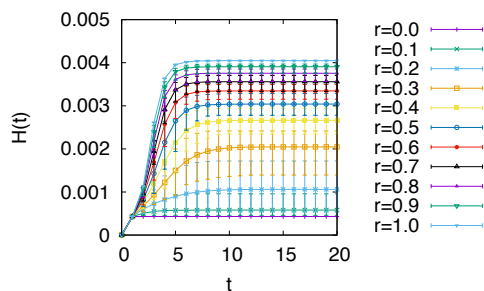


図 8: r を変化させたときの $H(t)$

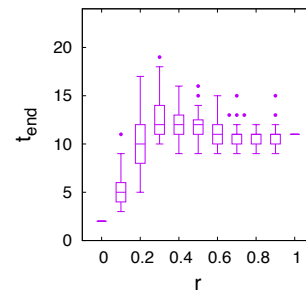


図 9: 100 回試行した際の t_{end} の分布

発信する情報の価値が高いほど情報到達割合は高い (図 8). 図 8, 図 9 より, 発信する情報の価値 $r = 0.0, 0.1$ のとき $H(t)$ は 0.0005 程度であり情報は拡散せず $t = 5$ 程度で収束していることがわかる. また, 発信する情報の価値 r が 0.7 以上のときは $H(t)$ は 0.004 程度まで情報が拡散したのちに $t = 10$ 程度で収束している. 一方で, 発信した情報の価値 $r = 0.2, 0.3, 0.4$ のときは $t = 16$ から 20 で情報拡散が収束する場合もあることがわかる. 試行によっては情報拡散収束に時間がかかるため, パラメータ r がこれらの値をとるとき, ネットワーク内で話題が比較的持続しやすいといえる.

5 まとめ

本研究では Twitter 上の情報伝播を考慮した数理モデルを作成し, 情報拡散シミュレーションを行うことで, ネットワーク内における情報到達割合について調査した. その結果, 情報を発信した後, 初期の時刻における情報到達割合が, 最終的な情報到達割合に大きな影響を与え, たとえ次数の小さな頂点が情報発信源であったとしても, 次数の大きな頂点が情報発信源であったときと同程度に情報を拡散させることは可能であるということがわかった. また, ネットワーク内で話題を持続させるためには, 徐々に情報が広まっていくことが重要であり, 必ずしも情報の価値が高い必要はないということが示唆された.

参考文献

- [1] W. O. Kermack, and A. G. McKendrick, “Contributions to the mathematical theory of epidemics. II. —The problem of endemicity,” Proc. R. Soc. Lond. A, vol. 138, no. 834, pp. 55–83, 1932.
- [2] J. Borge-Holthoefer, S. Meloni, B. Gonçalves, and Y. Moreno, “Emergence of influential spreaders in modified rumor models,” Journal of Statistical Physics, vol. 151, no. 1–2, pp. 383–393, 2013.
- [3] M. De. Choudhury, Y. R. Lin, H. Sundaramand, K. S. Candan, L. Xie, A. Kelliher, and others, “How does the data sampling strategy impact the discovery of information diffusion in social media?,” Icwsm, vol. 10, pp. 34–41, 2010.
- [4] 増田直紀, 今野紀雄, “複雑ネットワーク 基礎から応用まで,” 近代科学社, 2010.

リカレンスプロット間の距離を用いた大規模地震における前兆現象の検出

石崎一輝 (池口徹 教授)

1 はじめに

日本では毎日大小に関わらず地震が発生している。これまでに日本で発生した代表的な大規模地震には1923年9月1日にマグニチュード8.3を観測した関東大震災, 1995年1月17日にマグニチュード7.3を観測した阪神・淡路大震災, 2011年3月11日にマグニチュード9.0を観測した東日本大震災などがある。これらの大規模地震はどれも40,000人を超える犠牲者を出す深刻な被害をもたらした。地震の発生を予測することができれば、地震に対して備えることができ、被害を最小限に抑えることができる。そのような背景から、今日では大規模地震による被害を減らすために地震が発生する場所や日時を予測する研究が現在盛んに行われている。その中に、GPS衛星から電子基準点へ送信される電波を用いて得られる電離層の電子密度 (Total Electron Content, 以下, TEC) の変化量を見ることにより、電離層と地震の関係性を解析したものがある[1][2]。TECとは電離層に存在する電子の密度のことである。高性能GPS受信機で2周波測位データを観測し、その2周波測位データの位相差を計算することでGPS波が電離層を伝搬した伝搬路のTECを求めることができる。これらの研究[1][2]では地震発生後にTECに変化があったことが指摘されている。しかし、地震発生前に地震の予兆と言えるようなTECの変化があったかどうかは明確に示されていない。そこで本論文では、大規模地震発生前のTECに対して非線形時系列解析法と複雑ネットワーク解析法を用いることによって、地震が発生する予兆を捉えるべく調査を行った。

2 解析方法

GNSS (Global Navigation Satellite System/全球測位衛星システム) から電波を受信する新しい基準点として設置されているのが電子基準点である。GNSSとは米国のGPS, 日本の準天頂衛星, ロシアのGLONASS, 欧州連合のGalileo等の衛星測位システムの総称である。電子基準点は全国に約20km間隔で約1,300ヶ所設置されており、電子基準点の地理的な情報をまとめているのは国土地理院[3]である。電子基準点では1日に1番から32番衛星と通信している。今回は国土地理院で提供されている電子基準点観測データを元に解析を行った。まず始めに、TECデータの変動を抽出する。TECデータの変動はTECの時系列データから移動平均を差し引くことにより抽出できる。その際、移動平均の幅を15分として計算した。次に、上記の方法で得られたTECデータの変動に対して、非線形時系列解析手法の一つであるリカレンスプロット (以下, RP) を作成する。ここで得られたRPのデータを隣接行列として見ることによって、各RP間のグラフ距離を計測する。今回は、文献[4]で提案されているネットワーク間距離を用いて各RP間の距離を計測した。ここで計測した距離データを用いて多次元尺度構成法を行い、地震のある日とない日の違いや地震の予兆について調査した。

2.1 リカレンスプロット

RPとは、アトラクタ上の各点間の相関関係を視覚化するものであり、時系列データの周期性・非周期性、定常性・非定常性などのデータ構造を2次元画像によって定性的に表現するものである。その結果、データのアトラクタ構造と時間発展情報が2次元画像として視覚化される。

RPを作成するには、一辺の長さがアトラクタ上の点の総数 N となるような2次元画像を用意する。時系列データ $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_k(t), \dots, x_n(t)) \in \mathbb{R}^n$ に対して2点間距離を式(1)により定義する。

$$D_{i,j} = \sqrt{\sum_{k=1}^n (x_k(i) - x_k(j))^2} \quad (1)$$

今回はTECの変動データに対して2点間距離を計算し、RPを作成した。具体的には式(2)で定義される。

$$R_{i,j} = \begin{cases} 1 & (D_{i,j} < \theta) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (2)$$

ただし、 θ は閾値である。また、 $D_{i,j} = D_{j,i}$ であるので、 $D_{i,j}$ の総数は、 $S = {}_n C_2$ となる。そこで、 S 個の距離 $D_{i,j}$ を昇順に並び替え、 $(S \times p)$ 番目にある $D_{i,j}$ を閾値 θ と設定した。なお、本論文では $p = 0.1$ とした。また今回はTEC変動データを遅延座標系に遅れ時間 $\tau = 1$ 、次元 $m = 10$ で埋め込んでRPを作成した。

2.2 ネットワーク間距離

文献[4]ではネットワーク間の距離を提案している。このネットワーク間距離はラプラシアン行列を用いて複雑ネットワーク間の構造の違いを効果的に定量化できる指標である。このネットワーク間距離を用いると実際のネットワークを適切に分類することもできる。これは、ラプラシアン行列がネットワークの構造的・力学的特性に関する重要な情報を含んでいるためである。また、このネットワーク間距離はネットワークの頂点数が異なる場合でも距離を算出することができる。ここではRPをネットワークの隣接行列として解析を行った。

2.3 多次元尺度構成法

距離データを2次元に配置する方法として多次元尺度構成法 [7] がある。多次元尺度構成法は対象間の類似度を視覚化する手法で、データに潜む空間構造を描き出すことができる。多次元尺度法にはいくつかのアルゴリズムが存在するが、今回使用したのは古典的多次元尺度法 (Classical multi-dimensional scaling, 以下, CMDS) である。ここでは TEC 変動の RP 間のネットワーク間距離を距離データとして解析を行った。

3 解析結果・考察

本章では 2011 年 3 月 11 日に発生した東日本大震災を解析対象とした。また、国土地理院から提供されている TEC データの時間は協定世界時 (以下, UT) で扱われている。UT は (日本標準時 (JST)−9) 時間となっている。東日本大震災は 2011 年 3 月 11 日 14 時 46 分 18 秒 (JST)、宮城県牡鹿半島の東南東沖 130km を震源とする地震である。地震の規模を表すマグニチュードは 9.0 で、日本周辺における観測史上最大の地震である。UT における地震発生時刻は 5 時 46 分 18 秒である。地震発生日、および地震発生 7 日前からの TEC の変化を調査した。本稿では地震発生日とその 7 日前の結果を報告する。まず、図 1 に 2011 年 3 月 11 日に 2 番衛星で観測された TEC データ、TEC データの移動平均、TEC の変動を示す。縦軸が TEC の値 [TECU]、横軸が UT [hour] である。TEC の変動を算出する前処理を可視化すると図 1 のようになる。

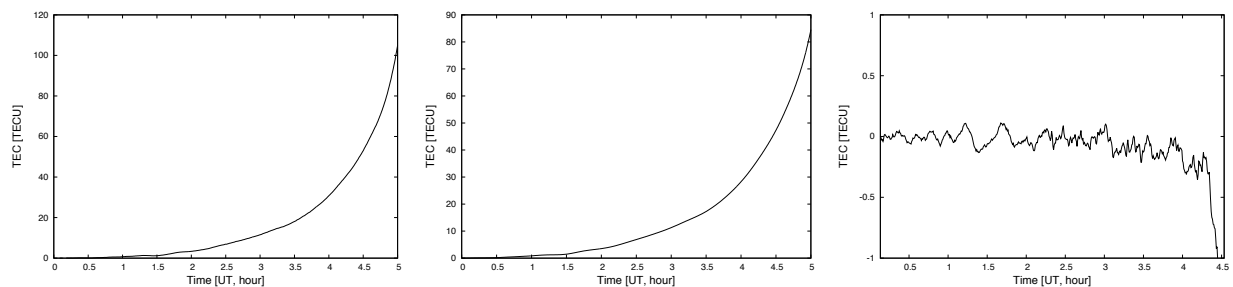


図 1: 2011 年 3 月 11 日に 2 番衛星で観測された TEC データ, TEC データの移動平均, TEC の変動。

3.1 東日本大震災

図 2 に 2011 年 3 月 4 日と 2011 年 3 月 11 日に観測された全衛星の TEC の変動を示す。横軸が UT [hour], 黒色の縦線は地震が発生した時刻を示している。

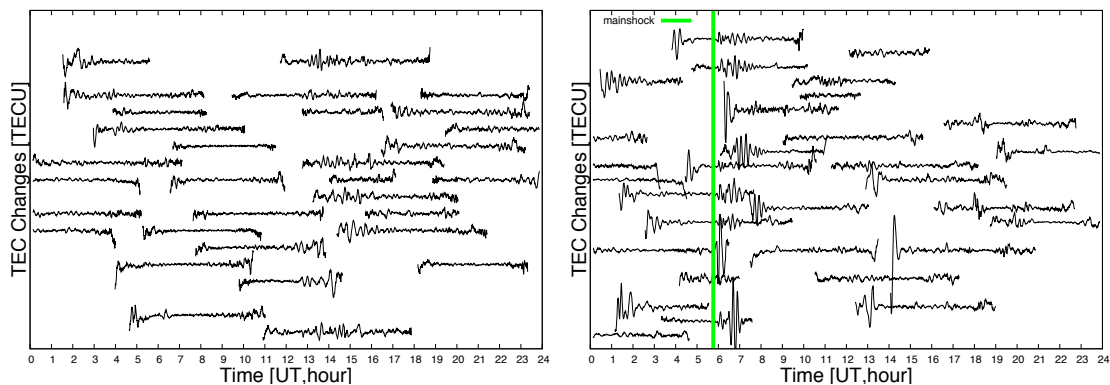


図 2: 2011 年 3 月 4 日 (左) と 2011 年 3 月 11 日 (右) の TEC の変動。

地震が発生していない 2011 年 3 月 4 日は 1 日を通して TEC の変動が少ないことがわかる。地震が発生した 2011 年 3 月 11 日は地震発生の約 4 時間前と地震発生直後に TEC の変動が非常に大きくなっていることがわかる。

次に図 3～5 に TEC の変動の時系列とその RP を示す。黒色の縦線は地震が発生した時刻を示している。図 3 は本震 1 週間前の TEC の変動の時系列と RP である。地震が起きていないときは TEC の変動が小さいことがわかる。図 4, 5 は地震が発生した日の TEC の変動の時系列と RP である。本震前後で TEC の変動が大きいことがわかる。この地震発生前の大きな変動は地震の前兆現象を捉えられているのではないかと考えられる。

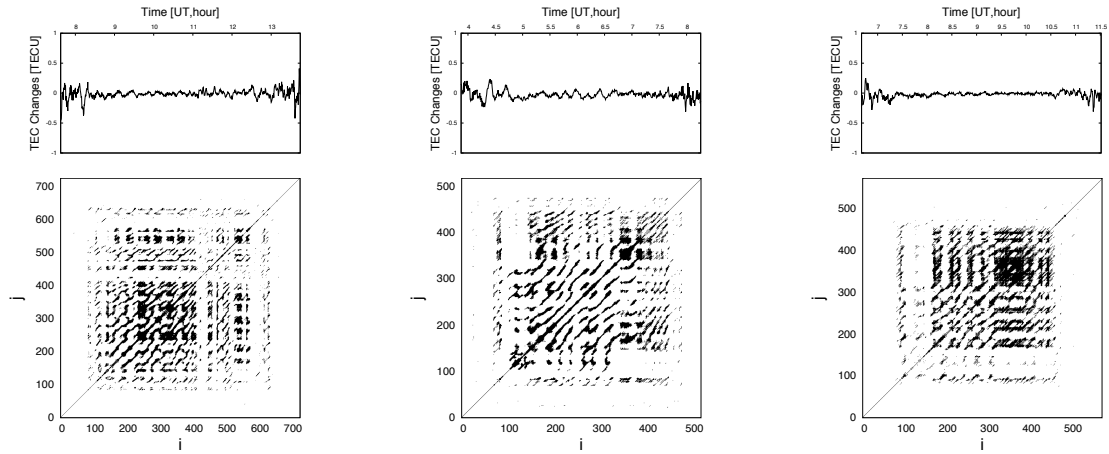


図 3: 2011 年 3 月 4 日の TEC の変動の時系列と RP (14, 21, 22 番衛星)

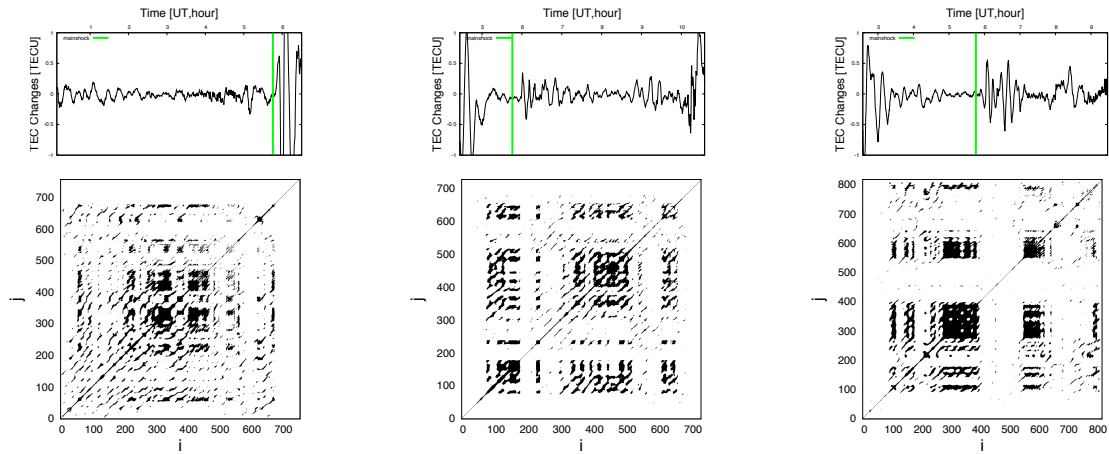


図 4: 2011 年 3 月 11 日の本震前後の TEC の変動の時系列と RP (5, 9, 15 番衛星)

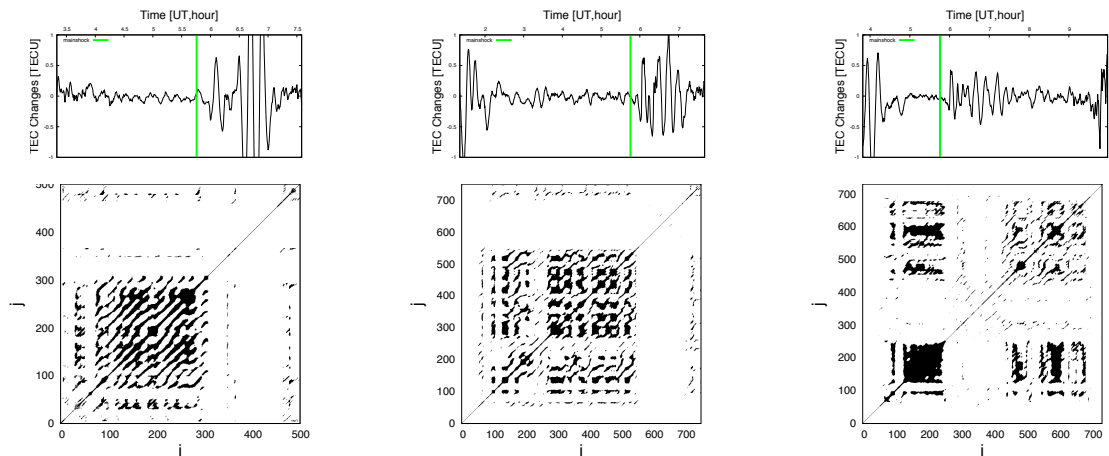


図 5: 2011 年 3 月 11 日の本震前後の TEC の変動の時系列と RP (21, 26, 27 番衛星)

TEC の変動が異なる部分が 2 点間距離 $D_{i,j}$ が大きい部分となるので、点が打たれている数が少なくなる。地震が発生していない時間帯と、地震発生前後の時間帯では TEC 変動のパターンが違うことが RP の画像より示唆される。

図 6 には 2011 年 3 月 4 日と 2011 年 3 月 11 日の各衛星間の全ての組み合わせのネットワーク間距離を計算した結果を示す。数字は衛星番号を表している。

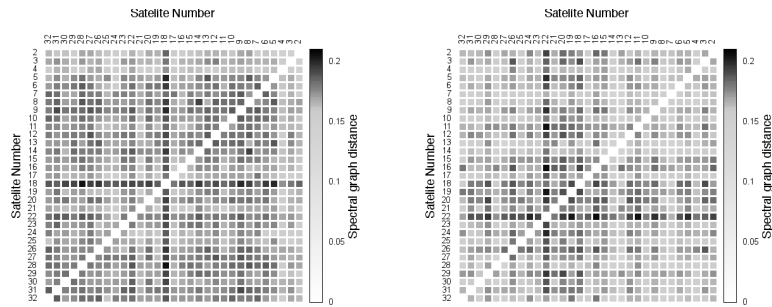


図 6: 2011 年 3 月 4 日 (左) と 2011 年 3 月 11 日 (右) の各衛星間の TEC 変動の RP のネットワーク間距離。

2011 年 3 月 4 日は最大値 0.206, 平均値 0.168, 2011 年 3 月 11 日は最大値 0.208, 平均値 0.162 という結果になった。最大値, 平均値に大きな差はなく, 結果としてネットワーク間距離の値には大きな差は現れなかった。

図 7 には TEC 変動の RP のネットワーク間距離を用いて CMDS を行った結果を示す。B が地震の前兆を捉えたもの, A が地震後の変動を捉えたもの, X が地震の前後に関係ないものとなっている。

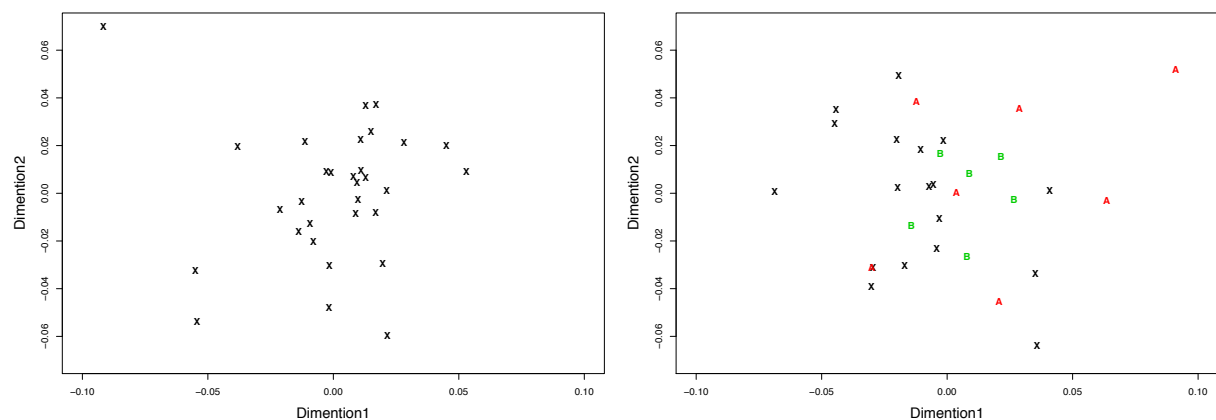


図 7: 2011 年 3 月 4 日 (左) と 2011 年 3 月 11 日 (右) の各衛星間の TEC 変動の RP のネットワーク間距離を用いた CMDS の結果。

図 7 をみると, 本震 1 週間前の 2011 年 3 月 4 日では全体的に中央に集まっていることがわかる。一方, 地震が発生した 2011 年 3 月 11 日では B, A, X が綺麗に分かれることはなかったが, 全体を見ると X が中央付近に集り, B, A が外れた位置にあることがわかる。しかし, 地震が発生した日と発生しなかった日では大きな差は見られなかった。

4 まとめ

本論文では, 電離層の電子密度の時系列データに対して非線形時系列解析法と複雑ネットワーク解析法を行い地震発生の予兆を調査した。結果として, 今回の研究では地震の予兆をはっきりと捉えることはできなかった。TEC 変動の時系列や RP では地震が発生した日と発生しなかった日, 地震発生前後と地震が発生していない時間帯では大きな差が見られた。しかし, ネットワーク間距離や多次元尺度構成法を行うとその差があまり見られなくなってしまった。これは, TEC の変動の時系列に存在する特徴が距離データに変換した際に失われてしまったことが考えられる。今後の課題としては, より多くの地震に対して解析を行うことが挙げられる。また, 様々な電子基準点のデータを調査することも必要である。

参考文献

- [1] J. Shuanggen, O. Giovanni and J. Rui. GNSS ionospheric seismology: Recent observation evidences and characteristics. *Earth-Science Reviews*, Vol. 147, pp. 54–64, 2015.
- [2] 日置幸介, 菅原守, 大関優, 岡崎郁也. GNSS-TEC 法でみる地震と火山噴火. 測地学会誌, Vol. 56, pp. 125–134, 2010.
- [3] 国土交通省 国土地理院 電子基準点データ提供サービス (<http://terras.gsi.go.jp/>)
- [4] Y. Shimada, Y. Hirata, T. Ikeguchi and K. Aihara. Graph distance for complex networks. *Scientific Reports*, Vol. 6, No. 34944, 2016.
- [5] N. Marwan, R. M. Carmen, T. Marco, and K. Jurgen. Recurrence plots for the analysis of complex systems. *Physics Reports*, Vol. 438, No. 5, pp. 237–329, 2007.
- [6] 池口 徹, 山田 泰司, 小室 元政 (2000), カオス時系列解析の基礎と応用, 合原一幸編, 産業図書.
- [7] 齊藤 亮幸, 宿久 洋 (2006), 関連性データの解析法, 共立出版.

構築法での使用頻度が高い枝を優先する局所探索法

木澤舞 (池口徹 教授)

1 はじめに

巡回セールスマン問題 (traveling salesman problem、以下 TSP) などの $\mathcal{NP}$ 困難な組合せ最適化問題に対して現実的な時間で最適解を求めることは難しい。そのため、短い時間で優れた近似解を発見する手法の開発が求められている。組合せ最適化問題に対する近似解法の一つに発見的解法がある。発見的解法は精度の保証はないが、一般的には精度の保証がある手法よりも良い性能を示すことが知られている。発見的解法には解を高速に生成することができる構築法や、時間はかかるが良い解を得ることができる局所探索法などがある。従来では、構築法により初期解を生成した後、局所探索法で改善するという方法が採用されることが多い。この意味では、構築法と局所探索法は独立して適用されている。しかし、例えば TSP に対する効果的な構築法の一つである最近傍法で複数の巡回路を生成すると、最近傍法でよく使用される枝は最適巡回路に含まれる枝である確率が高いことが分かる。即ち、最近傍法でよく使用される枝を巡回路に含むように局所探索を行うことでより良い解を得ることができる。そこで本論文では、構築法により得られた解の情報を使って局所探索法を行うことにより、両者の長所を生かした高速で精度の高い解法を開発することを目的とする。具体的には、TSP に対する効果的な局所探索法の一つである 2-opt 法実行時に、最近傍法でよく使用された枝ほど巡回路に含みやすくする手法を提案する。数値実験の結果、提案法は従来法よりも良い解を得ることに成功した。

2 TSP と構築法

2.1 TSP

都市の集合と都市間の距離が与えられたとき、全ての都市をちょうど一回ずつ訪問する巡回路のなかで巡回路長が最短のものを求める問題が TSP である。TSP の目的関数を式 (1) で表す。式 (1) において、 N は問題の都市数、 $d(a, b)$ は都市 a と都市 b の間の距離、 $t(i)$ は i 番目に訪問する都市、 $T = \{t(1), t(2), \dots, t(N)\}$ は都市の巡回順ベクトルである。

$$\min_T \left\{ \sum_{i=1}^{N-1} d(t(i), t(i+1)) + d(t(N), t(1)) \right\} \quad (1)$$

2.2 TSP に対する構築法

TSP に対する効率的な構築法として最近傍法と最近追加法がある [1]。本章では、最適巡回路が既知であるベンチマーク問題 [2] を用いて、これらの構築法により生成した巡回路と最適巡回路がどの程度枝を共有しているかを調査した。なお、問題名の数字の部分は問題の都市数を表す。

最近傍法 [1] は、まだ訪れていない都市の中で、現在の都市から最も近い都市を繋げることを繰り返して巡回路を構築する手法である。最初に訪問する都市 $t(1)$ に選ぶ都市によって得られる巡回路が変化する。そのため、最近傍法で得られる巡回路は N 通り存在する。アルゴリズムは以下の通りである。

1. 任意の都市を選び、 $t(1)$ とする
2. $j = 2, \dots, N$ に対して操作 3. を繰り返す
3. 既に選択した $t(1), \dots, t(j-1)$ 以外の都市の中から、 $t(j-1)$ との距離が最も短いものを選び、 $t(j)$ とする
4. $t(N)$ と $t(1)$ を繋ぎ、巡回路 $t(1) \rightarrow t(2) \rightarrow \dots \rightarrow t(N) \rightarrow t(1)$ を構成する

最近追加法 [1] は部分巡回路 T にまだ含まれていない都市の中で最も T に近い都市を T に追加することを繰り返して巡回路を構築する手法である。最初に選ぶ都市によって得られる巡回路が変化する。アルゴリズムは以下の通りである。

1. 任意の都市を選び、1つの都市からなる部分巡回路 T をつくる
2. 部分巡回路 T が全ての都市を含むまで以下の操作 3.~5. を繰り返す
3. $d(i, j)$ を最小にする都市 $i (\in T)$ と都市 $j (\notin T)$ の組合せを求める
4. 都市 i に隣接している2都市のうち1つを都市 $k (\in T)$ とする
5. 枝 (i, k) を枝 (i, j) と枝 (j, k) で置き換えることにより、部分巡回路 T に都市 j を追加する

3 構築法で生成した巡回路に含まれる枝と最適巡回路に含まれる枝の比較

まず始めに、 N 都市 TSP に対して、構築法を用いて最初に訪問する都市 $t(1)$ を変えた N 個の巡回路を生成する。 ${}_NC_2$ 個存在する全ての枝が、この N 個の巡回路に何回使用されているかを集計した。すなわち、構築法で生成された N 個の巡回路のうち、都市 i と都市 j の 2 都市を繋ぐ枝 (i, j) を含む巡回路の数を枝 (i, j) の使用頻度 $K(i, j)$ と定義する。また、使用率 $P(i, j) = K(i, j)/N$ と定義する。例えば、 $N = 6$ のとき、全部で 6 個の巡回路が生成される。ある枝 (i, j) がそのうち 3 個の巡回路で使用されていたとき、この枝 (i, j) の使用頻度 $K(i, j) = 3$ であり、使用率 $P(i, j) = 3/6 = 50\%$ である。使用頻度ごとに、構築法で生成された巡回路に使用された枝数とそのうち最適巡回路を構成する枝数をまとめた結果を図 1 に示す。図 1 は TSPLIB の eil101 を用いた結果である。図 1 の横軸は使用頻度、縦軸は枝数であり、used は構築法で生成した N 個の巡回路に使用された枝数、optimal は used に含まれる枝のうち最適巡回路を構成する枝数を示す。図 1 から、構築法での使用頻度が高い枝 (80 ~ 101) ほど、最適解を構成する枝である確率が高いということが分かる。また、最近傍法の結果と最近追加法の結果を比較すると、最近傍法のほうが使用頻度が高い枝の数が多い。

次に、最近傍法と最近追加法での使用率 100%(使用頻度が N) の枝のうち最適解を構成する枝数を表 1 に示す。どの問題でも最近傍法での使用率が 100%の枝のうち約 90%が最適解を構成する枝であるという結果になった。

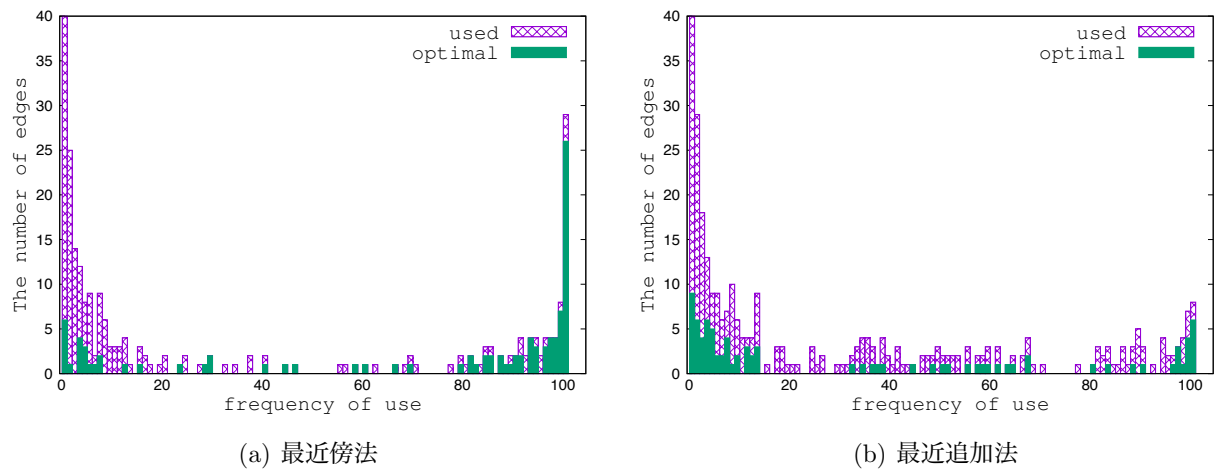


図 1: 構築法 ((a) 最近傍法と (b) 最近追加法) での枝の使用頻度の分布と、最適解を構成する枝の数 (eil101)

表 1: 最近傍法、最近追加法での使用率 100%の枝のうち最適解を構成する枝数

問題	最近傍法		最近追加法	
	使用率 100%の枝数	最適解を構成する枝数	使用率 100%の枝数	最適解を構成する枝数
st70	23	21 (91.3%)	9	7 (77.8%)
eil101	29	26 (89.7%)	8	6 (75.0%)
a280	37	33 (89.2%)	17	17 (100.0%)
pr1002	298	268 (89.9%)	121	111 (91.7%)

図 2 は最適解を構成する枝の最近傍法と最近追加法での使用頻度を色で示した図である。構築法での使用頻度が高い枝ほど濃い色でプロットした。図 2 から、最近傍法は最近追加法よりも、最適解を構成する枝を多く使用していることがわかる。

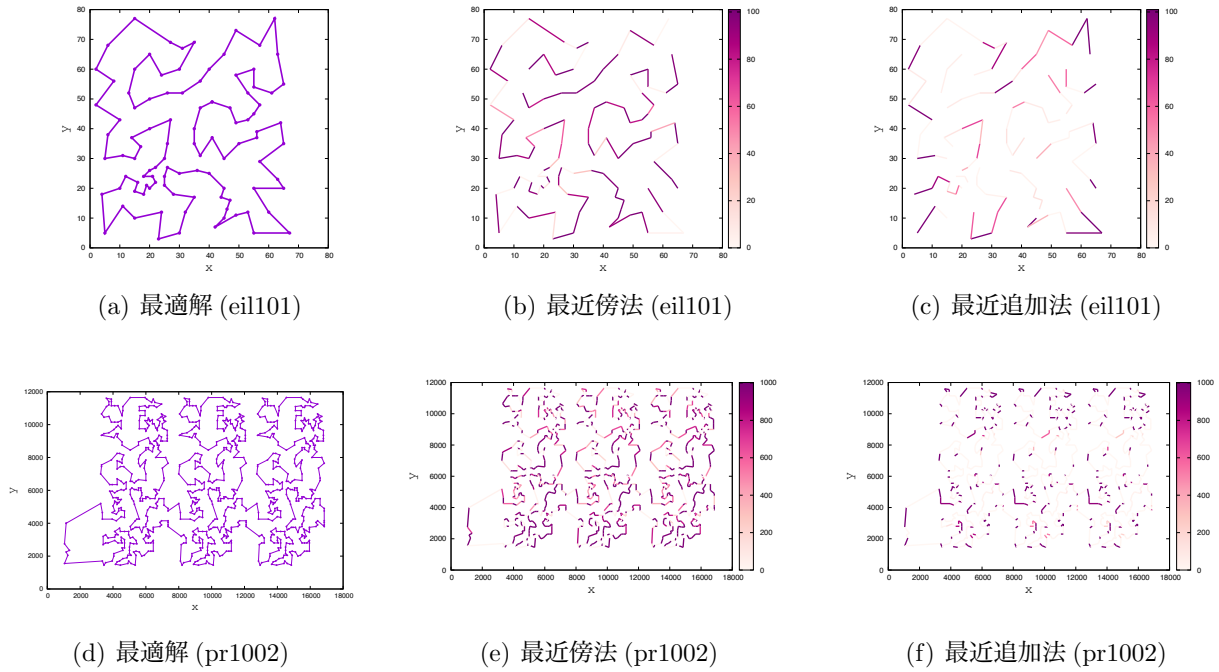


図 2: 最適解を構成する枝の構築法 (最近傍法, 最近追加法) での使用頻度

4 TSP に対する局所探索法

4.1 2-opt 法

2-opt 法は, 現在の巡回路から 2 つの枝を削除し, 別の 2 つの枝を追加することによって新しい巡回路を生成する手法である. 枝を繋ぎ替えることで巡回路長が短縮されるときはその繋ぎ替えを採用し, 短縮されないときは元の巡回順のままにする. この処理を巡回路中の全ての枝の組合せに適用しても改善できなくなるまで繰り返す.

4.2 提案法

最近傍法で頻繁に巡回路として使用される枝は最適巡回路に含まれる枝である確率が高いということが分かっている. そのため, 本論文では最近傍法で得られた各枝の使用率を利用して 2-opt 法により解の改善を行う手法を提案する. まず, 最近傍法を用いて最初に訪問する都市 $t(1)$ を変えた N 個の巡回路を生成し, 各枝の巡回路を構成する枝としての使用頻度を集計する. 次に, 追加する枝が削除される枝よりも最近傍法での使用率が高い場合のみ枝の繋ぎ替えを行うという制約をつけて 2-opt 法を行う. 最も使用率の高い枝を優先して巡回路に含めるため, 追加する 2 本の枝と削除される 2 本の枝のそれぞれの使用率の最大値を用いて比較する. 制約下で改善できる箇所がなくなったとき, 制約のない 2-opt 法に移行する. 提案法の疑似コードを Algorithm1 に示す.

Algorithm 1 最近傍法での使用率の高い枝を優先する 2-opt 法

```

1: for  $i = 1 \dots N - 2$  do
2:   for  $j = i + 2 \dots N$  do
3:     if  $\max(P(t(i), t(i + 1)), P(t(j), t(j + 1))) \leq \max(P(t(i), t(j)), P(t(i + 1), t(j + 1)))$  then
4:       if  $d(t(i), t(i + 1)) + d(t(j), t(j + 1)) > d(t(i), t(j)) + d(t(i + 1), t(j + 1))$  then
5:         for  $k = 0 \dots \frac{j-i}{2} - 1$  do
6:           swap  $t(i + 1 + k)$  and  $t(j - k)$ 
7:         end for
8:       end if
9:     end if
10:   end for
11: end for

```

5 数値実験

提案法の性能を数値実験で評価した。性能の比較には従来法 (2-opt 法) を使用した。従来法では初期解を任意の都市を始点とした最近傍法で生成し、巡回路が改善できなくなるまで 2-opt 法を繰り返した。一方、提案法では、まず各都市を始点とした N 個の巡回路を生成し、各枝が巡回路に含まれる頻度を計算した。次に、巡回路が改善できなくなるまで制約付きの 2-opt 法 (Algorithm1) を繰り返した。都市数 3,000 以下の問題はそれぞれ N 回、それ以外の問題は 20 回試行している。従来法と提案法で [2][3] のベンチマーク問題を解いた際の誤差率と計算時間を表 2 に示す。表 2 において、従来法と提案法を比較して低い誤差率を太字で示した。また、計算時間は最近傍法での解の構築に必要な時間と、局所探索に必要な時間を分けて表記した。最近傍法の計算時間は従来法では 1 回の構築、提案法では N 通りの解の構築に必要な時間を示す。局所探索の計算時間は平均値である。提案法では従来法と比較して誤差率の平均が 0.1% ~ 0.3% ほど低くなっており、最小値と最大値も殆どの問題で改善されている。

表 2: 誤差率と計算時間

問題名	手法	誤差率 [%]			計算時間 [s]	
		最小値	最大値	平均値	最近傍法	局所探索
st70	従来	2.40	15.90	7.30	0.0001	0.0016
	提案	1.80	15.90	7.10	0.0037	0.0034
eil101	従来	3.00	11.80	6.80	0.0001	0.0019
	提案	2.10	11.60	6.70	0.0086	0.0050
a280	従来	3.70	14.00	7.80	0.0003	0.0075
	提案	2.40	13.00	7.60	0.0724	0.0194
pr1002	従来	4.90	11.60	8.10	0.0028	0.1144
	提案	5.20	11.50	8.00	2.7989	0.2913
nrw1379	従来	5.80	9.89	8.04	0.0060	0.1332
	提案	5.65	9.63	7.83	8.3445	0.4222
ley2323	従来	6.86	11.40	9.10	0.0202	0.4077
	提案	6.41	11.12	8.80	47.1287	0.7885
dbj2924	従来	6.85	10.47	8.59	0.0265	0.6616
	提案	6.57	10.26	8.17	77.6923	1.4229
ca4663	従来	8.29	10.95	9.52	0.0753	2.5424
	提案	8.35	10.38	9.26	351.2240	6.2458
ja9847	従来	8.82	10.43	9.39	0.3031	11.9705
	提案	8.45	10.17	9.30	2984.8781	32.5771
gr9882	従来	8.68	10.50	9.50	0.3003	12.1483
	提案	8.61	10.05	9.29	2967.3503	31.7108

6 まとめ

最近傍法における使用頻度の高い枝を優先して 2-opt 法を行うことで、従来法よりも計算時間は増加するが、誤差率が低減されることを確認した。これは、最近傍法で生成される巡回路と最適巡回路が多く枝を共有していることが理由であると考えられる。この結果から、最近傍法における各枝の使用頻度のデータは局所探索法において有効であると考えられる。

参考文献

- [1] 山本芳嗣, 久保幹雄, 巡回セールスマン問題への招待, 朝倉書店, 1997.
- [2] TSPLIB, <http://comopt.ifl.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/> (最終閲覧日: 2018 年 5 月 3 日)
- [3] Traveling Salesman Problem, <http://www.math.uwaterloo.ca/tsp/index.html> (最終閲覧日: 2018 年 12 月 11 日)

Visibility Graph を用いた高速株式取引データの解析に関する研究

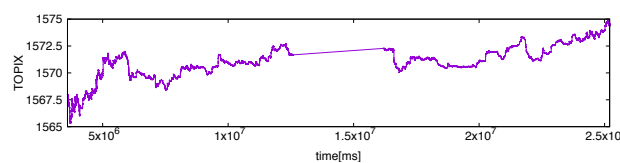
高野泰地 (池口徹 教授)

1 はじめに

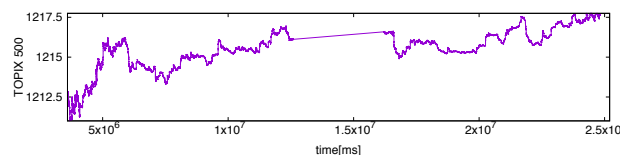
高速株式取引とはアルゴリズムを計算機上で実行することで高速に売買する取引のことである。これにより株式市況を自動的に判断しミリ秒単位の取引が可能になった。これにより高速株式取引が盛んになり高時間解像度を有するデータが作成されるようになった。株式市場はブラウン運動に従うとされ、そのトレンド分析が株価予測において重要である。トレンドの強さを示すハースト指数の推定はR/S解析などの手法が用いられるがマーク付き点過程データに対しては用いることができない。Visibility Graph(以下, VG)[1] はマーク付き点過程データ対しても解析ができる。本稿では2017年3月10日の東証一部上場企業の株価指数値に対し時系列データを30分間隔に分割しVGを用いてハースト指数の推定を行う。その結果、時間よりハースト指数が変化することがわかった。ハースト指数の変化が何に依存するかを調査するために、サロゲートデータ法を用いて解析を行う。

2 解析対象とするデータ

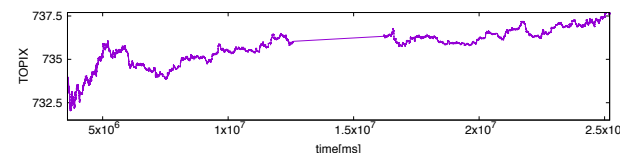
日本全体の株式市場における株価の変動を表す指標の一つがTOPIX(図3(a))である[3]。TOPIXとは東証一部上場企業の全企業(データ取得時点で2002社)を含めて算出された指標である。その中でもTOPIX Core30(図1(c)), TOPIX 500(図1(b))は東証一部上場企業の内時価総額、流動性が高い500社と30社をピックアップした指標である。本論文で用いる高速株式取引データは取引が行われたタイミングを点過程、重みをTOPIX値としたマーク付き点過程データである。本論文では2017年3月10日の1[ms]オーダーのTOPIXの変動データを用いた。



(a) TOPIX



(b) TOPIX500



(c) TOPIX Core30

図 1: 高速株式取引データの時系列

3 Visibility Graph

VG は時系列データをネットワークに変換する手法で、変換されたネットワークは時系列データの特徴を継承している。VG は時系列データを棒グラフにして考えたとき、各棒の頂上から他の頂上が視認できる場合にその 2 頂点間に枝を張る (図 2)。この操作を全ての頂上の組み合わせに対して行うことでネットワークを構築する。VG の頂点は時系列の各データに対応し任意の 2 データ t_a, t_b とその中間データ t_c が式 (1) を満たす場合に 2 データ間に枝を張る。

$$y_c < y_b + (y_a - y_b) \frac{t_b - t_c}{t_b - t_a} \quad (1)$$

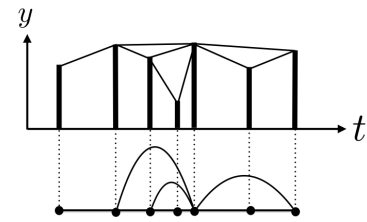


図 2: VG のアルゴリズム

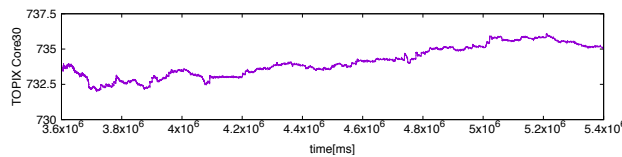
VG は各値、時間を定数倍してもネットワーク構造が変わらず隣り合うデータ間に必ず枝が張られるため孤立点を持たない。VG は無向グラフでありフラクタル性を持つ時系列ではスケールフリーネットワークになる。VG の次数分布の傾きから時系列のトレンドを示すハースト指数 H を推定することができる [2]。VG の次数分布を log-log プロットした場合の分布の傾き γ とハースト指数 H は $\gamma(H) = 3.1 - 2H$ の関係がある。VG の log-log プロットの傾き γ の推定には式 (2) を用いる [4]。式 (2) の k_{min} はべき乗則を保持する最小の次数であり本稿では $k_{min} = 10$ とした。

$$\gamma = 1 + n \left[\sum_{i=1}^n \ln \frac{k_i}{k_{min}} \right]^{-1} \quad (2)$$

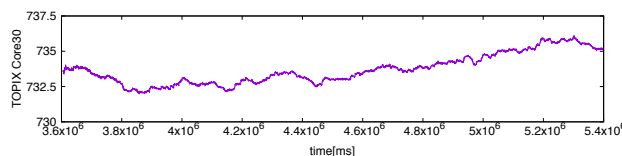
4 解析手法

1 日の東京証券取引所の株式取引は 9 時から始まり 15 時に終わる。11 時半から 12 時半の 1 時間は昼休憩で取引がなく 1 日の取引時間は 5 時間である。5 時間の取引を 30 分に分割し TOPIX Core30 を 10 個の時系列データに分割した。分割したデータに対して取引の時間間隔の RS サロゲートデータ [5] を作成し比較を行った。RS サロゲートデータと比較することで、取引の時間的相関がハースト指数に影響しているかを検定することができる。

1 日の高速株式取引データの取引開始から 30 分間のデータ、取引の時間間隔の RS サロゲートデータの時系列を図 3 に示す。元データの時系列に比べ取引の時間間隔の RS サロゲートデータの時系列は、前半が引き伸ばされているような時系列となっている。取引の時間間隔の時間的相関がハースト指数 H に影響するかを調べるため、今回は 10 パターンの RS サロゲートデータを作成しそれぞれに対してハースト指数 H を推定し、元データと比較した。



(a) 元データ

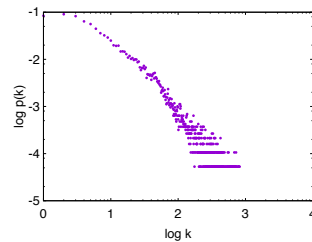


(b) 時間間隔に対しての RS

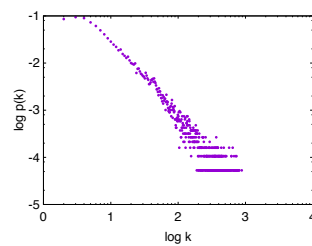
図 3: 高速株式取引データの時系列、取引開始から 30 分間

5 結果

図3の各時系列から作成したVGの次数分布を図4に示す．元データ図4(a)と取引の時間間隔のRSサロゲートデータの時系列から生成されたVGの次数分布はべき乗則に従うことがわかる．



(a) 元データ



(b) 時間間隔に対してのRS

図4: 高速株式取引データの時数分布, 取引開始から30分間

30分間隔で分割した元データに対し次数分布の傾きからハースト指数 H を求めた．結果を図5に示す．TOPIXcore30のハースト指数 H は時間変化していることがわかる．30分間隔で分割した元データから取引時間間隔のRSサロゲートデータを10個作成し分布を調査した(図5)．取引時間間隔のRSサロゲートデータのハースト指数 H の分布に、午後9時からの30分、午後1時からの30分、午後2時からの30分以外は元データのハースト指数 H は含まれず、これらの時間以外の部分では時間相関がハースト指数 H に影響していることが示唆される．

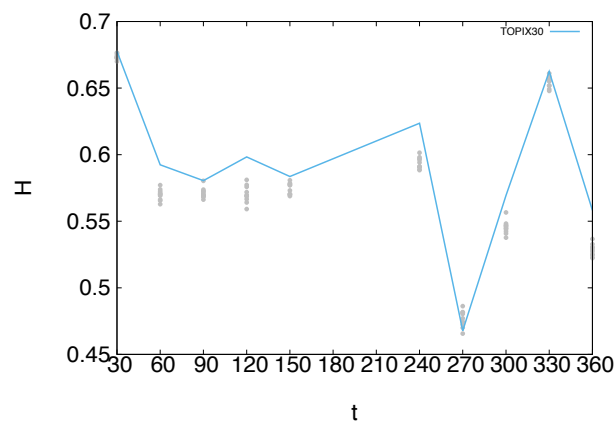


図5: RS前とRS後の H の関係

6 まとめ

本論文では 2017 年 3 月 10 日の東証一部上場企業の株価指数値に対し時系列データを 30 分間隔に分割したデータに対し取引時間間隔の RS サローゲートデータを作成した。作成したデータと元データに対し VG を用いてハースト指数の推定を行ったところ元データと RS サローゲートデータではハースト指数 H が異なる時間が現れ取引時間間隔の時間的相関がハースト指数 H に影響していることが示唆された。

参考文献

- [1] L Lacasa, B Luque, F Ballesteros, J Luque, and J Carlos Nuno. “From time series to complex networks: The visibility graph,” PNAS, Vol. 105, No. 2, PP. 4972-4975, 2008.
- [2] L. Lacasa, B. Luque, J. Luque and J. C. Nuno, “The visibility graph: A new method for estimating the Hurst exponent of fractional Brownian motion,” EPL, Vol. 86, No. 3, 3001, 2009.
- [3] 日本取引グループ, “東証指数算出要領”
https://www.jpx.co.jp/markets/indices/topix/tvdivq00000030ne-att/cal_3_topix.pdf
- [4] M. E. J. Newman, “Power laws, Pareto distributions and Zipf’s law,” Physics, 46, pp 323-351, 2005,
- [5] 池口 徹, 小室 元政, 山田 泰司, “カオス時系列解析の基礎と応用” 合原 一幸編, 産業図書, 2010.

その他国内発表会

Solving the Steiner Tree Problem in Graphs by the Chaotic Neural Network Using Vertex Based Neighborhood

Misa Fujita^{†1}, Takayuki Kimura^{†2}, and Tohru Ikeguchi^{†1,3}

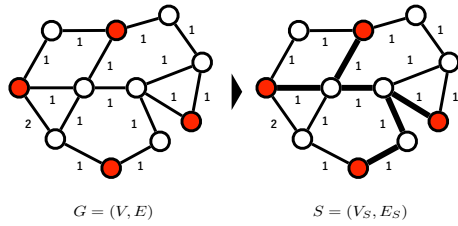
^{†1} Department of Management Science, Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science

^{†2} Department of Electrical, Electronics, and Communication Engineering, Faculty of Fundamental Engineering, Nippon Institute of Technology

^{†3} Department of Information and Computer Technology, Faculty of Engineering, Tokyo University of Science



① The Steiner Tree Problem in Graphs



■ Objective function

$$\min \sum_{e \in E} c(e)z(e)$$

$c(e)$: weight of the edge e
 $z(e)$: decision variable

■ Decision variable

$$z(e) = \begin{cases} 1 & (e \in E_S) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

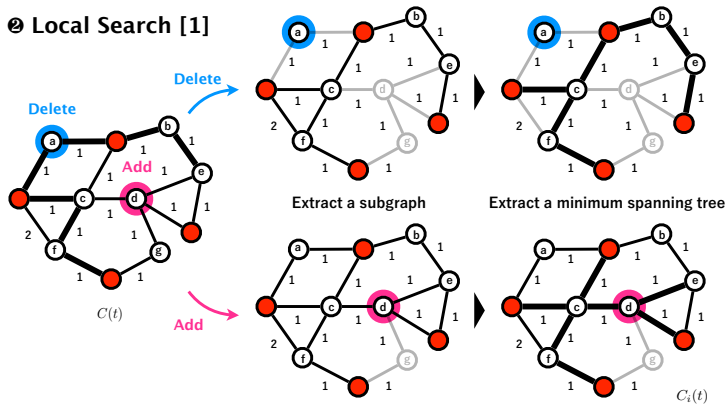
○ : Vertex
 ● : Terminal
 — : Edge

V_S : Vertex set of S

E_S : Edge set of S

Includes all terminals

② Local Search [1]



③ The Chaotic Neural Network [2-4]

■ Gain effect
 Decreases the objective function value

$$\xi_i(t+1) = \beta(C(t) - C_i(t))$$

β : Scaling parameter

$C(t)$: The cost of the solution at time t

$C_i(t)$: The cost of the neighborhood solution corresponds to the i th neuron at time t

■ Refractory effect
 Escapes from local minima

$$\zeta_i(t+1) = -\alpha \sum_{d=1}^{t-1} k^d x_i(t-d) + \theta$$

α : Scaling parameter

k : Decay factor

$x_i(t)$: Output of the i th neuron at time t

θ : positive bias

■ Regulation of the firing rate
 If no neuron fired, neurons are positive biased at the next iteration

$$\eta_i(t+1) = -W \sum_{l=1}^{|V|} x_l(t) + W$$

W : Connection weight of each neuron

■ Output of neuron
 Neurons fired when its output is larger than 0.5

$$x_i(t+1) = f\{\xi_i(t+1) + \zeta_i(t+1) + \eta_i(t+1)\}$$

f : activation function of neurons (we used sigmoidal function)

④ Numerical Experiments

■ Purpose

The chaotic search shows good performance where the average firing rate (AFR) is 10 ~ 20% ex) the traveling salesman problems [2] the quadratic assignment problems [5]

Is this valid for the Steiner tree problem in graphs?

■ Conditions

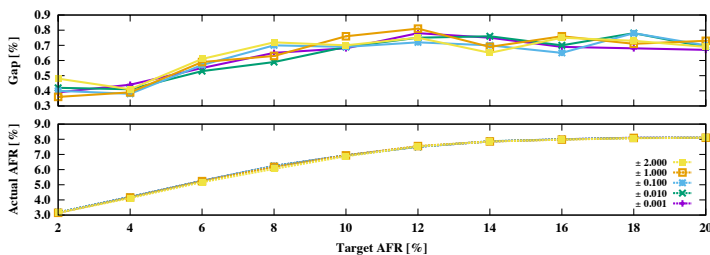
- Used a benchmark problem set C in Steinlib [6]
- Used the method in [7] to construct an initial solution
- Parameters of the chaotic search were set to $a = 1, k = 0.9, \theta = 0.1, W = 0.1, \varepsilon = 0.01$
- β was tuned automatically to keep the target AFR

$$\beta(T+1) = \begin{cases} \beta(T) + 0.5 & (\text{if A. AFR} < \text{T. AFR}) \\ \beta(T) - 0.5 & (\text{if A. AFR} > \text{T. AFR}) \\ \beta(T) & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

$$\text{FR} = \frac{\text{the number of fired neurons}}{\text{the number of feasible solutions}} [\%]$$

- Upper limit of the iterations was 1,000
- We obtained solutions 50 times per instance

■ Results

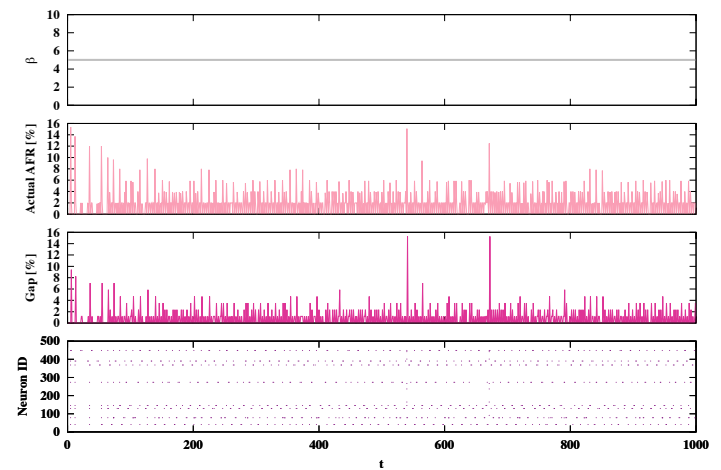


Actual AFR [%]

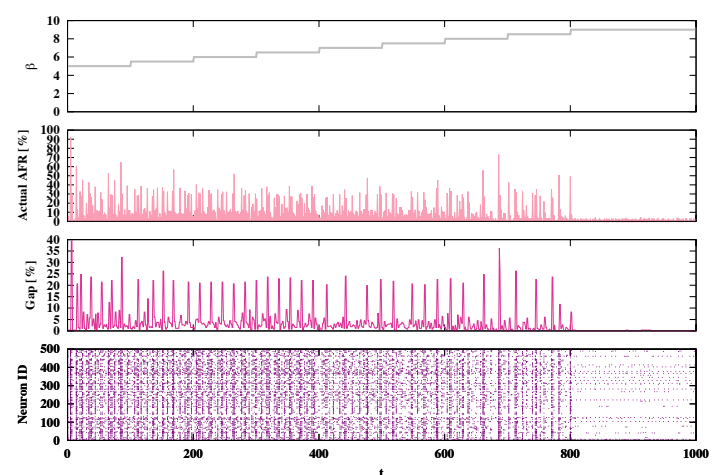
Name	Target AFR 2.0 ± [%]		
	0.001	0.1	2.0
c01	1.98	1.97	1.97
c02	1.82	1.79	1.37
c03	1.92	1.94	1.55
c04	1.98	1.97	1.34
c05	2.06	2.06	2.49
c06	1.80	1.80	1.31
c07	1.77	1.80	1.24
c08	1.91	1.91	2.11
c09	2.29	2.28	2.63
c10	2.68	2.68	2.99
c11	2.02	2.01	2.25
c12	1.98	2.01	1.94
c13	2.57	2.57	3.00
c14	3.22	3.23	3.39
c15	4.83	4.84	4.84
c16	3.79	3.81	3.86
c17	4.12	4.12	4.15
c18	6.70	6.71	6.69
c19	6.84	6.86	6.78
c20	7.27	7.28	7.00
Average	3.18	3.18	3.15

Searching processes (target AFR is 2.0±0.001%)

□ c01



□ c20



References

- [1] E. Uchoa and R. F. Werneck, ACM J. of Experimental Algorithms, vol. 17, no.2, article 2.2, 2012.
- [2] M. Hasegawa, T. Ikeguchi and K. Aihara, Neural Networks, vol. 15, pp. 271-283, 2002.
- [3] M. Fujita, T. Kimura and T. Ikeguchi, in Proc. of MIC2017, pp. 834-836, 2017.
- [4] M. Fujita, T. Kimura and T. Ikeguchi, in Proc. of NOLTA2017, pp.712-715, 2017.
- [5] M. Hasegawa, T. Ikeguchi, K. Aihara and K. Itoh, Euro. J. of Oper. Res., vol. 139, no. 3, pp. 543-556, 2002.
- [6] T. Koch, A. Martin and S. Voss, in Steiner trees in industry, Springer US, pp. 285-325, 2001.
- [7] H. Takahashi and A. Matsuyama, Math. Japonica, vol. 26, no. 6, pp. 572-577, 1980.



Effect of network structures on causality estimation between coupled nonlinear oscillators



Kazuya Sawada^{†1}, Yutaka Shimada^{†2}, Tohru Ikeguchi^{†1,3}

^{†1} Department of Management Engineering, Faculty of Engineering, Tokyo University of Science

^{†2} Department of Information and Computer Sciences, Graduate School of Science and Engineering, Saitama University

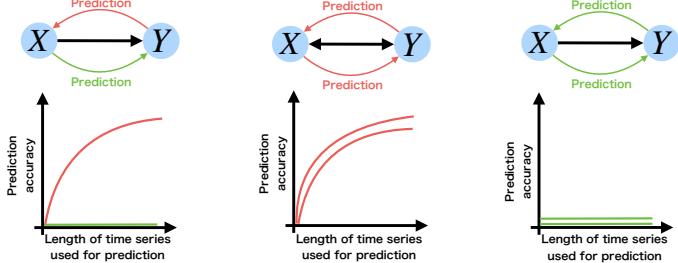
^{†3} Department of Information and Computer Technology, Faculty of Engineering, Tokyo University of Science

1 Convergent cross mapping (CCM) [1]

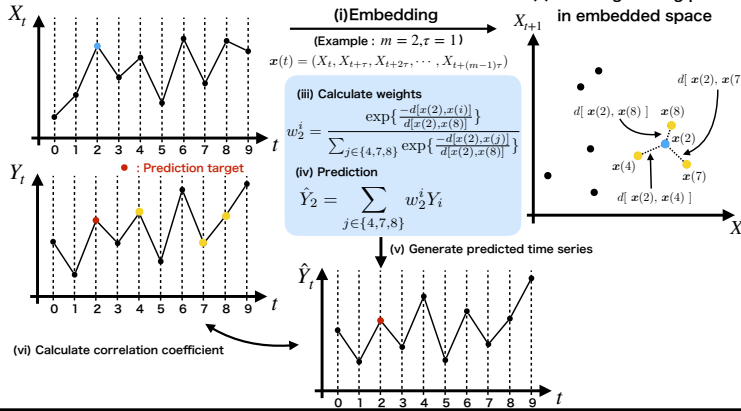
Convergent Cross Mapping can detect causal relation between time series data produced from a nonlinear deterministic system.

① Overview

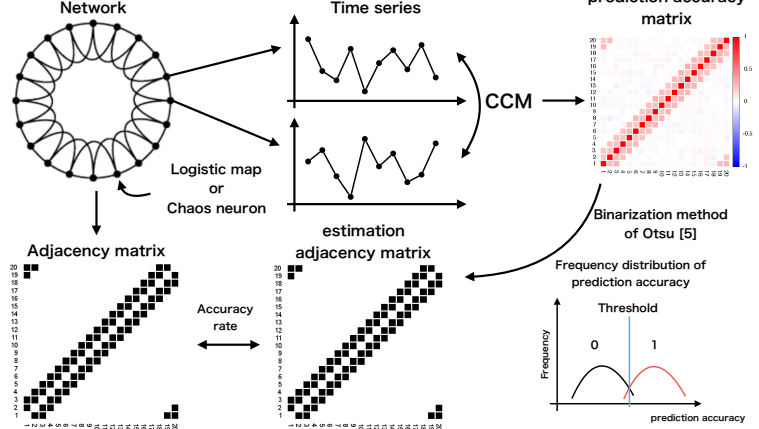
- Information on the time series data of the influence destination is accumulated in the affected time series data
- The more data we use, the more information we get → Prediction accuracy of time series increases



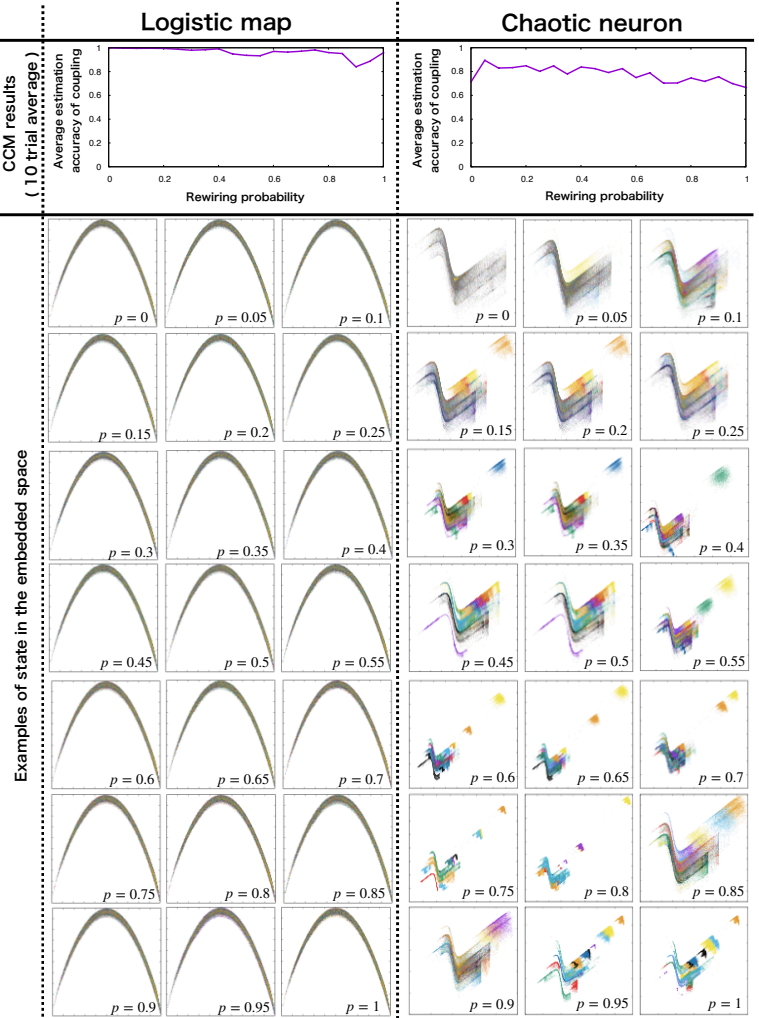
② Prediction algorithm(In-sample)



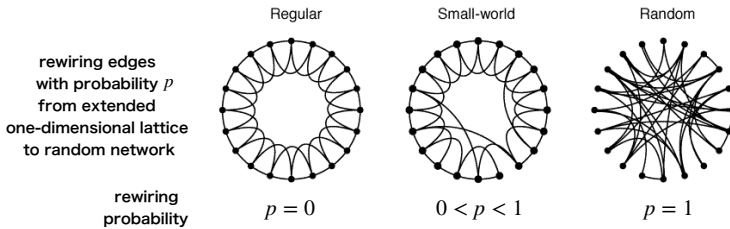
5 Experiment procedure



6 Results (CCM parameter : $m = 2, \tau = 1$)



2 Watts-Strogatz model (WS model) [2]



3 Coupled logistic map [3]

$$x_i(t+1) = (1-\varepsilon)f(x_i(t)) + \frac{\varepsilon}{k_i} \sum_{j=1}^N a_{ij}f(x_j(t))$$

• Parameters

$x_i(t)$: Value at vertex i at time t
 ε : Coupling strength between the vertices

$f(z)$: Logistic map $f(z) = az(1-z)$

k_i : Degree of the vertex i

N : Number of vertices of the network

a_{ij} : (i, j) th component of the adjacency matrix

• Conditions

$\varepsilon = 0.1$

$a = 4.0$

$N = 20$

4 Chaotic neural network [4]

$$y_i(t+1) = k_i y_i(t) - \alpha_i f(y_i(t)) + a_i + \sum_{j=1}^N w_{ij} f(y_j(t))$$

• Parameters

$y_i(t)$: Value at vertex i at time t

k_i : Refractory time decay constant

α_i : Coefficient for refractory terms

$f(w)$: Sigmoid function $f(w) = \frac{1}{1 + \exp(-w/\varepsilon)}$

a_i : Bias

N : Number of vertices of the network

w_{ij} : Coupling strength between vertex i and vertex j

• Conditions

$k_i = 0.8$

$\alpha_i = 1.0$

$a_i = 0.2$

$\varepsilon = 0.04$

$w_{ij} = 0.2$

$N = 20$

7 Conclusion

- Logistic map has higher estimation accuracy than chaotic neuron
- Estimation accuracy decreases when periodic solutions and synchronization occur
- Estimation accuracy on random network is lower than regular network

References

- [1] G. Sugihara, et al., *Science*, Vol. 338, No. 6106, pp. 496–500, 2012.
- [2] D. J. Watts and S. H. Strogatz, *Nature*, Vol. 393, No. 6884, p. 440–442, 1998.
- [3] S. Jalan and A. Singh, *Europhysics Letters*, Vol. 113, No.3, pp. 30002, 2016.
- [4] K. Aihara, et al., *Physics letters A*, Vol. 144, No. 6–7, pp.333–340, 1990.
- [5] N. Otsu, *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics*, Vol. 9, No. 1, pp.62–66, 1979



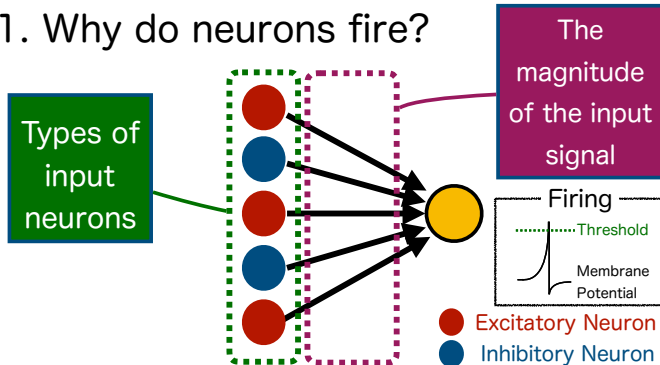
Effect of Excitatory/Inhibitory Neuron Ratio on STDP Learning Mechanism



Nanfu Miya,¹ Yutaka Shimada,² Kantaro Fujiwara,³ Tohru Ikeguchi¹

Tokyo University of Science,¹ Saitama University,² The University of Tokyo³

1. Why do neurons fire?

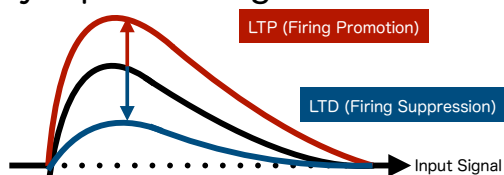


2. Excitatory/Inhibitory Neuron

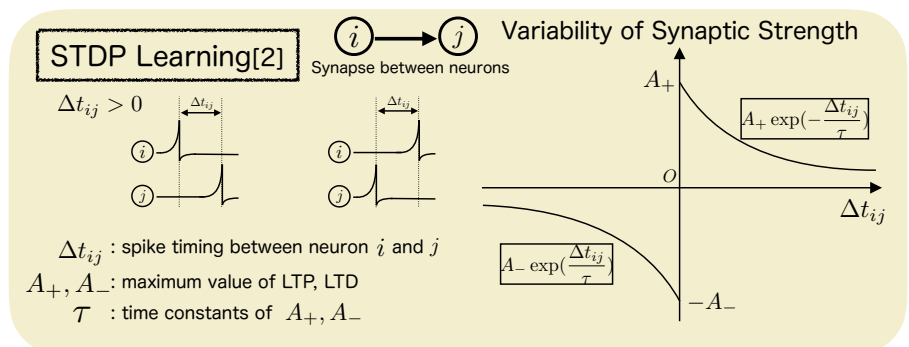
	● Excitatory	● Inhibitory
Signal	Positive	Negative
Firing	Promotion	Suppression
Ratio (physiological experiment[1])	80%	20%

Inhibitory neurons play a crucial role in controlling excessive firings and synchronization in neural networks.

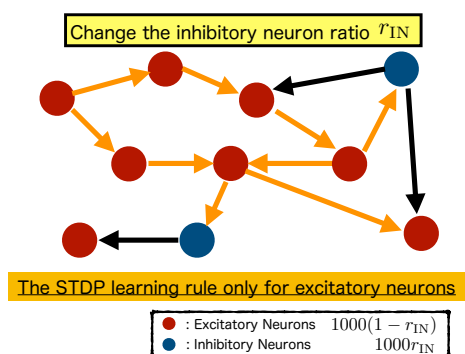
3. Synaptic Strength



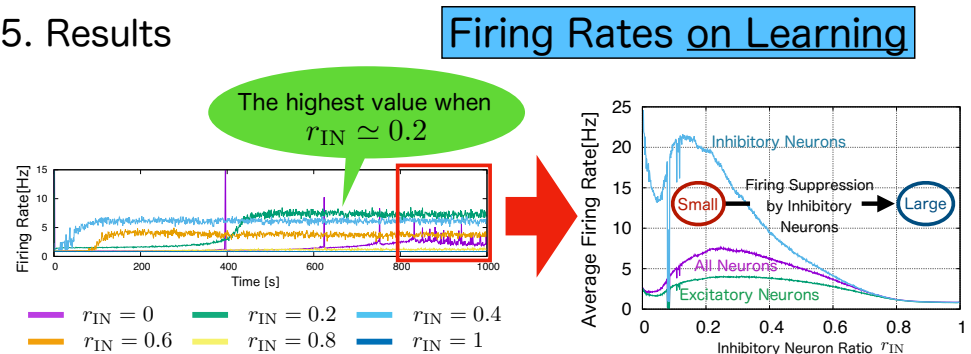
Neurons have individual synaptic strengths.
They change with the state of the firing.



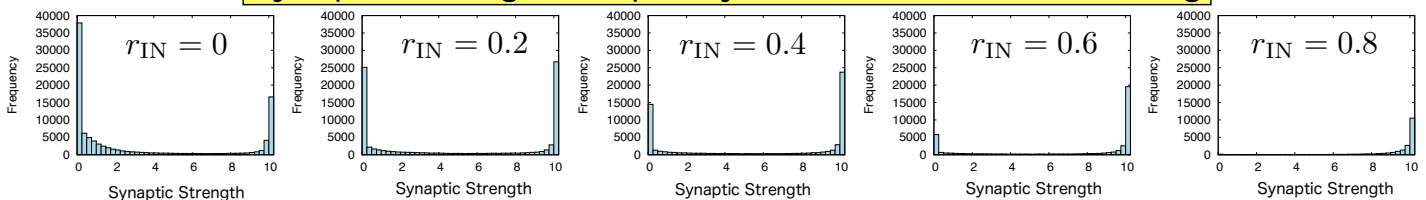
4. Numerical Experiment[3]



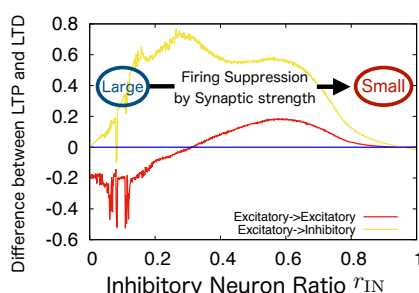
5. Results



Synaptic strength frequency distribution after Learning



The average variability of synaptic strength



6. Conclusion

Two suppressions depend on neuron ratio

Inhibitory Neuron Ratio	Low $\longleftrightarrow$ High
Firing Suppression by Inhibitory Neurons	Small $\longleftrightarrow$ Large
Firing Suppression by Synaptic Strength (Learning)	Large $\longleftrightarrow$ Small

The whole neural network were activated when both suppressions were hardly to occur.

References

- [1] DeFelipe J. and Farinas I., Progress in neurobiology, Vol. 6, No. 39, pp. 563-607, 1992.
- [2] Bi G. Q. and Poo M. M., The Journal of Neuroscience, Vol. 18, No. 8, pp. 10464-10472, 1998.
- [3] Izhikevich E. M., Neural Computation, Vol. 2, No. 18, pp. 245-282, 2006.

非線形ワークショップ

論文“Detecting Causality in Complex Ecosystems”[1]の紹介

東京理科大学 池口研究室 B4 澤田 和弥

1 はじめに

Granger causality[2]

$$\sigma^2\{Y|\bar{U}\} < \sigma^2\{Y|\bar{U}-\bar{X}\} \quad X \rightarrow Y$$

→ 決定論的な力学系に対して因果推定が上手くいかない場合もある

決定論的な性質を持つ力学系に対して因果関係を特定できないか？

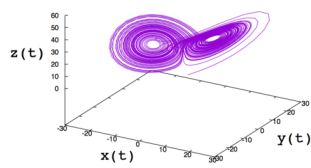
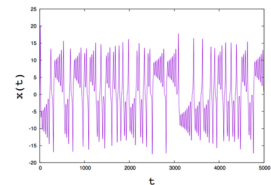
2 Takensの埋め込み定理[3]によるアトラクタの再構成[4]

Takensの埋め込み定理

d 次元のコンパクトな多様体 M と C^2 級写像
 $f: M \rightarrow M$, $g: M \rightarrow \mathbb{R}^1$ が与えられたとき
 $m > 2d$ であれば、次の写像 $V: M \rightarrow \mathbb{R}^m$ は
 生成的に埋め込みである。

$$V(x) = (g(x), g(f(x)), g(f^2(x)), \dots, g(f^{m-1}(x)))$$

・元のアトラクタ

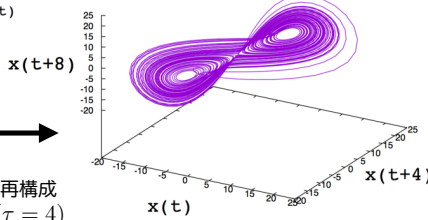
・ x の時系列

適切な埋め込み次元、遅れ時間で再構成された
 アトラクタはすべての変数を用いて描かれた
 アトラクタと同等の情報を保持

時系列間の似通った挙動を図形的に捉えることができる

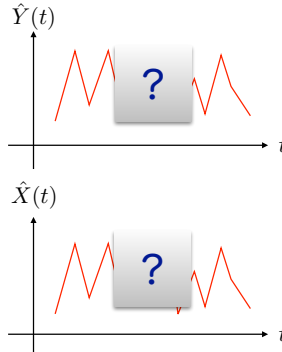
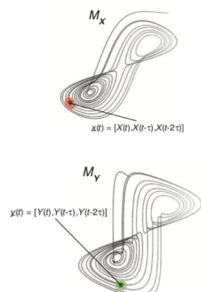
例: Lorenz方程式

・再構成したアトラクタ

再構成
($\tau = 4$)

3 Convergent Cross Mapping(CCM)[1][5]

① Cross Mappingの概要



② Cross Mappingの手法

・時間遅れベクトル

$$\mathbf{x}(t) = (X_t, X_{t-\tau}, X_{t-2\tau}, \dots, X_{t-(E-1)\tau})$$

・重み

$$w_{t_i} = \begin{cases} \frac{u_{t_i}}{\sum_{j=1}^{E+1} u_{t_j}} & (d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t_i)] \neq 0) \\ 1 & (d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t_i)] = 0) \end{cases}$$

ただし,

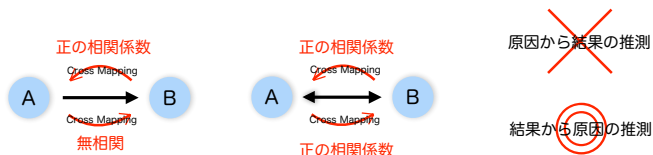
$$u_{t_i} = \exp \frac{-d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t_i)]}{d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t_1)]}$$

・推測

$$\hat{Y}_t = \sum_{i=1}^{E+1} w_{t_i} Y_{t_i}$$

すべての時間に対して計算し、
実際の時系列との相関係数を比較

③ Cross Mappingにより得られる結果と解釈

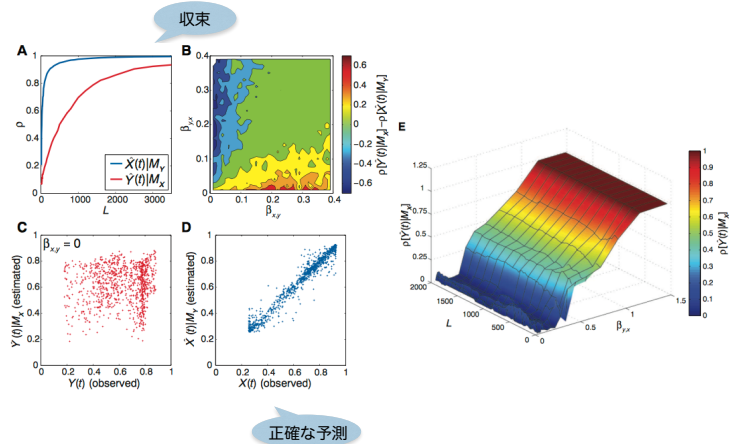
Cross Mappingに用いる
時系列長を変化させる時系列長が増えるにつれて
相関係数の値が上昇・収束
Convergence

因果関係あり

4 Two Coupled Logistic Maps[6]にCCMを適用した結果[1]

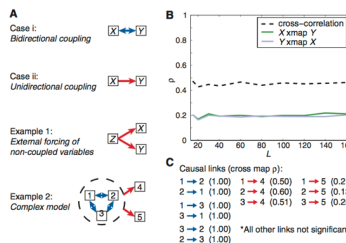
Two Coupled Logistic Maps

$$\begin{cases} X(t+1) = X(t)[r_x - r_x X(t) - \beta_{x,y} Y(t)] \\ Y(t+1) = Y(t)[r_y - r_y Y(t) - \beta_{y,x} X(t)] \end{cases}$$

 $\beta_{x,y}, \beta_{y,x}$ が X, Y の因果関係を定める結合変数

正確な予測

5 疑似相関[1]



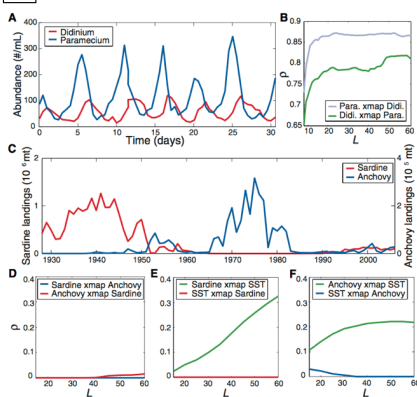
相互相関が0.5程度 → 因果関係あり？

Cross Mapping → 相関係数が
上昇・収束しない

因果関係なし

正しく因果推定できた

6 実データにCCMを適用した結果[1]



・捕食者と獲物間の因果推定

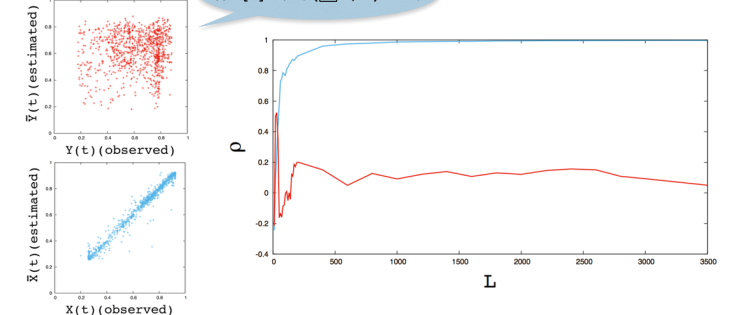
両方向の因果関係有り

Paramecium ↔ Didinium

・マイワシ, カタクチイワシ, 水面温度の
因果推定マイワシとカタクチイワシには
因果関係が存在せず、
どちらも水温に影響を受けているSST → Anchovy
SST → Sardine

7 追試

論文[1]の結果(4C, D)と一致



8 まとめ

CCMによって決定論的な力学系に支配されるようなシステムの因果推定が行える。
 疑似相関の場合にも因果関係が存在しないことを正しく推定できている。
 また、収束が有意であるかを判断するべくサロゲートデータによる検定を行う必要がある。
 さらに、CCMだけでは因果関係の有無と向きしかわからないため、
 強さを定量的に測る指標を考える必要がある。

参考文献

- [1] Sugrue George, May Robert, Ye Hao, Hsieh Chih-hao, Doyle Ethan, Fogarty Michael and Murch Stephen, "Detecting causality in complex ecosystems," Science, Vol. 338, No. 6106, pp. 496–500, 2012.
- [2] Granger Olive WJ, "Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods," Econometrica: Journal of the Econometric Society, pp. 424–438, 1969.
- [3] Takens Floris, "Detecting strange attractors in turbulence," Dynamical systems and turbulence, Warwick 1980, pp. 366–381, 1981.
- [4] 池口 和, 山田 元弘, 小寺 元弘 (2009) "カオス時系列分析の基礎と応用", 東京理科大学.
- [5] 山田 元弘, 池口 和, 小寺 元弘, "Convergent cross mapping(CCM)の性質と応用に関する理論的考察," 日本生態学会誌, Vol. 65, No. 3, pp. 241–253, 2015.
- [6] Lloyd Alan L, "The coupled logistic map: a simple model for the effects of spatial heterogeneity on population dynamics," Journal of Theoretical Biology, Vol. 173, No. 3, pp. 217–230, 1995.

論文 “Abnormal brain synchrony in Down Syndrome” [1] の紹介

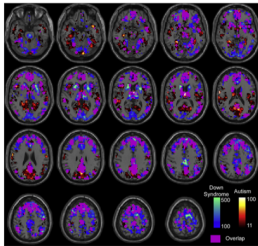
東京理科大学工学部経営工学科 池口研究室 B4 宮 南風

はじめに

・ ダウン症候群(Down Syndrome) [2]



・ fMRI (functional Magnetic Resonance Imaging)



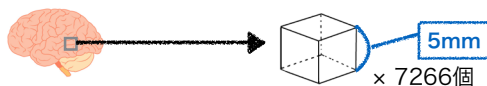
酸素化ヘモグロビン
VS
脱酸素化ヘモグロビン
(磁性)

⇒ fMRIにおけるダウン症候群患者の特徴とは?

実験内容

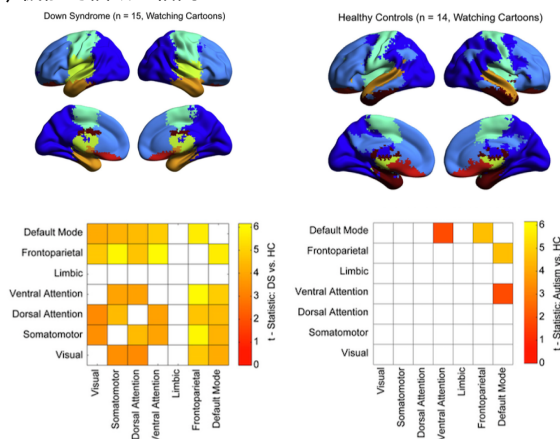
ダウン症患者(以下DS)15名, 健常者(以下Control)14名のアニメ映像視聴中の脳内画像イメージから脳内活性の時系列データを取得

- ① 機能的な領域[3]ごと,あるいは物理的なエリア(ROI)ごとの相関分析
- ② 物理的なエリア(ROI)を1つの点として, 相関を持つものに枝を与えるネットワーク分析
- ③ 視聴中の被験者間の時系列による相関分析



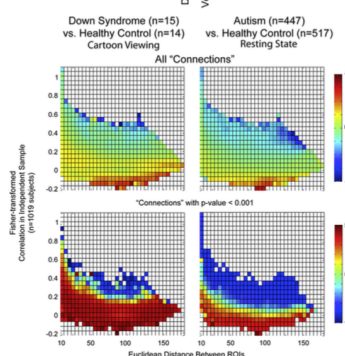
実験結果

①(a) 機能的領域の相関



異常な同期
(相関がある)

①(b) 物理的な座標ごと (ROI)の相関

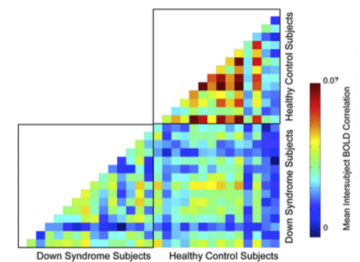


② ネットワーク分析

7266個のエリア(ROI)を
ノードとしたネットワーク
のクラスタ係数

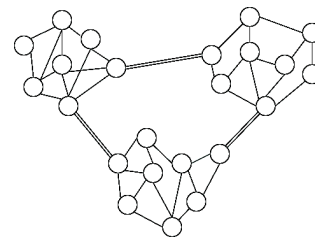
DS : 0.636 ± 0.024
Control : 0.543 ± 0.019

③ 被験者間相関



考察

相関の違い ⇒ ネットワーク構成の違い

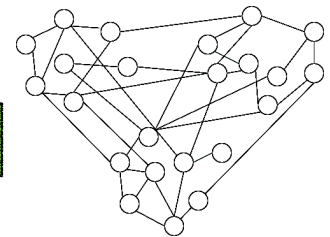


←通常の脳構造

機能的領域の相関 : 小
クラスタ係数 : 低

ダウン症候群の脳構造 →

機能的領域の相関 : 大
クラスタ係数 : 高



神経病理学におけるダウン症候群研究

⇒ Ts65Dnマウスモデル
脳内の回路の特異性

本研究のデータがマウスモデルでの仮説と一致している可能性

fMRI(ヒト)	Ts65Dnマウスモデル
長距離接続の正の相関が弱い	NMDA受容体の活性化の低下
全距離において接続の負の相関の弱い	LTP障害
短距離接続の増加	興奮性/抑制性シナプスの比率
単純化されたネットワーク構造	GABAAアンタゴニストによって促進されたLTP海馬CA3の超結合性

まとめ

- ・ ダウン症患者には通常と異なる脳内のネットワーク構成・接続をしている
- ・ マウスでの研究結果を支持していくためにも異なるアプローチでこの結果を示す必要性
- ・ ・ ・ ・ > 数理モデル

参考文献

- [1] Je rey S. Anderson, et al., "Abnormal brain synchrony in Down syndrome," *NeuroImage: Clinical*, Vol. 2, pp.703–715, 2013.
- [2] 公益財団法人 日本ダウン症協会
<http://www.idss.or.jp/family/index.html> (最終閲覧日:2018/04/16)
- [3] Yeo, BT Thomas, et al., "The organization of the human cerebral cortex estimated by intrinsic functional connectivity," *Journal of neurophysiology*, Vol. 106, No. 3, pp.1125–1165, 2011.

電位依存性Ca²⁺チャネルの不活性を追加したBertramモデル

東京理科大学 池口研究室 M1 笠原宏太郎

1. 膵β細胞

膵β細胞

膵臓ランゲルハンス島に存在する
インスリンを分泌し、血糖値を下げる

インスリン分泌

細胞内Ca²⁺が増加するとインスリンが分泌される
細胞内イオン濃度はチャネルの開閉によって変化

ATP感受性K⁺チャネル (KATP)

…ATP濃度が高くなると閉じる

電位依存性Ca²⁺チャネル (CaV)

…膜電位が上昇すると、内向きにCa²⁺を透過する

電位依存性K⁺チャネル (KV)

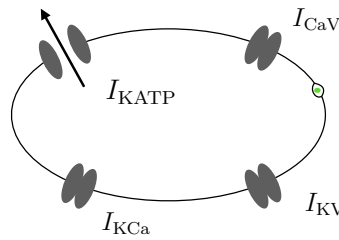
…膜電位が上昇すると、外向きにK⁺を透過する

Ca²⁺依存性K⁺チャネル (CaV)

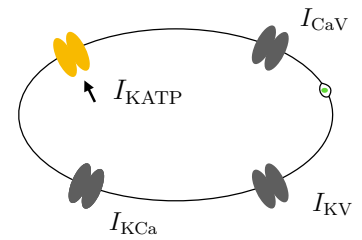
…Ca²⁺濃度が高くなると、外向きにK⁺を透過する

細胞内イオン濃度の変化は、膜電位を変化させる

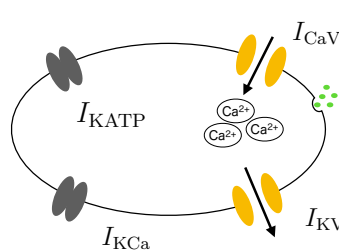
① 静止状態



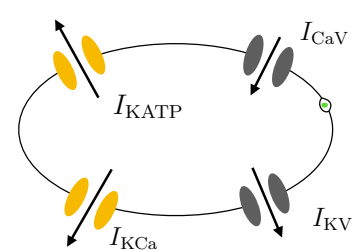
② 脱分極 (膜電位上昇)



③ パースト (インスリン分泌)



④ 再分極 (膜電位下降)



2. モデル

目的: Bertramモデル [1] は、電位依存性Ca²⁺チャネルの不活性を考慮していない。
不活性を数理モデルに加え、生理学的により妥当なモデルをつくる。

膜電位 V のダイナミクス [1]

$$C_m \frac{dV}{dt} = -(I_{KV} + I_{CaV} + I_{KCa} + I_{KATP})$$

$$I_{CaV} = g_{CaV} m_{\infty}(V) h(V) (V - V_{Ca})$$

$$I_{KV} = g_{KV} n(V) (V - V_K)$$

$$I_{KCa} = g_{KCa} \frac{Ca^2}{K_D^2 + Ca^2} (V - V_K)$$

$$I_{KATP} = g_{KATP} O_{\infty} (V - V_K)$$

電位依存性Ca²⁺チャネルの不活性変数 $h(V)$ [2]

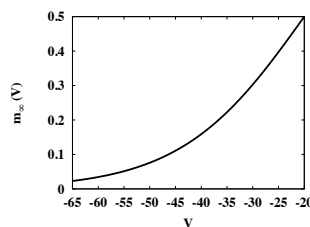
$$\frac{dh(V)}{dt} = \frac{h_{\infty}(V) - h(V)}{\tau_h(V)}$$

$$h_{\infty}(V) = \frac{1}{1 + e^{(10+V)/10}}$$

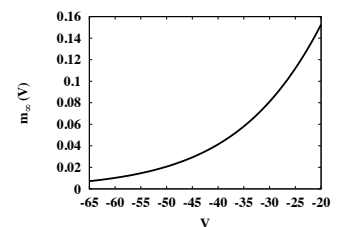
$$\tau_h(V) = \frac{40}{e^{(V+75)/65} + e^{-(75+V)/20}}$$

活性変数 $m_{\infty}(V)$

変更前 [1] $m_{\infty}(V) = \frac{1}{1 + e^{-(20+V)/12}}$

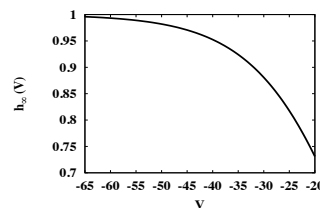


変更後 [2] $m_{\infty}(V) = \frac{1}{1 + e^{(4-V)/14}}$

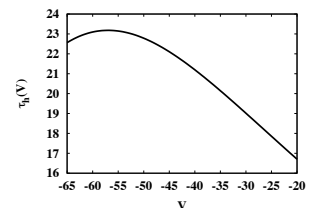


不活性変数

定常状態 $h_{\infty}(V)$

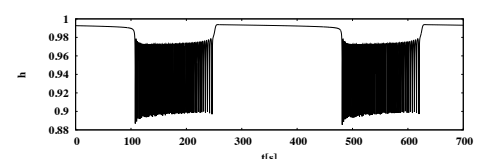
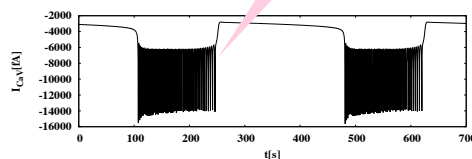
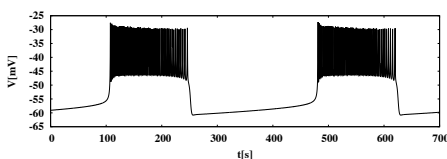


時定数 $\tau_h(V)$



3. 結果

パーストの振幅が縮んでいくことを再現



4. まとめ

電位依存性Ca²⁺チャネルの不活性を数理モデルに追加
電位依存性Ca²⁺電流のパーストの振幅が縮んでいくことを再現

➡ 生理学的により妥当な数理モデルを作成した

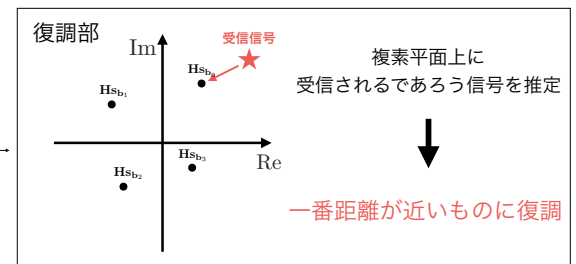
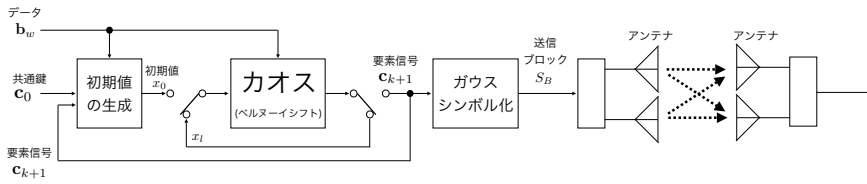
5. 参考文献

- [1] R. Bertram, et al., "Calcium and glycolysis mediate multiple bursting modes in pancreatic islets," *Biophysical Journal*, 87(5), pp. 3074-3087, 2004.
- [2] J. Keizer and G. Magnus, "ATP-sensitive potassium channel and bursting in the pancreatic beta cell," *Biophysical Journal*, 56(2), pp. 229-242, 1989

カオスMIMOシステムの性能の解析

東京理科大学 池口研究室 山崎凌
Nonlinear Problem Workshop 2018/06/16

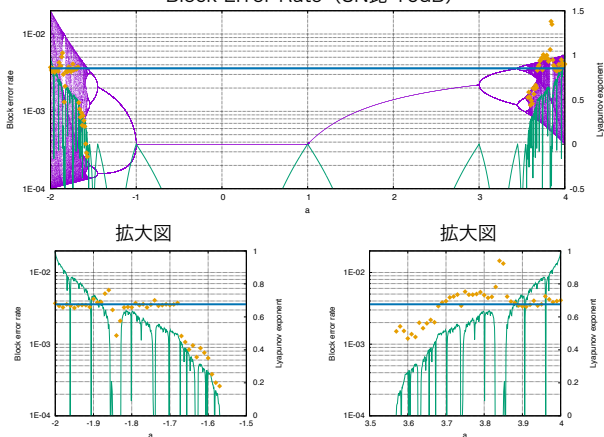
カオスMIMOシステム[1]



ロジスティック写像を用いた場合

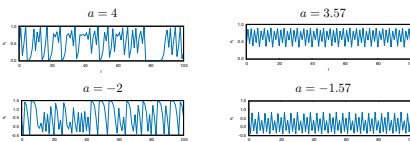
1. ロジスティック写像[2]のパラメータを変化させた場合

ロジスティック写像の分岐図とリアプノフ指数と
Block Error Rate (SN比 10dB)



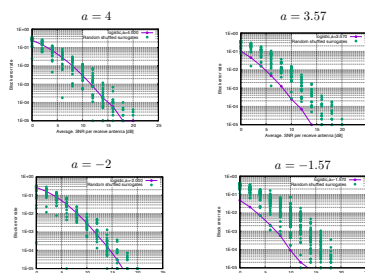
パラメータ a の値により Block Error Rate が低い

2. ロジスティック写像の時系列



強い周期性が
影響している

3. Random Shuffle (RS) サロゲートデータ[3]の比較

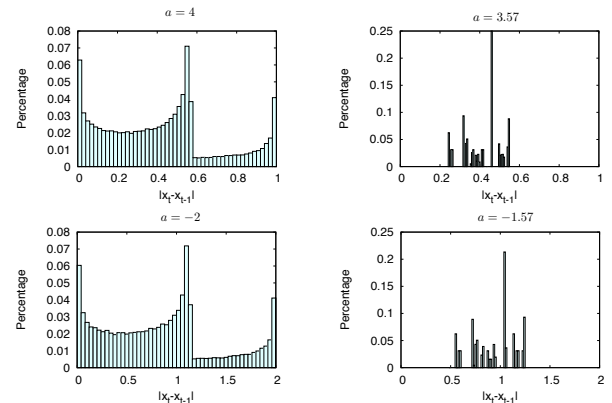


RSサロゲートデータ
カオスの時系列
 $x_0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_{19}$
 $x_{19}, x_2, x_1, x_0, \dots, x_3$
時系列をランダムにシャッフル

時間的相関が
影響している

4. 状態値の頻度分布に関する調査

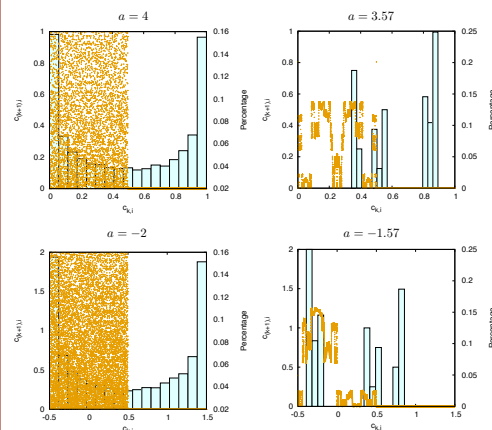
$|x_t - x_{t+1}|$ の頻度分布



性能が良いパラメータでは、0付近に値が分布しない

5. 要素信号の値に関する調査

要素信号 c_{ki} の値の頻度分布と
ビット情報が1の場合と0の場合の要素信号 c_{ki} の値の差



初期値の生成

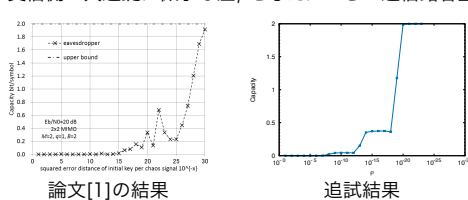
・ビット情報が1のとき
 $x_0 = \text{Re}[c_{ki}]$
・ビット情報が0のとき
 $x_0 = \begin{cases} 1 - \text{Re}[c_{ki}] \\ \text{Re}[c_{ki}] + 1/2 \end{cases}$

差が大きいとき
多く分布する

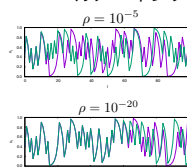
↓
性能が良い

セキュリティ性の評価

受信側の共通鍵に微小な差 ρ を与えたときの通信路容量

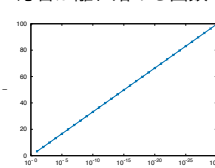


ベルヌーイシフト写像の時系列

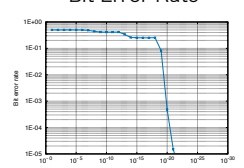


緑：初期値 x_0
紫：初期値 $x_0 - \rho$

応答が離れ始める回数



Bit Error Rate



今後の方針

- ・ロジスティック写像を用いた場合のセキュリティ性の評価
- ・カオスの初期値の生成方法の提案

参考文献

- [1] E. Okamoto and Y. Inaba, *Nonlinear Theory and Its Applications*, IEICE, Vol. 5, No. 2, pp. 140–156, 2014.
- [2] Y. Shimada, E. Takagi and T. Ikeguchi, *Chaos*, Vol. 26, No. 12, 123119, 2016.
- [3] 池口徹, 山田泰司, 小室元政, “カオス時系列解析の基礎と応用,” 合原一幸編, 産業図書, 2002.

LOTO6に対する非線形時系列解析

東京理科大学 池口研究室 B4 金丸志生



LOTO6の抽選結果はランダム性を示唆する結果を得た！

目的 宝くじの抽選結果に、時系列解析手法を適用しランダム性を有するかを調査をする。

データ LOTO6の過去の抽選結果^[1]を時系列データとする。

回数	抽選数字 ($l_{n,s} < l_{n,s+1}$)					
1	$l_{1,1}$	$l_{1,2}$	$l_{1,3}$	$l_{1,4}$	$l_{1,5}$	$l_{1,6}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	$l_{n,1}$	$l_{n,2}$	$l_{n,3}$	$l_{n,4}$	$l_{n,5}$	$l_{n,6}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
N	$l_{N,1}$	$l_{N,2}$	$l_{N,3}$	$l_{N,4}$	$l_{N,5}$	$l_{N,6}$

LOTO6とは

1から43の数字 ($l_{n,s} \in \mathbb{N}$) の中から、異なる6つの数字を選び、抽選数字と一致した数によって賞金が支払われる宝くじ。

解析手法

列毎にランダム性が存在するかを調査するために、 s 列目を1つの時系列データ (L_s) として考え、順列エントロピー^[2]を算出する。

***順列エントロピー**

時系列データにおいて d - 順列の確率分布から得られる規格化された情報エントロピーの総和。

π : d -順列のタイプ ($K = d!$ 種類ある)

a_j : 離散データ中の π_j の個数

$p_j = \frac{a_j}{N - d + 1}$ (タイプ π_j の存在確率)

確率分布 : $P = (p_1, \dots, p_j, \dots, p_K)$

$S = - \sum_{j=1}^K (p_j) \ln p_j$ (離散データの情報エントロピー)

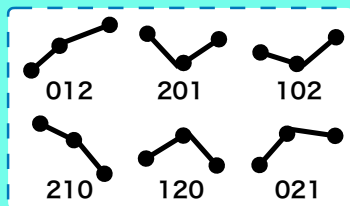
$S_{MAX} = \ln(K)$ (P が $p_j = 1/K$ の等確率を持つとき最大値を得る.)

$PE = S/S_{MAX}$ (順列エントロピー, 値域は, $0 \leq PE \leq 1$)

0に近ければ、規則的なデータ。
1に近ければ、ランダムなデータ。

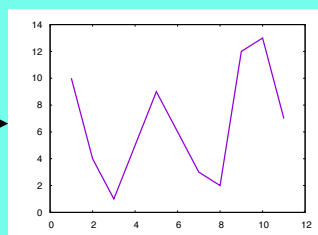
順列エントロピーの求め方 (d=3)

① $d!$ 個のタイプがある。



連なる3点 (x_{i-1}, x_i, x_{i+1}) が
 $x_{i-1} < x_i < x_{i+1}$ であれば、
 $\pi = 012$ とする。

② 時系列データ L_s から各々の個数 a_j を検索。



ex. {10, 4, 1, 5, 9, 6, 3, 2, 12, 13, 7}

③ 確率分布を得る。

タイプ	存在確率
012	2/9
021	1/9
102	2/9
120	1/9
201	0/9
210	3/9

順列の総数は, $N - d + 1$

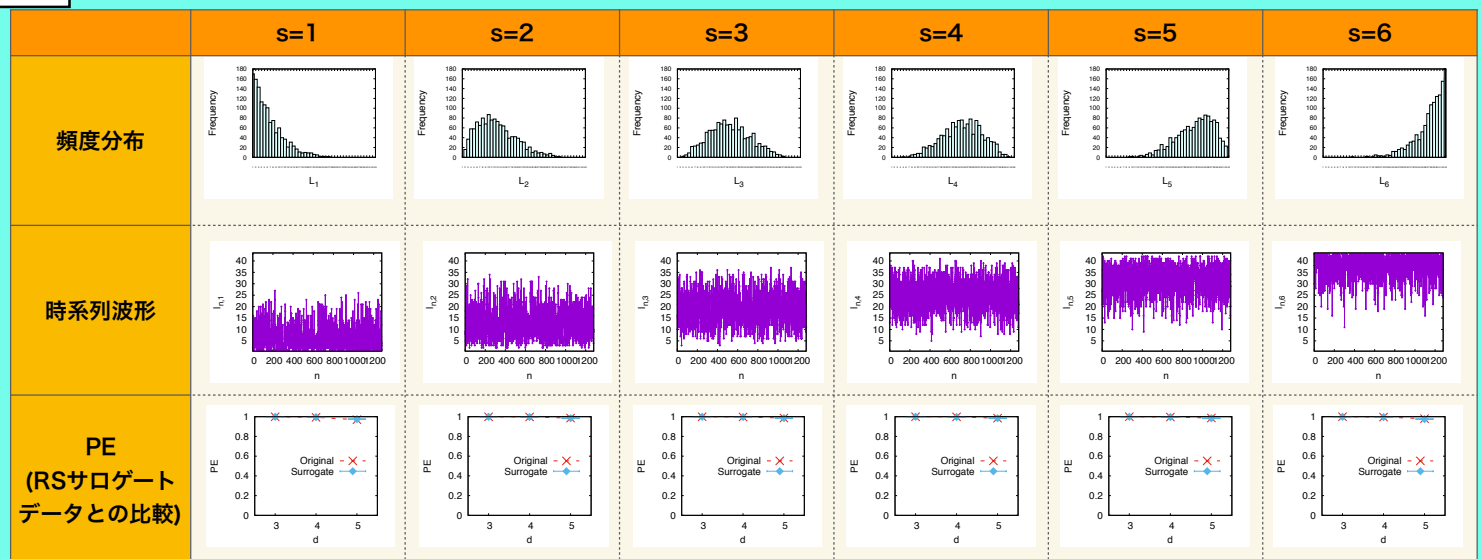
④ 順列エントロピーを算出する。

$$S = - (2/9) \ln(2/9) \times 2 \\ - (1/9) \ln(1/9) \times 2 \\ - (3/9) \ln(3/9)$$

$$S_{MAX} = \ln(6)$$

$$PE = S/S_{MAX} \\ \simeq 0.849977$$

結果



ランダムシャッフル (RS) サロゲートデータ^[3]

元の時系列データをランダムに入れ替え、時間的な相関を壊したデータ。
50種類のRSサロゲートデータを作成し、元のデータに対するPEの差を比較する。

参考文献

- [1] "LOTO6 過去の抽選結果", <http://www.takarakuji.net.co.jp/lotto6/index2.html>, 最終閲覧日 平成30年6月15日。
[2] C. Bandt and B. Pompe, Phys. Rev. Lett. vol. 88, No. 17, 174102 (2002).
[3] 池口徹, 山田泰司, 小室元政, カオス時系列解析の基礎と応用, 合原一幸編, 産業図書, 2002.

有色ノイズを用いたカオス写像の共通ノイズ同期現象の検討

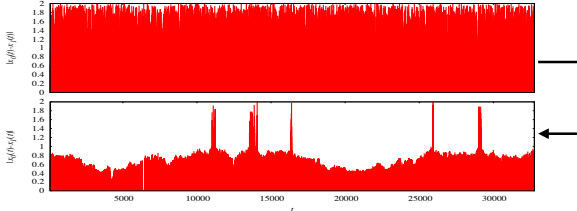
東京理科大学 池口研究室 修士2年 栗田いずみ

2018/7/14勉強会@葛飾

1. 共通ノイズ同期現象

- 共通の入力が与えられた、複数の自律振動子のリズムが確率的に同期[1]

(例) 2つの振動子の状態値の差分の時系列
(サインマップにピンクノイズを印加)

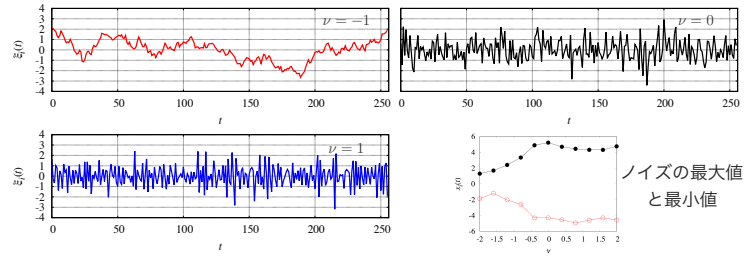


- 神経細胞, 概日リズムなど多数確認 [2]
- 種々のノイズで同期 (ホワイト・有色など) [3,4]
- 環境データを用いたセンサ同期など応用案 [5]

実際には共通ノイズが完全に同一ではない状況があるはず

2. 有色ノイズ $P(\xi_i(t)) \sim f^\nu$ 型

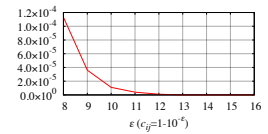
- 標準正規分布に従う乱数を生成してFFT
- パワースペクトルが f^ν となるよう各周波数成分を変換して作成



- i 番目の振動子ごとに加法性のノイズを印加

$$x_i(t+1) = G(x_i(t)) + w\xi_i(t)$$

- ノイズ i , ノイズ j を非同様に



ノイズの微小差の平均

3. 数値計算 $w = 0.1$ として, $t = [1, 2^{17}]$ で時間発展させ, $t < 50,000$ を過渡状態とみなした.

写像とパラメータ

$$G(x_i(t)) = \sin(\rho x_i(t))$$

$$\rho = 3.15$$

$$G(x_i(t)) = ax_i(t)(1 - x_i(t))$$

$$a = 4.0$$

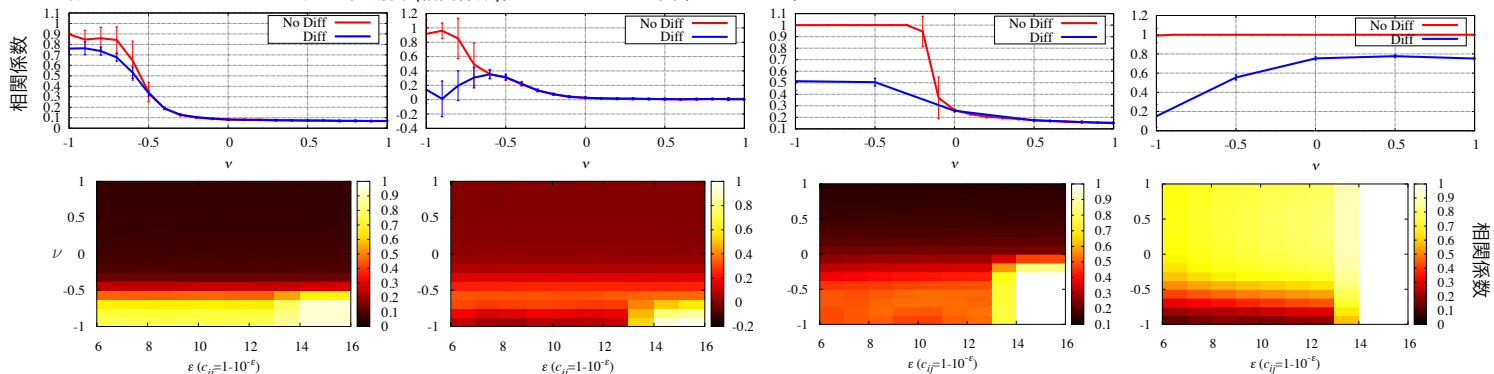
$$G(x_i(t)) = \exp\left[-\left(\frac{x_i(t) - 0.5}{\omega}\right)^2\right]$$

$$\omega = 0.3$$

$$G(x_i(t)) = kx_i(t) - \frac{\alpha}{1 + \exp(-x_i(t)/\epsilon)} + a$$

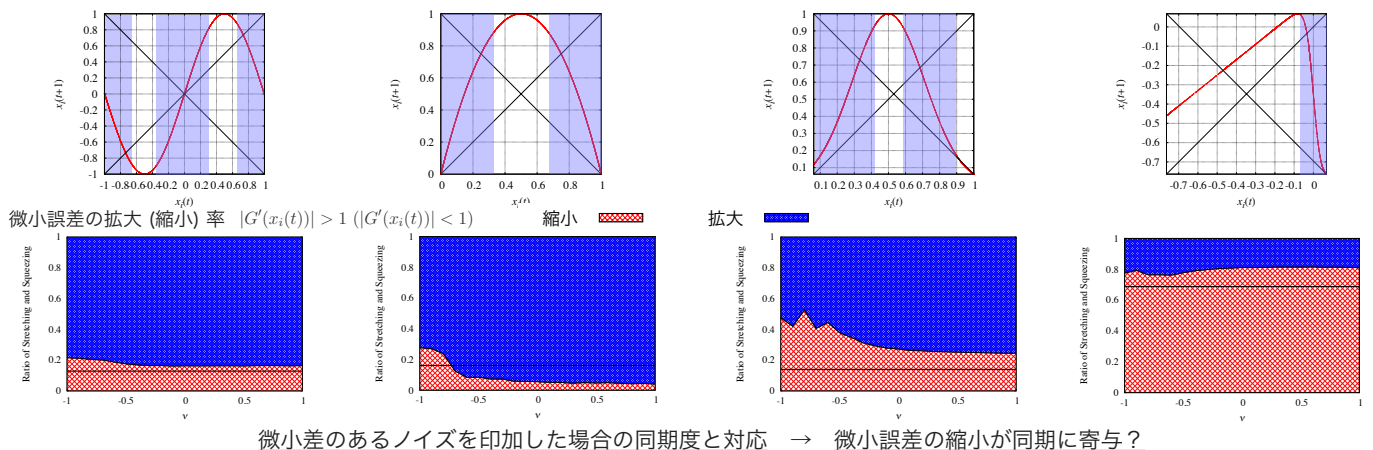
$$k = 0.8, \alpha = 1.0, a = 0.15, \epsilon = 0.02$$

有色ノイズのパラメータに対する同期度 (相関係数). エラーバーは20回平均の ± 1 SD.



①同一ノイズの方が相関低い ②微小誤差の有無で同期領域が変化

リターンマップ (青色の部分が縮小領域)



微小差のあるノイズを印加した場合の同期度と対応 → 微小誤差の縮小が同期に寄与?

4. まとめ

- ノイズの微小差の有無により, 同期しやすい ν が変化
- 微小差が存在する場合, マップごとに同期しやすいノイズが異なる
- 状況に適したノイズを印加することで効率よく同期する可能性が示唆

参考文献

- [1] J. Teramae, et al., *PRL*, **93**, 204103, 2004. [2] A. B. Neiman, et al., *PRL*, **88**, 138103, 2002. [3] W. Kurebayashi, et al., *EPL*, **97**, 50009, 2012. [4] A. Ray, et al., *Physics A*, **392**, 4837-4849, 2013. [5] H. Yasuda, et al., *IEICE Trans. Commun.*, **96**, 2749-2755, 2013.

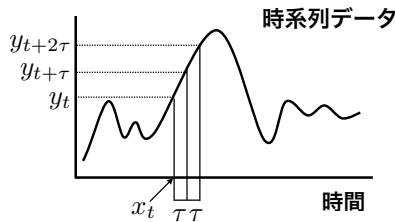
論文"Dimensionless embedding for nonlinear time series analysis"の紹介

東京理科大学 池口研究室 博士後期課程3年 野村亮太

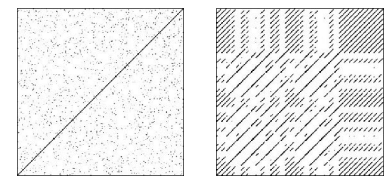
導入

従来手法

遅延座標系への埋め込み



$$R(i, j) = \begin{cases} 1 : D_{i,j} = \|v_i - v_j\| < \epsilon \\ 0 : (\text{otherwise}) \end{cases}$$



リカレンスプロットの例[2]

提案手法[1]

無限次元の遅延座標系への埋め込み

- (1) 高次元のダイナミクスを説明できる
- (2) 計算コストが低い
- (3) 短期的な予測精度がより高い

検証

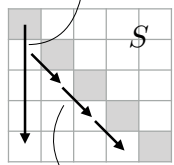
距離行列を用いた因果関係の推定

結合されたロジスティック写像の因果関係を推定する

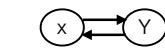
提案手法のアルゴリズム

目標：距離行列 $S \in R^{n \times n}$ を計算する
 時系列を $\{s_i \in R | i = 1, 2, \dots, n\}$ として
 $\bar{s} := \max(s) - \min(s)$
 for i from 1 to $(n-1)$
 $S(i, 1) := \frac{\lambda \bar{s}}{1 - \lambda} + |s_i - s_1|$
 $S(1, i) := S(i, 1)$
 end for
 for j from 2 to $(n-1)$
 $S(i, j) := \lambda S(i-1, j-1) + |s_i - s_j|$
 $S(j, i) := S(i, j)$
 end for

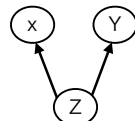
$$S(i, 1) := \frac{\lambda \bar{s}}{1 - \lambda} + |s_i - s_1|$$



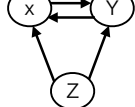
$$S(i, j) := \lambda S(i-1, j-1) + |s_i - s_j|$$



$$\begin{aligned} x(t+1) &= (1 - \eta_{xx})(3.8x(t)(1 - x(t))) \\ &\quad + \eta_{xy}(3.81y(t)(1 - y(t))) \\ y(t+1) &= (1 - \eta_{yy})(3.81y(t)(1 - y(t))) \\ &\quad + \eta_{yx}(3.8x(t)(1 - x(t))) \end{aligned}$$

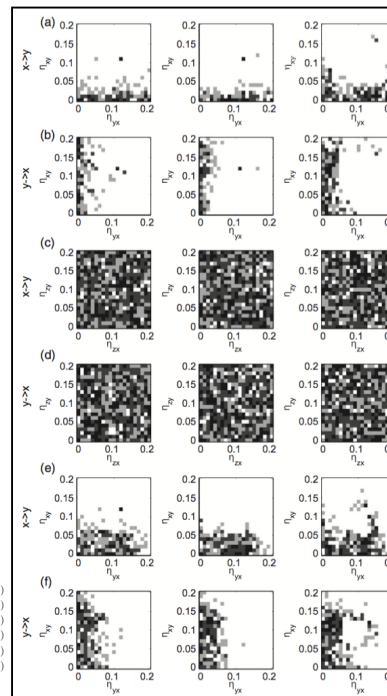


$$\begin{aligned} x(t+1) &= (1 - \eta_{xx})(3.8x(t)(1 - x(t))) \\ &\quad + \eta_{xz}(3.82z(t)(1 - z(t))) \\ y(t+1) &= (1 - \eta_{yy})(3.81y(t)(1 - y(t))) \\ &\quad + \eta_{yz}(3.82z(t)(1 - z(t))) \\ z(t+1) &= 3.82z(t)(1 - z(t)) \end{aligned}$$

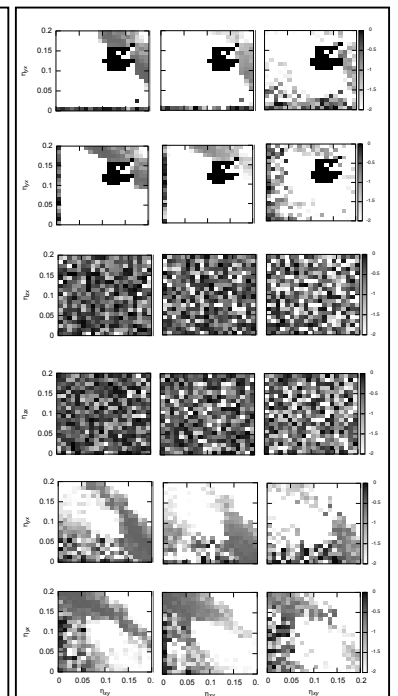


$$\begin{aligned} x(t+1) &= (1 - \eta_{xx} - \eta_{xz})(3.8x(t)(1 - x(t))) \\ &\quad + \eta_{xy}(3.81y(t)(1 - y(t))) \\ &\quad + \eta_{yz}(3.82z(t)(1 - z(t))) \\ y(t+1) &= (1 - \eta_{yy} - \eta_{yz})(3.81y(t)(1 - y(t))) \\ &\quad + \eta_{xx}(3.8x(t)(1 - x(t))) \\ &\quad + \eta_{xz}(3.82z(t)(1 - z(t))) \\ z(t+1) &= 3.82z(t)(1 - z(t)) \end{aligned}$$

Ref[1], Figure 7

 $\lambda = 0.1$ $\lambda = 0.5$ $\lambda = 0.9$ 

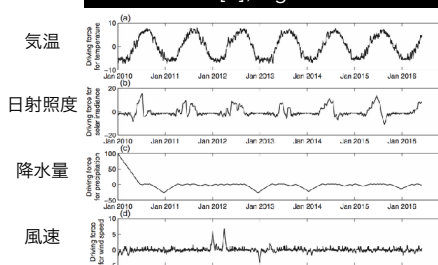
追試結果

 $\lambda = 0.1$ $\lambda = 0.5$ $\lambda = 0.9$ 

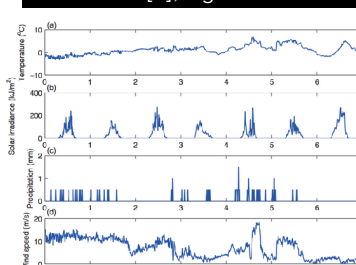
応用

実データを用いた結合の方向性検定

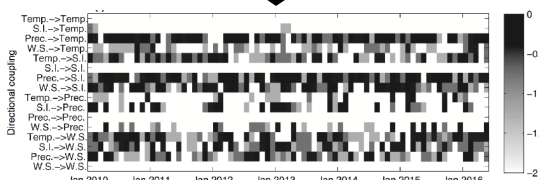
Ref[1], Figure 11



Ref[1], Figure 12

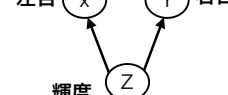


データの一部 (7日間)



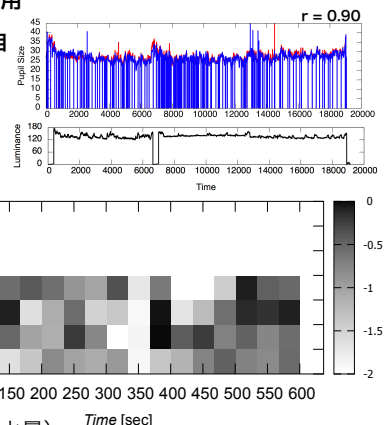
瞳孔サイズデータに適用

左目 (X) 右目 (Y) 輝度 (Z)



(画面の明るさ)

輝度→輝度
 瞳孔右→瞳孔右
 瞳孔左→瞳孔左
 輝度→瞳孔右
 輝度→瞳孔左
 瞳孔右→瞳孔左
 瞳孔左→瞳孔右



【提案手法の特徴】

- (1) 高い精度の予測 (例：気温→降水量, 日照→降水量)
- (2) 共通の原因による見かけの因果関係を排除できる
- (3) ゼロが続くデータにも適用できる

引用文献

- [1] Y. Hirata, and K. Aihara. "Dimensionless embedding for nonlinear time series analysis," *Physical Review E* Vol. 96, No. 3, 032219, 2017.
- [2] N. Marwan et al., "Recurrence plots for the analysis of complex systems," *Physics Reports*, Vol. 438, pp. 237-329, 2007.

異なる不応性効果を持つニューラルネットワークによる解探索性能の比較

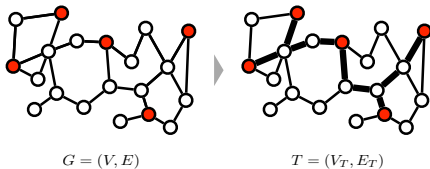
東京理科大学 池口研究室 D2 藤田実沙

■ ポイント

- ・カオスニューラルネットワークの何が解探索性能に影響を与えるのか？
- ・カオスを生み出す不応性効果とカオスを生み出さない不応性効果で解探索性能を比較
- ・タブー探索法, 指数減衰タブー探索法, カオス探索法のベンチマーク問題に対する解探索性能は同程度



■ グラフ的シュタイナー木問題



$$G = (V, E)$$

$$T = (V_T, E_T)$$

- : 頂点 V
- : 枝 E
- : 必須点 K

- ・木構造である
- ・ $V_T \subseteq V, E_T \subseteq E$
- ・ $K \subset V_T$

目的関数

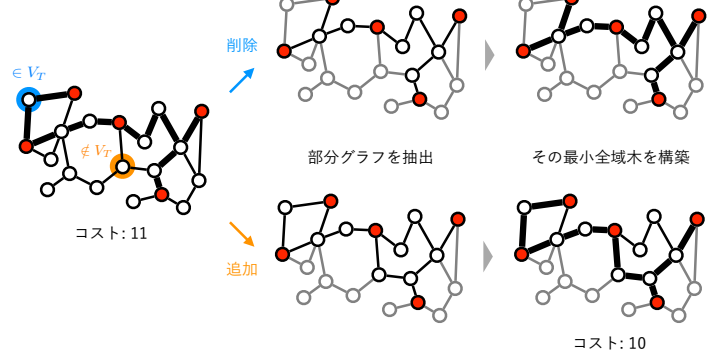
$$\min \sum_{e \in E} c(e) z(e)$$

 $c(e)$: 枝 e の重み $z(e)$: 枝 e の決定変数

決定変数

$$z(e) = \begin{cases} 1 & (e \in E_T) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

■ 局所探索法 [1]



■ ニューラルネットワーク [2, 3, 4]

□ 不応性効果

一度発火したニューロンはしばらくの間発火しにくくなる

- ・頂点数 - 必須点数個のニューロンを用意
- ・各ニューロンは各シュタイナー点に対応
- ・イタレーションごとに全ニューロンの状態を更新

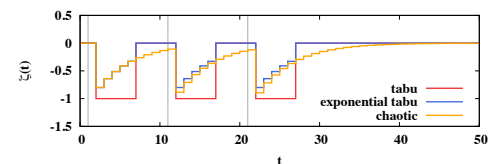
□ 利得効果

目的関数値が改善されるほどニューロンが発火しやすくなる

$$\xi_i(t) = \beta(C_i(t) - C(t))$$

 β : 調整パラメータ $C(t)$: 時刻 t での現在解のコスト $C_i(t)$: 時刻 t で頂点 i に対応する近傍解のコスト α : 調整パラメータ k_r : 不応性の減衰パラメータ s : 不応性の継続期間 $x_i(t-d)$: 時刻 $t-d$ でのニューロン i の出力 θ : バイアス

	α	k_r	s
タブー探索法	∞	1.0	-
指数減衰タブー探索法	> 0	> 0	-
カオス探索法	> 0	> 0	$t-1$



■ 数値実験

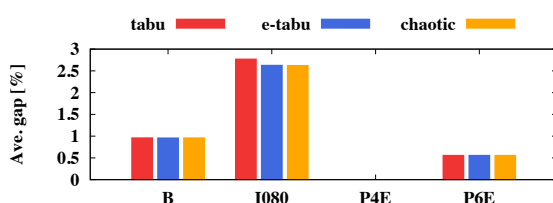
□ 実験条件

- ・SteinLib [5] のベンチマーク問題を使用
- B: Sparse with random weights
- I080: Sparse with incidence weights
- P4E: Complete with euclidian weights
- P6E: Sparse with euclidian weights
- ・各必須点を始点として初期解 [6] を構築
- ・各小間について必須点数回ぶん計算する

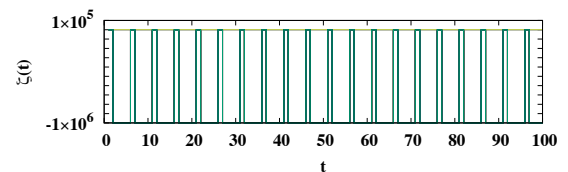
	$ V $	$ E $	$ K $
B	50 ~ 100	63 ~ 200	9 ~ 50
I080	80	120 ~ 3160	6 ~ 20
P4E	100	4950	5 ~ 50
P6E	100	180	5 ~ 50

	β	α	k_r	θ	W	ε	s
タブー探索法	1.0	1.0	1.0	0.01	0.01	0.00	5
指数減衰タブー探索法	1.0	1.0	0.98	0.01	0.01	0.00	5
カオス探索法	7.0	1.0	0.98	0.01	0.01	0.01	$t-1$

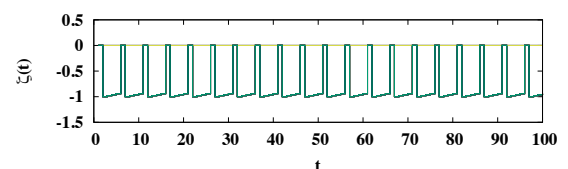
□ 実験結果



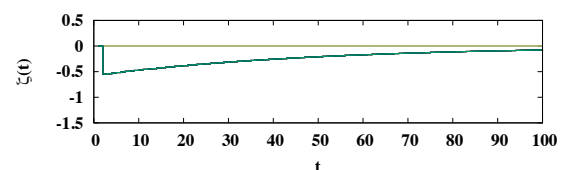
○ タブーサーチの不応性効果



○ 指数減衰タブーサーチの不応性効果



○ カオスサーチの不応性効果



参考文献

- [1] E. Uchoa and R. F. Werneck, ACM J. of Experimental Algorithms, vol. 17, no.2, article 2.2, 2012. [3] M. Fujita, T. Kimura and T. Ikeguchi, in Proceedings of the MIC2017, pp. 834-836, 2017. [5] T. Koch, A. Martin and S. Voss, in Steiner trees in industry, Springer US, pp. 285-325, 2001.
- [2] M. Hasegawa, T. Ikeguchi and K. Aihara, Neural Networks, vol. 15, pp. 271-283, 2002. [4] M. Fujita, T. Kimura and T. Ikeguchi, in Proceedings of the NOLTA2017, pp.712-715, 2017. [6] H. Takahashi and A. Matsuyama, Math. Japonica, vol. 26, no. 6, pp. 572-577, 1980.

取引タイミングと株価指数値が株価変動の決定論性に与える影響

東京理科大学大学院 池口研究室 M1 山本紘平

1. 研究背景と目的

・先行研究

90年代後半から、オンラインでの金融商品取引が活発になり、取引データを高時間解像度で記録することが可能となった。このデータに対し、非線形ダイナミクスの観点から時系列の性質を調査する研究が行われている[1,2,3]。

平田ら[4]は為替市場にも、決定論的特徴があることが示している。

・研究目的

日本の株式市場においても、高時間解像度データを用いて解析を行った場合、決定論的特徴が見られたが、株価指数値の変動と取引情報が決定論性に与える影響を調査した。

2. データセット

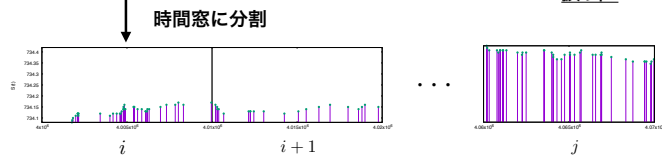
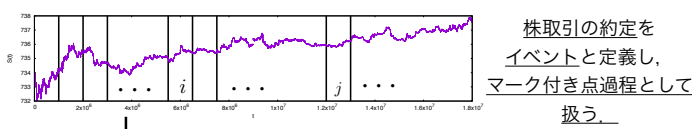
日本の株式市場において、市場の変動を表す指数値であるTOPIXの変動を1[ms]オーダで記録したデータ(観測日 2017/03/10)。

・指数値 (TOPIX Core 30) の計算方法

$$S(t) = \frac{\alpha \sum_{s=1}^N l_s f_s p_s(t)}{\beta}$$

α : 基準値 (TOPIX の場合は 100)
 β : 基準値 (TOPIX の場合は 2.34807×10^{13})
 l_s : 銘柄 s に対応した指数用上場株式数
 f_s : 銘柄 s に対応した浮動株比率
 $p_s(t)$: 時刻 t における銘柄 s の株価

$S(t)$ が変動するタイミング = 銘柄 s の株取引が約定、株価が変動したタイミング



・基本的な統計量

基礎統計量	指数値	Inter Event Interval (IEL)
データ数	502749	502748
最小値	1565.26	1[ms]
最大値	1574.90	1311[ms]
平均値	1570.68	35[ms]
分散	4.36	2849
標準偏差	2.09	53

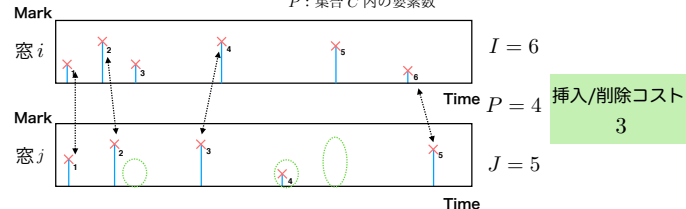
3. マーク付き点過程間の類似度

・マーク付き Spike Train Metric^[5]

$$D(i, j) = \min \left\{ \sum_{(m, n) \in C} \left\{ \lambda_t |t_i(m) - t_j(n)| + \lambda_S |S_i(m) - S_j(n)| \right\} + I + J - 2P \right\}$$

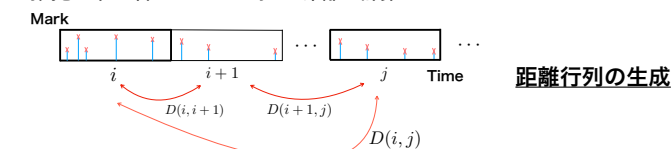
λ_t : 時間方向へのコストの重み
 λ_S : マーク方向へのコストの重み
 δ_t : イベント間隔の標準偏差
 δ_S : 指数値の標準偏差

C : イベントのペア (m, n) からなる集合
 $t_i(m)$: i 番目の時間窓内における、 m 番目のイベントの発生時刻
 $S_i(m)$: i 番目の時間窓内における、 m 番目のイベントの指数値
 I : 時間窓 i 内の総イベント数
 J : 時間窓 j 内の総イベント数
 P : 集合 C 内の要素数



系列が一致するまでにかかったコストの合計を系列間の距離と定義する。

・時間窓の組み合わせ全てに対して距離を計算する



参考文献

- [1] S. Ghoshal, W. Breymann, J. Peinke, P. Talkner and Y. Dodge. Turbulent cascades in foreign exchange markets. *Nature*, Vol. 381, No. 6585, pp. 767–1996.
 [2] T. Lux and M. Marchesi. Scaling and criticality in a stochastic multi-agent model of a financial market. *Nature*, Vol. 397, No. 6719, p. 498, 1999.
 [3] Ch. Renner, J. Peinke, and R. Friedrich. Evidence of markov properties of high frequency exchange rate data. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 298, No. 3, pp. 499–520, 2001.

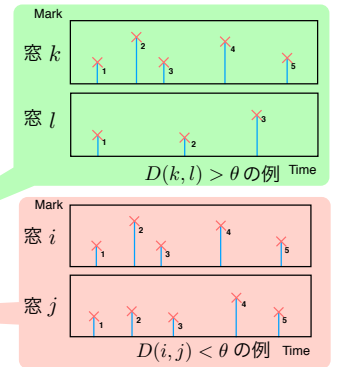
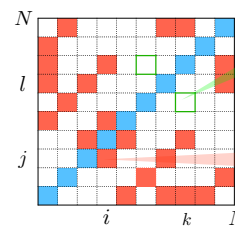
4. Recurrence plot と決定論性の指標 DET^[6]

・Recurrence plot

時系列の性質を可視化する手法

本研究では、各時間窓間の相関関係を可視化する。

$$R_{i,j} = \begin{cases} 1 & (D(i, j) < \theta) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$



・DET(determinism)

例: 図から実際にDETを計算

$$DET = \frac{\sum_{l=l_{min}}^N l P(l)}{\sum_{l=1}^N l P(l)}$$

l_{min} : 最短の斜め線の長さ
 $P(l)$: 長さ l の斜め線の本数

$P(l) = \sum_{i,j=1}^N (1 - R_{i-1,j-1})(1 - R_{i+1,j+1}) \prod_{k=0}^{l-1} R_{i+k,j+k}$

$P(1) = 8$ $P(2) = 4$ $P(4) = 2$
 $l_{min} = 2$ $DET = \frac{16}{24} = 0.75$

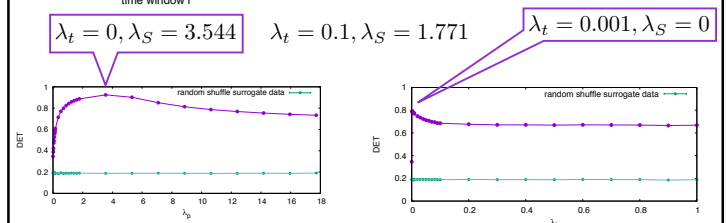
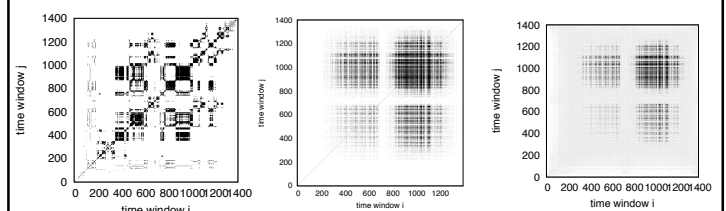
DET 大きい → **決定論性高い**
DET 小さい → **決定論性低い**

・DETによる決定論性の検定

帰無仮説 H_0 : 「観測された時系列信号は時間的に全く無相関である」

帰無仮説に従うランダムシャッフルサロゲートデータを多数作成し、オリジナルデータとのDETの値の有意差を見る

5. 解析結果



いずれの場合も、高いDETの値が算出された

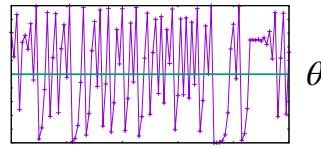
6. まとめ

- 取引タイミング、株価指数値のどちらの変動にも決定論性を示す情報があつた。
- マーク付き Spike Train Metric を用いる際は、適切なパラメータを探索する必要がある。

- [4] Y. Hirata and K. Aihara. Timing matters in foreign exchange markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 391, No. 3, pp. 760–766, 2012.
 [5] S. Suzuki, Y. Hirata, and K. Aihara. Definition of distance for marked point process data and its application to recurrence plot-based analysis of exchange tick data of foreign currencies. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 20, No. 11, pp. 3699–3708, 2010.
 [6] N. Marwan, MC. Romano, M. Thiel, and J. Kurths. Recurrence plots for the analysis of complex systems. *Physics reports*, Vol. 438, No. 5, pp. 237–329, 2007.
 [7] 池口徹, 山田泰司, 小室元政. カオス時系列解析の基礎と応用. 合衆一幸. 産業図書. 2002.

①カオス乱数

長期予測が不可能とされる
カオスダイナミクスの応答
 を元に生成した乱数



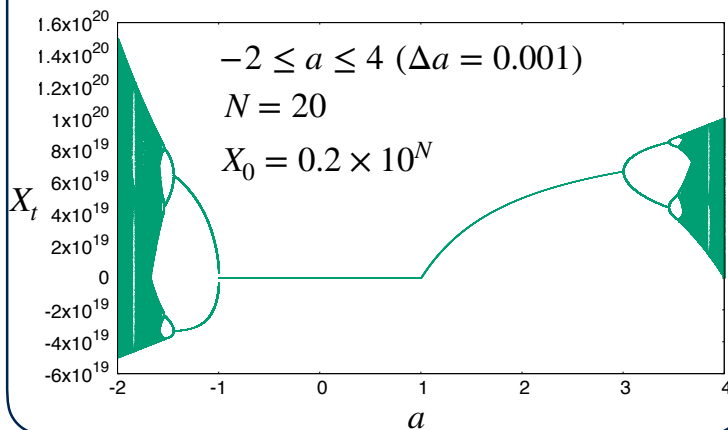
②整数ロジスティック写像[1]

ロジスティック写像 (式(1)) を拡張して式(2)へ

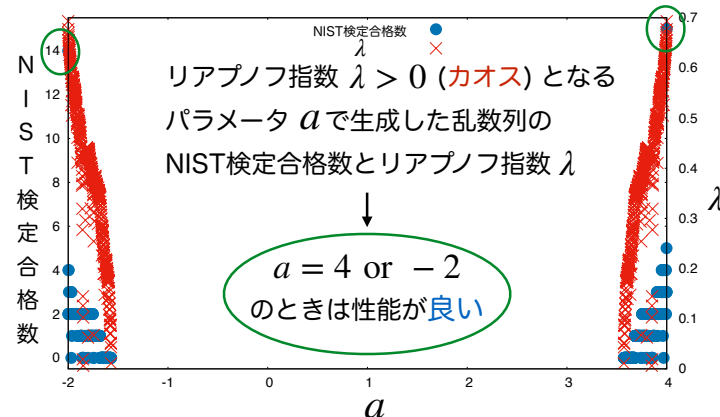
$$x_{t+1} = ax_t(1 - x_t) \quad (1) \quad \times 10^N \quad (X_t = 10^N \times x_t)$$

$$X_{t+1} = \lfloor aX_t(10^N - X_t)10^{-N} \rfloor \quad (2)$$

N 数値計算精度 $\lfloor x \rfloor$ x を超えない最大の整数



④パラメータの検討



リアプノフ指数 $\lambda = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \ln |a - 2ax_t|$

T 離散時間

傾きの絶対値の平均
 正であれば**カオス**
 負であれば安定

傾きの絶対値
 1より大きいと正
 1より小さいと負

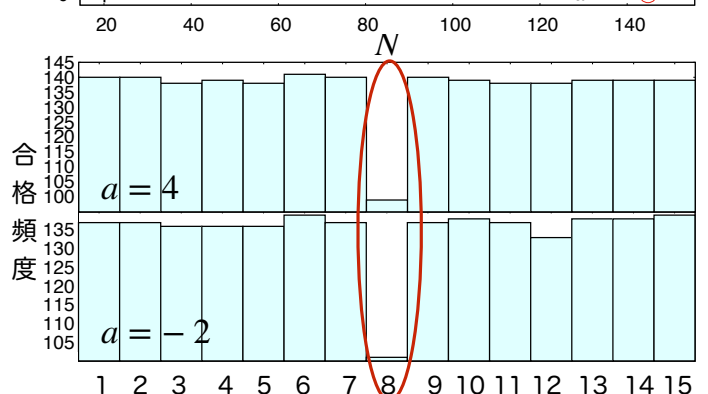
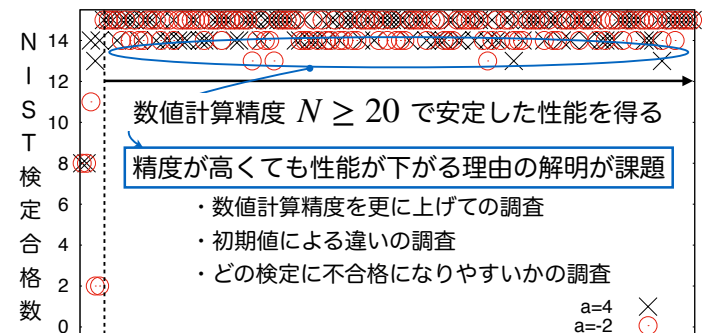
③NIST検定[2]

番号	検定項目	検定内容
1	頻度検定	2値乱数(0,1)のうち、1の出現確率が1/2に近いかどうかを検定
2	ブロック単位の頻度検定	あるブロック長に対して、1の出現確率が1/2に近いかどうかを検定
3	累積和検定	2値乱数を(-1,+1)に変換し、その累積和で定義されるランダムウォークの0からの最大偏差を検定
4	連の検定	連続した1の数(連)を検定
5	ブロック単位の最長連検定	あるブロック長に対して、最長の連を検定
6	2値行列ラング検定	数列全体の互いに異なる行列のラングを検定
7	離散フーリエ変換検定	周期性の調査のため、数列の離散フーリエ変換によるピークの高さを検定
8	重なりのないテンプレート適合度検定	あらかじめ用意されたビット列(テンプレート)の出現回数を検定(重なりなし)
9	重なりのあるテンプレート適合度検定	あらかじめ用意されたビット列(テンプレート)の出現回数を検定(重なりあり)
10	マウラのユニバーサル統計検定	数列内で一致するパターンを検出し、圧縮することができるかを検定
11	近似エントロピー検定	あるビット長の出現パターンの頻度を検定
12	ランダム偏差検定	累積和とランダムウォークでK回訪れるサイクル数を検定
13	種々のランダム偏差検定	累積和とランダムウォークで特定の状態を訪れる回数の合計を検定
14	系列検定	あるビット長の全ての重複ビットパターンの出現頻度を検定
15	線形複雑度検定	乱数を生成するための線形フィードバックシフトレジスタの長さを検定

⑤実験条件

分岐パラメータ $a = 4$ or -2
 初期値 $X_0 = 10^N \times 0.2$
 数値計算精度 $15 \leq N \leq 155$ ($\Delta N = 1$)
 閾値 $\theta = 10^N \times 0.5$
 過渡状態 $0 \leq t' \leq 100,000$
 検定に用いる乱数長 2^{30} ($= 1,073,741,824$)

⑥結果



$a = 4, a = -2$ 共に
 重なりのないテンプレート適合度検定に合格しにくい

テンプレートパターンの例

000000001	000001001	001101111
001000101	001111101	000010101
000011111	001111111	

など全148種

乱数列内に148種のゼロイチの
 乱数出現パターンに偏りが存在

↓
 8番目の検定に不合格となる

参考文献

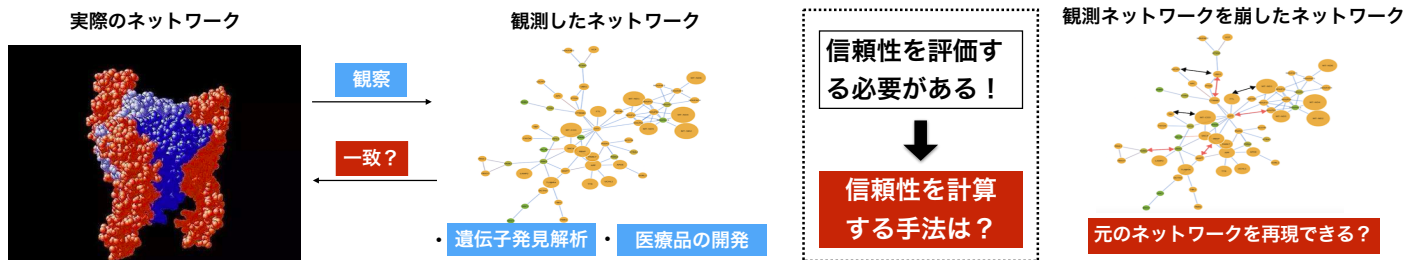
- [1] 石田邦昭, 常田明夫, 井上高宏, “有限ビット演算によるカオスの系列の性質,”
 電子情報通信学会技術研究報告, CAS, 回路とシステム 98.140 (1998): 9-14.
- [2] A.Rukhin, J.Soto, J.Nechvatal, M.Smid, E.Barker, S.Leigh, M.Levenson, M.Vangel, D.Banks, A. Heckert, J.Dray, S.Vo,
 “A statistical Test Suite for Random and Pseudorandom Number Generators for Cryptographic Applications,”
 National Institute of Standards and Technology, Special Publication 800-22, 2010.

論文“Missing and spurious interactions and the reconstruction of complex networks”の紹介

東京理科大学 池口研究室 研究生 毛福佳



1.目的



2.信頼性

ネットワークの枝(i, j)の信頼性 R_{ij}

$$R_{ij} = \frac{1}{Z} \sum_{P \in \mathcal{P}} \left(\frac{l_{\sigma_i \sigma_j} + 1}{r_{\sigma_i \sigma_j} + 2} \right) \exp[-\mathcal{H}(P)]$$

 $l_{\sigma_i \sigma_j}$: 頂点iとjが属するコミュニティ間の枝数 $r_{\sigma_i \sigma_j}$: 頂点iとjが属するコミュニティ間の最大枝数 P : 現在のコミュニティ分割ルール $\mathcal{P}$: すべてのコミュニティ分割ルール $\mathcal{H}(P)$: 分配関数 Z : 分配関数の和ネットワークの全体の信頼性 R_A

$$R_A = \frac{1}{Z} \sum_{P \in \mathcal{P}} h(A; A^O, P) \exp[-\mathcal{H}(P)]$$

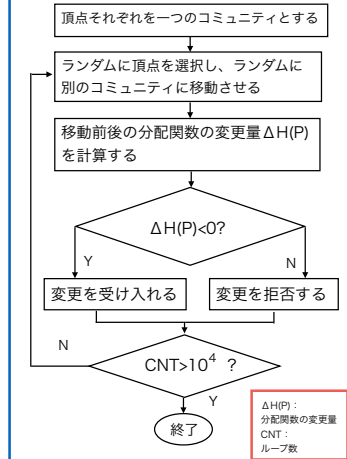
$$h(A; A^O, P) = \exp \left\{ \sum_{\alpha \leq \beta} \left[\ln \left(\frac{r_{\alpha\beta} + 1}{2r_{\alpha\beta} + 1} \right) + \ln \left(\frac{r_{\alpha\beta}}{l_{\alpha\beta} + r_{\alpha\beta}} \right) \right] \right\}$$

 $l_{\alpha\beta}$: コミュニティ α とコミュニティ β 間の枝数 $r_{\alpha\beta}$: コミュニティ α とコミュニティ β 間の最大枝数 A : 現在のネットワーク A^O : 観測したネットワーク

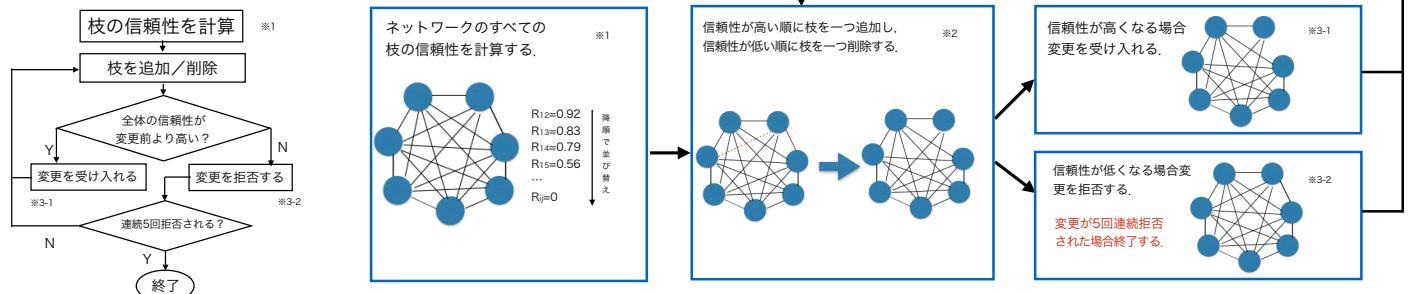
コミュニティ分割



メトロポリスアルゴリズム

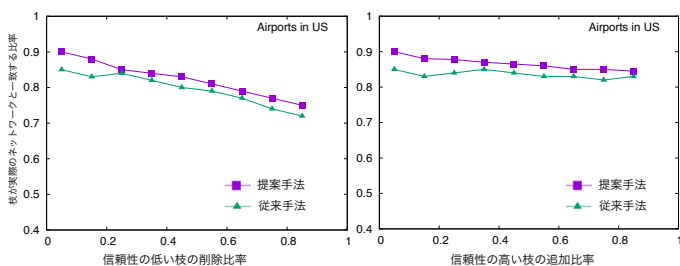


3.ネットワークの再構築



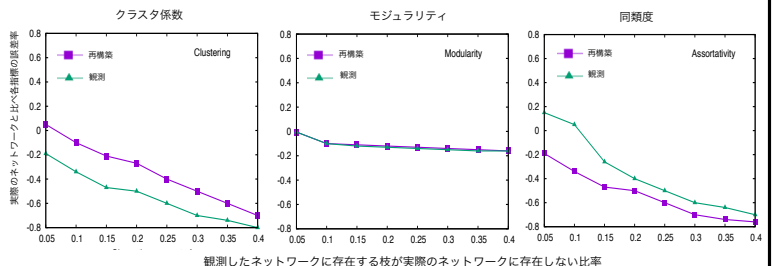
4.追試結果

ネットワークの信頼性



従来の手法[2]より、提案した手法の方が実際のネットワークと一致する。

ネットワークの再構築



観測したネットワークより、再構築したネットワークの方の各指標の誤差率が小さい。

参考文献

- [1] Roger Guimerà and Marta Sales-Pardo, Missing and spurious interactions and the reconstruction of complex networks, Proc. Natl. Acad. Sci. USA, Vol.106, No. 52, pp. 22073-22078, 2009
- [2] Aaron Clauset, Christopher Moore and M. E. J. Newman, Hierarchical structure and the prediction of missing links in networks, Nature, Vol. 453, No. 01, pp. 98-101, 2008

電位依存性Ca²⁺電流とTRPM2電流が膵β細胞の膜電位に与える影響

東京理科大学 池口研究室 M1 笠原宏太郎

 非線形問題解決専門
池口研究室
NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEM

1. 膵β細胞とTRPM2チャンネル

膵β細胞

インスリンを分泌し、血糖量を一定範囲内に保つ
膜電位がバーストしている間にインスリンが分泌される
バースト持続時間が分泌時間、バースト振幅が分泌量に対応する
細胞内Ca²⁺濃度とインスリン分泌には強い関連がある

TRPM2チャンネル

膵β細胞上に存在し、Na⁺、Ca²⁺を透過する

TRPM2チャンネル活性に伴う反応 [1]

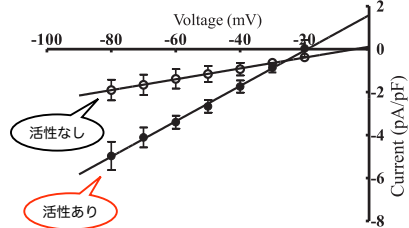
(a) TRPM2チャンネルのコンダクタンスが増加

(b) 静止膜電位の上昇

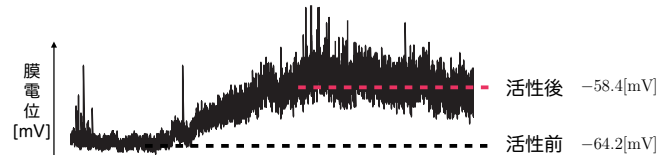
TRPM2チャンネルがインスリン分泌を制御？

電位依存性Ca²⁺電流とTRPM2電流が膜電位に与える影響を調査

(a) TRPM2チャンネルのコンダクタンスの変化



(b) 活性前後の静止膜電位の時系列



2. モデル [2]

膜電位Vのダイナミクス

追加!

$$C_m \frac{dV}{dt} = -(I_{KV} + I_{CaV} + I_{KCa} + I_{KATP} + I_{TRPM2}) \quad (1)$$

$$I_{KV} = g_{KV}n(V - V_K) \quad (2)$$

$$I_{CaV} = g_{CaV}m_\infty(V - V_{Ca}) \quad (3)$$

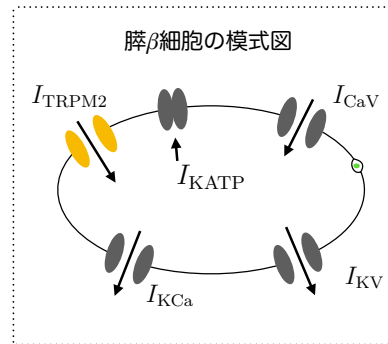
$$I_{KCa} = g_{KCa} \frac{Ca^2}{K_D^2 + Ca^2} (V - V_K) \quad (4)$$

$$I_{KATP} = g_{KATP}O_\infty(V - V_K) \quad (5)$$

$$I_{TRPM2} = g_{TRPM2}(V - V_{TRPM2}) \quad (6)$$

細胞内Ca²⁺濃度のダイナミクス

$$\frac{dCa}{dt} = f_{\text{cyt}} \left(\underbrace{-\eta_1 I_{CaV} - \eta_2 I_{TRPM2}}_{\text{流入するCa}^{2+}} - \underbrace{k_{PMCA}Ca + J_{\text{er}}}_{\text{流出するCa}^{2+}} \right) \quad (7)$$



I_{KV}	電位依存性 K ⁺ 電流	
I_{CaV}	電位依存性 Ca ²⁺ 電流	
I_{KCa}	Ca ²⁺ 依存性 K ⁺ 電流	
I_{KATP}	ATP 感受性 K ⁺ 電流	
I_{TRPM2}	TRPM2 電流	
V_K	-75	mV
V_{Ca}	25	mV
V_{TRPM2}	-25	mV
g_{KV}	2700	pS
g_{CaV}	1000	pS
g_{KCa}	600	pS
g_{KATP}	25000	pS
g_{TRPM2}	30	pS

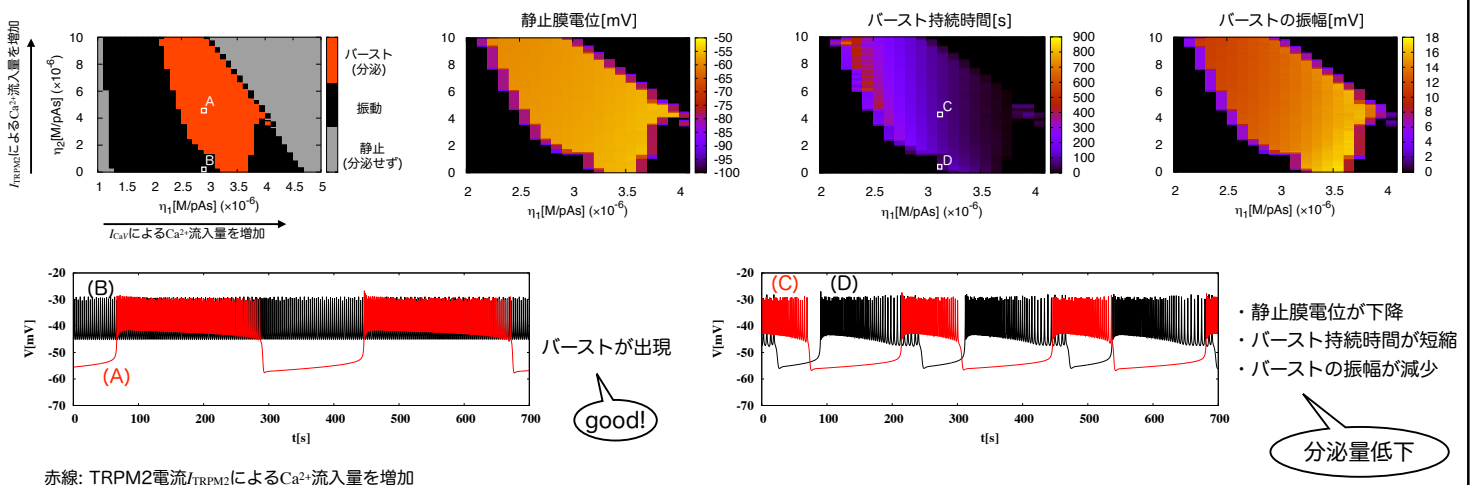
η_1, η_2 : I_{CaV}, I_{TRPM2} を流速に変換するパラメータ

3. 結果

電流によるCa²⁺流入量を変化させ、膜電位の波形を調査



TRPM2電流のはたらきにより、バーストが出る領域が拡大



4. まとめ

電流によるCa²⁺流入量を変化させて、膜電位の形状を調査

TRPM2電流により

- ・バーストが出る領域が拡大
- ・インスリン分泌量が減少してしまうことも

Ca²⁺流入量のバランスが重要で、TRPM2チャンネルでインスリン分泌を制御可能

参考文献

- [1] M. Yosida, et al., "Involvement of cAMP/EPAC/TRPM2 activation in glucose-and incretin-induced insulin secretion," *Diabetes*, 63(10), pp. 3394-3403, 2014.
- [2] R. Bertram, et al., "Calcium and glycolysis mediate multiple bursting modes in pancreatic islets," *Biophysical Journal*, 87(5), pp. 3074-3087, 2004.

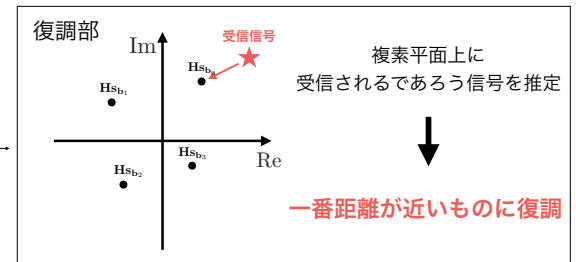
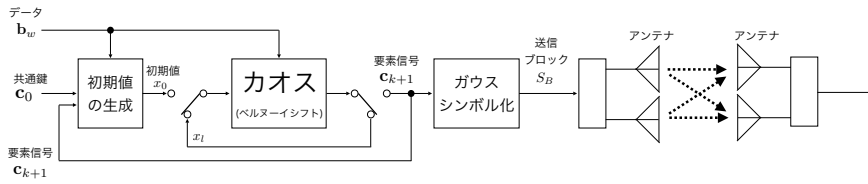
ランダム性を考慮したカオスMIMOシステムの検討

非線形問題解決軍団
池口研究室

東京理科大学 池口研究室 山崎凌

Nonlinear Problem Workshop Summer Camp 2018

カオスMIMOシステム[1][2]



送信信号のランダム性

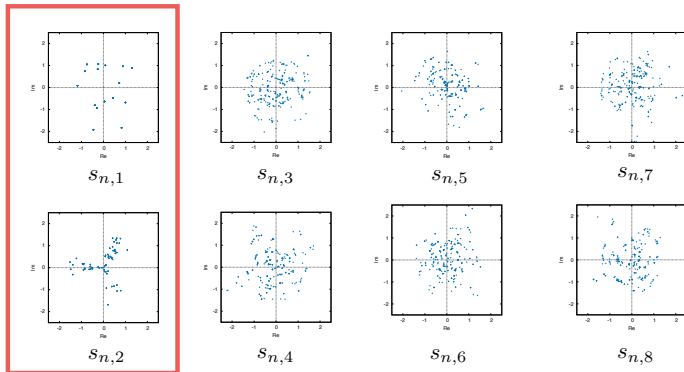
送信信号ベクトル

$$\mathbf{s}_{b_w, n} = [s_{n,1}, s_{n,2}, \dots, s_{n,2B}]^T$$

B : ブロック長

w : ブロック番号

n : カオスの反復回数



点が重なっている

ビット系列1

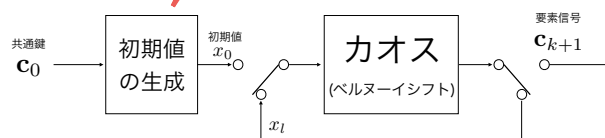
01111101

ビット系列2

01101100

変換方法を変化

反復回数を変化



1, 2, 5, 6ビット目しか使わない

カオス進行数可変手法[1]

$$n = \arg \max_{100 \leq i \leq 100+M} \left[\min_{\mathbf{b}_{tr} \neq \mathbf{b}_z} \sum_{k=0}^{2B} |s_{i,k+1} - s'_{i,k+1}|^2 \right]$$

$\mathbf{b}_{tr}$: 送信ビット列

$\mathbf{b}_z$: 比較するビット列

$s_{n,k}$: $\mathbf{b}_{tr}$ から生成された信号

$s'_{n,k}$: $\mathbf{b}_z$ から生成された信号

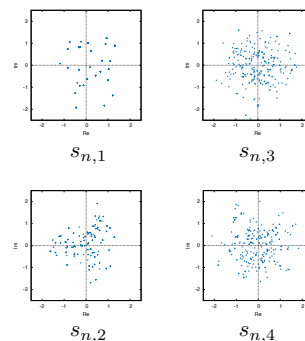
M : 反復回数の範囲

$M = 2$ の場合

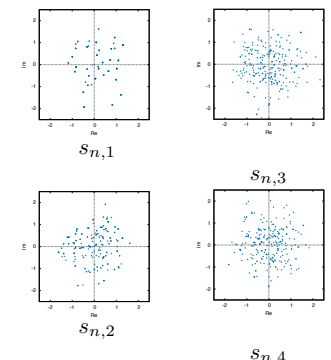
	$\mathbf{b}_0$	$\mathbf{b}_1$	$\mathbf{b}_2$	$\mathbf{b}_3$	...	$\mathbf{b}_{2^{2B}}$
100回	$\mathbf{s}_{b_0,100}$	$\mathbf{s}_{b_1,100}$	$\mathbf{s}_{b_2,100}$	$\mathbf{s}_{b_3,100}$	...	$\mathbf{s}_{b_{2^{2B}},100}$
101回	$\mathbf{s}_{b_0,101}$	$\mathbf{s}_{b_1,101}$	$\mathbf{s}_{b_2,101}$	$\mathbf{s}_{b_3,101}$	...	$\mathbf{s}_{b_{2^{2B}},101}$
102回	$\mathbf{s}_{b_0,102}$	$\mathbf{s}_{b_1,102}$	$\mathbf{s}_{b_2,102}$	$\mathbf{s}_{b_3,102}$	...	$\mathbf{s}_{b_{2^{2B}},102}$

信号間の距離を最大化する反復回数 n を選ぶ

$M = 1$ の場合



$M = 2$ の場合



反復回数の範囲 M を増やすと
信号パターンがバラける

送信信号ベクトルのRSサロゲートデータ

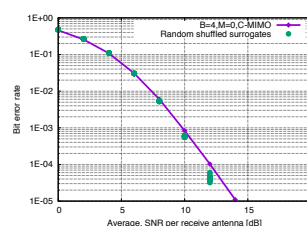
RSサロゲートデータ[3]

$$\mathbf{s}_{b_w, n} = [s_{n,1}, s_{n,2}, s_{n,3}, \dots, s_{n,2B}]$$

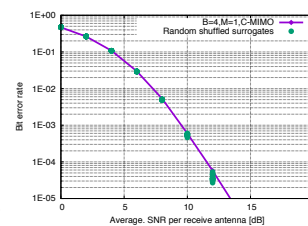
$$\mathbf{s}_{b_w, n} = [s_{n,3}, s_{n,2}, s_{n,2B}, \dots, s_{n,1}]$$

信号の要素の順番をランダムに

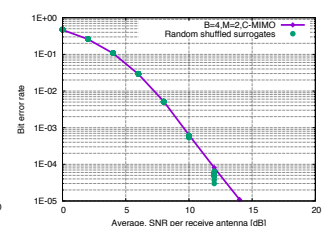
$M = 0$



$M = 1$



$M = 2$



どれも12[dB]で有意差あり

今後の方針

ビット情報をより多く用いるように変調方式を改良する。

参考文献

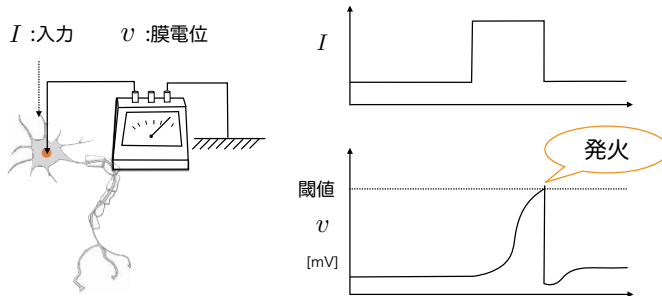
- [1] E. Okamoto and Y. Inaba, *Nonlinear Theory and Its Applications*, IEICE, Vol. 5, No. 2, pp. 140–156, 2014.
- [2] 岡本英二, *IEICE Fundamentals Review*, vol. 9, no. 4, pp. 350–363, 2016.
- [3] 池口徹, 山田泰司, 小室元政, “カオス時系列解析の基礎と応用,” 合原一幸編, 産業図書, 2002.

閾値が時間変化するIzhikevichニューロンモデルの応答の調査

東京理科大学 池口研究室 学部4年 飛川玲菜

非線形問題解決専門
池口研究室
NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEM

1. ニューロンとは

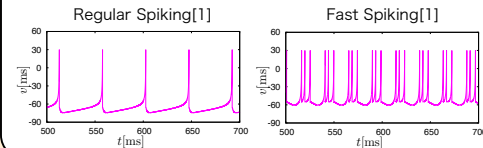


2. Izhikevichニューロンモデル[1]

$$\begin{cases} \dot{v} = 0.04v^2 + 5v + 140 - u + I(t) \\ \dot{u} = a(bv - u) \end{cases}$$

if $v \geq A$ $v \leftarrow c$, $u \leftarrow u + d$

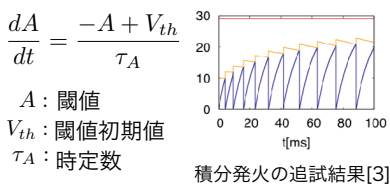
v : 膜電位
 u : 回復変数
 $I(t)$: 外部入力
 A : 閾値
 a, b, c, d : パラメータ



3. 目的

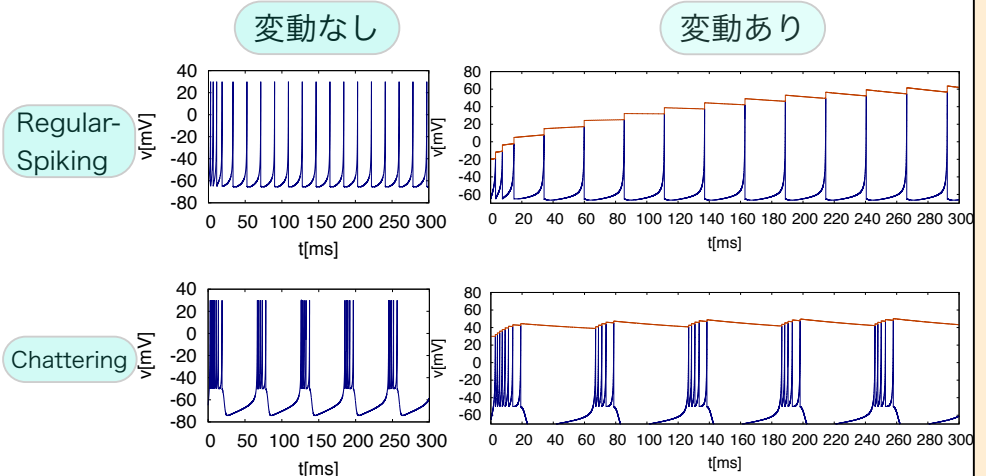
人間にはゆらぎがある[2]ので、閾値が一定であることは生理学的に妥当ではない。
Izhikevichニューロンモデルにおいて、閾値を生理学的妥当性のある変動方法を提案。

4. 閾値変更方法[3]



スパイクするたびに A を7ずつ増加。

5. 実行結果



6. 生理学的妥当性の考察

ISI(発火間隔)について、
不規則性を表す統計量で調査。

・ CV : 変動係数 [4]

$$CV = \frac{\sqrt{(T - \bar{T})^2}}{\bar{T}}$$

・ LV : Local Variation [5]

$$LV = \frac{3}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{(T_i - T_{i+1})^2}{(T_i + T_{i+1})^2}$$

・ IR : Irregularity [6]

$$IR = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \left| \log \frac{T_i}{T_{i+1}} \right|$$

T : 発火間隔

$\bar{T}$: 発火間隔の平均

T_i : i 番目の発火間隔

人間には揺らぎがある[2]

→不規則性がある [7]

統計量 \ 波形	Regular-Spiking	Fast-Spiking	Chattering
CV	0.1352	0.0390	1.5190
LV	0.0159	0.0001	0.9438
IR	0.0405	0.0041	1.2653

7. まとめ・課題

生理学的妥当性があるというには不十分な結果になった。
理由は追試結果のように発火間隔を時間が経つごとに
伸ばしていくことができなかったためであると考え、
今後改良していき、妥当性を追求していく。

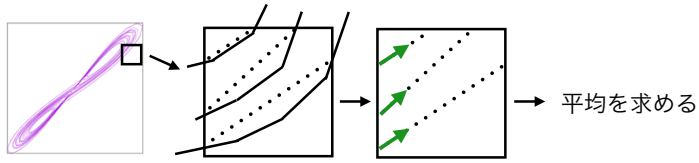
8. 参考文献

- [1] E. M. Izhikevich, "IEEE Transactions on neural networks," vol. 15, no. 5, pp. 1063-1070, 2004.
- [2] Azouz R, Gray CM "Dynamic spike threshold reveals a mechanism for synaptic coincidence detection in cortical neurons," Proc. Natl. Acad. Sci. USA, vol. 97, no. 14, pp. 8110-8115, 2000.
- [3] Benda, Jan and Maler, Leonard and Longtin, Andr, "Linear versus nonlinear signal transmission neuron models with adaptation currents or dynamic thresholds," vol. 104, no. 5, pp. 2806-2820, 2010.
- [4] William R Softky and Christof Koch, "The highly irregular firing of cortical cells is inconsistent with temporal integration of random epsps," Journal of Neuroscience, vol. 13, no. 1, pp. 334-350, 1993.
- [5] S. Shinomoto, K. Shima and J. Tanji, "Neural Computation," vol. 15, no. 12, pp. 2823-2842, 2003.
- [6] R. M. Davies, G. L. Gerstein and S. N. Baker, "Journal of Neurophysiology," vol. 96, no. 2, pp. 906-918, 2006.
- [7] Hadjil, Michael N and Newsome, William T, "The variable discharge of cortical neurons: implications for connectivity, computation, and information coding," vol. 18, no. 10, pp. 3870-3896, 1998.

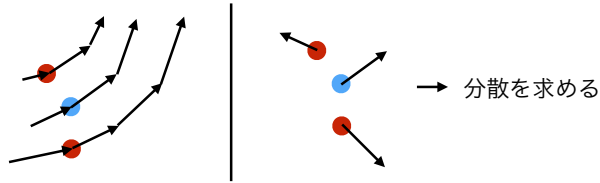
Waylandテストによる時系列データの決定論性解析

東京理科大学 池口研究室 学部4年 小川徳紀

1.はじめに



KaplanとGlassの方法 → 難しい！



Waylandの方法 → 簡単！

2.アルゴリズム

$$x(j) = (s(j), s(j+L), \dots, s(j+(E-1)L))$$

$$(j = 1, \dots, N - (E-1)L)$$

時系列データを埋め込み

$$v(t_k) = x(t_k + \Delta t) - x(t_k)$$

近傍点の時間発展に注目

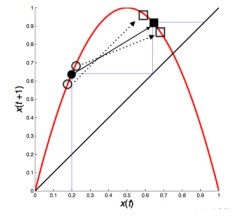
$$e_{\text{trans}} = \frac{1}{k+1} \sum_{i=0}^k \frac{\|v(t_i) - \langle v \rangle\|^2}{\|\langle v \rangle\|^2} \quad \langle v \rangle = \frac{1}{k+1} \sum_{i=0}^k v(t_i)$$

ベクトルの分散を求めることを繰り返し
その中央値の平均で決定論性を評価！

N = 元データ数
 E = 埋め込み次元
 L = 遅れ時間
 k = 近傍点数
 Δt = 時間幅

ランダムなら
 $e_{\text{trans}} \approx 1$

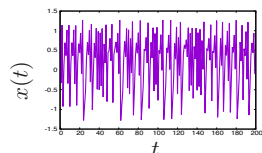
決定論的なら
 $e_{\text{trans}} \approx 0$



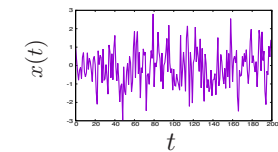
$E = 2, L = 1, \Delta t = 1, k = 2$
でのロジスティック写像での例

3.追試結果

・使用したデータ

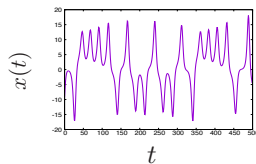


エノン写像
$$\begin{cases} x_{n+1} = 1 - ax_n^2 + y_n & x_0 = 0.1 \quad a = 1.4 \\ y_{n+1} = bx_n & y_0 = 0 \quad b = 0.3 \end{cases}$$



ホワイトノイズ

平均 0
分散 1 の標準正規分布に従う



ローレンツ方程式

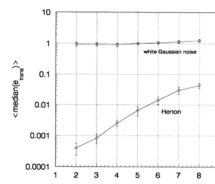
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -px + py \\ \frac{dy}{dt} = -xz + rx - y \\ \frac{dz}{dt} = xy - bz \end{cases}$$



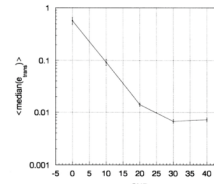
作成したFTサロゲートデータ

自己相関
位相情報 → 保存される
ランダム化

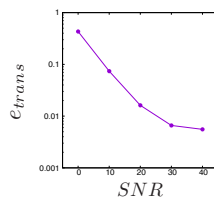
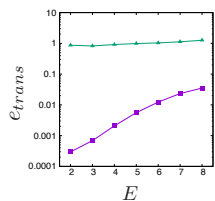
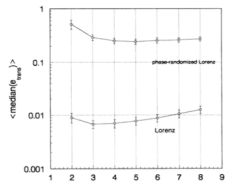
Waylandテストを行う



エノン写像に観測ノイズを加える



ローレンツ方程式と作成した
サロゲートデータについて行う

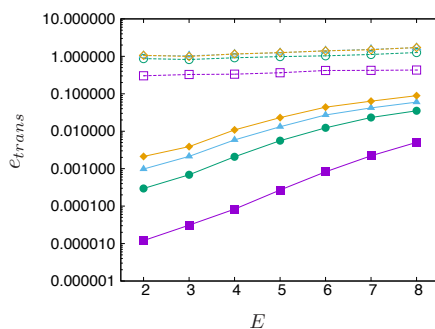


$SNR = 10 \log \frac{\text{元データの分散}}{\text{ノイズの分散}}$

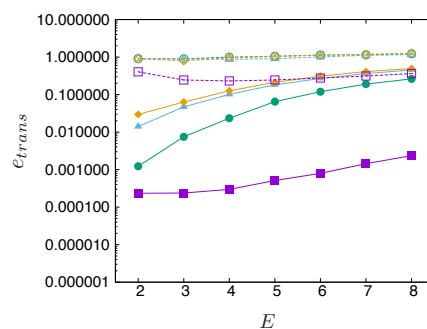
4.各パラメータについて変化させた場合

エノン写像⇒実線

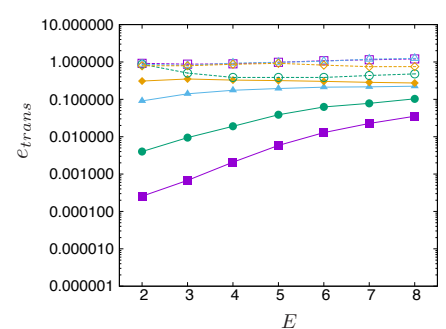
ホワイトノイズ⇒破線



近傍点数 $k = 1$ (purple), $k = 4$ (green), $k = 7$ (blue), $k = 10$ (orange)
 $L = 2$, $\Delta t = 1$



遅れ時間 $L = 1$ (purple), $L = 4$ (green), $L = 7$ (blue), $L = 10$ (orange)
 $k = 4$, $\Delta t = 1$



時間幅 $\Delta t = 1$ (purple), $\Delta t = 4$ (green), $\Delta t = 7$ (blue), $\Delta t = 10$ (orange)
 $L = 2$, $k = 4$

5.まとめと今後の研究

- ・ベクトルの分散から決定論性が評価できる
- ・パラメータ次第では評価に問題がある
- ・分散と埋め込み次元から元データの次元が推定できる？

参考文献

- [1]Wayland Richard, Bromley David, Pickett Douglas and Passamante Anthony, "Recognizing determinism in a time series," Phys.-Rev.-Lett., 70, pp.580-582, 1993.
- [2]Kaplan, Daniel T. and Glass, Leon, "Direct test for determinism in a time series", Phys. Rev. Lett., 68, 4, pp.-427-430,1992.
- [3]Daniel T. Kaplan and Leon Glass, "Coarse-grained embeddings of time series: random walks, Gaussian random processes, and deterministic chaos", Physica D: Nonlinear Phenomena, 64, pp.431-454, 1993



visibility graphを用いた時系列データのネットワーク変換

東京理科大学 池口研究室 B4 高野 泰地



visibility graph

→時系列データを複雑ネットワークに変換する手法の一つ

t : 時刻

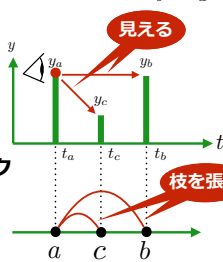
a, b : 任意の点

y : データ

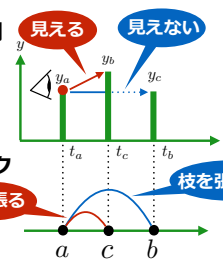
c : a, b 間の点

判定式: $y_c < y_b + (y_a - y_b) \frac{t_b - t_c}{t_b - t_a}$ を満たすとき a, b 間に枝を張る

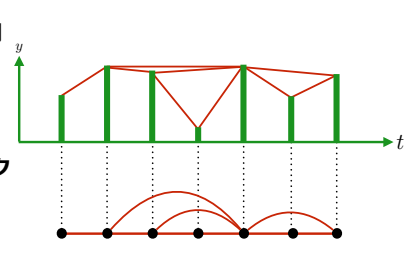
例1 時系列



例2 時系列



例3 時系列

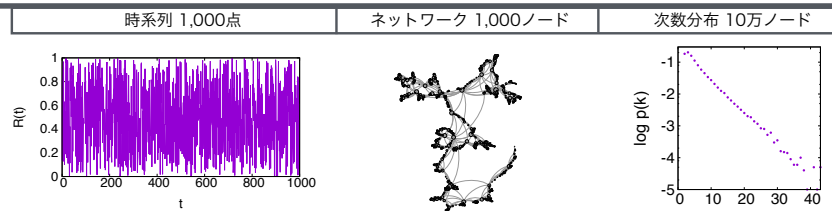


論文の追試結果

一様乱数

$[0, 1]$

確率的にランダム

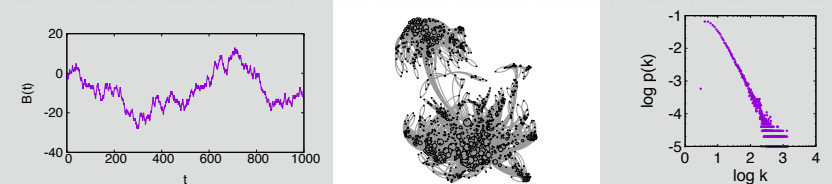


一次元ランダムウォーク

$B(0) = 0$

確率論的なフラクタル

1step毎に
確率0.5で+1
確率0.5で-1

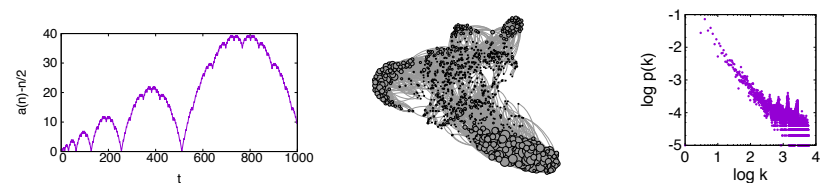


conway系列

$t_n = a(n) - \frac{n}{2}$ 決定論的なフラクタル

$a(1) = a(2) = 1$

$a(n) = a(a(n-1)) + a(n - a(n-1))$

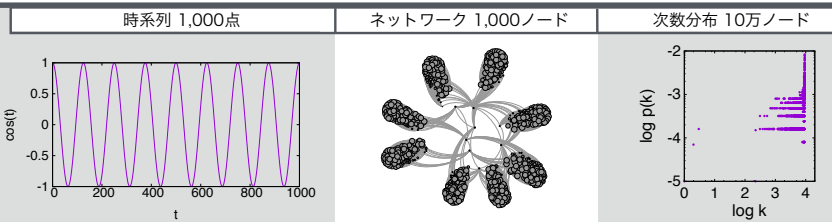


他の時系列

余弦波

周期的な時系列

$\cos(t)$

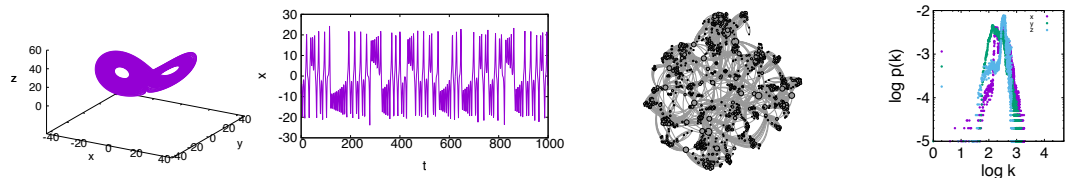


ローレンツ方程式

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Pr(y-x) \\ \frac{dy}{dt} &= rx - y - xz \\ \frac{dz}{dt} &= -bz + xy \end{aligned}$$

カオス時系列

$Pr = 10$
 $b = 28$
 $r = \frac{8}{3}$

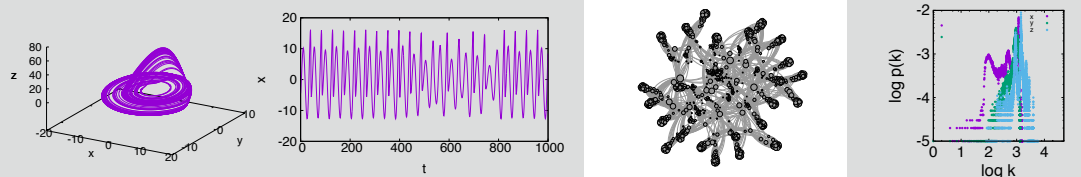


レスラー方程式

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -y - z \\ \frac{dy}{dt} &= x + ay \\ \frac{dz}{dt} &= b - cz + xz \end{aligned}$$

カオス時系列

$a = 0.2$
 $b = 0.2$
 $c = 5$



まとめ

	度数分布	ネットワーク構造
ランダムな時系列	指数関数的	ランダムネットワーク
フラクタル性を持つ時系列	べき則	スケールフリーネットワーク
周期的な時系列	べき則ではない	群を持つ
カオス時系列	多峰性	スケールフリーではない

引用

[1] Lucas Lacasa, Bartolo Luque, Fernando Ballesteros, Jordi Luque, and Juan Carlos Nuno, "From time series to complex networks: The visibility graph," PNAS, Vol. 105, No. 13, pp. 4972-4975, 2008.

[2] Chaoming Song, Shlomo Havlin, Hernán A. Makse, "Origins of fractality in the growth of complex networks," Nature Physics, vol. 2, pp. 275-281, 2006.

ネットワーク構造の違いが因果関係の推定精度に与える影響について

東京理科大学 池口研究室 B4 澤田 和弥

非線形時系列解析
池口研究室
NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEM

1 はじめに

決定論的かつ非線形な力学系に関する因果関係を検出・推定する方法として
Convergent Cross Mapping(CCM)という手法が提案されている[1]

今回は、複雑な結合をするネットワークに関してCCMを適用した

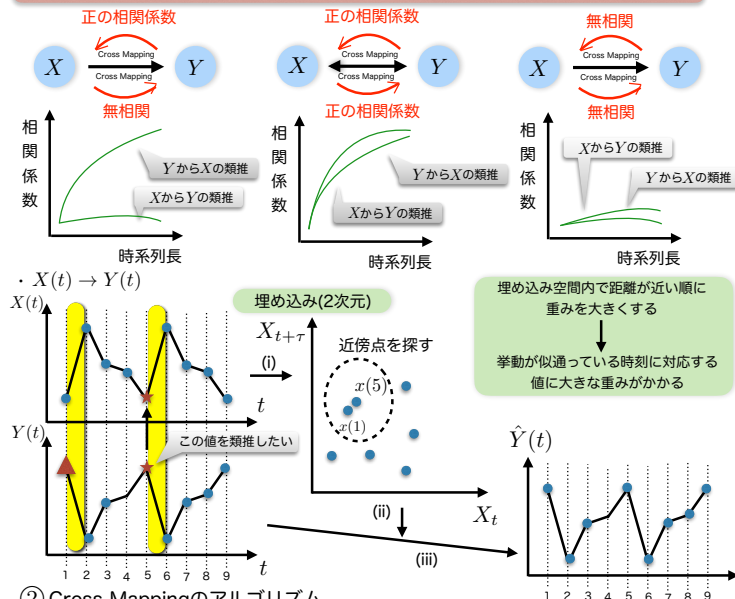
2 Convergent Cross Mapping(CCM)[1][2]

① Cross Mappingの概要

* 結果となる時系列データには、原因となる時系列データの情報が蓄積されている

$X \longrightarrow Y$ $X(t+1) = f(X(t))$ $Y(t+1) = f(Y(t), X(t))$ X の影響を受けている

* 時系列長(サンプル数)が増えれば増えるほど情報量が増える $\rightarrow$ 推定精度が上がる



② Cross Mappingのアルゴリズム

(i) 時間遅れベクトル

$$\mathbf{x}(t) = (X_t, X_{t-\tau}, X_{t-2\tau}, \dots, X_{t-(E-1)\tau})$$

(ii) 重み付け

$$w_{t_i} = \begin{cases} \frac{u_{t_i}}{\sum_{j=1}^{E+1} u_{t_j}} & (d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t_i)] \neq 0) \\ 1 & (d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t_i)] = 0) \end{cases} \quad \text{ただし,} \quad u_{t_i} = \exp \frac{-d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t_i)]}{d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t_1)]}$$

(iii) 類推

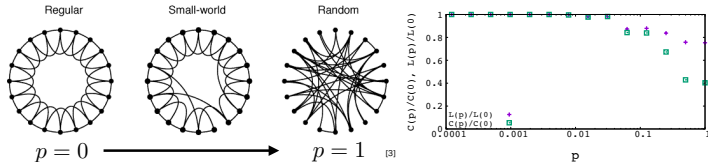
$$\hat{Y}_t = \sum_{i=1}^{E+1} w_{t_i} Y_{t_i}$$

(iv) 評価

すべての時間に対して計算し、
実際の時系列との相関係数を比較

3 結合ロジスティック写像とWSモデル

* WSモデル[3]



・ 拡張1次元格子($p=0$)から枝を確率 $0 \leq p \leq 1$ でランダムに繋ぎかえていく

・ 枝が張っている頂点間は両方向に結合

頂点数: $N = 20$

平均次数: $k = 4$

* 結合ロジスティック写像[4]

$$x_i(t+1) = (1-\epsilon)f(x_i(t)) + \epsilon \sum_{j=1}^N A_{i,j} f(x_j(t))$$

$x_i(t)$: 頂点 i の時刻 t での状態値

N : 全頂点数

ϵ : 頂点間の結合強度

$A_{i,j}$: ネットワークの隣接行列の (i, j) 成分

$f(x): \alpha x(1-x)$ (ロジスティック写像)

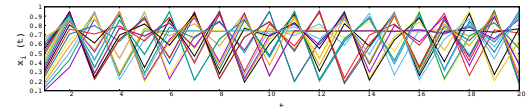
今回用いた値

$\alpha = 3.75, \epsilon = 0.05$

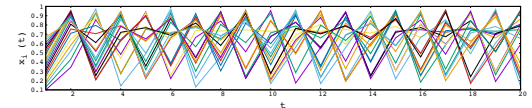
初期値: $x_0(0) = 0.1$ から $x_{19}(0) = 0.67$ まで0.03刻み

4 結果

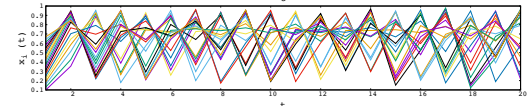
* 時系列 ($p=0$)



* 時系列 ($p=0.35$)



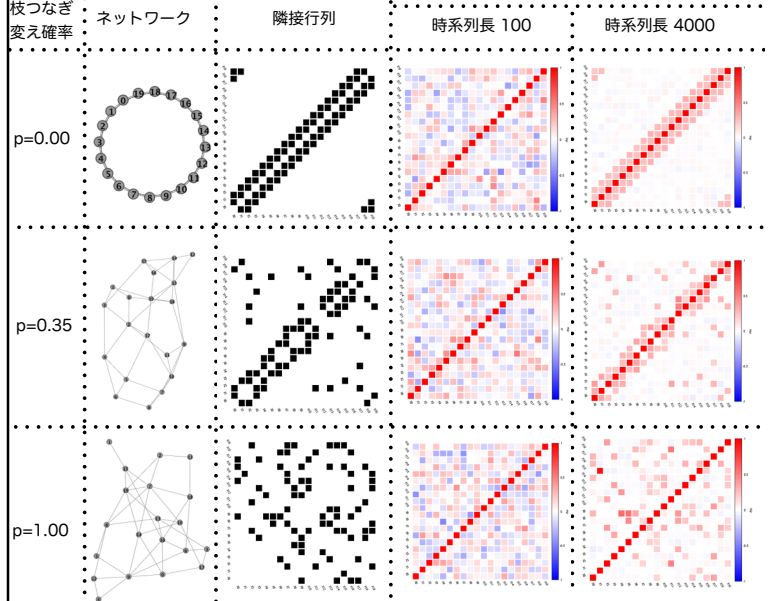
* 時系列 ($p=1$)



埋め込み次元: $E=2$

時間遅れ: $\tau=-1$

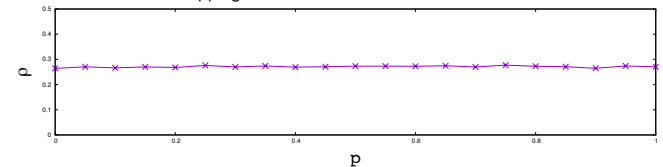
相関係数行列



隣接行列と時系列長4000のときの
相関係数行列の赤くなっている部分は一致している $\rightarrow$ 正しく推定できている

* 推定精度

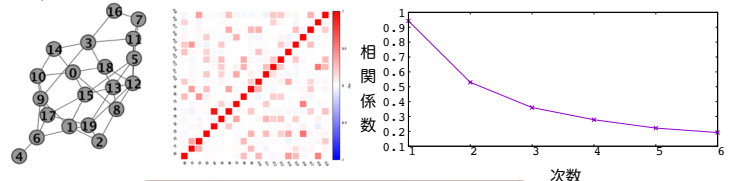
直接結合する頂点間に関して十分な時系列長4000を用いて
Cross Mappingした際に得られる相関係数の平均値



推定精度は枝つなぎ変え確率を変化させても変わらない

* 次数と相関係数の関係

$p=0.95$



次数が大きいくほど相関係数が下がる

5 まとめ

・ 結合ロジスティック写像を用いたWSモデルに関してCCMを適用
・ ネットワーク構造が異なっても因果関係の推定精度には影響がない
・ 次数が高い頂点ほど相関係数が低くなる

6 今後の方針

・ さらに大規模なネットワークについて調査を続ける
・ 相関係数の値が有意であるのか統計的な検定が必要

参考文献

- [1] Sugrue George, May Robert, Ye Hao, Hsieh Chih-hao, Deylan Eghart, Fogarty Michael and Munch Stephan, "Detecting causality in complex ecosystems," Science, Vol. 338, No. 6106, pp. 496-500, 2012.
- [2] 中山 新一郎, 岡部 真太郎, 岡村 寛, "Convergent cross mappingの紹介: 主成分分析における時系列間の因果関係推定法," 日本生態学会誌, Vol. 65, No. 3, pp. 241-253, 2015.
- [3] Watts, Duncan J and Strogatz, Steven H, "Collective dynamics of 'small-world' networks," nature, Vol. 393, No. 6684, pp. 440, 1998.
- [4] Jelen, Sanku and Singh, Aradhana, Cluster synchronization in multiplex networks, EPL, Vol. 113, No. 3, pp. 30002, 2016.

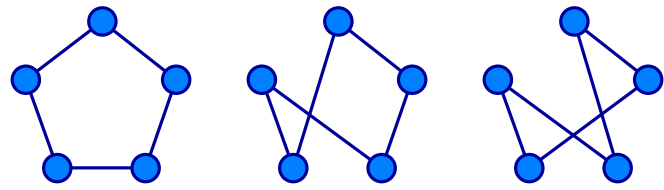
TSPにおける構築法より得られる巡回路と 最適巡回路を構成する枝の比較

東京理科大学 池口研究室B4 木澤舞



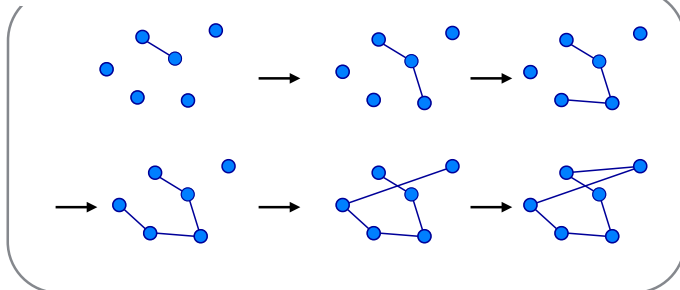
TSP(traveling salesman problem)

全ての都市をちょうど一回ずつ訪問し最後に最初の都市に戻ってくる巡回路のなかで最短のものを求める

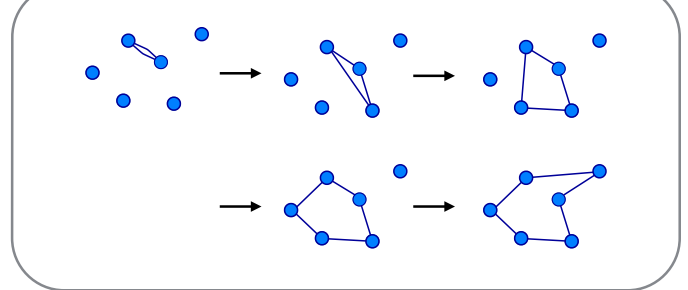


構築法

最近傍法(nearest neighbor algorithm) [1]



最近追加法(nearest addition algorithm) [1]



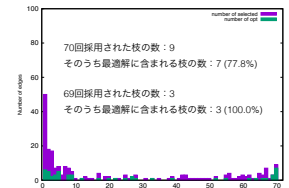
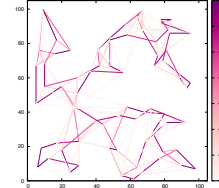
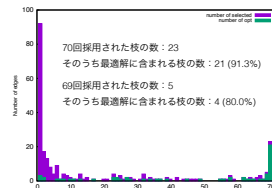
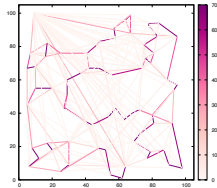
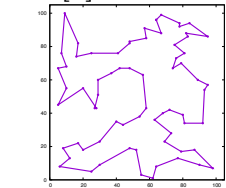
構築法による枝の採用回数

最適解

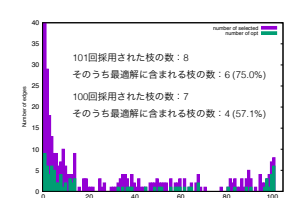
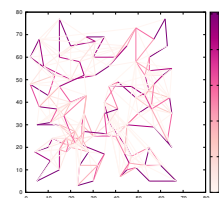
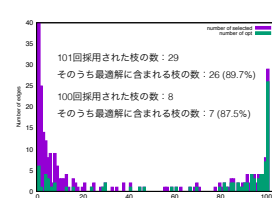
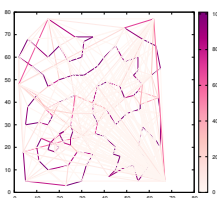
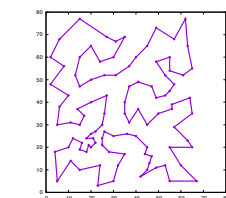
最近傍法

最近追加法

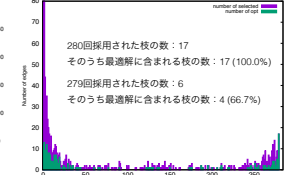
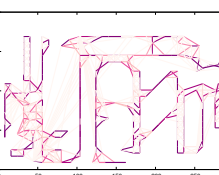
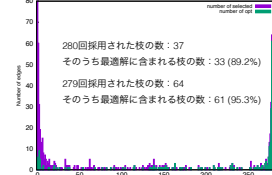
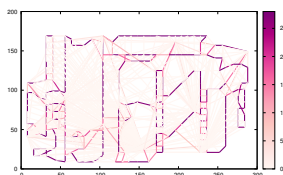
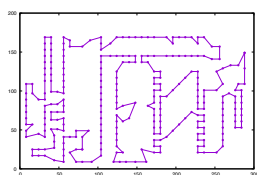
st70 [2]



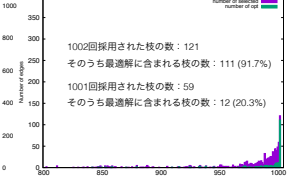
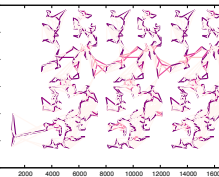
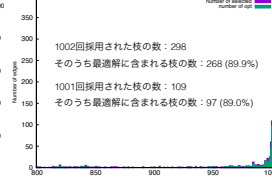
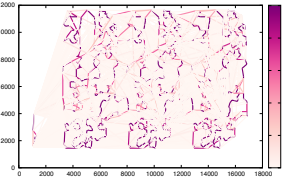
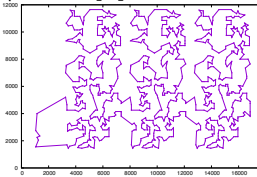
eil101 [2]



a280 [2]



pr1002 [2]



最適解を構成する枝のうち構築法で採用された枝の割合

問題	構築法	100%	80%以上	60%以上	40%以上	20%以上	1回以上
st70	最近傍法	30.0%	50.0%	54.3%	62.9%	74.3%	90.0%
	最近追加法	10.0%	20.0%	22.9%	27.1%	35.7%	75.7%
eil101	最近傍法	25.7%	66.3%	66.3%	73.3%	77.2%	97.0%
	最近追加法	5.9%	18.8%	24.8%	31.7%	36.6%	85.1%
a280	最近傍法	11.8%	66.8%	72.5%	82.5%	85.0%	98.6%
	最近追加法	6.0%	23.9%	29.6%	33.2%	35.0%	90.7%
pr1002	最近傍法	26.7%	60.5%	66.8%	73.8%	77.4%	93.7%
	最近追加法	11.1%	24.0%	24.5%	25.2%	26.5%	78.2%

まとめ・今後の課題

最近傍法での採用率の高い枝ほど最適解に含まれていることが多い傾向にある
→ 最近傍法で選ばれた回数の多い枝を優先して解の探索を行う

参考文献

[1] 山本芳嗣, 久保幹雄, 巡回セールスマン問題への招待, 朝倉書店, 1997.

[2] TSPLIB, <http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/> (最終閲覧日: 2018 年 5 月 3 日)

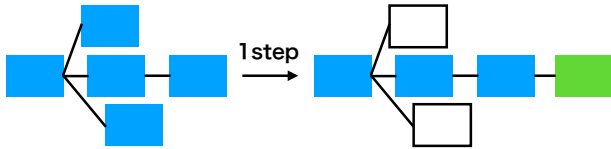
論文 “On the Security and Performance of Proof of Work Blockchain” の紹介

2018年8月26日 非線形ワークショップ 夏合宿 東京理科大学 池口研 B4 小林航平

1. 論文の概要

通常のブロック生成(マイニング)

マイナー(ブロックの生成をする人たちは)最長鎖に新ブロックを作成し即時公開する,それ以外は破棄する



Selfish Mining - ブロックチェーンに対する攻撃手法

攻撃者マイナーは非公開ブロックを生成公開済みチェーンよりも長くなったとき公開



他のマイナーは最長鎖を採用するので元の公開済みブロックは破棄される。

問題点

攻撃者は青いチェーンでの支払いをなかったことにして赤いチェーンで支払いができてしまう(二重支払い)

解決策

Selfish Miningで得る報酬 r_a < 通常のマイニング報酬 r_h (2重支払い報酬+マイニング報酬)

論文の目的

ブロックチェーンの各構成パラメータが r_a/r_h に影響するか調査する

方針

攻撃者の行動はブロックチェーン状態によって変化

仮定の攻撃者を設定し, 最大攻撃報酬となる状況を再現したい

マルコフ決定過程(MDP)で攻撃者の行動決定をする

攻撃者の行動の決め方

$S = s$ で $A = a$ をとる価値を $Q(s, a)$ とする。

$Q(s, a)$ が一番高い a を次の行動として採用する。

$$Q(s_i, a_i) = \sum_{s_{i+1}} \sum_{a_{i+1}} P(s_{i+1}|s_i, a_i) \{r(s_i, a_i, s_{i+1}) + \gamma \max_{a_{i+1}} Q(s_{i+1}, a_{i+1})\}$$

攻撃者の目標

通常マイニングとSelfish Miningの報酬の相対値 r_{rel} を大きくする

$$r_{rel} = \frac{\sum_i r_{a_i}}{\sum_i (r_{a_i} + r_{h_i})} \text{ をMDPの報酬 } R \text{ とする}$$

3. 結果

観察する設計パラメータ

r_s : マイナーによって生成されたがチェーンに含まれなかったブロックの割合

ω : eclipse attackという攻撃によって攻撃者チェーンでマイニングさせられる通常マイナーの計算力

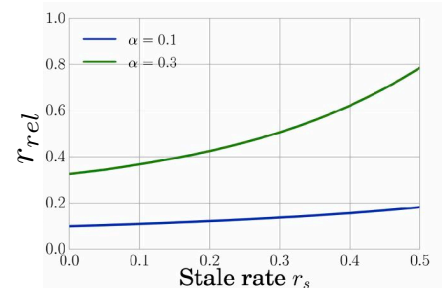


図1 攻撃者の計算力と生成されたがチェーンに含まれなかったブロックの割合 r_s の関係

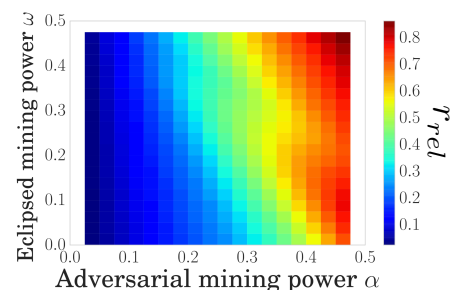


図2 ネットワークから分断された計算力 ω と攻撃者の計算力の関係

2. マルコフ決定過程(MDP)

[1]においては

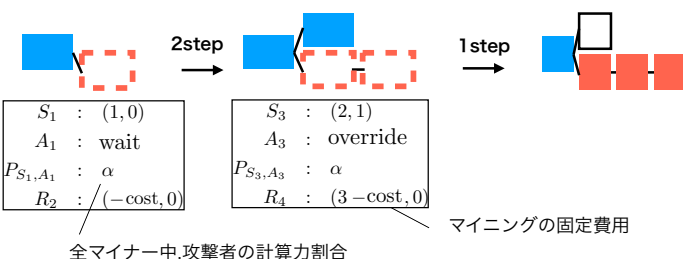
状態 $S: S_i = (l_a, l_h)$ (攻撃チェーン長, 通常チェーン長)

報酬 $A: A_i = \{ \text{adopt, wait, override, match, exit} \}$ 攻撃者の行動

遷移確率 $P = P(S_{i+1}|S_i, A_i)$ 行動が実行される確率

利益 $R: \{R_{i+1} = (r_a, r_h) | r = S_i \times A_i \times S_{i+1}\}$ 利益 (攻撃者, 通常者)

Selfish Miningでの具体例



4. まとめ

- ブロックチェーンにおけるマイニング収益
- 設計パラメータによる攻撃の採算性変化

が再現された

参考文献

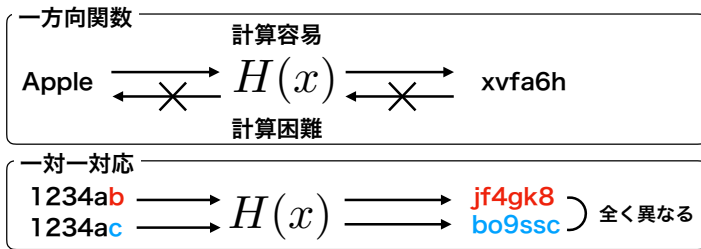
- [1] Gervais, Arthur and Karame, Ghassan O. and Wu, Karl and Glykantzis, Vasileios and Ritzdorf, Hubert and Capkun, Srdjan, "On the Security and Performance of Proof of Work Blockchains," Proceedings of the 2016 ACM SIGSAC Conference on Computer and Communications Security, pp.3-16, 2016.

付録

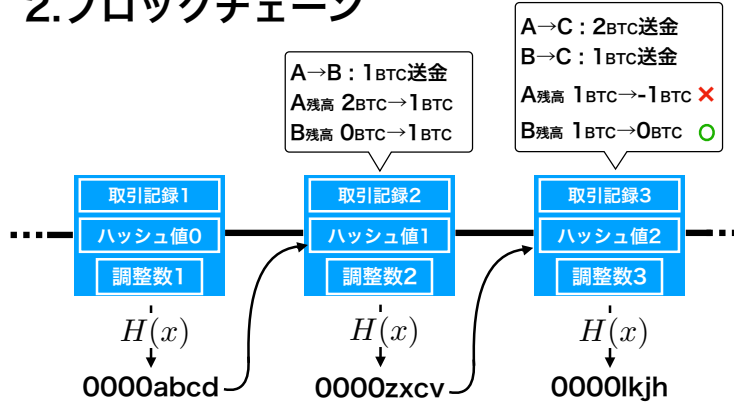
論文 “On the Security and Performance of Proof of Work Blockchain” の紹介

2018年8月26日 非線形ワークショップ 夏合宿 東京理科大学 池口研 B4 小林航平

1. ハッシュ関数



2. ブロックチェーン

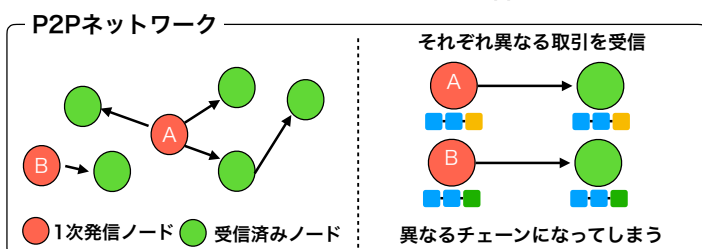


取引内容が正しいかはブロックチェーンを遡ればわかる

取引記録を変更すると以降のハッシュ値が全て変わる
古い記録ほど改ざんが難しい

3. プルーフオブワーク (PoW)

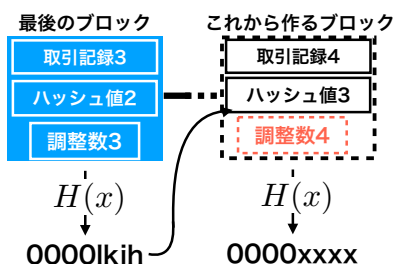
ブロックチェーンは中央にサーバーを持たない
P2Pネットワークでデータを管理



ブロックに書き込む情報とチェーンを一意にするには？

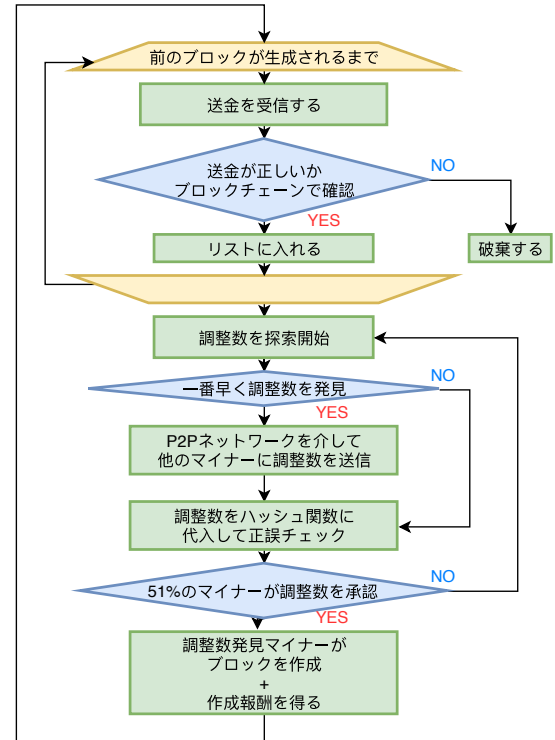
PoW (仕事の証明)

先頭に0が規定数(下図は4)並ぶハッシュ値を持つ
ブロックのみチェーンに繋がるルール



目的のハッシュ値を出力する調整数を総当たりで探索する
この探索をマイニング、参加者をマイナーと言う

PoWのフローチャート



調整数の総当たり計算

ハッシュ値は16進数なので

16個の数字のうちどれか $\rightarrow H(x) \rightarrow 0$

16^n 個の数字のうちどれか $\rightarrow H(x) \rightarrow \underbrace{00\cdots00}_{n\text{個}}xxxx$

他のマイナーに比べて多く計算力を持っているほど
早く正解の調整数にたどり着ける

例. 全体の30%の計算力(mining power)を持つマイナーは
3/10回はブロックの発行に成功する

不正を働く人が少数派である仮定では

記録操作に負荷をかける

正しい記録者には報酬を与える

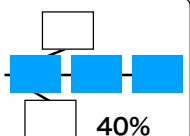
不正で得られる
収益期待値

正しい処理で得る
収益期待値

4. ポスタで使用するパラメータの解説

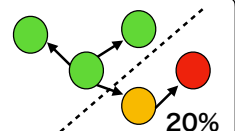
stale block rate

調整数が見つめられたが51%の承認が得られず
破棄されたブロックの割合
無駄になった計算力といえる



eclipsed mining power

P2Pネットワークにおいて攻撃者●の
意図的なネットワーク分断に巻き込まれた
mining power●の割合



論文”GNSS ionospheric seismology: Recent observation evidences and characteristics” の紹介

東京理科大学 池口研究室 学部4年 石崎 一輝



1.電離層とTECデータ



・ TEC(Total Electron Content)

→電離層の全電子数

GPS → $f_1(1.56\text{Hz}), f_2(1.2\text{Hz})$ の2周波

2周波のデータを計算することで、
TECデータが求められる。

2.TECの算出方法

TECデータ

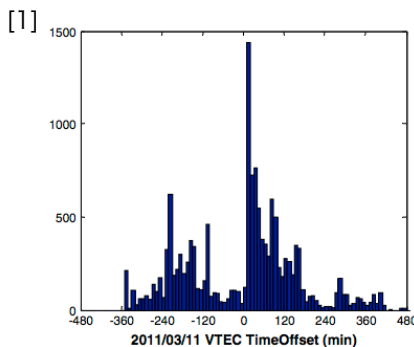
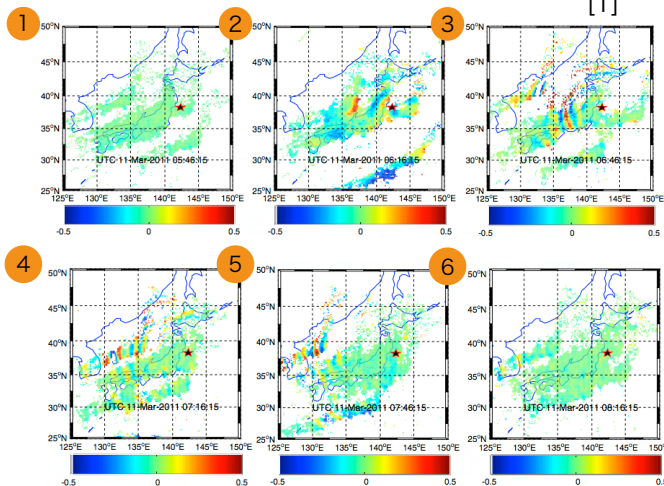
$$\begin{aligned}
 STEC &= \frac{f_1^2 f_2^2}{40.28(f_1^2 - f_2^2)} (L_1 - L_2 + \lambda_1(N_1 + b_1) - \lambda_2(N_2 + b_2) + \epsilon_L) \\
 &= \frac{f_1^2 f_2^2}{40.28(f_1^2 - f_2^2)} (P_1 - P_2 - (d_1 - d_2) + \epsilon_P) \\
 VTEC &= STEC * \cos(\arcsin(\frac{R \sin z}{R + H}))
 \end{aligned}$$

各パラメータ

L	搬送波位相 (m)	f	GPS 周波数
P	擬似距離 (m)	ϵ_L	搬送波位相の観測誤差 (m)
N	搬送波位相の整数値バイアス	ϵ_P	擬似距離の観測誤差 (m)
λ	搬送波の信号波長 (m)	R	地球半径 (km)
b	搬送波位相の機器バイアス	H	電離層の平均高度 (km)
d	擬似距離の機器バイアス	z	衛星の天頂角

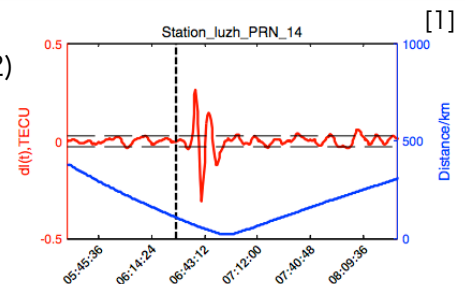
3.強い地震に対する電離層異常

・ 東日本大震災(2011/03/11)

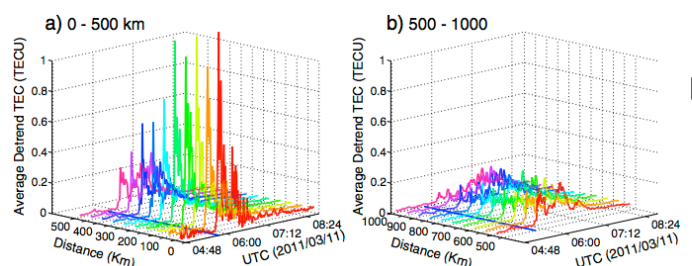
本震前に
TECの乱れ強い地震の
前兆??

・ 汶川地震(2008/5/12)

本震後に
TECの大幅な乱れを
見ることができる



震源域を除き、日本海上にはTECの乱れが発生している。
TECの乱れはUTC 6:00~8:00にかけてほぼ2時間続いた
後、TECは本震前の状態に回復する。



時間により3つのピークが見える。
電離層の影響は余震や津波にも関連。
TECの乱れは0 - 500kmを離れると急激に減少。

4.まとめ

電離層の解析により、
地震の発生源範囲や規模を推定したい

参考文献

- [1] Jin, Shuanggen, Occhipinti, Giovanni and Jin, Rui, Earth-Science Reviews, Volume 147, pp.54-64, 2015
[2] 日置幸介, 菅原守, 大関優, 岡崎郁也, 測地学会誌, Volume 56, pp.125-134, 2010

情報発信源の違いがネットワーク全体の情報到達範囲に与える影響の調査

東京理科大学 池口研究室 学部4年 山元 航平

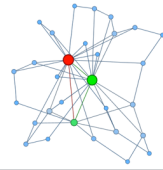
非線形問題解決集団
池口研究室
NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEM

研究背景

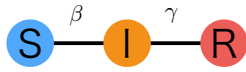
従来



現在



SIR拡散モデル[1]

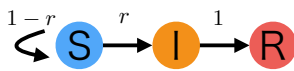


個人間の相互作用を考慮できない
→複雑ネットワークに応用

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\beta SI \\ \frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I \end{cases}$$

 β : 感染率 γ : 隔離率

差分方程式で表現したSIR拡散モデル



Sは隣接頂点にIがあれば
rでIに, 1-rでSに
Iは一通り隣接頂点を
チェックしたらRへ
一度RになるとRのまま

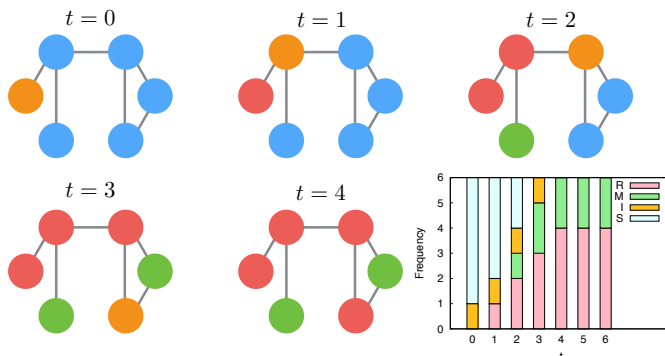
感染症が到達しても感染しなければSに戻る
情報拡散に応用することを考えると
情報が到達したが広めなかった人にも情報は到達している

SIMR拡散モデル

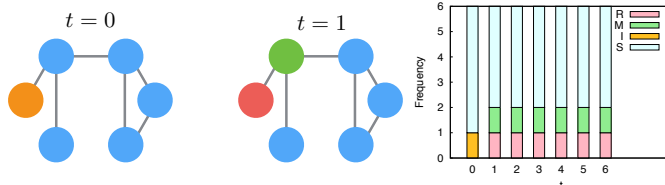


$$\begin{cases} S_{t+1} = 0 \\ I_{t+1} = rS_t \\ M_{t+1} = (1-r)S_t + M_t \\ R_{t+1} = I_t + R_t \end{cases}$$

..... 拡散したとき



..... 拡散しなかったとき



シミュレーション

情報到達率

$$H = \frac{\sum I + \sum M + \sum R}{N}$$

 N : 総頂点数 I, M, R :

各状態の頂点数

-- 使用ネットワーク --

最終頂点数

 $N = 1000$

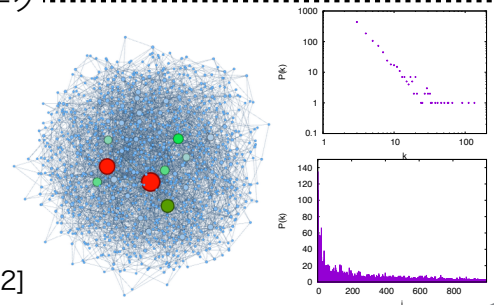
初期完全グラフ

 $m = 3$

追加頂点の枝数

 $l = 3$

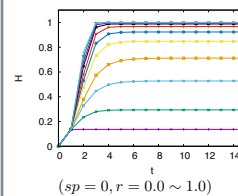
のBAモデル[2]



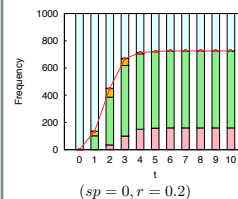
結果

SIMR拡散モデルのパラメータ→sp: 情報発信源の頂点番号, r: 拡散率

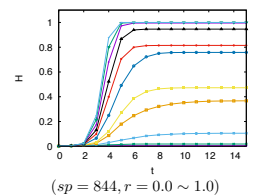
発信源の次数が大



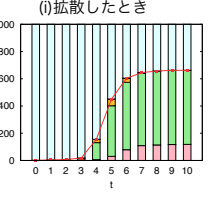
早い段階から拡散



発信源の次数が小



次第に拡散

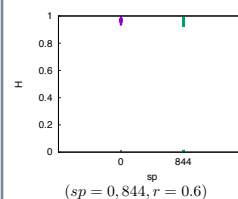
任意の1回の
試行に着目

発信源の頂点の次数が小さく、
拡散率が小さいとき、
情報拡散の可否は大きく変動

頂点番号sp=0の次数: 135(最大次数)

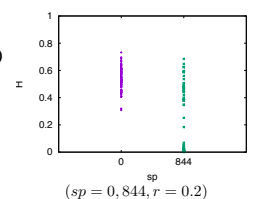
sp=844の次数: 3(最小次数)

拡散率が大



発信源によらずほぼ全域に到達

拡散率が小



発信源の次数が小さいと
拡散するときとしないときがある

次数の大きな頂点に情報が到達→一気に拡散

今後に向けて

- 作成したSIMR拡散モデルの評価
- ネットワーク構造による情報拡散の違い
- 情報到達度の時間的変化

参考文献

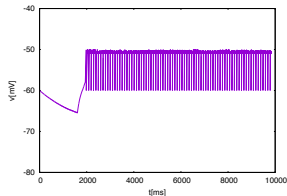
- [1] W. O. Kermack, and A. G. McKendrick, "Contributions to the mathematical theory of epidemics. II. —The problem of endemicity," Proc. R. Soc. Lond. A, vol. 138, no. 834, pp. 55–83, 1932.
- [2] A. L. Barabási, and R. Albert, "Emergence of scaling in random networks," Proc. R. Soc. Lond. A, vol. 286, no. 5439, pp. 509–512, 1999.

論文 “Optimal spike-based communication in excitable networks with strong-sparse and weak-dense links”の紹介

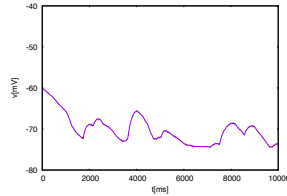
東京理科大学 池口研究室 B4 藤田 祥太郎

自発発火活動とは

持続的な外部入力がなくとも初期状態から一定時間与えられた外部入力のみで電気スパイクが飛び交い発火する現象

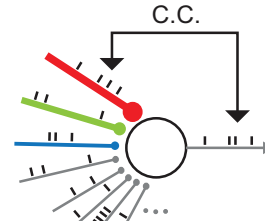


閾値を変える発火活動が見れる

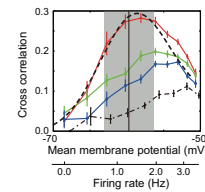


閾値を超える発火活動が見られない

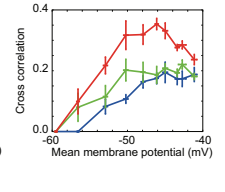
自発発火活動下でわかっていること



生理学実験より
ニューロン間の結合強度が高いほど
スパイクの入出力の相互相関係数が高い



生理学実験の結果[1]



シミュレーションの結果[1]

数理モデル

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\tau}(v - V_L) - g_E(v - V_E) - g_I(v - V_I)$$

積分発火モデル

$$\frac{dg_E}{dt} = -\frac{g_E}{\tau_s} + \sum_j G_{E,j} \sum_{s_j} \delta(t - s_j - d_j)$$

興奮性シナプスのコンダクタンス

$$\frac{dg_I}{dt} = -\frac{g_I}{\tau_s} + \sum_j G_{I,j} \sum_{s_j} \delta(t - s_j - d_j)$$

抑制性シナプスのコンダクタンス

$V_I = -80[\text{mV}]$ $G_{E,j}$ はニューロンに j 番目に結合している興奮性シナプスの重み

$V_L = -70[\text{mV}]$ $G_{I,j}$ はニューロンに j 番目に結合している抑制性シナプス重み

$V_E = 0[\text{mV}]$ d_j はニューロン j からの伝達遅延

$\tau_s = 2[\text{ms}]$ s_j はニューロン j からのスパイクタイミング

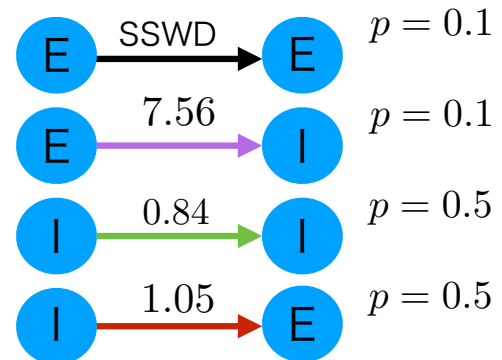
ネットワークの結合方法

SSWD (strong-sparse and weak-dense)

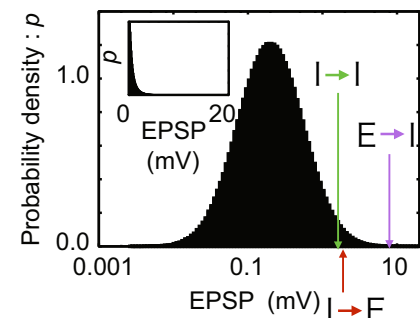
strong-sparse 強い結合の密度が薄く

weak-dense 弱い結合の密度が濃い

生理学実験[1]より、興奮性ニューロン間の重みの分布が
SSWDであることがわかっている



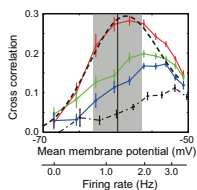
SSWDの分布



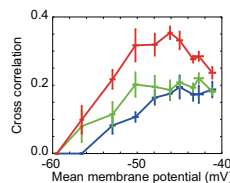
興奮性シナプス後電位(EPSP)とは
静止膜電位が上がる膜電位のこと

先行研究と生理学実験との比較

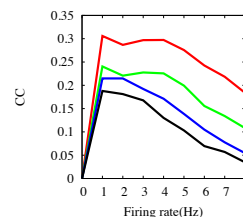
考察



生理学実験の結果[1]



シミュレーションの結果[1]



追試結果

結合強度が強いほど
相互相関係数が高くなった
しかし結合強度が高い場合
Firing rateが2-3Hzの時に
相互相関係数が下がりきらなかった

参考文献

- [1] Jun-nosuke Teramae, Yasuhiro Tsubo, and Tomoki Fukai, "Optimal spike-based communication in excitable networks with strong-sparse and weak-dense links," Scientific Reports, 2, 485, 2012.
- [2] 犬束龍之介, "ニューラルネットワークにおける自発発火活動の解析," 東京理科大学工学部経営工学科 卒業研究論文, 2017.
- [3] 合原一幸, 神崎亮平, "理工学系からの脳科学入門," 東京大学出版, 2008.

論文 “Knowledge-Guided Tabu Search for the Prize Collecting Steiner Tree Problem in Graphs” の紹介

東京理科大学 池口研究室 4年 金子 信生

1. Prize Collecting Steiner Tree Problem [1]

効率的な木的设计

→ 電線網・パイプラインなどの敷設計画に応用

目的関数

木に含まれる枝コストの合計

$$\min \sum_{e \in E} C_e + \sum_{v \notin V} P_v$$

木に含まれない

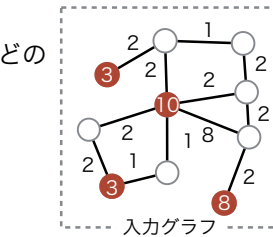
prizeノードのprizeの合計

E : 木に含まれる枝集合

V : 木に含まれるノード集合

C_e : 枝 e のコスト

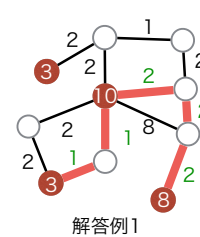
P_v : ノード v の prize



入力グラフ

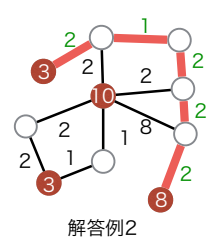
目的関数値

27+0



解答例1

8+3



解答例2

9+13

※全てのprizeノードを木に含む必要はない

2. 提案手法[2]

入力グラフをノード数 $|V|$ 、枝コストの偏差 σ で分類し、異なる探索アルゴリズムを用いる。

$$\text{枝コストの偏差 } \sigma = \frac{1}{|E|} \sum_{e \in E} \frac{|C_e - \bar{C}_e|}{\bar{C}_e} \quad \bar{C}_e: \text{入力グラフの平均枝コスト}$$

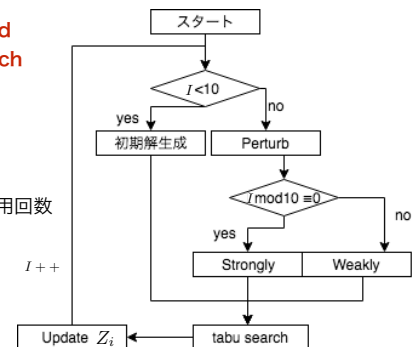
分類条件	アルゴリズムの種類
$ V < 5,000$ かつ $\sigma \geq 0.05$	knowledge guided iterated tabu search
$ V < 5,000$ かつ $\sigma < 0.05$	enhanced iterated tabu search
$ V \geq 5,000$	simple iterated local search

knowledge guided iterated tabu search

I : イタレーション

Z_i : i 番目のノードの採用回数

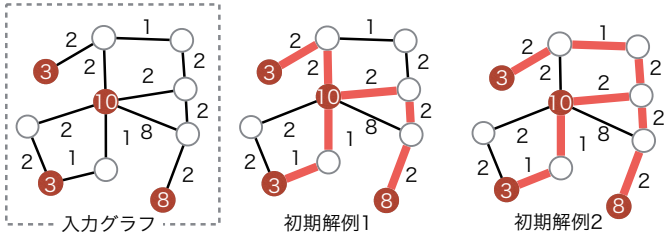
(Knowledge)



3. アルゴリズムの各処理

3-1. 初期解生成

全てのprizeノードをランダムに結合させて初期解を生成



3-3. Perturb

Z_i (Knowledge) を基に近傍操作を行い、近傍解を生成

Strongly Perturb (I が10の倍数のとき)

採用ノードを全て含む木を生成

各prizeノードの採用率

$$\frac{Z_i + 1}{I + 1}$$

Weakly Perturb (I が10の倍数でないとき)

ランダムに選択したノード i の状態を確率で反転

挿入を許可する確率

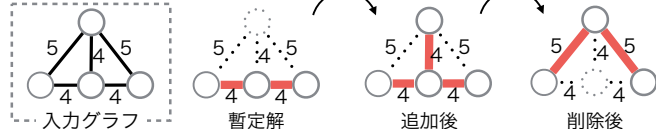
$$\frac{Z_i + 1}{I + 1}$$

削除を許可する確率

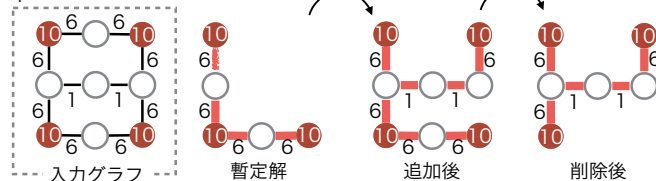
$$1 - \frac{Z_i}{I}$$

3-2. 近傍操作

中継ノードの操作例



prizeノードの操作例



3-4. タブーサーチ

- 近傍操作を繰り返し得られる近傍解群のうち、タブーに該当しないもっとも良い解に遷移する。
- 遷移は必ずしも目的関数を改善しない。
- 遷移前の状態に戻る操作をタブーとして、一定期間禁止する。

論文中の禁止期間

挿入操作をしたとき

$$3 \leq l_{in} \leq 3 + \frac{|V| - |V_T|}{5}$$

削除操作をしたとき

$$3 \leq l_{out} \leq 3 + \frac{|V_T|}{5}$$

l_{in} : 追加の禁止期間

l_{out} : 削除の禁止期間

4. 結果[2]

問題名	ノード数	枝数	計算時間(秒)	誤差率
P400_3	400	1,175	40.78	0
P400_4	400	1,144	10.33	0
P400_7	400	1,442	1.71	0
a2000.2	2,000	16,062	1,794.66	0.00168
a4000.3	4,000	32,0256	177.81	0.00156

5. まとめ

Perturb + タブーサーチ

誤差率ほぼなし

今後の方針

- プログラムを完成させ、追試を行う。
- カオスニューラルネットワークを用いて駆動する。

参考文献

[1] David S. Johnson, Maria Minkoff and Steven Phillips, "The Prize Collecting Steiner Tree Problem: Theory and Practice," Proceedings of the Eleventh Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA'00), pp. 760-769, 2000.

[2] Fu Zhang-Hua and Hao Jin-Kao, "Knowledge-Guided Tabu Search for the Prize-Collecting Steiner Tree Problem in graphs" Knowledge-Based Systems, Vol. 128, pp. 78-92, 2017.

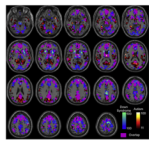
[3] DIMACS challenge, <http://dimacs11.zib.de/downloads.html> (最終閲覧日: 2018年05月2日).

論文 “Cognitive relevance of the community structure of the human brain functional coactivation network [1]”の追試

東京理科大学工学部経営工学科 池口研究室 学部4年 宮 南風

1. 背景

最終目標：ダウン症患者の数理モデリング



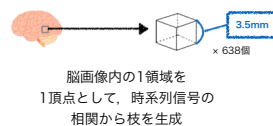
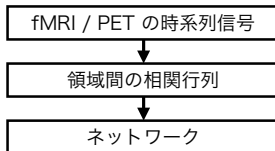
神経細胞のつながりが
特異的であることを示唆

機能的領域間の相関：(低)
ネットワーク全体のクラスタ性：(高)

- 先行研究の論文[2]がfMRI信号の相関より生成されたネットワークを調査したもの。
- fMRIは神経細胞そのものの動きを見ているわけではない。
- 論文では結果のみ記載でデータが公開されていない。
- 公開されているfMRIデータを用いてネットワークを生成し、数理モデル化に向けた調査を行う。

論文[1]：fMRIとPETの2種類の脳画像データの相関から得たネットワーク解析

2. ネットワーク作成手順



枝の生成条件

$$P = -2 \log L < 0.01 \text{ を満たすとき領域間に枝を張る}$$

$$L = \frac{B(k; n, p)B(m-k; N-n, p)}{B(k; n, p_1)B(m-k; N-n, p_0)} = \frac{p^k(1-p)^{n-k}p^{m-k}(1-p)^{N-n-m+k}}{p_1^k(1-p_1)^{n-k}p_0^{m-k}(1-p_0)^{N-n-m+k}}$$

$$\begin{cases} p = m/N \\ p_1 = k/n \\ p_0 = (m-k)/(N-n) \end{cases} \quad \begin{cases} m: \text{領域 X の活性化数} \\ N: \text{活性化した領域の総数} \\ n: \text{領域 Y の活性化数} \\ k: \text{領域 X, Y の両活性化数} \end{cases}$$

3. 追試結果

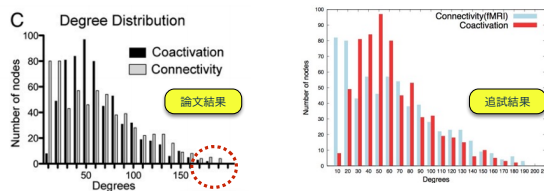


図1：度数分布 (Connectivity：fMRI, Coactivation：PET)

⇒ 次数が高いノードが一部存在

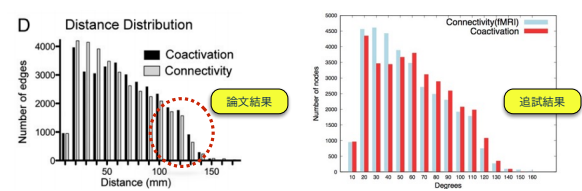


図2：物理的距離の頻度分布 (Connectivity：fMRI, Coactivation：PET)

⇒ 物理的に距離が離れた領域間も枝が存在

4. ネットワーク指標の追加調査

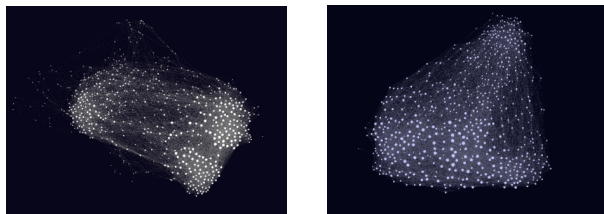


図3：可視化したネットワーク (左：fMRI, 右：PET)

コミュニティ構造：ノード間に貼られているエッジの密度が高いノードの集まり
リッチクラブ構造：コミュニティの中に次数が高いノードが点在

⇒ 他のネットワーク指標から特徴を得る

① クラスタ係数

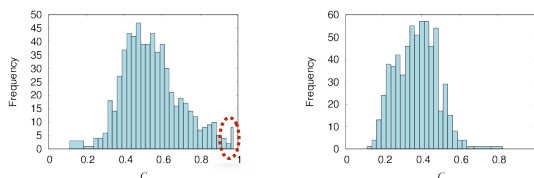


図4：各頂点のクラスタ係数の頻度分布 (左：fMRI, 右：PET)

⇒ コミュニティ内のノードでは密なつながりを持っている

② 頂点間最短距離

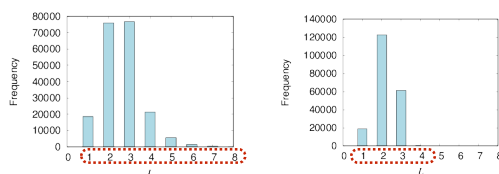


図5：各頂点間距離の頻度分布 (左：fMRI, 右：PET)

⇒ どの頂点にも数ステップで到達可能(スモールワールド性)

③ 近接中心性

他頂点間まで平均的にどれぐらい近いか

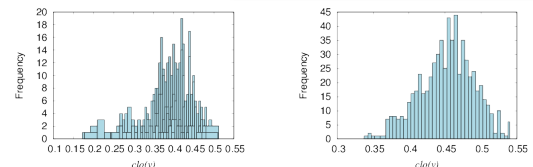


図6：近接中心性の頻度分布 (左：fMRI, 右：PET)

④ 媒介中心性

他頂点間の最短路に含まれる度合い

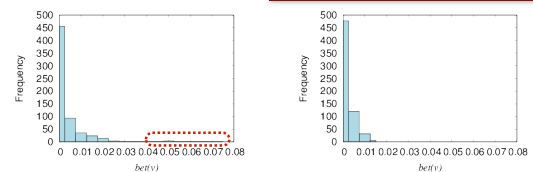


図7：媒介中心性の頻度分布 (左：fMRI, 右：PET)

⑤ k-shell中心性

次数情報を考慮したときの影響力の高さ

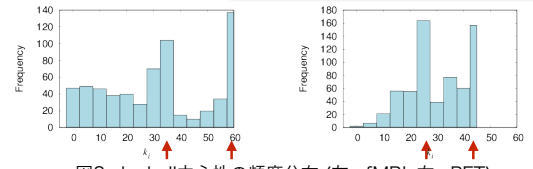


図8：k-shell中心性の頻度分布 (左：fMRI, 右：PET)

⇒ リッチクラブノードと一般的なノードの2極化

5. 今後の課題

- 脳画像データの相関関係から脳内の連携ネットワークを作成。
- 得られた脳内ネットワークからは先行研究でいわれている複雑な構造を有していた
- 今後は神経細胞を同様の特徴をもつネットワーク上でつなげることで脳内の神経ネットワークをモデル化すること。
- また、学習則などから同様の構造の再現を目指す。

参考文献

- Crossley, Nicolas A., et al. "Cognitive relevance of the community structure of the human brain functional coactivation network." Proceedings of the National Academy of Sciences, No. 110, Vol. 28, pp.11583-11588, 2013.
- Jeffrey S. Anderson, et al., "Abnormal brain synchrony in Down syndrome," NeuroImage: Clinical, Vol. 2, pp.703-715, 2013.
- Brain Connectivity Toolbox: <https://sites.google.com/site/bctnet/datasets> (最終閲覧日：2018/08/19)



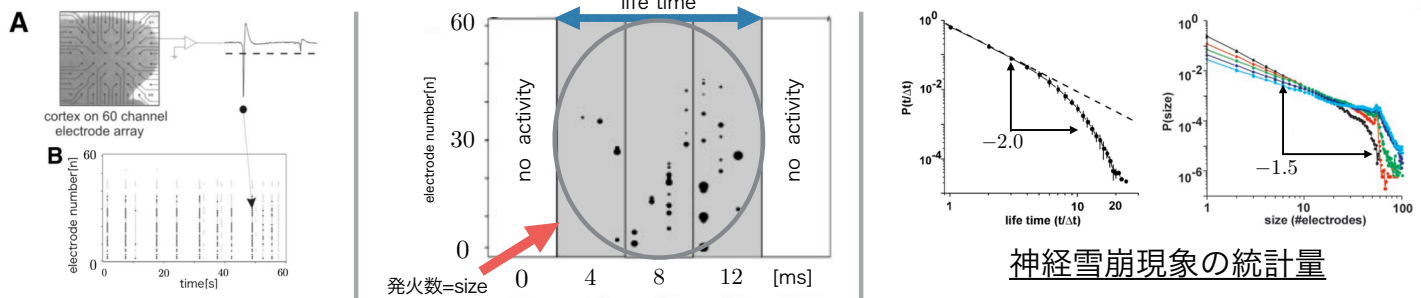
神経活動リズムが神経雪崩現象の統計量に与える影響

東京理科大学 池口研究室 修士2年 青木舞優

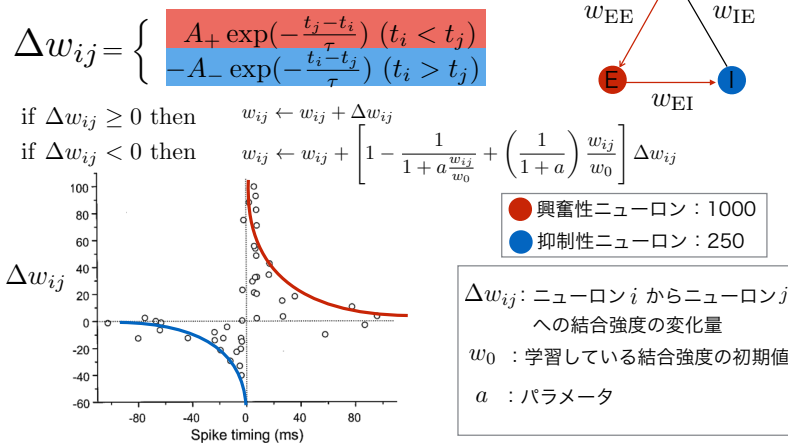


1. 神経雪崩現象[1]

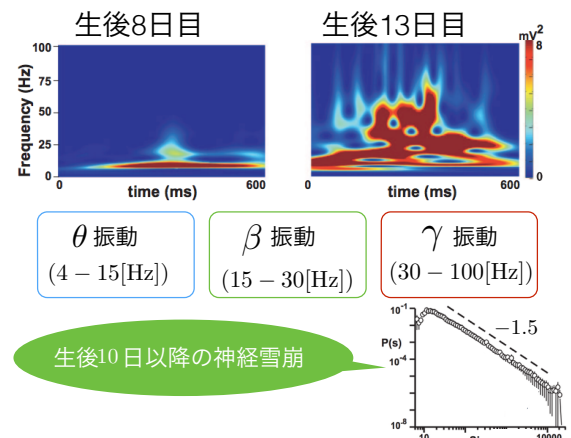
大脳皮質の自発的活動に、多様な神経活動パターンの伝播が繰り返し行われる神経同期現象のこと。



2. STDP学習則[2]

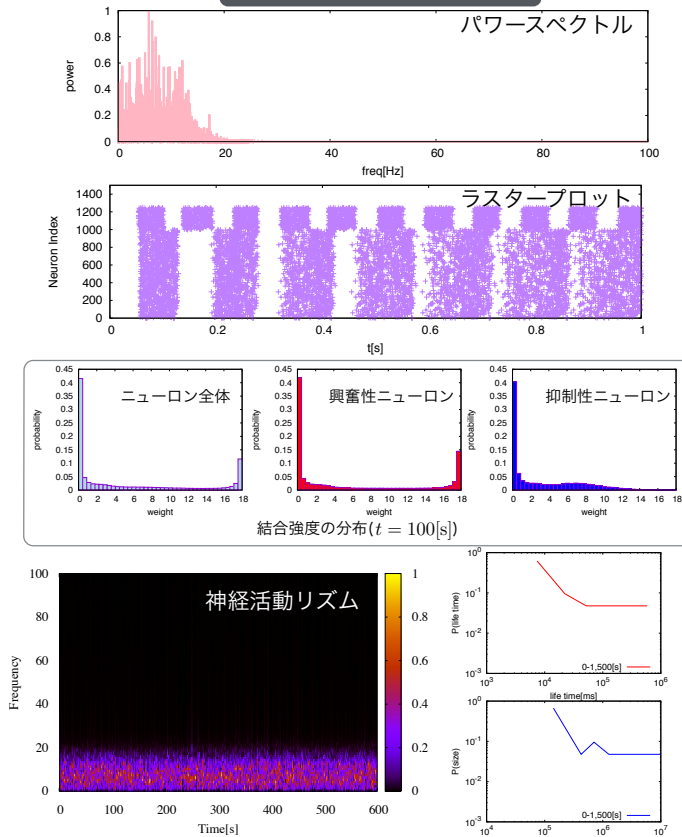


3. 神経活動リズム[3]

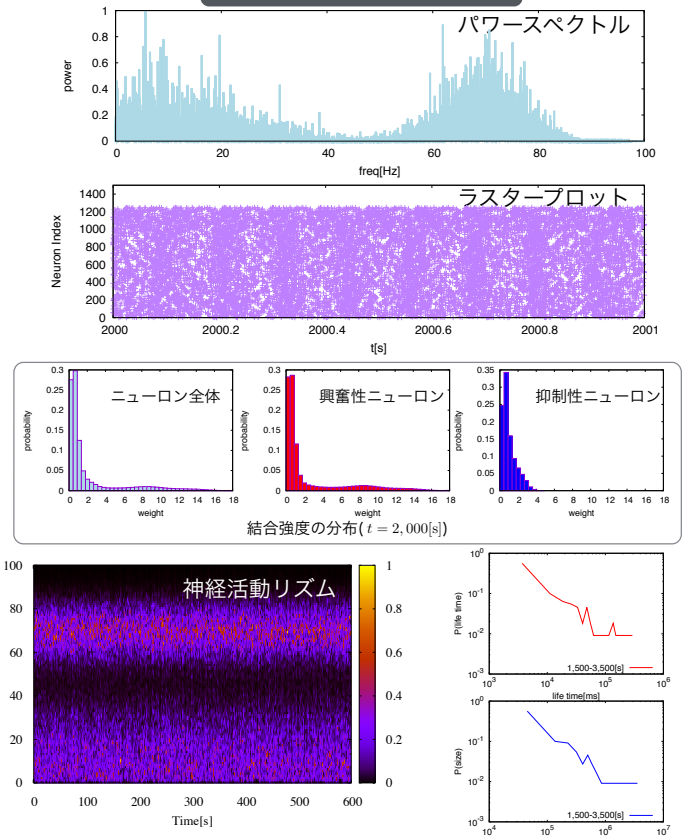


4. 結果

生後8日目を想定



生後13日目を想定



5. 参考文献

- [1] J. M. Beggs, and D. Plenz, "Neuronal avalanches in neocortical circuits," The Journal of Neuroscience 23.35 (2003): 11167-11177.
- [2] Hennequin, Guillaume, Wulfram Gerstner and Jean-Pascal Pfister, "STDP in adaptive neurons gives close-to-optimal information transmission," frontiers in computational neuroscience 4 (2010).
- [3] E. D. Gireesh and D. Plenz, "Neuronal avalanches organize as nested theta and beta/gamma oscillations during development of cortical layer 2/3," PNAS, 105 (2008): 7576-7581.

異なる非線形性を有するニューラルネットワークによる グラフ的シュタイナー木問題に対する解探索性能の比較

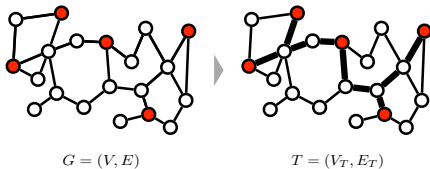
東京理科大学 池口研究室 D2 藤田実沙

ポイント

- どのような非線形性が解探索に有効なのか？
- 区分線形、区分非線形な応答をするニューラルネットワークで解探索性能を比較
- 区分非線形な応答をするニューラルネットワークのほうが平均誤差率が低い解を探索した



① グラフ的シュタイナー木問題



目的関数

$$\min \sum_{e \in E} c(e) z(e)$$

$c(e)$: 枝 e の重み

$z(e)$: 枝 e の決定変数

決定変数

$$z(e) = \begin{cases} 1 & (e \in E_T) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

○ : 頂点 V

— : 枝 E

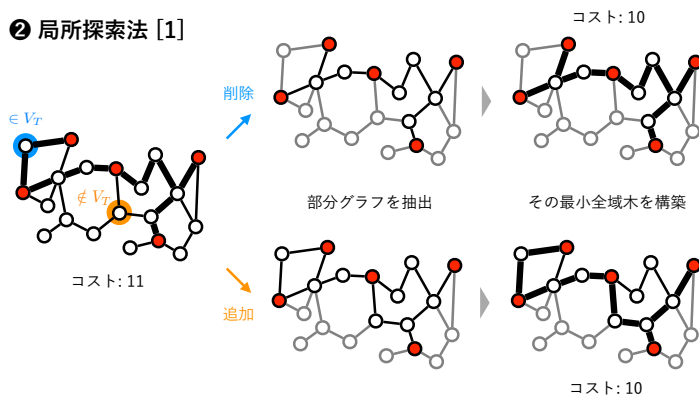
● : 必須点 K

・ 木構造である

・ $V_T \subseteq V, E_T \subseteq E$

・ $K \subset V_T$

② 局所探索法 [1]



④ 数値実験

□ 実験条件

・ SteinLib [5] のベンチマーク問題を使用

B: Sparse with random weights

I080: Sparse with incidence weights

P4E: Complete with euclidian weights

P4Z: Complete with random weights

・ シュタイナー木の根は任意の必須点

・ 各小間について必須点数回ぶん計算

・ 現在解から生成可能な全ての近傍解を生成する → 1イテレーション

・ イテレーションごとに必須点以外の全ての頂点をランダム順に走査

・ 最適解からの誤差率を評価

□ 実験結果

	区分線形				区分非線形			
	最良値	平均値	最悪値	標準偏差	最良値	平均値	最悪値	標準偏差
B	0.00	0.17	0.32	0.08	0.00	0.16	0.17	0.04
I080	0.13	0.78	1.95	0.67	0.13	0.64	1.47	0.46
P4E	0.00	0.00	0.00	0.00				
P4Z	0.00	0.44	1.09	0.40	0.00	0.16	0.58	0.17

③ ニューラルネットワーク [2, 3, 4]

□ 利得効果

目的関数値が改善されるほどニューロンが発火しやすくなる

$$\xi_i(t) = \beta(C_i(t) - C(t))$$

β : 調整パラメータ

$C(t)$: 時刻 t での現在解のコスト

$C_i(t)$: 時刻 t で頂点 i に対応する近傍解のコスト

□ 不応性効果

一度発火したニューロンはしばらくの間発火しにくくなる

$$\zeta_i(t) = -\alpha \sum_{d=1}^s k_r^d x_i(t-d) + \theta$$

α : 調整パラメータ

k_r : 不応性の減衰パラメータ

s : 不応性の継続期間

$x_i(t-d)$: 時刻 $t-d$ でのニューロン i の出力

θ : バイアス

□ 発火率調整

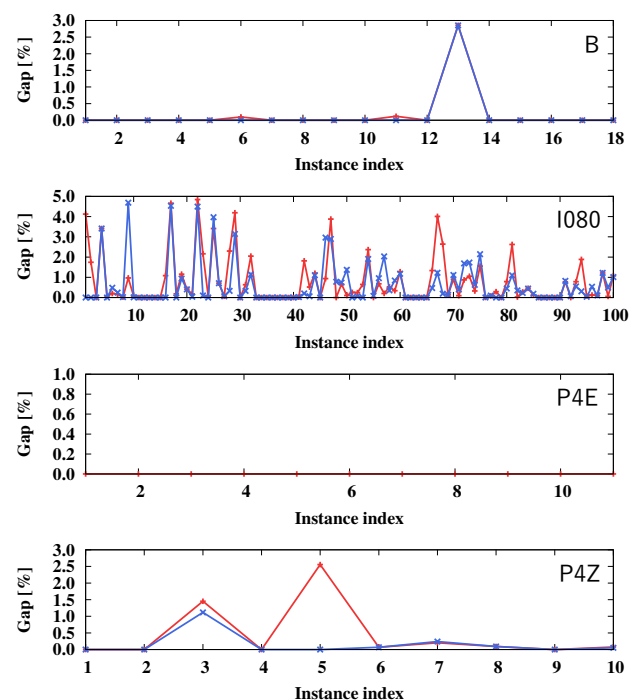
前イテレーションでどのニューロンも発火しなかったら、発火を促進する

$$\eta_i(t) = -W \sum_{l=i}^{|V|} x_l(t) + W$$

W : 結合荷重

□ 出力

$$x_i(t+1) = f\{\xi_i(t) + \zeta_i(t) + \eta_i(t)\}, \quad f(y) = \frac{1}{1 + e^{-y/\epsilon}}$$

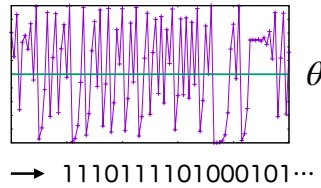


参考文献

- [1] E. Uchoa and R. F. Werneck, ACM J. of Experimental Algorithms, vol. 17, no.2, article 2.2, 2012. [3] M. Fujita, T. Kimura and T. Ikeguchi, in Proceedings of the MIC2017, pp. 834-836, 2017. [5] T. Koch, A. Martin and S. Voss, in Steiner trees in industry, Springer US, pp. 285-325, 2001.
- [2] M. Hasegawa, T. Ikeguchi and K. Aihara, Neural Networks, vol. 15, pp. 271-283, 2002. [4] M. Fujita, T. Kimura and T. Ikeguchi, in Proceedings of the NOLTA2017, pp.712-715, 2017. [6] H. Takahashi and A. Matsuyama, Math. Japonica, vol. 26, no. 6, pp. 572-577, 1980.

①カオス乱数

長期予測が不可能とされる
カオスダイナミクスの応答
を元に生成した乱数



②整数ロジスティック写像[1]

ロジスティック写像 (式(1)) を拡張して式(2)へ

$$x_{t+1} = ax_t(1 - x_t) \quad (1) \quad \times 10^N \quad (X_t = 10^N \times x_t)$$

$$X_{t+1} = \lfloor aX_t(10^N - X_t)10^{-N} \rfloor \quad (2)$$

N 数値計算精度 $\lfloor x \rfloor$ x を超えない最大の整数

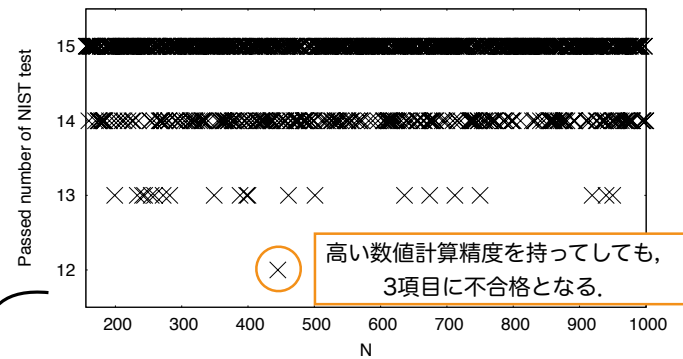
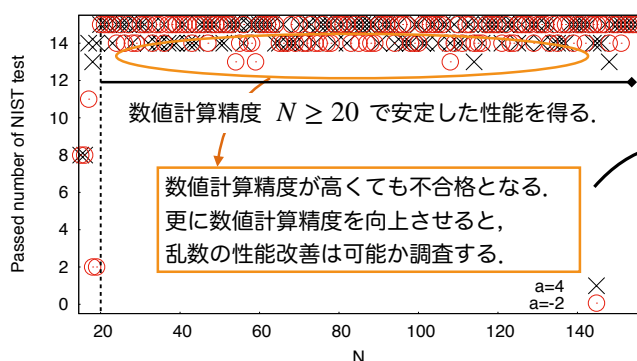
③NIST検定[2]

番号	検定項目	検定内容
1	頻度検定	2値乱数(0,1)のうち、1の出現率が1/2に近いかどうかを検定
2	ブロック単位の頻度検定	あるブロック長に対して、1の出現確率が1/2に近いかどうかを検定
3	累積和検定	2値乱数を(-1,+1)に変換し、その累積和で定義されるランダムウォークの0からの最大偏差を検定
4	連の検定	連続した1の数(連)を検定
5	ブロック単位の最長連検定	あるブロック長に対して、最長の連を検定
6	2値行列ランク検定	数列全体の互いに独立な行列のランクを検定
7	離散フーリエ変換検定	周期性の調査のため、数列の離散フーリエ変換によるピークの高さを検定
8	重なりのないテンプレート適合検定	あらかじめ用意されたビット列(テンプレート)の出現回数を検定(重なりなし)
9	重なりのあるテンプレート適合検定	あらかじめ用意されたビット列(テンプレート)の出現回数を検定(重なりあり)
10	マウラーのユニバーサル統計検定	数列内で一致するパターンを検出し、圧縮することができるかを検定
11	近似エントロピー検定	あるビット長の出現パターンの頻度を検定
12	ランダム偏差検定	累積和とランダムウォークでK回訪れるサイクル数を検定
13	種々のランダム偏差検定	累積和とランダムウォークで特定の状態を訪れる回数の合計を検定
14	系列検定	あるビット長の全ての重複ビットパターンの出現頻度を検定
15	線形複雑度検定	乱数を生成するための線形フィードバックシフトレジスタの長さを検定

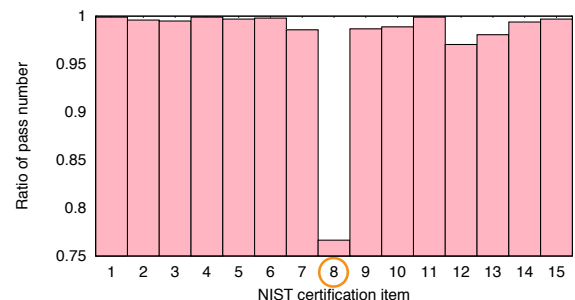
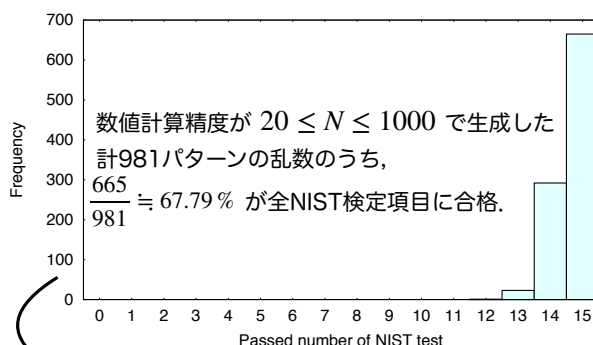
④実験条件 分岐パラメータ $a = 4$ 初期値 $X_0 = 10^N \times 0.2$ 数値計算精度 $15 \leq N \leq 1000$ ($\Delta N = 1$)

⑤結果

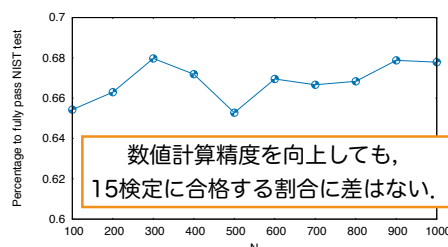
数値計算精度毎のNIST検定合格数



NIST検定合格数の分布と各検定項目の合格数の割合



全NIST検定に合格する比率の遷移



⑥まとめ

数値計算精度は乱数の性能に影響を与える一つの要因

- ・数値計算精度が20以上で乱数の性能が安定する。
 - ・数値計算精度を向上のみで、乱数の性能向上には限界がある。
 - ・生成するビットパターンに偏りがある。
- ➔ 乱数生成源のダイナミクスの特徴の影響と考えられる。

参考文献

- [1] 石田邦昭, 常田明夫, 井上高宏. “有限ビット演算によるカオスの系列の性質”, 電子情報通信学会技術研究報告. CAS, 回路とシステム 98.140 (1998): 9-14.
- [2] A. Rukhin, J. Soto, J. Nechvatil, M. Smid, E. Barker, S. Leigh, M. Levenson, M. Vangel, D. Banks, A. Heckert, J. Dray, S. Vo, “A statistical Test Suite for Random and Pseudorandom Number Generators for Cryptographic Applications,” National Institute of Standards and Technology, Special Publication 800-22, 2010.



visibility graphから現れるカオスデータの特徴

東京理科大学 池口研究室 B4 高野 泰地



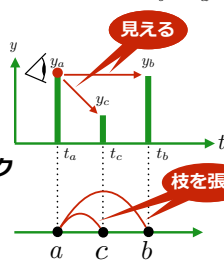
visibility graph

時系列データを複雑ネットワークに変換する手法の一つ

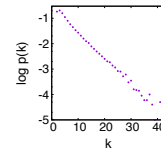
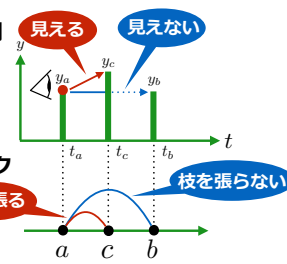
t : 時刻 a, b : 任意の点
 y : データ c : a, b 間の点

判定式: $y_c < y_b + (y_a - y_b) \frac{t_b - t_c}{t_b - t_a}$ を満たすとき a, b 間に枝を張る

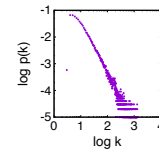
例1 時系列



例2 時系列



一様乱数から作成したネットワークの度数分布



一次元ランダムウォークから作成したネットワークの度数分布

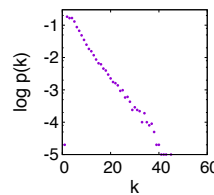
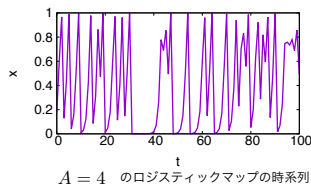
	度数分布	ネットワーク構造
ランダムな時系列	指数関数的	ランダムネットワーク
フラクタル性を持つ時系列	べき則	スケールフリーネットワーク

ロジスティックマップ

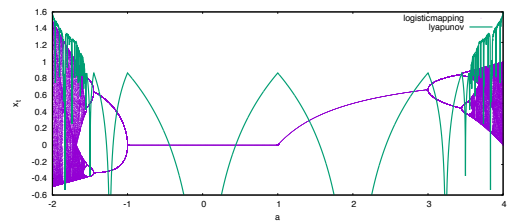
オリジナル

$$x_t = Ax_{t+1}(1 - x_{t+1})$$

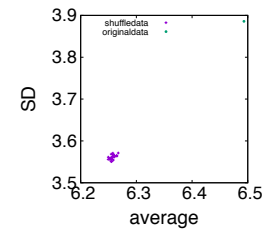
パラメータAを-2から4まで0.1刻みで変化させた



パラメータ4のロジスティックマップのvisibility graphの度数分布



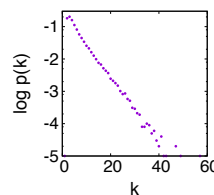
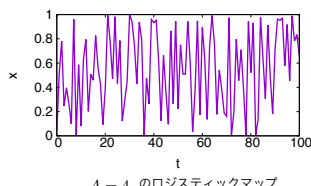
ロジスティックマップの分岐図とリアプノフ指数



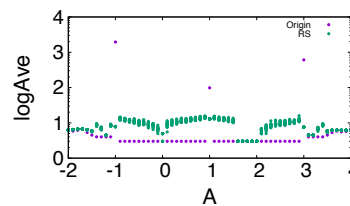
A = 4 のオリジナルとランダムシャッフルの比較

サロゲートデータ

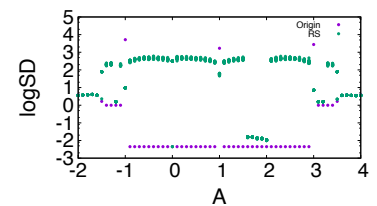
ランダムシャッフルしたものをサロゲートデータとして用いて各パラメータにつき20個用意した



パラメータ4のロジスティックマップをランダムシャッフルしたvisibility graphの度数分布



オリジナルとランダムシャッフルから作成したネットワークの各ノードの度数の平均の比較

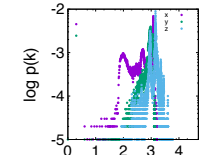
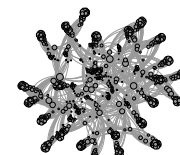
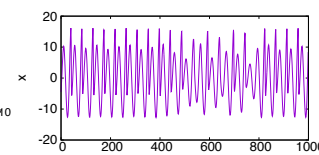
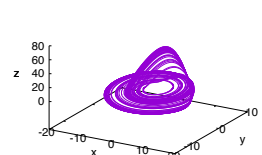


オリジナルとランダムシャッフルから作成したネットワークの各ノードの度数の標準偏差の比較

カオスアトラクタ

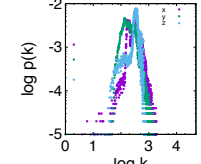
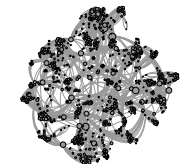
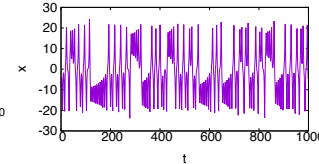
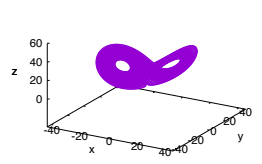
レスラー方程式

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Pr(y - x) \\ \frac{dy}{dt} &= rx - y - xz \\ \frac{dz}{dt} &= -bz + xy \end{aligned} \quad \begin{aligned} a &= 0.2 \\ b &= 0.2 \\ c &= 5 \end{aligned}$$



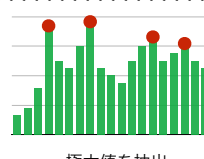
ローレンツ方程式

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Pr(y - x) \\ \frac{dy}{dt} &= rx - y - xz \\ \frac{dz}{dt} &= -bz + xy \end{aligned} \quad \begin{aligned} Pr &= 10 \\ b &= 28 \\ r &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

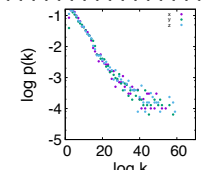
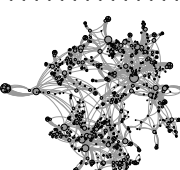
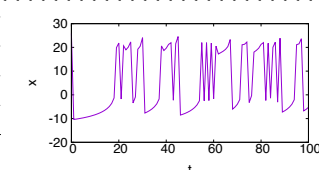


極大値ローレンツ方程式

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -y - z \\ \frac{dy}{dt} &= x + ay \\ \frac{dz}{dt} &= b - cz + xz \end{aligned} \quad \begin{aligned} Pr &= 10 \\ b &= 28 \\ r &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$



極大値を抽出



まとめ

ロジスティックマップのパラメータを-2から4まで変化させた結果リアプノフ指数と同じくパラメータ1から線対称な値が平均、標準偏差ともに現れた。ランダムシャッフルした場合に比べオリジナルの値は平均、標準偏差ともに低い値になる

	度数分布
ロジスティックマップ	指数関数的
ランダムシャッフルしたロジスティックマップ	指数関数的
レスラー方程式	多峰性
ローレンツ方程式	多峰性
極大値を抽出した値ローレンツ方程式	指数関数的

引用

[1] Lucas Lacasa, Bartolo Luque, Fernando Ballesteros, Jordi Luque, and Juan Carlos Nuno, "From time series to complex networks: The visibility graph," PNAS, Vol. 105, No. 13, pp. 4972-4975, 2008.

ネットワーク構造の違いが因果関係の推定精度に与える影響について

東京理科大学 池口研究室 B4 澤田 和弥

池口研究室
NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEM

1 はじめに

決定論的かつ非線形な力学系に関する因果関係を検出・推定する方法として
Convergent Cross Mapping(CCM)という手法が提案されている[1]

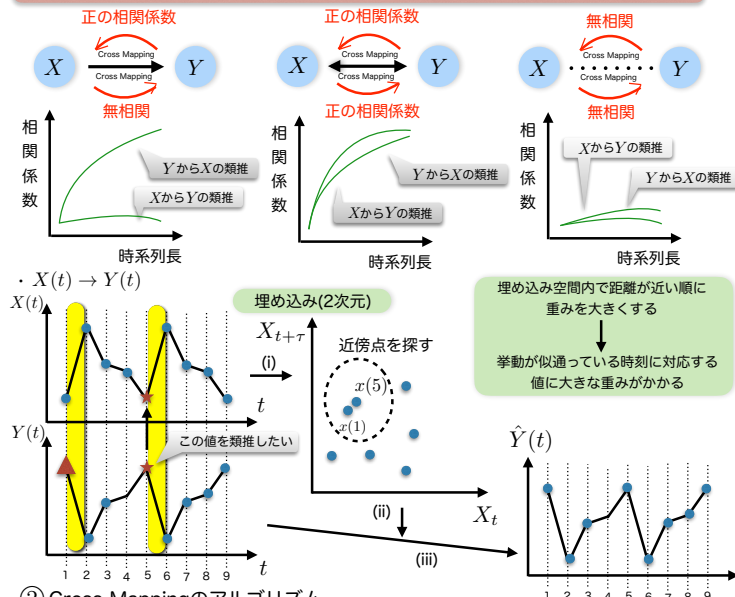
今回は、複雑な結合をするネットワークに関してCCMを適用した

2 Convergent Cross Mapping(CCM)[1][2]

① Cross Mappingの概要

* 結果となる時系列データには、原因となる時系列データの情報が蓄積されている

$X \rightarrow Y$ $X(t+1) = f(X(t))$ $Y(t+1) = f(Y(t), X(t))$ X の影響を受けている
* 時系列長(サンプル数)が増えれば増えるほど情報量が増える → 類推精度が上がる



② Cross Mappingのアルゴリズム

(i) 時間遅れベクトル

$$\mathbf{x}(t) = (X_t, X_{t-\tau}, X_{t-2\tau}, \dots, X_{t-(E-1)\tau})$$

(ii) 重み付け

$$w_{t_i} = \begin{cases} \frac{u_{t_i}}{E+1} & (d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t_i)] \neq 0) \\ 1 & (d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t_i)] = 0) \end{cases} \quad \text{ただし,} \quad u_{t_i} = \exp \frac{-d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t_i)]}{d[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t_1)]}$$

(iii) 類推

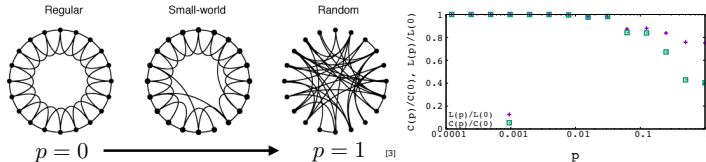
$$\hat{Y}_t = \sum_{i=1}^{E+1} w_{t_i} Y_{t_i}$$

(iv) 評価

すべての時間に対して計算し、
実際の時系列との相関係数を比較

3 結合ロジスティック写像とWSモデル

* WSモデル[3]



・ 拡張1次元格子($p=0$)から枝を確率 $0 \leq p \leq 1$ でランダムに繋ぎかえていく

・ 枝が張っている頂点間は両方向に結合

頂点数: $N = 20$
平均次数: $k = 4$

* 結合ロジスティック写像[4]

$$x_i(t+1) = (1-\epsilon)f(x_i(t)) + \epsilon \sum_{j=1}^N A_{i,j} f(x_j(t))$$

$x_i(t)$: 頂点 i の時刻 t での状態値

N : 全頂点数

ϵ : 頂点間の結合強度

$A_{i,j}$: ネットワークの隣接行列の (i, j) 成分

$f(x): \alpha x(1-x)$ (ロジスティック写像)

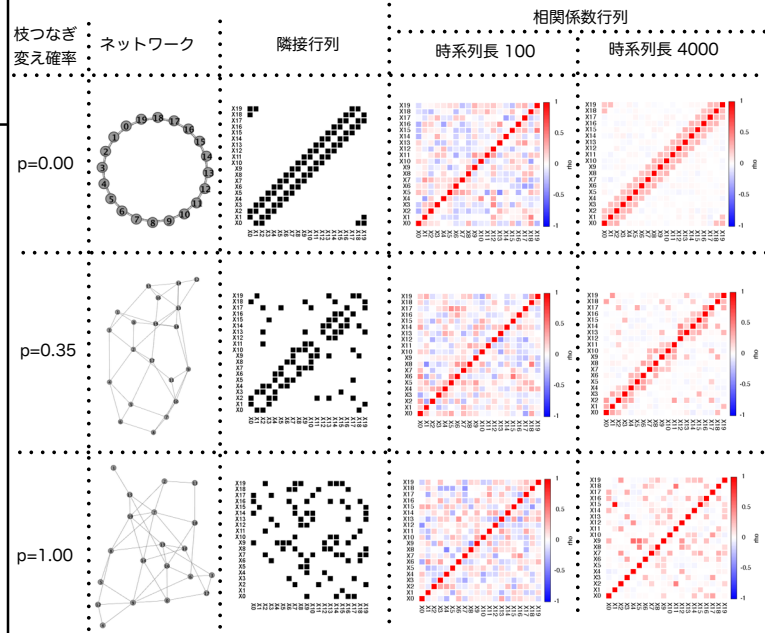
今回用いた値

$\alpha = 3.75, \epsilon = 0.05$

初期値: $x_0(0) = 0.1$ から $x_{19}(0) = 0.67$ まで0.03刻み

4 結果

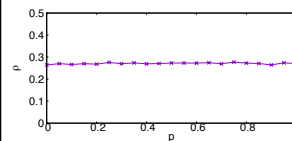
埋め込み次元: $E = 2$ 時間遅れ: $\tau = -1$



隣接行列と時系列長4000のときの相関係数行列の赤くなっている部分は一致している → 正しく推定できている

* 推定精度 (直接結合する頂点間に関して十分な時系列長4000を用いて Cross Mappingした際に得られる相関係数の平均値)

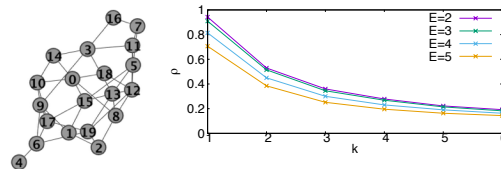
・ WSモデルの枝つなぎ変え確率と推定精度の関係



推定精度は枝つなぎ変え確率を変化させても変わらない

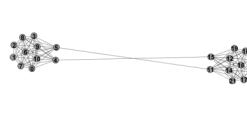
・ 埋め込み次元を変化させたときの次数と相関係数の関係

・ $p=0.95$

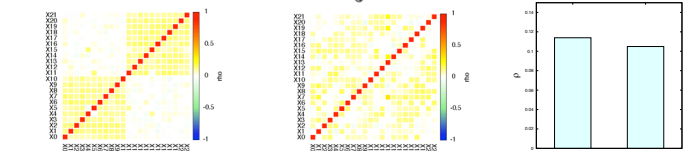


次数が大きいほど推定精度が下がる

・ コミュニティ構造の有無による推定精度の差



コミュニティ構造の有無は推定精度には影響を与えない



5 まとめ

- ・ 結合ロジスティック写像を用いたWSモデルに関してCCMを適用
- ・ ネットワーク構造が異なっても因果関係の推定精度には影響がない
- ・ 次数が高い頂点ほど相関係数が低くなる
- ・ コミュニティ構造の有無は因果関係の推定精度には影響を与えない

6 今後の方針

- ・ 相関係数の上昇が有意であるのか統計的な検定が必要
- ・ 実データにCCMを適用するにあたって、ノイズの影響も調査する
- ・ 他の因果性解析手法についても調査し、比較する

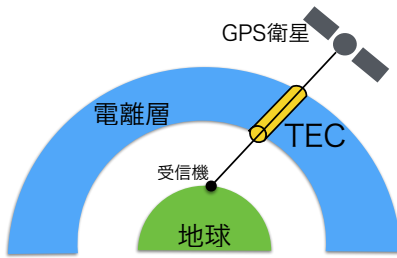
参考文献

- [1] Sugihara George, May Robert, Ye Hao, Hsieh Chih-hao, Deyle Ethan, Fogarty Michael and Munch Stephen, "Detecting causality in complex ecosystems." Science, Vol. 338, No. 6106, pp. 496-500, 2012.
- [2] 中山 新一郎, 阿部 貴人, 岡村 寛, "Convergent cross mappingの紹介: 生態学における時系列間の因果関係推定法", 日本生態学会誌, Vol. 65, No. 3, pp. 241-253, 2015.
- [3] Duncan J Watts and Steven H Strogatz, "Collective dynamics of 'small-world' networks", nature, Vol. 393, No. 6684, pp. 440, 1998.
- [4] Sarika Jalan and Aradhana Singh, "Cluster synchronization in multiplex networks", EPL, Vol. 113, No. 3, pp. 30002, 2016.

TECの変動と大規模地震の関係性の調査

東京理科大学 池口研究室 B4 石崎一輝

1. 電離層とTECデータ



TEC(Total Electron Content)

→ 電離層の電子密度

GPS → $f_1(1.56\text{Hz}), f_2(1.2\text{Hz})$
の2周波

2周波のデータを計算することで、
TECデータが求められる。

電離層は地震、火山、
太陽などの自然現象や
ミサイルなどの人為的事
象によって影響を受ける

2. TECの算出方法

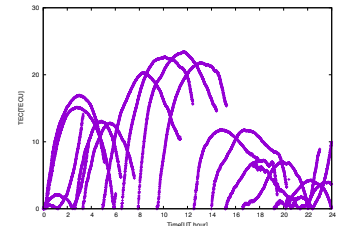
$$TEC = \frac{f_1^2 f_2^2}{40.28(f_1^2 - f_2^2)} (L_1 - L_2 + \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 + \epsilon)$$

L 搬送波位相[m]

λ 搬送波波長[m]

N 搬送波位相における固定バイアス

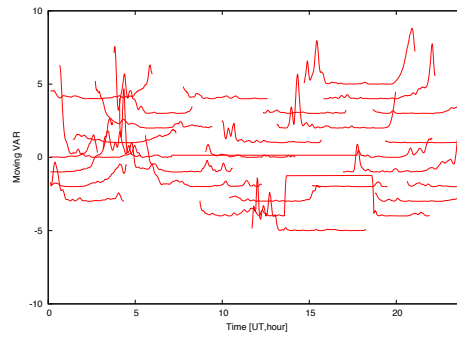
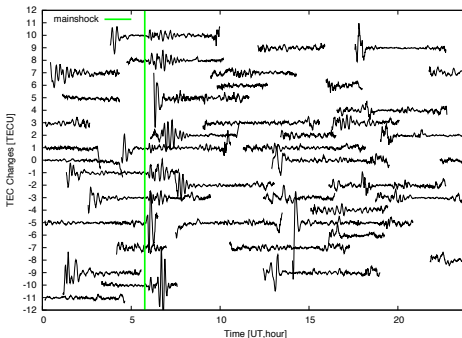
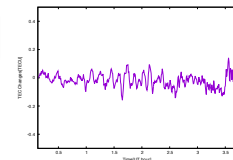
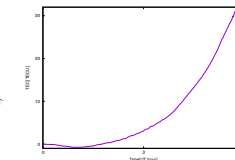
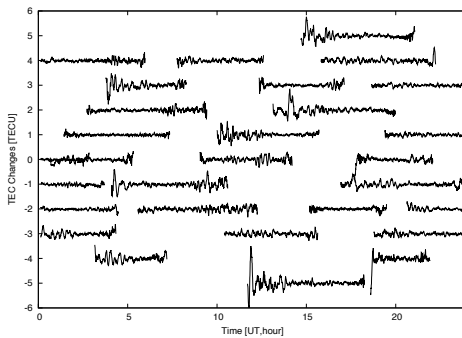
ϵ GPS衛星及び受信機における観測誤差[m]



3. TECの変動

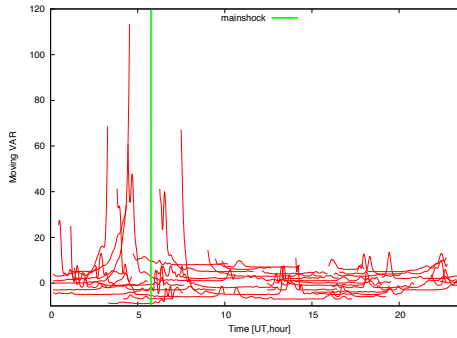
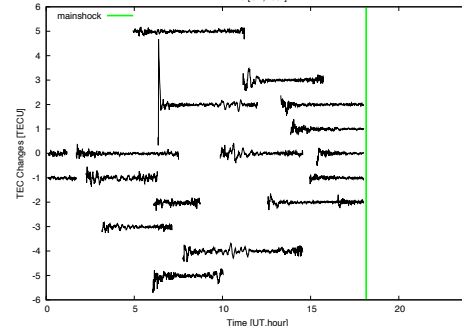
TECの
時系列

移動平均を削除



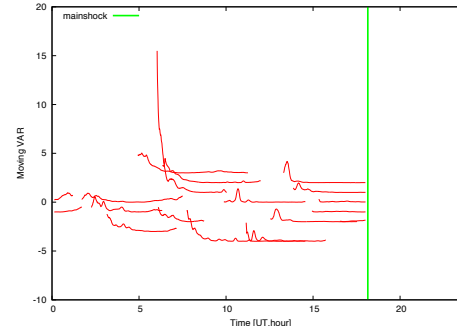
2018/10/08
通常日

大きな変動は
見られない



2011/03/11
東日本大震災
M 9.0

地震の前後に
大きな変動



2018/09/05
北海道胆振東部地震
M 6.7

一つの衛星でだけ
大きな変動が
見られた

4. まとめ

TECの変動、分散などの情報と
地震やマグニチュードとの
関係性を発見したい

参考文献

- [1] J. Shuanggen, O. Giovanni and J. Rui, GNSS ionospheric seismology: Recent observation evidences and characteristics, Earth-Science Reviews, Vol. 147, pp. 54-64, 2015
- [2] 日置幸介, 菅原守, 大岡優, 岡崎郁也, GNSS-TEC法でみる地震と火山噴火, 測地学会誌, Vol. 56, pp. 125-134, 2010
- [3] Heki, K. and J.-S. Ping, Directivity and apparent velocity of the coseismic ionospheric disturbances observed with a dense GPS array, Earth and Planetary Science Letters, Vol. 236, pp. 845-855,
- [4] 国土交通省 国土地理院 電子基準点データ提供サービス <http://terras.gsi.go.jp/>

“Mathematical modeling of heterogeneous electrophysiological responses in human β -cells” の追試

東京理科大学 池口研究室 M1 笠原宏太郎

1. Rizモデル [1]

膵 β 細胞の膜電位 V のダイナミクス

$$C_m \frac{dV}{dt} = -(I_{SK} + I_{BK} + I_{Kv} + I_{HERG} + I_{KATP} + I_{CaL} + I_{CaPQ} + I_{CaT} + I_{Na} + I_{GABAR} + I_{leak})$$

K⁺電流

$$I_{SK} = g_{SK} \frac{([Ca^{2+}]_{mem})^{5.2}}{K_{SK}^{5.2} + ([Ca^{2+}]_{mem})^{5.2}} (V - V_K)$$

$$I_{BK} = g_{BK} m_{BK} (-I_{CaL} - I_{CaPQ} - I_{CaT} + 20) (V - V_K)$$

$$I_{Kv} = g_{Kv} m_{Kv} (V - V_K)$$

$$I_{HERG} = g_{HERG} m_{HERG} h_{HERG} (V - V_K)$$

$$I_{KATP} = g_{KATP} \frac{1}{1 + [ATP]} (V - V_K)$$

Ca²⁺電流

$$I_{CaL} = g_{CaL} m_{CaL, \infty} (V) h_{CaL} (V - V_{Ca})$$

$$I_{CaPQ} = g_{CaPQ} m_{CaPQ, \infty} (V) (V - V_{Ca})$$

$$I_{CaT} = g_{CaT} m_{CaT, \infty} (V) h_{CaT} (V - V_{Ca})$$

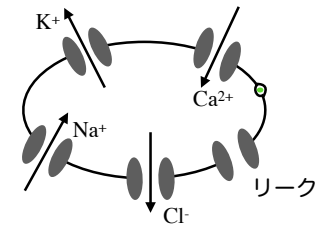
Na⁺電流, GABA_A受容体仲介電流, リーク

$$I_{Na} = g_{Na} m_{Na, \infty} (V) h_{Na} (V - V_{Na})$$

$$I_{GABAR} = g_{GABAR} (V - V_{Cl})$$

$$I_{leak} = g_{leak} (V - V_{leak})$$

膵 β 細胞膜を透過するイオン



電流	透過イオン	依存性
I_{SK}	K ⁺	Ca ²⁺
I_{BK}	K ⁺	Ca ²⁺ , 電位
I_{Kv}, I_{HERG}	K ⁺	電位
I_{KATP}	K ⁺	ATP
$I_{CaL}, I_{CaPQ}, I_{CaT}$	Ca ²⁺	電位
I_{Na}	Na ⁺	電位
I_{GABAR}	Cl ⁻	なし

m_s, h_s : 電位依存性チャネルの活性変数, 不活性変数

2. 追試結果

障害するチャネル	膜電位の時系列	チャネルの役割
なし (通常のバースト)		Ca ²⁺ の流入→膜電位の上昇 K ⁺ の流出→膜電位の下降
CaLチャネル (L型電位依存性Ca ²⁺ チャネル)		バーストの生成 (インスリン分泌を制御)
CaPQチャネル (L型電位依存性Ca ²⁺ チャネル)		発火数の抑制、振幅の増大 (インスリン分泌量を調節)
KATPチャネル (ATP感受性K ⁺ チャネル)		バーストの生成 (インスリン分泌を制御)
SKチャネル (smallコンダクタンスCa ²⁺ 感受性K ⁺ チャネル)		発火数の抑制、振幅の増大 (インスリン分泌量を調節)
BKチャネル (bigコンダクタンスCa ²⁺ 感受性K ⁺ チャネル)		発火数の抑制、振幅の減少 (インスリン分泌量を調節)
Na ⁺ チャネル		振幅の増大 (インスリン分泌量を調節)

3. まとめ

- 多くのチャネルを考慮したRizモデルを紹介
- CaL、KATPチャネルがインスリン分泌を制御
- その他のチャネルはインスリン分泌量を調節

4. 参考文献

- [1] M. Riz, et al.,
“Mathematical modeling of heterogeneous electrophysiological responses in human β -cells,” PLoS computational biology, 10(1), e1003389, 2014.



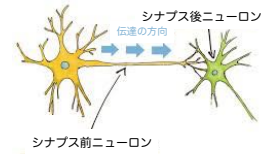
STDP学習の適用条件を変化させた際の調査

東京理科大学工学部経営工学科 池口研究室 B4 宮 南風



1.研究背景

- ・ 現在、ヒトの脳の構造や仕組みの研究は行われているが、詳しく明らかになっていない
- ・ ヒトは思考や記憶を学習(learning)をすることで、最適化して(成長して)いく
- ・ ヒトの学習はニューロン間の情報伝達の時間と頻度に依存することが報告されている[1]



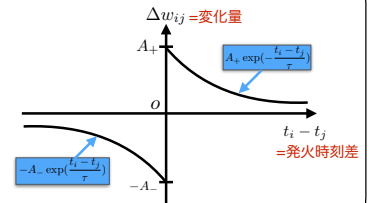
2.STDP学習則 [1][2]

ニューロン i, j 間の結合強度 w_{ij} を情報伝達(発火)間隔から増強/減退を行う

→ よく使う枝は増強, 使わない枝は減退させる

$$\Delta w_{ij} = \begin{cases} A_+ \exp(-\frac{t_i - t_j}{\tau}) & (t_i - t_j > 0) \\ -A_- \exp(\frac{t_i - t_j}{\tau}) & (t_i - t_j < 0) \end{cases}$$

Δw_{ij} : 結合強度の変化量
 A_+, A_- : 結合強度の最大変化量(グラフ切片)
 τ : 減衰定数
 t_i, t_j : i, j 番目のニューロン発火時刻



3.実験条件

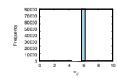
情報伝達に有効に使用された枝のみのネットワークを抽出する

ニューロン1個あたり100個と
偏りなくランダム結合した
ネットワーク(1000個)

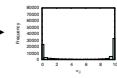
STDP
学習則

ニューロン1個あたり100個と
ランダム結合した学習後の
ネットワーク(1000個)

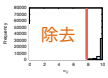
抽出されたネットワーク
(学習後)



結合強度が変化
(枝の重み)



強い結合強度を
持つ枝のみ抽出[3]



- ・ 興奮性*/抑制性**ニューロンの存在比
 - ・ 学習(結合強度を変化させる)時間
- を変化させて学習

*興奮性ニューロン: 情報伝達を行う
 **抑制性ニューロン: 過度な情報伝達を制御

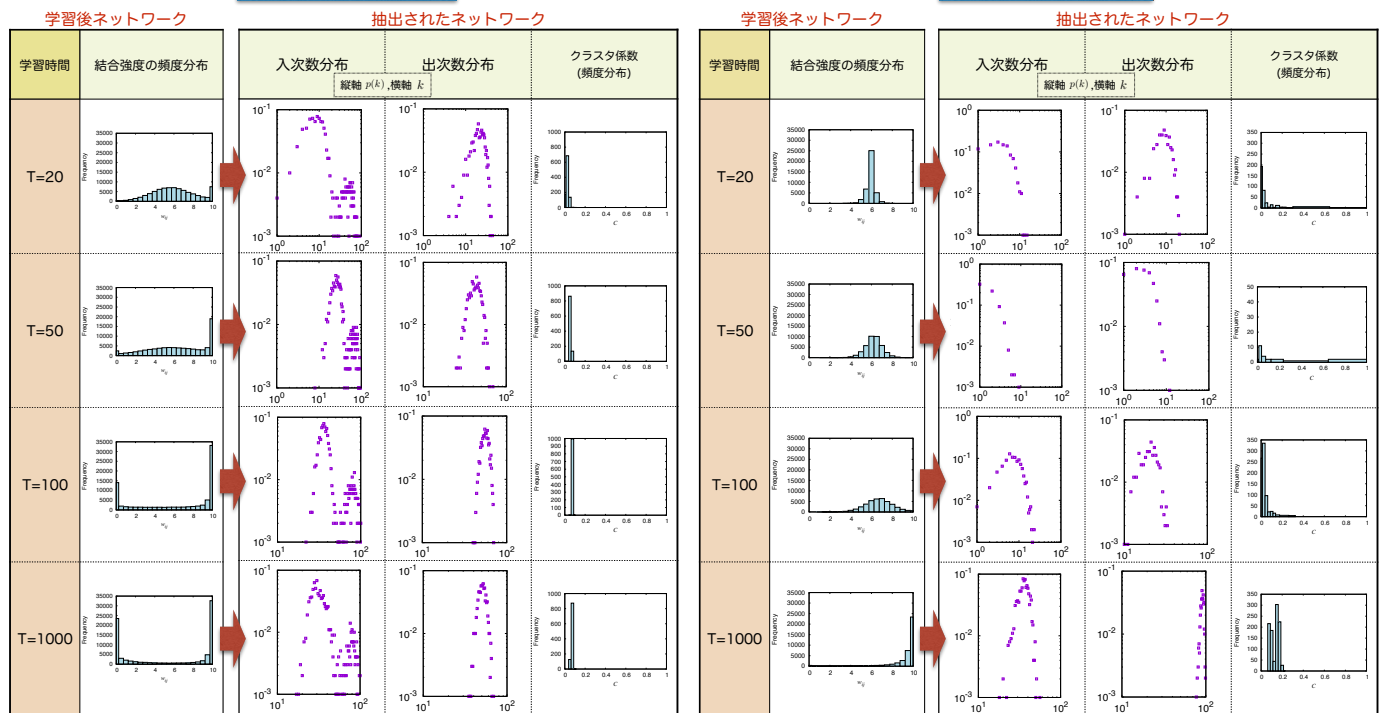
生理学的に
興奮性:抑制性 = 4:1
が妥当とされる

$w_{ij}/w_{\max} > W$: 枝を残す
 $w_{ij}/w_{\max} \leq W$: 枝を削除
 $w_{\max}$: 結合強度の最大値 $W = 0.8$ (閾値)

4.結果

興奮性:抑制性=4:1

興奮性:抑制性=2:3



5.まとめ

- ・ 興奮性/抑制性の比率を変化させることで結合強度の頻度分布の偏りに大きな違いが見られ、これらは発火率に影響を受けているようだった
- ・ 抽出されたネットワークの次数分布やクラスタ係数値は比率や学習時間の変化で違いが見られた
- ・ 枝を除去する基準などに現状平等性がないので、見直す必要がある

参考文献

- [1] Bi G. Q. and Poo M. M., "Synaptic modifications in cultured hippocampal neurons: dependence on spike timing, synaptic strength, and postsynaptic cell type," The Journal of Neuroscience, No.8, Vol.18, pp.10464-10472, 1998.
 [2] Izhikevich E. M. "Polychronization: computation with spikes." Neural computation No. 18, Vol.2, pp.245-282, 2006.
 [3] 加藤秀行, 池口徹. "STDP 学習により形成されるニューラルネットワークの複雑構造解析." 電子情報通信 学会論文誌 A, No.92, Vol.2, pp.94-104, 2009.

最近傍法での採用率の高い枝を選択する改良2-opt法

東京理科大学 池口研究室B4 木澤舞



TSP(traveling salesman problem)

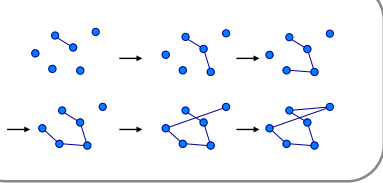
全ての都市をちょうど一回ずつ訪問し最後に最初の都市に戻る巡回路のなかで最短のものを求める

eil101 [2]

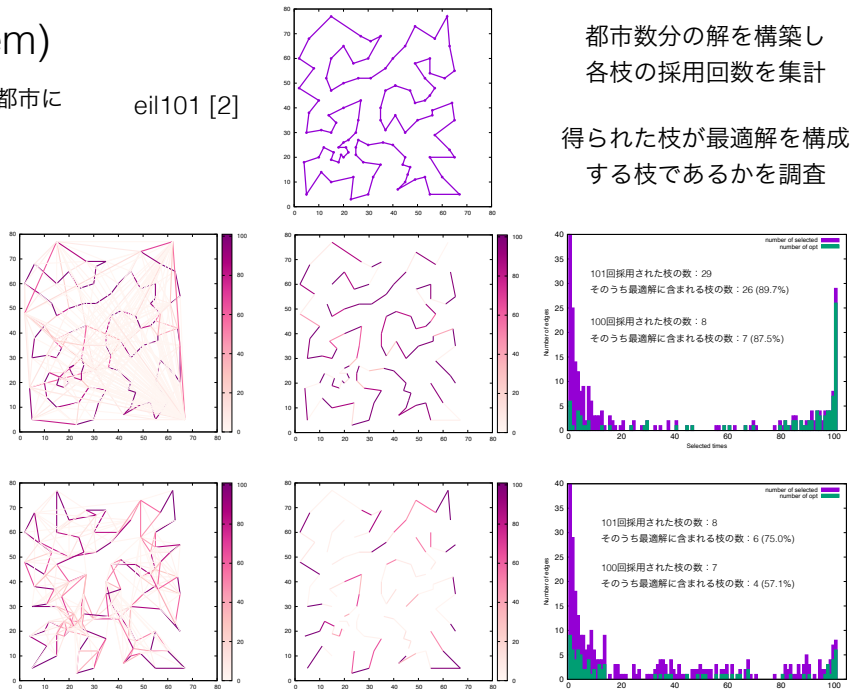
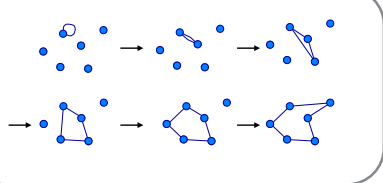
都市数分の解を構築し
各枝の採用回数を集計

得られた枝が最適解を構成
する枝であるかを調査

最近傍法 [1]



最近追加法 [1]



最適解を構成する枝のうち構築法で採用された枝の割合

採用率100%の枝のうち最適解に含まれる枝の数

問題	構築法	採用率						採用率100%の枝の数	最適解に含まれる枝の数
		100%	80%以上	60%以上	40%以上	20%以上	1回以上		
st70	最近傍法	30.0%	50.0%	54.3%	62.9%	74.3%	90.0%	23	21 (91.3%)
	最近追加法	10.0%	20.0%	22.9%	27.1%	35.7%	75.7%	9	7 (77.8%)
eil101	最近傍法	25.7%	66.3%	66.3%	73.3%	77.2%	97.0%	29	26 (89.7%)
	最近追加法	5.9%	18.8%	24.8%	31.7%	36.6%	85.1%	8	6 (75.0%)
a280	最近傍法	11.8%	66.8%	72.5%	82.5%	85.0%	98.6%	37	33 (89.2%)
	最近追加法	6.0%	23.9%	29.6%	33.2%	35.0%	90.7%	17	17 (100.0%)
pr1002	最近傍法	26.7%	60.5%	66.8%	73.8%	77.4%	93.7%	298	268 (89.9%)
	最近追加法	11.1%	24.0%	24.5%	25.2%	26.5%	78.2%	121	111 (91.7%)

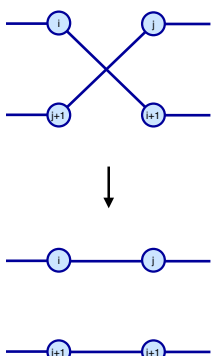
最近傍法での採用率の高い枝ほど
最適解に含まれていることが多い



最近傍法で選ばれた回数の
多い枝を優先して解の探索を行う

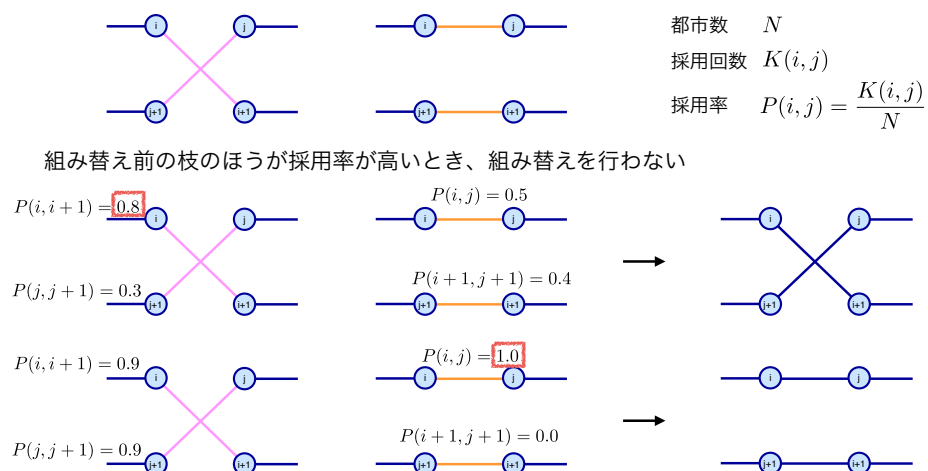
2-opt法

2つの枝を選択しルートを入替えることで解を改善



改良2-opt法

組み替え前の枝と組み替え後に取る枝の最近傍法での採用率を比較



都市数 N

採用回数 $K(i, j)$

採用率 $P(i, j) = \frac{K(i, j)}{N}$

組み替え前の枝のほうが採用率が高いとき、組み替えを行わない

$P(i, i+1) = 0.5$

$P(i+1, j+1) = 0.4$

$P(i, j) = 1.0$

$P(i+1, j+1) = 0.0$

まとめ・今後の課題

誤差率の平均値が0.1%~0.2%ほど改善された
今後はより誤差率を低くしていきたい

参考文献

[1] 山本芳嗣, 久保幹雄, 巡回セールスマン問題への招待, 朝倉書店, 1997.

[2] TSPLIB, <http://comopt.ifl.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/> (最終閲覧日: 2018年5月3日)

問題	2-opt法	誤差率			計算時間(s)	
		最小値	最大値	平均値	最近傍法 枝の集計	2-opt
st70	通常	2.4%	15.9%	7.3%		0.11
	改良	1.8%	15.9%	7.1%	0.09	0.25
eil101	通常	3.0%	11.8%	6.8%		0.20
	改良	2.1%	11.6%	6.7%	0.14	0.51
a280	通常	3.7%	14.0%	7.8%		2.09
	改良	2.4%	13.0%	7.6%	1.11	5.42
pr1002	通常	4.9%	11.6%	8.1%		114.65
	改良	5.2%	11.5%	8.0%	25.54	236.11

制約付きランダムシャッフルサロゲートデータを用いたマーク付き点過程データの解析法について

池口研究室 修士1年 山本紘平

1. 報告内容

マーク付き点過程データに対し、決定論性がどの程度持続するのかを調査するため、制約付きランダムシャッフルサロゲートデータを用いた手法を提案する。また、提案手法をLorenz方程式、Rössler方程式から生成したマーク付き点過程データに対し適用した結果を報告する。

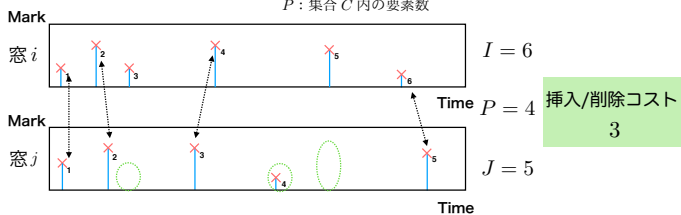
2. マーク付き点過程間の類似度

・マーク付きSpike Train Metric^[1]

$$D(i, j) = \min \left\{ \sum_{(m, n) \in C} \left\{ \lambda_T |t_i(m) - t_j(n)| + \lambda_S |S_i(m) - S_j(n)| \right\} + I + J - 2P \right\}$$

$\lambda_S = \lambda_T \frac{\delta_t}{\delta_S}$

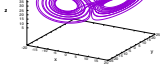
C : イベントのペア (m, n) からの集合
 λ_T : 時間方向へのコストの重み $t_i(m)$: i 番目の時間窓内における、 m 番目のイベントの発生時刻
 λ_S : マーク方向へのコストの重み $S_i(m)$: i 番目の時間窓内における、 m 番目のイベントの指数値
 δ_t : イベント間隔の標準偏差 I : 時間窓 i 内の総イベント数
 δ_S : 指数値の標準偏差 J : 時間窓 j 内の総イベント数
 P : 集合 C 内の要素数



4. 結果

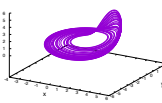
・Lorenz方程式

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -\sigma x + \sigma y \\ \frac{dx}{dt} &= -xz + rx - y \\ \frac{dz}{dt} &= xy - bz \end{aligned}$$



・Rössler方程式

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -y + z \\ \frac{dx}{dt} &= x + ay \\ \frac{dz}{dt} &= b + xz - cz \end{aligned}$$

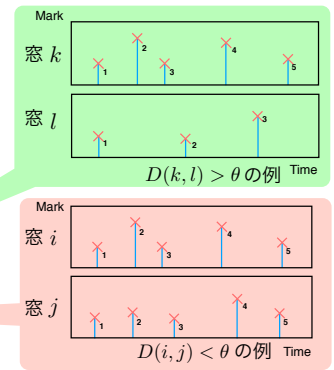
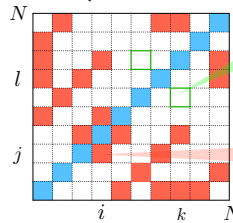


3. Recurrence plot と決定論性の指標DET^[2]

・Recurrence plot

時系列の性質を可視化する手法
 本研究では、各時間窓間の相関関係を可視化する。

$$R_{i,j} = \begin{cases} 1 & (D(i, j) < \theta) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$



・DET(determinism)

例: 図から実際にDETを計算

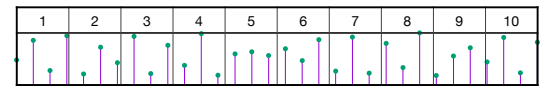
$$DET = \frac{\sum_{l=1}^N IP(l)}{\sum_{l=1}^N lP(l)}$$

l_{min} : 最短の斜め線の本数
 $P(l)$: 長さ l の斜め線の本数

例: 図から実際にDETを計算
 $P(1) = 8$ $P(2) = 4$ $P(4) = 2$
 $l_{min} = 2$ $DET = \frac{16}{24} = 0.75$

DET 大きい → 決定論性高い
 DET 小さい → 決定論性低い

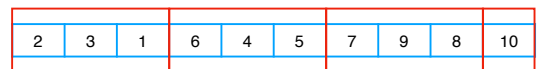
・制約付きランダムシャッフルサロゲートデータ



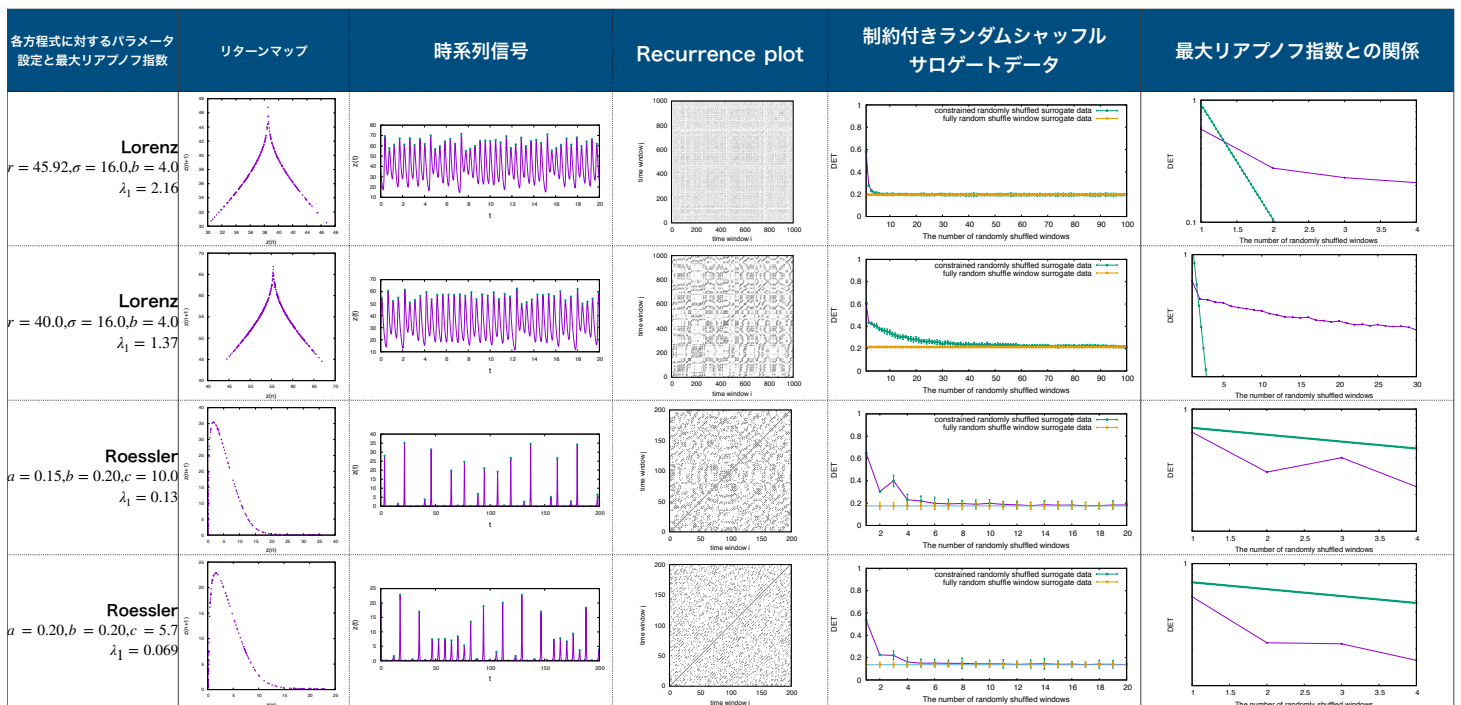
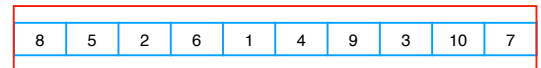
・ The number of randomly shuffled windows = 1 (original data)



・ The number of randomly shuffled windows = 3 (constrained randomly shuffled surrogate data)



・ The number of randomly shuffled windows = 10 (fully random shuffle surrogate data)



5. まとめ

- ・時系列信号を時間窓に分割し、時間窓間の距離をMSTMを用いて計算した。作成した距離行列をRPにて2値化し、制約付きランダムシャッフルサロゲートデータを生成した。これからDETを計算し、リアプノフ指数と比較を行なった結果、DETの減少速度と対応があることが示唆された。
- ・分割する時間窓長、RPの濃度に強く影響を受けるため、対応を追加調査する。

[1] S. Suzuki, Y. Hirata, and K. Aihara. Definition of distance for marked point process data and its application to recurrence plot-based analysis of exchange tick data of foreign currencies. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 20, No. 11, pp. 3699–3708, 2010.

[2] N. Marwan, MC. Romano, M. Thiel, and J. Kurths. Recurrence plots for the analysis of complex systems. *Physics reports*, Vol. 438, No. 5, pp. 237–329, 2007.

[3] 池口徹, 山田泰司, 小室元政. カオス時系列解析の基礎と応用. 合聲・一幸. 産業図書, 2002.

[4] M.Sano, and Y.Sawada. Measurement of the Lyapunov Spectrum from a Chaotic Time Series. *Physical review letters*, Vol. 55, No. 10, pp. 1082–1085, 1985.

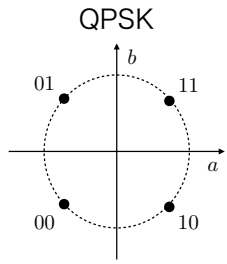
[5] A.Wolf, B.Swift, H.L.Swinney, and J.A.Vastano. Determining Lyapunov Exponent from a Time Series. *Physics D*, Vol. 16, No. 3, pp. 286–317, 1985.

カオスMIMOシステムにおける信号パターン数の定量的な評価

東京理科大学 池口研究室 山崎凌

非線形ワークショップ 2018/12/15

研究背景



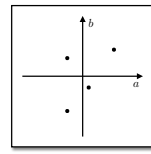
送信信号

$$s = a + jb$$

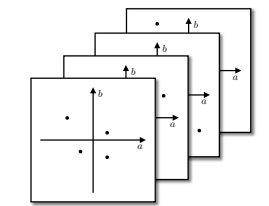
規則的にビット
を割り当てる

秘匿性がない

研究目的

ランダムに配置することで
秘匿性を付加

カオスMIMOシステム[1,2]



信号時系列でビットを判別

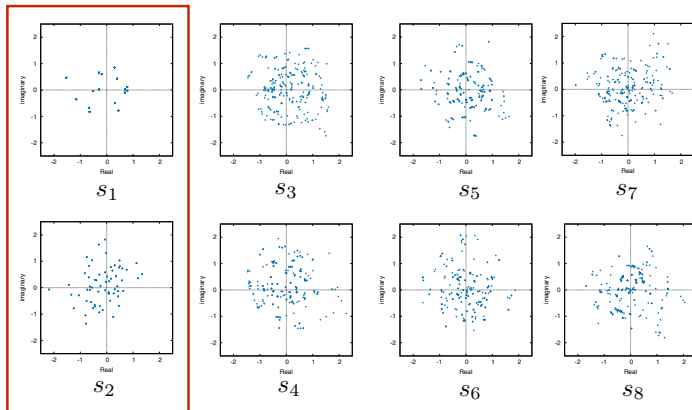
カオスMIMOシステム[1,2]
の変調部の数値解析

改良手法の提案

信号パターン数の
解析を行う

改良カオスMIMOシステム

従来カオスMIMOシステムのコンスタレーション



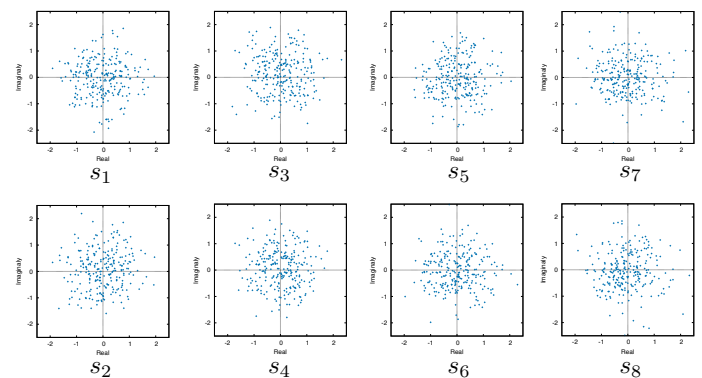
信号点が重なってしまっている

信号のパターン数は $2^8 = 256$

信号の生成に4ビットのみ用いる

01001011 $2^4 = 16$ パターンしか
生成されない

改良カオスMIMOシステムのコンスタレーション



信号点がばらけて配置している

信号のパターン数は $2^8 = 256$

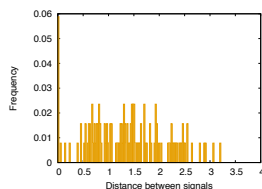
信号の生成に全てのビット用いる

01001011 256パターン
全て異なる信号

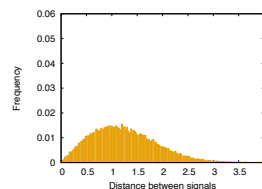
信号パターン数の定量的評価

コンスタレーション上での信号点間の距離の分布

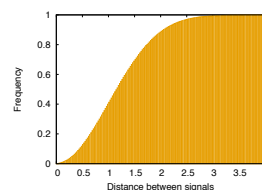
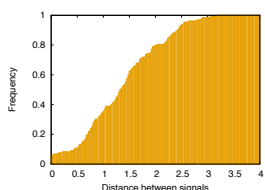
従来法



改良法

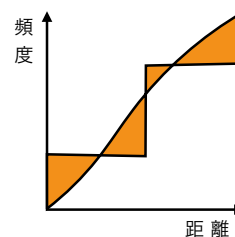


累積確率分布



分布の形が異なっている

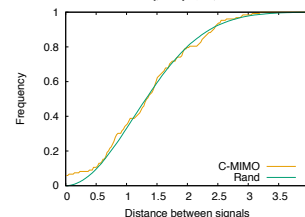
分布間の面積の総和



$$A = \int_0^\infty |P_s(z) - P_r(z)| dz$$

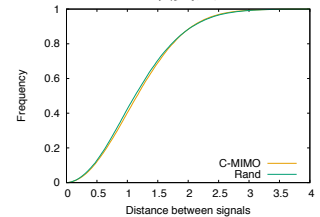
 $P_s(z)$: C-MIMOシステムの信号の
累積確率密度関数 $P_r(z)$: 乱数から生成した信号の
累積確率密度関数

従来法



$$A = 0.0188174$$

改良法



$$A = 0.0020653$$

提案法の方が乱数に近い

まとめ

C-MIMOシステムの信号間の距離から
信号パターン数を評価できた

参考文献

- [1] E. Okamoto, IEICE TRANSACTIONS on Communications, Vol. E95-B, No. 4, pp. 1384–1392, 2012.
- [2] E. Okamoto and N. Horike, IEICE Communications Express, Vol. 5, No. 10, pp. 371–377, 2016.

XORによる後処理がカオス乱数の性能に与える影響

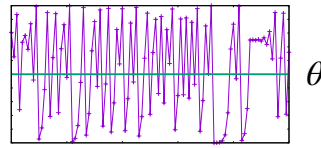
No.

東京理科大学 池口研究室 B4 金丸 志生



カオス乱数

長期予測が不可能とされる
カオスダイナミクスの応答
を元に生成した乱数



→ 1110111101000101...

NIST検定[2]

番号	検定項目	検定内容
1	頻度検定	2値乱数(0,1)のうち、1の出現確率が1/2に近いかどうかを検定
2	ブロック単位の頻度検定	あるブロック長に対して、1の出現確率が1/2に近いかどうかを検定
3	累積和検定	2値乱数を(-1,+1)に変換し、その累積和で定義されるランダムウォークの0からの最大偏差を検定
4	連の検定	連続した1の数(連)を検定
5	ブロック単位の最長連検定	あるブロック長に対して、最長の連を検定
6	2値行列ラング検定	数列全体の互いに異なる行列のラングを検定
7	離散フーリエ変換検定	周期性の調査のため、数列の離散フーリエ変換によるピークの高さを検定
8	重なりのないテンプレート適合検定	あらかじめ用意されたビット列(テンプレート)の出現回数を検定(重なりなし)
9	重なりのあるテンプレート適合検定	あらかじめ用意されたビット列(テンプレート)の出現回数を検定(重なりあり)
10	マウラーのユニバーサル統計検定	数列内で一致するパターンを検出し、圧縮することができるかを検定
11	近似エントロピー検定	あるビット長の出現パターンの頻度を検定
12	ランダム偏差検定	累積和とランダムウォークでK回訪れるサイクル数を検定
13	種々のランダム偏差検定	累積和とランダムウォークで特定の状態を訪れる回数の合計を検定
14	系列検定	あるビット長の全ての重複ビットパターンの出現頻度を検定
15	線形複雑度検定	乱数を生成するための線形フィードバックシフトレジスタの長さを検定

目的 カオス乱数同士にXORを施すと
乱数の性能は向上するかを調査する

乱数1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1
乱数2	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0
乱数3	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1

整数ロジスティック写像[1]

ロジスティック写像(式(1))を拡張して式(2)へ

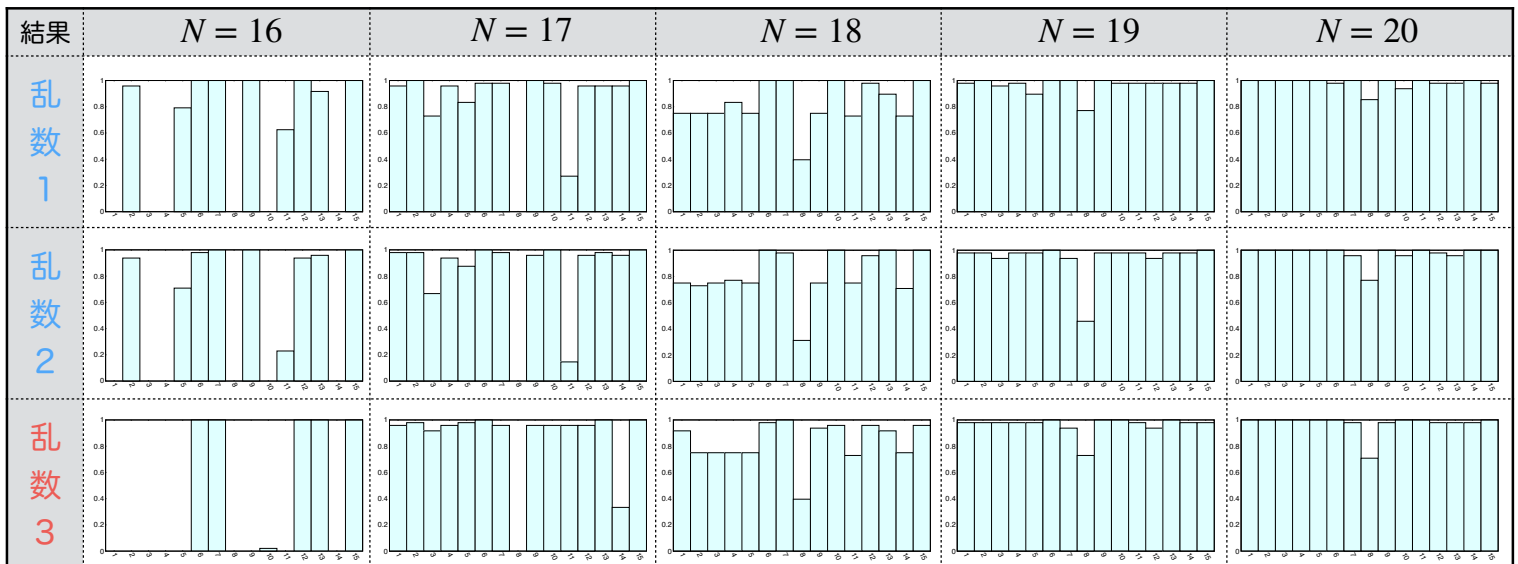
$$x_{t+1} = 4x_t(1 - x_t) \quad (1) \quad \times 10^N \quad (X_t = 10^N \times x_t)$$

$$X_{t+1} = \lfloor 4X_t(10^N - X_t)10^{-N} \rfloor \quad (2)$$

N 数値計算精度 $\lfloor x \rfloor$ x を超えない最大の整数 t 時間

実験 NIST検定に必要な乱数長の2倍の乱数を作成

過渡状態	乱数1	乱数2
$0 \leq t \leq 100,000$	$100,000 < t \leq 2^{30} + 100,000$	$2^{30} + 100,000 < t \leq 2^{31} + 100,000$
数値計算精度	$16 \leq N \leq 20$ ($\Delta N = 1$)	
初期値	$0.01 \times 10^N \leq X_0 \leq 0.49 \times 10^N$ ($\Delta X_0 = 0.01 \times 10^N$, $X_0 \neq 0.25 \times 10^N$)	
乱数1と乱数2, それらにXOR処理を施して生成した乱数3を NIST検定で性能評価.	計 720 (= $5 \times 48 \times 3$) パターン	



考察

XORによる乱数性能向上の効果は薄い。

$N = 16$ のとき, XORによって合格数が著しく低下する。

性能の良い乱数同士のXORは, 効果が見られない。

片方の乱数の性能が良ければXORによる性能向上は見られる。

頻度検定に不合格となる乱数同士でのXORは性能向上なし。

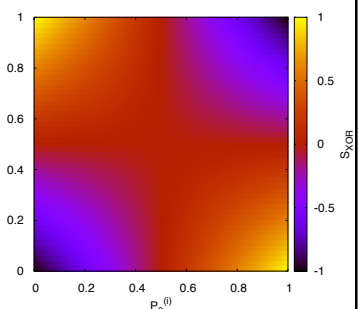
$P_0^{(i)}$: 乱数1の0が出る確率

$P_0^{(j)}$: 乱数2の0が出る確率

$$S_{XOR} = -2(1 - P_0^{(i)} - P_0^{(j)}) + 1 - 4P_0^{(i)}P_0^{(j)}$$

S_{XOR} は, 0と1の出現確率が1/2に近いほど, 0付近をとる。

二つの乱数列の0が出る
出現確率の偏りを表す。



[1] 石田邦昭, 常田明夫, 井上高宏. "有限ビット演算によるカオスの系列の性質", 電子情報通信学会技術研究報告. CAS, 回路とシステム 98.140 (1998): 9-14.

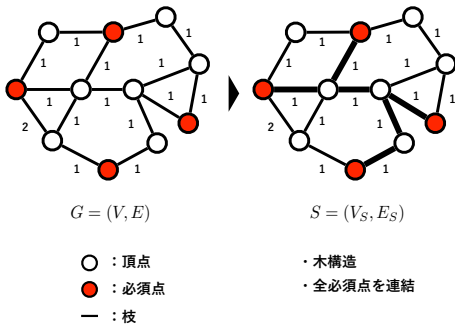
[2] A.Rukhin, J.Soto, J.Nechvatal, M.Smid, E.Barker, S.Leigh, M.Levenson, M.Vangel, D.Banks, A. Heckert, J.Dray, S.Vo, "A statistical Test Suite for Random and Pseudorandom Number Generators for Cryptographic Applications," National Institute of Standards and Technology, Special Publication 800-22, 2010.

カオスダイナミクスを用いたシュタイナー木問題の解法について

藤田実沙^{†1}, 木村貴幸^{†2}, 池口徹^{†1,3}

^{†1}東京理科大学 大学院工学研究科 経営工学専攻, ^{†2}日本工業大学 基幹工学部 電気電子通信工学科, ^{†3}東京理科大学 工学部 情報工学科

① シュタイナー木問題



■ 目的関数

$$\min \sum_{e \in E} c(e)z(e)$$

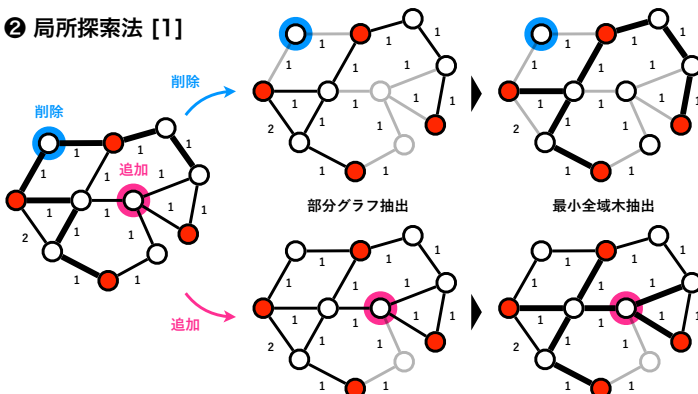
$c(e)$: 枝 e の重み

$z(e)$: 枝 e の決定変数

■ 決定変数

$$z(e) = \begin{cases} 1 & (e \in E_S) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

② 局所探索法 [1]



④ 数値実験

■ 実験目的

カオスサーチは平均発火率が10~20%のときに性能向上

例: 巡回セールスマン問題 [2],

二次割当問題 [5],

配送計画問題 [6] など

→シュタイナー木問題でも同様の傾向があるか?

■ 実験条件

・ Steinlib [7] のベンチマーク問題C (20小問)を使用

・ シュタイナー木の根は必須点からランダムに選択

・ 初期解はShortest path heuristic [8] で構築

・ カオスサーチのパラメータは

$\alpha = 1, k = 0.9, \theta = 1, W = 0.01, \epsilon = 0.01$

・ 発火率は

発火したニューロン数 / 実行可能解に対応したニューロン数

・ 目標発火率になるように小問ごとに β を調整

・ 目標発火率との許容誤差率を0.001, 0.01, 0.1, 1, 2%に設定

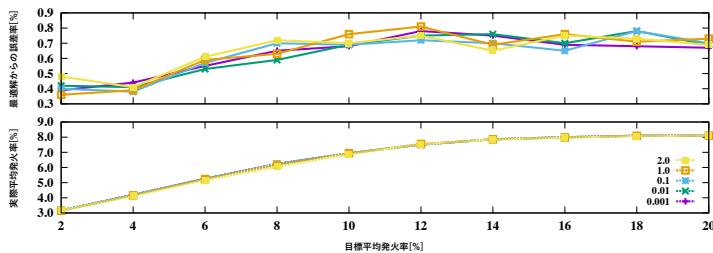
・ イタレーション数上限は1,000回

・ 小問ごとに50回計算し、平均値を比較

■ 実験結果

目標発火率2.0%のときの実際発火率

小問名	0.001	0.1	2.0
c01	1.98	1.97	1.97
c02	1.82	1.79	1.37
c03	1.92	1.94	1.55
c04	1.98	1.97	1.34
c05	2.06	2.06	2.49
c06	1.80	1.80	1.31
c07	1.77	1.80	1.24
c08	1.91	1.91	2.11
c09	2.29	2.28	2.63
c10	2.68	2.68	2.99
c11	2.02	2.01	2.25
c12	1.98	2.01	1.94
c13	2.57	2.57	3.00
c14	3.22	3.23	3.39
c15	4.83	4.84	4.84
c16	3.79	3.81	3.86
c17	4.12	4.12	4.15
c18	6.70	6.71	6.69
c19	6.84	6.86	6.78
c20	7.27	7.28	7.00
平均値	3.18	3.18	3.15



参考文献

- [1] E. Uchoa and R. F. Werneck, ACM J. of Experimental Algorithms, vol. 17, no.2, article 2.2, 2012.
- [2] M. Hasegawa, T. Ikeguchi and K. Aihara, Neural Networks, vol. 15, pp. 271-283, 2002.
- [3] M. Fujita, T. Kimura and T. Ikeguchi, in Proc. of MIC2017, pp. 834-836, 2017.
- [4] M. Fujita, T. Kimura and T. Ikeguchi, in Proc. of NOLTA2017, pp.712-715, 2017.
- [5] M. Hasegawa, T. Ikeguchi, K. Aihara and K. Itoh, Euro. J. of Oper. Res., vol. 139, no. 3, pp. 543-556, 2002.
- [6] 星野聖, 木村貴幸, 池口徹, 電子情報通信学会論文誌A, vol. 90, no. 5, pp. 431-441, 2007.
- [7] T. Koch, A. Martin and S. Voss, in Steiner trees in industry, Springer US, pp. 285-325, 2001.
- [8] H. Takahashi and A. Matsuyama, Math. Japonica, vol. 26, no. 6, pp. 572-577, 1980.

③ カオスニューラルネットワーク [2-4]

■ 利得効果

目的関数値が改善されるほどニューロン i が発火しやすくなる

$$\xi_i(t+1) = \beta(C(t) - C_i(t))$$

β : 利得効果の調整パラメータ

$C(t)$: 時刻 t での現在解の重み

$C_i(t)$: 時刻 t での近傍解の重み

■ 不応性効果

一度発火したニューロン i はしばらくの間発火しにくくなる

$$\zeta_i(t+1) = -\alpha \sum_{d=1}^{t-1} k^d x_i(t-d) + \theta$$

α : 不応性効果の調整パラメータ

k : 減衰パラメータ

$x_i(y)$: 時刻 t でのニューロン i の出力

θ : バイアス

■ 発火率調整

前イタレーションでどのニューロン i も発火しなかったら発火を促進する

$$\eta_i(t+1) = -W \sum_{l=1}^{|V|} x_l(t) + W$$

W : 結合荷重

■ 出力

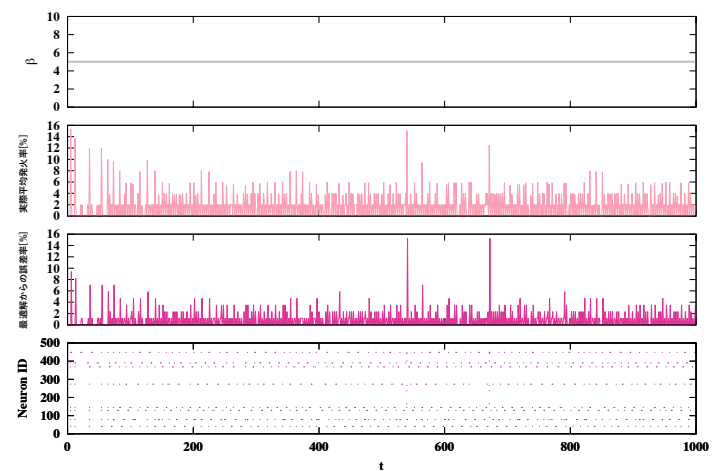
出力が0.5以上のとき発火とする

$$x_i(t+1) = f\{\xi_i(t+1) + \zeta_i(t+1) + \eta_i(t+1)\}$$

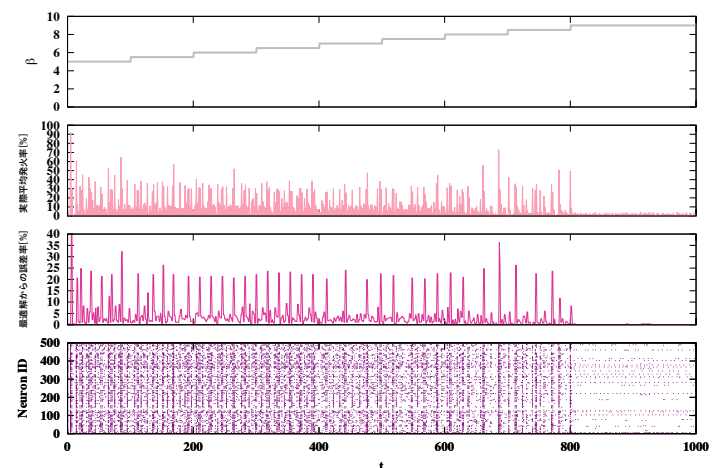
f : ニューロンの活性化関数 (シグモイド関数)

目標発火率2.0%, 許容誤差率0.001%のときの解探索の様子

□ c01



□ c20

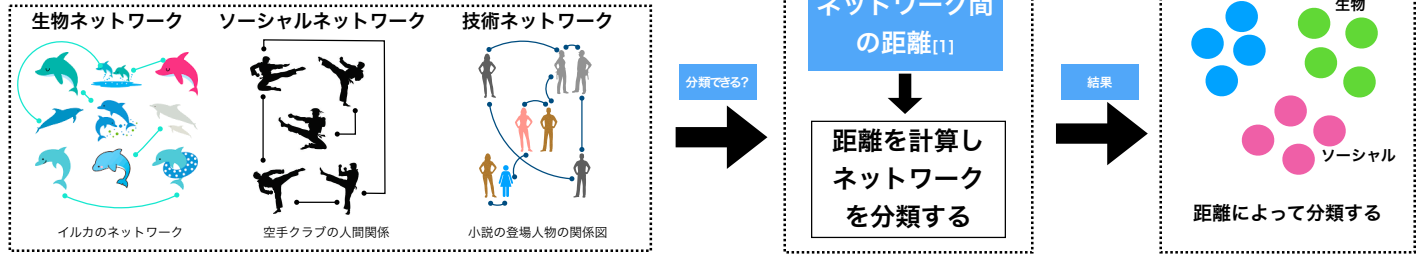


グラフ距離を用いた実ネットワークの解析

東京理科大学 池口研究室 MO 毛福佳

非線形問題解決専門
池口研究室
NONLINEAR PROBLEM SOLVING

目的



ネットワーク間の距離 $d(G_i, G_j)$

■ネットワーク間の距離の計算方法

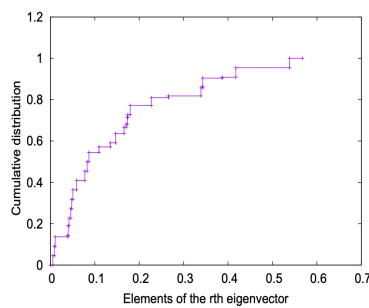
$$d(G_i, G_j) \equiv \frac{1}{M_{ij}-1} \sum_{r=2}^{M_{ij}} d(\rho_r^{(i)}, \rho_r^{(j)})$$

G_i, G_j : ネットワーク i, j

M_{ij} : G_i と G_j の頂点数が小さい方の頂点数

$d(\rho_r^{(i)}, \rho_r^{(j)})$: 固有ベクトルの累積分布の距離

固有ベクトルの累積分布の例



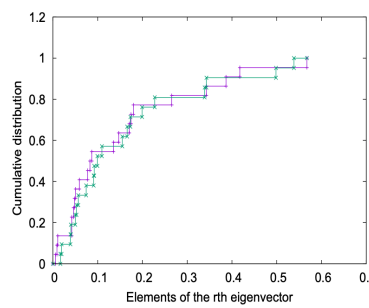
■固有ベクトルの累積分布の距離の計算方法

$$d(\rho_r^{(i)}, \rho_r^{(j)}) = \int_{-\infty}^{\infty} |q_r^{(i)}(y) - q_r^{(j)}(y)| dy$$

$q_r^{(i)}(y)$: ネットワーク G_i のラプシアン行列の固有ベクトルの累積分布

r : ネットワーク G_i, G_j のラプシアン行列の固有ベクトルのインデックス

固有ベクトルの累積分布の距離の例



ラプラシアン行列 L

■ラプラシアン行列の計算方法

$$L = D - A$$

D : ネットワークの次数行列
 A : ネットワークの隣接行列

ラプラシアン行列を求める例

Labeled graph	Degree matrix	Adjacency matrix	Laplacian matrix
	$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

多次元尺度法

■多次元尺度法の目的

対象間の類似度を視覚化することでデータに潜む空間構造を描き出す。

■多次元尺度法の適用方法

① 中心化行列を計算する

$$H = I - \frac{1}{n} \mathbf{1} \mathbf{1}^T$$

② 距離行列 Y からカーネル行列 K を計算する

$$K = -\frac{1}{2} H Y H$$

③ 行列 K の固有値分解を行う

$$K = V \Lambda V^T$$

④ 出力の座標行列 X を求める

$$X = \text{sqrt}(\Lambda) V^T$$

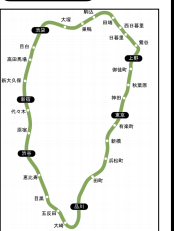
山手線の各駅間士の隣接距離

	渋谷	新宿	池袋	有楽町	上野	東京	品川	五反田
渋谷	0	3,609	7,880	9,026	9,217	6,385	4,742	4,092
新宿	3,609	0	4,328	5,911	7,410	6,046	6,046	7,679
池袋	7,880	4,328	0	2,666	6,275	7,305	11,326	11,469
有楽町	9,026	5,911	2,666	0	4,069	6,284	11,504	12,003
上野	9,217	7,410	6,275	4,069	0	3,744	9,886	10,871
東京	6,385	6,046	7,305	6,284	3,744	0	6,157	7,230
品川	4,742	6,046	11,326	11,504	9,886	6,157	0	1,592
五反田	4,092	7,679	11,469	12,003	10,871	7,230	1,592	0

多次元尺度法を適用した結果

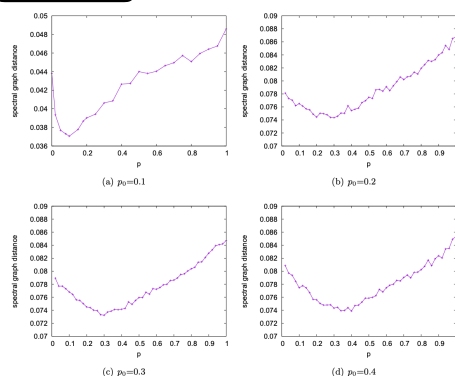


実際の山手線の駅分布



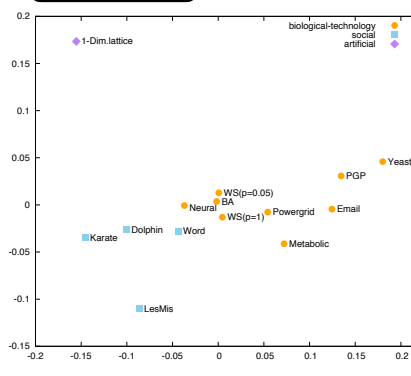
ネットワークの解析結果

WSモデル間の距離



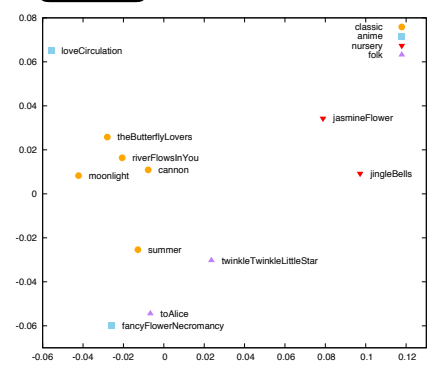
ネットワーク間の距離がネットワークを適切に評価できる場合、 $p = p_0$ のとき距離が一番小さい

実ネットワーク間の距離



実ネットワーク [2][3][4][5][6][7][8][9][11] は生物学および技術ネットワークとソーシャルネットワークに分類されている。

楽曲間の距離



同じ種類の音楽が適切に分類されている。

今後の課題

■ネットワーク間の距離の拡張

無向グラフのみだけではなく、有向グラフへも対応させる。

■ネットワーク間の距離の応用

ネットワーク構造の時間的変化を検出し、構造の推移を予測する。

参考文献

- [1] Yutaka Shimada, Yoshito Hirata, Tohru Ikeguchi and Kazuyuki Aihara, Graph distance for complex networks, Scientific Reports, Vol. 6, No. 34944, 2016.
- [2] 池田八洲彦, 池田 淑子, 浅井 信吉, 宮崎 加典, 現代線形代数, 共立出版社, 2009.
- [3] T.F. Cox and M.A.A. Cox, Multidimensional scaling, Chapman&Hall/CRC, 2001.
- [4] M. E. J. Newman, Finding community structure in networks using the eigenvectors of matrices, Phys. Rev. E, Vol. 74, No. 3, 036104, 2006.
- [5] M. E. J. Newman, Community structure in social and biological networks, PNAS, Vol. 99, No. 12, pp. 7821-7826, 2002.
- [6] W.W.Zachary, An information flow model for conflict and fission in small groups, J. Anthropol. Res., Vol. 33, No. 4, pp. 452-473, 1977.
- [7] D. E. Knuth, The Stanford GraphBase: A platform for combinatorial computing, ACM Press, 1993.
- [8] D. J. S. Watts, H. Strogatz, Collective dynamics of 'small-world' networks, Nature, Vol. 393, pp. 440-442, 1998.
- [9] J. Duch, A. Arenas, Community detection in complex networks using extremal optimization, Phys. Rev. E, Vol. 72, No. 21, 027104, 2005.
- [10] R. Guimerà, L. Danon, A. Daz-Guilera, F. Giralt, A. Arenas, Self-similar community structure in a network of human interactions, Phys. Rev. E, Vol. 68, No. 6, 065103, 2003.

受賞, その他



IEICE FELLOW

池口 徹 殿

あなたは非線形力学系理論に基づく
複雑システム解析技法の先駆的研究に
おいてきわめて顕著な功績をあげられ
ました

よって本会規則第2条により
フェローの称号を贈呈いたします

2019年3月21日

一般社団法人 電子情報通信学会

会 長 安藤 真

池口 徹教授, 電子情報通信学会よりフェローの称号贈呈

賞 状

藤 田 実 沙 殿

K 番目の最短経路を使用した グラフ的シュタイナー木構築法

於 2018 年 電 子 情 報 通 信 学 会 総 合 大 会

あなたの標記講演は学術奨励賞 の受賞にふさわしいと認めますので
ここに本会選奨規程により賞状 および賞金を贈呈いたします

2019 年 3 月 21 日



一般社団法人

会 長

電子情報通信学会

安 藤



藤田実沙(D2), 電子情報通信学会より学術奨励賞受賞

賞

状

栗田 いずみ 殿

有色ノイズによるカオス写像の共通

於 2018年 電子情報
あなたの標記講演は学術奨励賞
ここに本会選奨規程により賞状

2019年3月21日



一般社団法人
会 長

ノイズ同期現象に関する一検討

通信学会ソサイエティ大会
の受賞にふさわしいと認めますので
および賞金を贈呈いたします

電子情報通信学会

安 藤



栗田いずみ(M2), 電子情報通信学会より学術奨励賞受賞