

2022 年度発表文献集

Publication List 2022



東京理科大学 工学部情報工学科 池口研究室

Ikeguchi Laboratory,
Department of Information and Computer Technology,
Faculty of Engineering,
Tokyo University of Science

2024 年 5 月作成

目次

1	原著論文	1
(1)	Noriyoshi Sukegawa, and Tohru Ikeguchi, “How to perturb Bernoulli shift map,” Chaos, Soliton & Fractals, Vol. 165, Part 1, 112793, 2022. https://doi.org/10.1016/j.chaos.2022.112793	2
(2)	Ryota Nomura, Kantaro Fujiwara, and Tohru Ikeguchi, “Superposed recurrence plots for reconstructing a common input applied to neu- rons,” Physics Review E, Vol. 106, Iss. 3, 034205, 2022. https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.106.034205	6
(3)	Nina Sviridova, Tiejun Zhao, Akimasa Nakano, and Tohru Ikeguchi, “Photoplethysmogram Recording Length: Defining Minimal Length Require- ment from Dynamical Characteristics,” Sensors, Vol. 22, No. 14, 5154, 2022. https://doi.org/10.3390/s22145154	19
(4)	Kihei Magishi, Tomoko Matsumoto, Yutaka Shimada, and Tohru Ikeguchi, “Investigation of the structural features of word co-occurrence networks with increasing numbers of connected words,” Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, Vol. E13-N, No. 2, pp. 343–348, 2022. https://www.jstage.jst.go.jp/article/nolta/13/2/13_343/_article . . .	33
(5)	Honami Tsushima and Tohru Ikeguchi, “Statistical analysis of usage history of bike sharing systems,” Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, Vol. E13-N, No. 2, pp. 355–360, 2022. https://www.jstage.jst.go.jp/article/nolta/13/2/13_355/_article . . .	39
(6)	Yota Tsukamoto, Honami Tsushima, and Tohru Ikeguchi, “Non-periodic responses of the Izhikevich neuron model to periodic inputs,” Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, Vol. E13-N, No. 2, pp. 367–372, 2022. https://www.jstage.jst.go.jp/article/nolta/13/2/13_367/_article . . .	45

	(7)	Kazuya Sawada, Yutaka Shimada, and Tohru Ikeguchi, “Similarities of inter-point distance distributions on original and reconstructed attractors,” Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, Vol. E13-N, No. 2, pp. 385–390, 2022. https://www.jstage.jst.go.jp/article/nolta/13/2/13_385/_article . . .	51
2	査読あり国際会議		57
	(1)	Yota Tsukamoto, Honami Tsushima, and Tohru Ikeguchi, “Periodic Input Leads an Izhikevich Neuron to Induce both Periodic and Irreg- ular Responses,” Proceedings of 2023 RISP International Workshop on Nonlinear Circuits, Com- munications and Signal Processing (NCSP’23), 3AM1-1-3, Mar. 2023.	58
	(2)	Yota Tsukamoto, Honami Tsushima, and Tohru Ikeguchi, “Rich Spike Patterns from the Izhikevich Neuron Model in Response to Periodic Inputs,” Proceedings of the 2022 International Symposium on NonLinear Theory and Its Applications (NOLTA2022), B2L-E-03, Dec. 2022.	59
	(3)	Nina Sviridova and Tohru Ikeguchi, “Detecting Determinism in Noisy Time Series with Variable Minimal Diagonal Line Length in Recurrence Quantification Analysis,” Proceedings of the 2022 International Symposium on NonLinear Theory and Its Applications (NOLTA2022), A5L-E-01, Dec. 2022.	63
	(4)	Honami Tsushima Nina Sviridova, and Tohru Ikeguchi, “Tabu search for solving multiple-vehicle bike sharing system routing problem with real port distribution,” Proceedings of the 2nd International Conference on Electrical, Computer, Com- munications and Mechatronics Engineering (ICECCME), pp. 402–407, 2022. . .	67
	(5)	Nina Sviridova, Kazuya Sawada, Tohru Ikeguchi, “Consistency of Determinism Detection in Sparse Photoplethysmogram Record- ings,” Proceedings of the Sixth International Conference on Biological Information and Biomedical Engineering (BIBE2022), pp. 128–131, 2022. https://www.vde-verlag.de/books/565964/bibe-2022.html	73
3	査読あり国内会議		77
	(1)	松本 朋子, 平手 寛之, 島田 裕, 池口 徹, “新聞記事から見る戦前世論の対外姿勢,” 2022 年度 日本政治学会総会・研究大会 報告論文集, 2022.	78
	(2)	Sviridova Nina and Ikeguchi Tohru, “Detection of Noise-Induced Determinism Decay by Recurrence Quantification Analysis,” 2022 年電子情報通信学会 NOLTA ソサイエティ大会, A-4, 2022.	96

	(3)	塚本 陽太, 對馬 帆南, 池口 徹, “周期入力に対する Izhikevich ニューロンモデルの応答—バースト発火するニューロンの場合—,” 2022 年電子情報通信学会 NOLTA ソサイエティ大会, A-9, 2022.	97
	(4)	福家 水月, 松本 朋子, 島田 裕, 池口 徹, “Colexification ネットワークにおいてハブとなる概念,” 2022 年電子情報通信学会 NOLTA ソサイエティ大会, A-16, 2022.	98
	(5)	郭 豊ガイ, 對馬 帆南, 池口 徹, “カオス進化計算におけるパラメータの依存性に関する調査,” 2022 年電子情報通信学会 NOLTA ソサイエティ大会, A-21, 2022.	99
	(6)	澤田 和弥, 池口 徹, “テンポラルネットワークの時間発展ダイナミクス,” 2022 年電子情報通信学会 NOLTA ソサイエティ大会, B-15, 2022.	100
	(7)	對馬 帆南, スヴィリドヴァ ニーナ, 池口 徹, “自転車再配置問題の非一様なポート配置に対するタブーサーチ法を用いた解法の性能調査,” 2022 年電子情報通信学会 NOLTA ソサイエティ大会, B-22, 2022.	101
4		査読なし国内学会	102
	4.1	研究会	
	(1)	郭 豊ガイ, 對馬 帆南, 足立 淳, 松浦 隆文, 木村 貴幸, 池口 徹, “min-max 型の目的関数を用いた公職選挙ポスター掲示問題の解法,” 電子情報通信学会 技術研究報告, vol. 122, no. 436, NLP2022-128, pp. 104–109, 2023.	103
	(2)	中山 裕文, スヴィリドヴァ ニーナ, 池口 徹, “画像式光電脈波に対するリアプノフ指数の算出,” 電子情報通信学会 技術研究報告, vol. 122, no. 436, NLP2022-126, pp. 95–99, 2023.	109
	(3)	澤田 和弥, 島田 裕, 池口 徹, “マーク付点過程間の因果性検出,” 電子情報通信学会 技術研究報告, vol. 122, no. 436, NLP2022-125, pp. 89–94, 2023.	114
	(4)	池口 徹, “公職選挙ポスター掲示問題について,” 電子情報通信学会 技術研究報告, vol. 122, no. 373, NLP2022-91, pp. 52–57, 2023.	120
	(5)	Nina Sviridova and Tohru Ikeguchi, “Study on minimal diagonal line length effect on recurrence quantification analysis,” 電子情報通信学会 技術研究報告, vol. 122, no. 373, NLP2022-83, pp. 11–15, 2023.	126
	(6)	Nina Sviridova and Tohru Ikeguchi, “Towards Defining Minimal Time Series Length for Normalized Recurrence Quantification Analysis,” 電子情報通信学会 技術研究報告, vol. 122, no. 280, NLP2022-78, pp. 97–102, 2022.	131
	(7)	野村亮太, 藤原寛太郎, 池口 徹, “カオス応答を示す Izhikevich ニューロンの発火率を用いた共通入力の再構成,” 電子情報通信学会 技術研究報告, vol. 122, no. 280, NLP2022-77, pp. 91–96, 2022.	137

	(8)	對馬 帆南, 池口 徹, “ バイクシェアリングシステム利用履歴のテンポラルネットワーク解析, ”	
		電子情報通信学会 技術研究報告, vol. 122, no. 145, CCS2022-37, pp. 54–59, 2022.	143
	(9)	澤田 和弥, 池口 徹, “ スパイク間隔からの力学系再構成によるスパイク列間の因果性検出, ”	
		電子情報通信学会 技術研究報告, vol. 122, no. 145, CCS2022-36, pp. 48–53, 2022.	149
	(10)	伊藤 大河, 澤田 和弥, 對馬 帆南, 池口 徹, “ スペクトル距離を用いたテンポラルネットワークの非線形ダイナミクスの解析, ”	
		電子情報通信学会 技術研究報告, vol. 122, no. 145, CCS2022-39, pp. 66–71, 2022.	155
4.2		総合大会, ソサイエティ大会	
	(1)	郭豊ガイ, 對馬帆南, 足立淳, 松浦隆文, 木村貴幸, 池口 徹, “ 公職選挙ポスター掲示問題に対する発見的解法の開発, ”	
		2023 年電子情報通信学会 総合大会, N-1-9, 2023 年.	161
	(2)	澤田 和弥, 島田 裕, 池口 徹, “ スパイク列に対する因果性検出における再構成次元の影響, ”	
		2023 年電子情報通信学会 総合大会, N-1-8, 2023 年.	162
	(3)	塚本 陽太, 對馬 帆南, 池口 徹, “ 周期入力に対する Izhikevich ニューロンモデルの応答 –カオスニューロンの場合–, ”	
		2023 年電子情報通信学会 総合大会, N-1-7, 2023 年.	163
	(2)	對馬 帆南, 池口 徹, “ スペクトル距離を用いたバイクシェアリングシステムの利用履歴解析, ”	
		2022 年電子情報通信学会ソサイエティ大会, N-1-17, 2022.	164
	(2)	伊藤 大河, 澤田 和弥, 對馬 帆南, 池口 徹, “ スペクトルグラフ距離と古典的多次元尺度構成法を用いたテンポラルネットワークの解析, ”	
		2022 年電子情報通信学会ソサイエティ大会, N-1-18, 2022.	165
	(2)	澤田 和弥, 島田 裕, 池口 徹, “ 神経スパイク列に対する因果性検出に関する検討, ”	
		2022 年電子情報通信学会ソサイエティ大会, N-1-19, 2022.	166
5		学位論文	167
	5.1	卒業論文	168
	(2)	中山 裕文, “ 画像式光電脈波の非線形時系列解析, ”	
		東京理科大学 工学部 情報工学科, 卒業論文 2023.	168
	(2)	伊藤 大河, “ 古典的多次元尺度構成法を用いたテンポラルネットワークの解析, ”	
		東京理科大学 工学部 情報工学科, 卒業論文 2023.	172
	(2)	豊田 真之, “ バイクシェアリングシステムの利用履歴データのネットワーク解析, ”	
		東京理科大学 工学部 情報工学科, 卒業論文 2023.	176
	(2)	中川 直也, “ 文語体と口語体の文章から生成した言語ネットワーク構造の比較, ”	
		東京理科大学 工学部 情報工学科, 卒業論文 2023.	180
	(2)	藤島 康平, “ 学習方法の変更に伴うヘブ学習則と時空間学習則の比較, ”	
		東京理科大学 工学部 情報工学科, 卒業論文 2023.	184
6		非線形ワークショップ	188
	6.1	2022 年 5 月, 日本工業大学	

(1)	石川 竜吉, “ 形態素解析ツールの比較・検討, ” 非線形ワークショップ, 2022.	189
(2)	塚本 陽太, “ 時空間学習則によるパターン分離の評価, ” 非線形ワークショップ, 2022.	190
(3)	森 太紀, “ マーク付点過程に重み付き Visibility Graph 法を適用した際のネット ワーク構造について, ” 非線形ワークショップ, 2022.	191
(4)	郭 豊ガイ, “ 最大ゲインと即時戦略 2-opt 法を用いた TSP 問題に関する調査, ” 非線形ワークショップ, 2022.	192
6.2	2022 年 7 月, 東京工科大学	
(1)	中山 裕文, “ 初期値鋭敏性評価のためのリアプノフ指数の調査と算出, ” 非線形ワークショップ, 2022.	193
(2)	伊藤 大河, “ スペクトル距離と古典的多次元尺度構成法を用いたコンタクトデータ の解析, ” 非線形ワークショップ, 2022.	194
(3)	豊田 真之, “ BA モデルの頂点数と次数分布の関係, ” 非線形ワークショップ, 2022.	195
(4)	中川 直也, “ 文語体, 口語体での Zipf の法則の関係, ” 非線形ワークショップ, 2022.	196
(5)	藤島 康平, “ 時空間学習則とその改良, ” 非線形ワークショップ, 2022.	197
6.3	2022 年 8 月, 夏の大会	
(1)	塚本 陽太, “ Hebb 則と時空間学習則のパターン分離能力の比較, ” 非線形ワークショップ夏の大会, 2022.	198
(2)	石川 竜吉, “ 形態素解析ツールによる共起ネットワークの解析結果の違い, ” 非線形ワークショップ夏の大会, 2022.	199
(3)	對馬 帆南, “ バイクシェアリングシステムの再配置問題に対する発見的解法の開発 と利用履歴解析, ” 非線形ワークショップ夏の大会, 2022.	200
(4)	中川 直也 “ 文語体と口語体の言語ネットワークの作成及び調査, ” 非線形ワークショップ夏の大会, 2022.	201
(5)	豊田 真之, “ 適応度の分布と適応度モデルによるネットワークの関係, ” 非線形ワークショップ夏の大会, 2022.	202
(6)	福家 水月, “ 多義語ネットワークにおける感情のハブとコミュニティの関係, ” 非線形ワークショップ夏の大会, 2022.	203
(7)	楊 雨晨 “ 複雑ネットワークにおけるキーノードの識別, ” 非線形ワークショップ夏の大会, 2022.	204
(8)	澤田 和弥 “ 神経スパイク列に対する因果性検出, ” 非線形ワークショップ夏の大会, 2022.	205
(2)	藤島 康平, “ ネットワークの規模に依存しない時空間学習則の提案” 非線形ワークショップ夏の大会, 2022.	206
6.4	2022 年 11 月, 東北大学	

(1)	塚本 陽太, “ 時空間学習則において時間履歴が学習メカニズムに与える影響,” 非線形ワークショップ, 2022. (*)	
(2)	福家 水月, “ 感情多義語ネットワークを用いた語族比較,” 非線形ワークショップ, 2022. 207	
(3)	伊藤 大河, “ 非線形力学系に対する古典的多次元尺度構成法を用いた解析,” 非線形ワークショップ, 2022. 208	
(4)	對馬 帆南, “ スペクトル距離と古典的多次元尺度構成法を用いたバイクシェアリン グシステムデータ解析,” 非線形ワークショップ, 2022. 209	
(5)	塚本 陽太, “ Rich spike patterns from a periodically forced Izhikevich neuron model,” 非線形ワークショップ, 2022. 210	
(6)	澤田 和弥, “ スパイク列に対する因果性検出,” 非線形ワークショップ, 2022. 211	
6.5	2022 年 12 月, 芝浦工業大学	
(1)	郭 豊ガイ, “ 公職選挙ポスター掲示問題に関する解法の開発,” 非線形ワークショップ, 2022. 212	
(2)	中山 裕文, “ 動画から PPG 波形を算出する手法の調査及び波形の解析,” 非線形ワークショップ, 2022. 213	

(*) 印: 口頭発表, スライドは本稿に未収録

原著論文



Contents lists available at ScienceDirect

Chaos, Solitons and Fractals

journal homepage: www.elsevier.com/locate/chaos

How to perturb Bernoulli shift map

Noriyoshi Sukegawa^{a,*}, Tohru Ikeguchi^b^a University of Tsukuba, 1-1-1 Tennodai, Tsukuba-shi, Ibaraki 305-8573, Japan^b Tokyo University of Science, 6-3-1 Nijuku, Katsushika-ku, Tokyo 125-8585, Japan

ARTICLE INFO

Keywords:

Chaotic map
Bernoulli shift
Period
Modular arithmetic
Artin's conjecture on primitive roots

ABSTRACT

The Bernoulli shift map is a fundamental example of a chaotic map with applications in algorithm design, data analysis, and numerical simulation. When implementing the Bernoulli shift map in the binary system, some sorts of perturbation methods are employed to make its outputs have long periods for practical reasons. We here look at one of such methods that perturbs underlying state space, and apply modular arithmetic to analyze the behavior of periods attained by this method, which reveals a close relationship with Artin's conjecture on primitive roots. As a consequence, we obtain an exhaustive list of values for a dominant parameter of this method that are best possible in a theoretical sense.

1. Introduction

Chaotic maps are maps that generate sequences highly sensitive to initial states [1,2], which have applications in algorithm design, data analysis, and numerical simulation; see e.g., [3–9]. Fundamental examples of chaotic maps are the Bernoulli shift map, the tent map, and the logistic map, which are known to be closely related to each other in terms of topological conjugacy; see e.g., [10–13].

In practice, outputs of these chaotic maps are desired to have long periods. However, implementations that directly follow their definitions often end up with undesirable results in this regard in the binary system; see e.g., [14,15]. To deal with this problem, perturbation methods have been studied extensively; see e.g., [16–22] and also [23,24] for more sophisticated methods not restricted to perturbation methods. Then, a fundamental question is how to tune parameters of these perturbation methods to ensure desirable results.

Our aim here is to answer this practical question for the method of perturbing the state space for implementing the Bernoulli shift map. More specifically, focusing on a dominant parameter ϵ of this method, we apply modular arithmetic to

- define the best value for ϵ which depends on the bit length specified in implementations,
- analyze the period when ϵ is the best value and show that the resulting periods get fairly close to trivial theoretical upper bounds, and
- provide an exhaustive list of the best values to help implement the Bernoulli shift map successfully.

An interesting point is that if Artin's conjecture on primitive roots [25, 26], a major open question in number theory, is true, then this method is theoretically guaranteed to continue such high performance for any bit length.

An advantage of our approach is that it can provide theoretical guarantees. The Bernoulli shift map itself also has several advantages: it is easy-to-implement and useful from its simplicity for some purposes; see e.g., [27], as well as required in practice; see e.g., [28–30]. We also note that our analysis may be partially applied to those for the tent map and the logistic map through the topological conjugacy.

2. The Bernoulli shift map

Let $\mathcal{X} = [0, 1)$ and call it the *state space*. The *Bernoulli shift map* is a map $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{X}^\infty$ defined, for any $x \in \mathcal{X}$, by $f(x) = (x_0, x_1, x_2, \dots)$ such that

$$x_{t+1} \equiv 2x_t \pmod{1} \quad (1)$$

for each t where $x_0 = x$. This map defines a nonlinear dynamical system because Eq. (1) can be written down as $x_{t+1} = \phi(x_t)$ with a piece-wise linear function

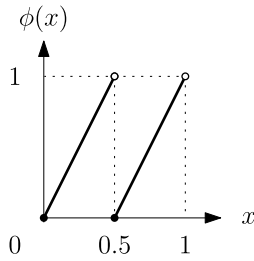
$$\phi(x) = \begin{cases} 2x & \text{if } x \in [0, 0.5) \\ 2x - 1 & \text{if } x \in [0.5, 1) \end{cases}$$

as depicted in Fig. 1.

For any $f(x) \in \mathcal{X}^\infty$, we define its period as the largest positive integer p such that the first p states,

$$x_0, x_1, \dots, x_{p-1},$$

* Correspondence to: Faculty of Engineering, Information and Systems, University of Tsukuba, 1-1-1 Tennodai, Tsukuba-shi, Ibaraki 305-8573, Japan.
E-mail address: sukegawa@sk.tsukuba.ac.jp (N. Sukegawa).

Fig. 1. An image of the function $\phi(x)$.

are all different. If x is irrational, then the period of $f(x)$ is infinite. To see this, it suffices to represent x as a non-terminating and non-repeating binary fraction, and observe that an application of $\phi(x)$ means a left shift operation. If x is rational, then the period of $f(x)$ is finite because in this case, x is represented as a terminating or repeating binary fraction.

Now, consider the binary system where the states are represented as n -bit binary fractions for some positive integer n , meaning that the states are all rational numbers. Let $\mathcal{X}_n$ be the set of n -bit binary fractions in $\mathcal{X}$, and consider a map $f_n : \mathcal{X}_n \rightarrow \mathcal{X}_n^\infty$ defined by $f_n(x) = f(x)$.

Observation 1. For any $x \in \mathcal{X}_n$, the period of $f_n(x)$ cannot exceed $n + 1$.

Proof. Straightforward from the above discussions because x is now an n -bit binary fraction. $\square$

Note that the maximum period, $n + 1$, stated is very short when compared to its *trivial upper bound*, the number of states in $\mathcal{X}_n$, i.e., 2^n .

Remark 1. It is known that if decimal fractions are used, then pseudo-chaotic orbits can be obtained. Here, round-off errors are essential because if we convert a given initial state x , an n -bit decimal fraction, to a terminating or repeating binary fraction, then we see that its bit length or the length of its repetend can never be so long. For example, a 1-bit decimal fraction 0.1 is $(0.000110011 \dots)_2$, which tells us that the period is at most five in this case.

3. A perturbation method

We here look at the method of perturbing the state space $\mathcal{X}$, originated by [20]. We call it the *perturbation method* in what follows for simplicity; see e.g., [17] for another method that perturbs the slope 2, [18,21,22] for standard methods that perturb the states, and [19] for their combinations.

Let ϵ be a positive n -bit binary fraction less than one, which will serve as the dominant parameter of the perturbation method. Then, setting $\mathcal{X}_{n,\epsilon} = \mathcal{X}_n \cap [0, 1 - \epsilon)$, consider a map $f_{n,\epsilon} : \mathcal{X}_{n,\epsilon} \rightarrow \mathcal{X}_{n,\epsilon}^\infty$ defined, for any $x \in \mathcal{X}_{n,\epsilon}$, by $f_{n,\epsilon}(x) = (x_0, x_1, x_2, \dots)$ such that

$$x_{t+1} \equiv 2x_t \pmod{1 - \epsilon} \quad (2)$$

for each t where $x_0 = x$.

The following example suggests that the perturbation method can work well if ϵ is chosen appropriately.

Example 1. Let $n = 5$, $\epsilon = 3/2^5$ and $x = 1/2^5$. Then, Eq. (2) can be written down as

$$x_{t+1} = \begin{cases} 2x_t & \text{if } x_t \in [0, 15/2^5) \\ 2x_t - 29/2^5 & \text{if } x_t \in [15/2^5, 29/2^5). \end{cases}$$

Therefore, in this case, $f_{n,\epsilon}(x)$ shall be such that its first 28 states, which are

$$x_0 = \frac{1}{2^5}, \frac{2}{2^5}, \frac{4}{2^5}, \frac{8}{2^5}, \frac{16}{2^5}, \frac{3}{2^5}, \dots, \frac{15}{2^5} = x_{27}$$

to list a few, are all different and $x_{28} = x_0$, meaning that its period is 28, which is fairly close to the trivial upper bound, 32 in this case. However, if $\epsilon = 1/2^5$, then the period of $f_{n,\epsilon}(x)$ is only 5.

An open question is how to tune ϵ so that $f_{n,\epsilon}(x)$ shall have long periods. We here answer this open question.

4. Parameter tuning

4.1. Analysis

We introduce some notions from number theory; see Appendix for additional explanations. For a positive integer m , let $\mathcal{Y}_m = \{0, 1, \dots, m-1\}$ for simplicity and consider a map $g_m : \mathcal{Y}_m \rightarrow \mathcal{Y}_m^\infty$ defined, for any $y \in \mathcal{Y}_m$, by $g_m(y) = (y_0, y_1, y_2, \dots)$ such that

$$y_{t+1} \equiv 2y_t \pmod{m} \quad (3)$$

for each t where $y_0 = y$.

The period of outputs of g_m is defined in the same way as before, and hence is clearly at most m , the number of elements in $\mathcal{Y}_m$. Now, let $d(m)$ denote the smallest integer k satisfying $2^k \equiv 1 \pmod{m}$ for an odd prime m .

Proposition 1. If m is an odd prime, then the period of $g_m(y)$ is at least $d(m)$ as long as $y \neq 0$.

Proof. Suppose that $y_{t+k} \equiv y_t \pmod{m}$ holds for some t and k with $k > 0$. Then, since $y_{t+k} \equiv 2^k y_t \pmod{m}$ from Eq. (3), one has $(2^k - 1)y_t \equiv 0 \pmod{m}$. Note that $y_t \equiv 2^t y_0 \not\equiv 0 \pmod{m}$ from the assumptions that $y_0 = y \neq 0$ and m is an odd prime. Thus, $2^k - 1 \equiv 0 \pmod{m}$, implying $k \geq d(m)$ by the definition of $d(m)$. $\square$

The following lemma relates outputs of $f_{n,\epsilon}$ with those of g_m .

Lemma 1. For a positive integer n , let m be any positive integer with $m \leq 2^n$ and ϵ be the n -bit binary fraction defined as $\epsilon = 1 - m/2^n$. Then, $f_{n,\epsilon}(x)$ and $g_m(y)$ satisfy $x_t = y_t/2^n$ for any t as long as $x = y/2^n$. In particular, $f_{n,\epsilon}(x)$ and $g_m(y)$ share the same period.

Proof. The assertion is clearly true if $t = 0$ as $x = y/2^n$. Assume that the assertion is true for some nonnegative integer t . Then, we have $x_{t+1} \equiv 2x_t \equiv 2y_t/2^n \pmod{1 - \epsilon}$. From Eq. (3), there is an integer A such that $y_{t+1} - 2y_t = km$. Hence, we have

$$x_{t+1} \equiv \frac{y_{t+1}}{2^n} - k \cdot \frac{m}{2^n} \pmod{1 - \epsilon},$$

which implies $x_{t+1} = y_{t+1}/2^n$ since $1 - \epsilon = m/2^n$ by the definition of ϵ . $\square$

The following is a direct consequence of Lemma 1 and Proposition 1.

Theorem 1. For a positive integer n , let m be an odd prime with $m \leq 2^n$ and ϵ be the n -bit binary fraction defined as $\epsilon = 1 - m/2^n$. Then, the period of $f_{n,\epsilon}(x)$ is at least $d(m)$ as long as $x \neq 0$.

4.2. Algorithm

We propose to determine ϵ for a given n via Theorem 1. The point is how to determine m . It is desirable that (i) m is close to 2^n to make ϵ small and (ii) $d(m)$ is large to make the period guaranteed long. As $d(m) \leq m - 1$ from Fermat's little theorem, we say that an odd prime m is *nice* if $d(m) = m - 1$.

We propose to set m to the largest nice prime p with $p \leq 2^n$, which we denote by $m(n)$. It would safe to say that such m and the resulting ϵ obtained as $\epsilon = 1 - m/2^n$ are *best* in a sense. This definition is motivated by an open problem in number theory [25,26].

Conjecture 1 (Artin's Conjecture). An integer a is said to be a primitive root modulo m if the smallest integer k satisfying $a^k \equiv 1 \pmod{m}$ is $m-1$. Letting $S(a)$ denote the set of primes with primitive root a , Artin's conjecture claims that the asymptotic density of $S(a)$ over the set of all primes is a positive constant independent of a , about 0.37. In particular, it claims that $S(2)$ is an infinite set.

Note that $m(n)$ can be rephrased as the largest element p in $S(2)$ with $p \leq 2^n$. Although Artin's conjecture is still widely open today, a list for $S(2)$ collected in OEIS¹ confirms that the conjecture is true at least for $a = 2$. It should also be noted that making use of properties of primitive roots in chaos field is not our new finding and has already been done in existing work [31].

We consider a simple algorithm that finds $m(n)$ to return ϵ for a specified n . The full description of the algorithm is as follows.

Input a positive integer n

Output an n -bit binary fraction ϵ

```

1:  $\delta \leftarrow 1$  (can be replaced by  $\delta \leftarrow 3$ )
2: while  $\delta < 2^n$  do
3:    $m \leftarrow 2^n - \delta$ 
4:   if  $m$  is an odd prime with  $d(m) = m - 1$  then
5:      $m(n) \leftarrow m$ ,  $\epsilon \leftarrow 1 - m(n)/2^n$ 
6:     break to stop the computation
7:   else
8:      $\delta \leftarrow \delta + 2$ 
9:   end if
10: end while

```

Here, δ is the gap between $m(n)$ and 2^n , which is desired to be as small as possible. Note that δ is assumed to be odd since m needs to be an odd prime. Note also that we can start with $\delta = 3$ instead of $\delta = 1$ from the following reason — Mersenne primes can never be nice.

Observation 2. Let $m = 2^n - 1$ (i.e., consider the case $\delta = 1$) for $n \geq 3$. Then, $d(m) \leq n < m - 1$.

The point is how to check, for a given m , whether m is an odd prime with $d(m) = m - 1$ or not, to which we can apply the following well-known fact; see also Appendix.

Proposition 2. Let $p_1^{m_1} p_2^{m_2} \cdots p_k^{m_k}$ be the factorization of $m - 1$. By Lagrange's theorem, if $2^d \equiv 1 \pmod{m}$ for some d , then d must divide $m - 1$. Hence, if one has

$$2^{(m-1)/p_j} \not\equiv 1 \pmod{m}$$

for every $j = 1, 2, \dots, k$, then the smallest positive integer k satisfying $2^k \equiv 1 \pmod{m}$ is $m - 1$, i.e., $d(m) = m - 1$.

Remark 2. Determining the time complexity of the algorithm might be very difficult because any nontrivial upper bound on it tells us some structural properties of $S(2)$ and hence implies a major progress toward Artin's conjecture. However, the algorithm can be much faster than a naive one that tests every δ one by one by indeed generating the sequence.

5. Numerical results

Table 1 shows the list of $m(n)$ for $2 \leq n \leq 18$. We utilized the aforementioned list in OEIS (consisting of the first 10,000 primes in $S(2)$) in line 4 of the pseudocode to replace the condition by $m \in S(2)$, accelerating the computation.

Table 1

Results for $2 \leq n \leq 18$.

n	$m(n)$	$\epsilon (= \delta/2^n)$	Period ($= m(n) - 1$)
5	29	$3/2^5$	28
6	61	$3/2^6$	60
7	107	$21/2^7$	106
8	227	$29/2^8$	226
9	509	$3/2^9$	508
10	1019	$5/2^{10}$	1018
11	2029	$19/2^{11}$	2028
12	4093	$3/2^{12}$	4092
13	8179	$13/2^{13}$	8178
14	16,381	$3/2^{14}$	16,380
15	32,749	$19/2^{15}$	32,748
16	65,371	$165/2^{16}$	65,370
17	131,059	$13/2^{17}$	131,058
18	262,139	$5/2^{18}$	262,138

Table 2

Results for $n = 23$ and 52.

n	$m(n)$	$\epsilon (= \delta/2^n)$	Period ($= m(n) - 1$)
23	8,388,587	$21/2^{23}$	8,388,586
52	4,503,599,627,370,323	$173/2^{52}$	4,503,599,627,370,322

Remark 3. Note here that utilizing the list in OEIS is not essential and one can check the condition in line 4 of the pseudocode via Proposition 2, to which tools in sympy in Python, for example, are applicable. The point is that the list for $S(2)$ tells us that for $m(n)$.

For $n = 18$ for example, Table 1 tells us that outputs in the perturbation method shall have period at least 262,138 for any nonzero input and $1 - \epsilon \approx 0.99998$. Note that this period is fairly close to the trivial bound, $2^{18} = 262,144$.

Simulating the cases where float and double are used, values of $m(n)$ for $n = 23$ and 52 are given in Table 2. The list in OEIS does not cover these values at this time. We here explain how the pseudocode works by taking the case $n = 23$ as an example.

Example 2. For $n = 23$, we first find that $m = 2^{23} - 15$ is an odd prime. For this m , we have $2^{(m-1)/2} \equiv 1 \pmod{m}$ and hence $d(m) \neq m - 1$ by Proposition 2. We next find that $m = 2^{23} - 21$ is an odd prime. For this m , we have $m - 1 = 2 \cdot 107 \cdot 39199$, and $2^{(m-1)/p_j}$ is congruent, respectively, to 8,388,586, 7,660,429, and 234,334 modulo m , which means $d(m) = m - 1$ from Proposition 2. So, $m(n) = 2^{23} - 21 = 8,388,587$.

6. Concluding remarks

There might be a case where a lower bound, say ℓ , on the period is given. The pseudocode applies for such case as seen from the following example.

Example 3. If ℓ is one billion for example, then we first run the pseudocode for $n = 30$ as the smallest integer n with $2^n \geq \ell$ is 30. We then find $m(30) = 1,073,741,789$ to return $35/2^{30}$ as ϵ . For this n and ϵ , the outputs of $f_{n,\epsilon}$ shall have period exactly 1,073,741,788. If $m(30) - 1$ were to be smaller than one billion, then we run the pseudocode for $n = 31$.

Some future directions are to (i) discuss the case where m is not a prime in Section 4, to which results in [32] may be useful, (ii) establish analogous frameworks for analyzing alternative methods mentioned in Section 3, and (iii) apply the results, for example, to the setting of [27] where the Bernoulli shift map was shown to have an advantages over other chaotic maps in hardware implementation of pseudo-random number generators.

¹ <https://oeis.org/A001122/b001122.txt>

CRedit authorship contribution statement

Noriyoshi Sukegawa: Conceptualization, Methodology, Software, Formal analysis, Writing – original draft. **Tohru Ikeguchi:** Conceptualization, Writing – review & editing, Supervision.

Declaration of competing interest

The authors declare the following financial interests/personal relationships which may be considered as potential competing interests: Noriyoshi Sukegawa reports financial support was provided by Japan Society for the Promotion of Science. Tohru Ikeguchi reports financial support was provided by Japan Society for the Promotion of Science.

Data availability

No data was used for the research described in the article.

Acknowledgments

We thank the two anonymous reviewers for their helpful comments. The research of NS is partially supported by Grant-in-Aid for Early-Career Scientists (no. JP20K19747). The research of TI is partially supported by Grant-in-Aid Scientific Research (A) (no. JP20H00596), Grant-in-Aid Scientific Research (B) (no. JP21H03514) and Challenging Research (Pioneering) (no. JP22K18419).

Appendix. Preliminaries on modular arithmetic

Some fundamental concepts, definitions, and theorems on modular arithmetic are introduced for completeness following [33,34]. Let m be a positive integer. If a and b are integers such that $a - b$ is divisible by m (i.e., there is an integer k such that $a - b = km$), then we say that a and b are congruent modulo m , and write

$$a \equiv b \pmod{m}.$$

Based on this definition, for example, it is easily seen that if $ab \equiv 0 \pmod{m}$, then $a \equiv 0 \pmod{m}$ or $b \equiv 0 \pmod{m}$.

Fermat's little theorem states that for any prime m , $2^{m-1} - 1$ is divisible by m , i.e., $2^{m-1} \equiv 1 \pmod{m}$. This implies $d(m) \leq m - 1$ by the definition of $d(m)$. Lagrange's Theorem, stated in Proposition 2, is as follows.

Proposition 3. *If G is a finite group and H is a subgroup of G , then the order of H divides the order of G .*

In Proposition 2, G is the multiplicative group of integers modulo m whose order is $m - 1$ (more generally, the Euler phi function $\phi(m)$), and H is its (cyclic) subgroup generated by 2, i.e., $\{1, 2, 2^2, \dots\}$, whose order is the smallest positive integer d such that $2^d \equiv 1 \pmod{m}$.

Example 4. Let $m = 71$, a prime. Then, $m - 1 = 2 \cdot 5 \cdot 7$. The smallest positive integer d such that $2^d \equiv 1 \pmod{71}$ is 35, which indeed divide $m - 1$. This is a certificate for $d(m) \neq m - 1$, and hence $m = 71$ is not nice.

References

- [1] Driebe DJ. Fully chaotic maps and broken time symmetry. Vol. 4, Springer Science & Business Media; 1999.
- [2] Hasselblatt B, Katok A. A first course in dynamics: with a panorama of recent developments. Cambridge University Press; 2003.
- [3] Erramilli A, Singh R, Pruthi P. An application of deterministic chaotic maps to model packet traffic. Queueing Syst 1995;20(1):171–206.
- [4] Kansa A, Smaoui N. Logistic chaotic maps for binary numbers generations. Chaos Solitons Fractals 2009;40(5):2557–68.
- [5] Machicao J, Bruno OM. Improving the pseudo-randomness properties of chaotic maps using deep-zoom. Chaos 2017;27(5):053116.
- [6] Nikolaidis A, Pitas L. Comparison of different chaotic maps with application to image watermarking. In: Proceedings of IEEE international symposium on circuits and systems. Vol. 5, IEEE; 2000, p. 509–12.
- [7] Sakellariou K, Stemler T, Small M. Estimating topological entropy using ordinal partition networks. Phys Rev E 2021;103(2):022214.
- [8] Tutueva AV, Nepomuceno EG, Karimov AI, Andreev VS, Butusov DN. Adaptive chaotic maps and their application to pseudo-random numbers generation. Chaos Solitons Fractals 2020;133:109615.
- [9] Wolf A. Quantifying chaos with Lyapunov exponents. In: Chaos. Princeton University Press, New Jersey; 1986, p. 270–90.
- [10] Dajani K, Kalle C. A first course in ergodic theory. Chapman and Hall/CRC; 2021.
- [11] Eckmann J-P, Ruelle D. Ergodic theory of chaos and strange attractors. Rev Modern Phys 1995;57(3):617–56.
- [12] Hawkins J. Ergodic dynamics. Springer; 2021.
- [13] Layek G. An introduction to dynamical systems and chaos. Vol. 449, Springer; 2015.
- [14] Alvarez G, Amigó JM, Arroyo D, Li S. Lessons learnt from the cryptanalysis of chaos-based ciphers. In: Chaos-based cryptography. Springer; 2011, p. 257–95.
- [15] Alvarez G, Li S. Breaking an encryption scheme based on chaotic baker map. Phys Lett A 2006;352(1–2):78–82.
- [16] Cao L-C, Luo Y-L, Qiu S-H, Liu J-X. A perturbation method to the tent map based on Lyapunov exponent and its application. Chin Phys B 2015;24(10):100501.
- [17] Ikeguchi T, Yamada T, Komuro M. In: Aihara K, editor. Chaotic time series analysis: foundations and applications. Sangyo Tosyo; 2000, (in Japanese).
- [18] Li S, Chen G, Mou X. On the dynamical degradation of digital piecewise linear chaotic maps. Int J Bifurcation Chaos 2005;15(10):3119–51.
- [19] Liu L, Lin J, Miao S, Liu B. A double perturbation method for reducing dynamical degradation of the digital baker map. Int J Bifurcation Chaos 2017;27(07):1750103.
- [20] Okamoto E. A chaos MIMO transmission scheme for channel coding and physical-layer security. IEICE Trans Commun 2012;95(4):1384–92.
- [21] Öztürk İ, Kılıç R. Digitally generating true orbits of binary shift chaotic maps and their conjugates. Commun Nonlinear Sci Numer Simul 2018;62:395–408.
- [22] Schimming T, Oshima K, Hasler M. Coded modulations using chaotic systems controlled by small perturbations. In: Proceedings of international symposium on nonlinear theory and its applications. Vol. 1, (CONF):2002, p. 49–52.
- [23] Liu B, Xiang H, Liu L. Reducing the dynamical degradation of digital chaotic maps with time-delay linear feedback and parameter perturbation. Math Probl Eng 2020;2020:4926937.
- [24] Tutueva A, Butusov D. Avoiding dynamical degradation in computer simulation of chaotic systems using semi-explicit integration: Rössler oscillator case. Fractal Fract 2021;5(4):214.
- [25] Agrawal K, Pollack P. Finite sets containing near-primitive roots. J Number Theory 2021;225:360–73.
- [26] Murty MR. On Artin's conjecture. J Number Theory 1983;16(2):147–68.
- [27] de la Fraga LG, Torres-Pérez E, Tlelo-Cuautle E, Mancillas-López C. Hardware implementation of pseudo-random number generators based on chaotic maps. Nonlinear Dynam 2017;90(3):1661–70.
- [28] Reichert P, Schilling R. Possibility of interpreting amorphicity as spatial chaos. Phys Rev B 1984;30(2):917.
- [29] Sun Y-J, Bai F, Luo A-C, Zhuang X-Y, Lin T-S, Sung Y-C, et al. Probing bacterial cell wall growth by tracing wall-anchored protein complexes. Nat Commun 2021;12(1):1–9.
- [30] Ye R. A novel chaos-based image encryption scheme with an efficient permutation-diffusion mechanism. Opt Commun 2011;284(22):5290–8.
- [31] Umeno K. Chaotic analysis with primitive root codes and its applications for communications. In: Proceedings of International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications. Vol. 1, 2011, p. 29–32.
- [32] Lehmer DH. Mathematical methods in large-scale computing units. Annu Comput Lab Harvard Univ 1951;26:141–6.
- [33] Everest G, Ward T. An introduction to number theory. Vol. 232, Springer Science & Business Media; 2006.
- [34] Nathanson MB. Elementary methods in number theory. Vol. 195, Springer Science & Business Media; 2008.

Superposed recurrence plots for reconstructing a common input applied to neurons

Ryota Nomura^{1,2,*}, Kantaro Fujiwara³, and Tohru Ikeguchi^{1,4}

¹Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science, 6-3-1, Niijuku, Katsushika-ku, Tokyo 125-8585, Japan

²Faculty of Human Education, Kagoshima Immaculate Heart University, 2365, Amatatsu-cho, Satsumasendai, Kagoshima 895-0011, Japan

³International Research Center for Neurointelligence, The University of Tokyo, 7-3-1, Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113-0033, Japan

⁴Faculty of Engineering, Tokyo University of Science, 6-3-1, Niijuku, Katsushika-ku, Tokyo 125-8585, Japan



(Received 24 June 2022; accepted 21 July 2022; published 12 September 2022)

In the brain, common inputs play an important role in eliciting synchronous firing in the assembly of neurons. However, common inputs are usually unknown to observers. If an unobserved common input can be reconstructed only from outputs, it would be beneficial to the understanding of communication in the brain. Thus, we have developed a method for reconstructing a common input only from output firing rates of uncoupled neuron models. To this end, we propose a superposed recurrence plot (SRP) comprising points determined by using a union of points at each pixel among multiple recurrence plots. The SRP method can reconstruct a common input when using various types of neurons with different firing rate baselines, even when using uncoupled neuron models that exhibit chaotic responses. The SRP method robustly reconstructs the common input applied to the neuron models when we select adequate time windows to calculate the firing rates in accordance with the width of the fluctuations. These results suggest that certain information is embedded in the firing rate. These findings could be a possible basis for analyzing whole-brain communication utilizing rate coding.

DOI: [10.1103/PhysRevE.106.034205](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.106.034205)

I. INTRODUCTION

Neural synchronization is ubiquitously observed in the brain during task-relevant activities and at rest [1]. For neural synchronization, common inputs play an important role by eliciting collective behaviors from spatially separated neurons. Transcranial alternating current stimulation has been used to impose electrical common inputs on certain brain areas to activate an assembly of neurons, resulting in enhanced working memory performance [2]. Each neuron exhibits an increased firing rate when it receives a stronger common input. The mean firing rates vary depending on the firing characteristics of each neuron. Subsequently, the responses of collective neurons are robust because they can generate synchronous output.

Apart from experimental situations, common inputs are usually unknown to observers. If an unobserved common input can be reconstructed from output measurements, it would be beneficial to the understanding of how information is conveyed in the brain. Thus, we have developed a method for reconstructing a common input only from the output firing

rates. Robustness is also examined to study whether different types of neurons can retain information from a commonly applied input.

Same-class neurons in given layers usually have small individual differences in their firing characteristics [3] while sharing the same membrane dynamics. Such individual differences between neurons may disturb the transmission of common input information by changing the firing timing among neurons.

Moreover, various types of neurons with different characteristics are present in the brain. For example, pyramidal neurons in the cortex exhibit relatively slow (10–60 Hz) periodic and regular spiking, whereas inhibitory neurons exhibit fast spiking (80–140 Hz). Some pyramidal cells in the visual cortex demonstrate chattering spiking, in which intermittent bursts are observed [4]. Although chattering neurons are localized in small areas, different types of neurons coexist in the cortex and in other areas. Thus, different types of neurons usually receive common inputs simultaneously [5].

By consistently identifying a common input by using the firing rates obtained from various types of neurons, we may be able to gain information about communications by using rate coding, which is one of the major neuron coding schemes [6,7]. Thus, in the present study, we develop a method that uses a recurrence plot (RP) to reconstruct common inputs. Eckmann *et al.* [8] introduced the concept of RP to identify the nature of dynamical systems in terms of periodicity, nonlinearity, and nonstationarity. Nonlinear, possibly chaotic, deterministic dynamical systems often return to the neighboring trajectory in a phase space. In other words, nonlinear deterministic dynamical systems exhibit recurrences.

*Present address: Faculty of Human Sciences, Waseda University, 2-579-15, Mikashima, Tokorozawa, Saitama, 359-1192 Japan; nomuraryota@waseda.jp; nomura@hisenkei.net

Published by the American Physical Society under the terms of the [Creative Commons Attribution 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) license. Further distribution of this work must maintain attribution to the author(s) and the published article's title, journal citation, and DOI.

The RP is a visual expression of the recurrences and is used to describe the characteristics of nonlinear dynamical systems because they can possess multidimensional information, despite providing two-dimensional visualization.

Ten years after Eckmann *et al.* introduced RPs, Casdagli [9] further demonstrated that the RPs of an output time series are similar to those of the input time series obtained from a target dynamical system. Since this discovery, RPs have been used to reconstruct common inputs by utilizing the output time series of a target dynamical system. According to Hirata *et al.* [10], we can reconstruct the common input generated from a nonlinear dynamical system using the following procedure. First, multiple RPs are created using the respective output time series of forced systems that simultaneously receive a common input. Subsequently, to obtain the approximation of an RP regarding the common input, an RP is calculated by taking unions at each corresponding pixel among multiple RPs. Next a coarse-grained RP is created by focusing on the large areas in the RP union because the short lines correspond to the local dynamics of the forced models. The coarse-grained RP is then transformed into a network, each link of which has a weight defined by the similarity between states in multidimensional phase space (see Sec. II). Finally, the amplitude of the input time series is reconstructed by applying a multidimensional scaling method to the network. The scope of this reconstruction method is not limited to specific dynamical systems because RPs use the state information embedded in a high-dimensional space rather than the details of the target system. Thus, we hypothesize that this method might also be useful for forced systems that yield a point process, such as uncoupled neurons that receive a common input.

Neurons are nonlinear dynamical systems that sometimes exhibit chaotic behavior [11,12]. Recurrence plots can represent the nature of nonlinear dynamical systems. Usually, the firing rates of a neuron reflect fluctuations, such as intensity and persistency, in the common input, as well as in the dynamics of each neuron. Therefore, we can hypothetically obtain information about a common input if we can counterbalance the effects of neural dynamics.

To test our hypothesis, we have developed a superposed recurrence plot (SRP), which refers to an RP where the value of each pixel is summed across the corresponding pixels of multiple RPs and binarized to 1 or 0 depending on whether the summation at each pixel is greater than or equal to 1. Under the conditions of this study, each RP is calculated using the output time series of a neuron receiving a common input. To reconstruct the common input, we set a certain time range in which a point process is used to calculate the firing rates. The accuracy of the reconstruction may depend on the time range because the scale of the firing times may differ from one system to another. Hence, we examine the influence of the time window width w on the firing rate calculations and the accuracy of reconstructing a common input. For the sake of simplicity, we refer to our proposed reconstructing method as the SRP method.

In this study we use the SRP method to reconstruct a common input using the firing rates of the uncoupled neuron models proposed by Izhikevich [13]. We consider the following three cases. In the first case, we reconstruct the common

input applied to localized neurons using the firing rates obtained from neurons that share approximately similar firing rates, although they have individual differences depending on the parameters of the models. The change in the parameters bifurcate the states of the neuron model, producing 10–20 ms firing timing variations. In the second case, we reconstruct a general common input applied to mixtures of different types of neurons that coexist in a single brain area, using firing rates obtained from three types of neurons that exhibit different firing characteristics and thus have different baseline firing rates: chattering (CH), regular spiking (RS), and fast spiking (FS) of the Izhikevich neuron model. In the third case, we examine whether the SRP method could also be used to reconstruct a common input for the chaotic response of the Izhikevich neuron model. If useful, even when applied to chaotic neurons, the SRP method may be widely applicable to various types of systems that yield point processes. In these experiments, we aim to demonstrate the possibility of reconstructing common inputs using firing rates. We successfully achieve this goal.

In Sec. II we first explain the method for reconstructing common inputs using an SRP for point processes. We then describe the neuron model in Sec. III. The results of the simulations are reported in Sec. IV. Finally, in Sec. V we discuss the ability and limitations of the SRP method with regard to the reconstruction of a common input applied to uncoupled neurons. We also discuss the potential functions of common inputs in the brain.

II. RECONSTRUCTION METHODS

A. Definition of a superposed recurrence plot

Based on the Takens theorem [14], a one-dimensional time series can be used to reconstruct a multidimensional system by remapping the one-dimensional time series into a state space defined by the time delay coordinates. Suppose that $x(t)$ is a time series measured as the output of the system. We can transform the value of $x(t)$ into a state space using a time delay with a constant interval τ . For instance, if the dimension of state space m is 3, $x(t)$ is transformed into a state vector $\phi_t = (x(t), x(t + \tau), x(t + 2\tau))$, in three-dimensional space. Each point in this state space corresponds to the state of a time point. Based on these states, we can calculate a diagonally symmetrical recurrence matrix, in which the pixel (i, j) has a value of unity if the pair of states ϕ_i and ϕ_j are neighbors; otherwise, the pixel has a value of zero. The matrix R_{ij} is defined as [15]

$$R_{ij}(\epsilon) = \Theta(\epsilon - \|\phi_i - \phi_j\|), \quad i, j = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

where N is the total number of time points, ϵ is the threshold for detecting neighboring states, and $\Theta(\cdot)$ is a Heaviside step function that returns unity if the L_2 -norm $\|\phi_i - \phi_j\|$ is smaller than the threshold; otherwise, the function returns to zero. The RP is a graphical expression of this matrix. In an RP, the pixel (i, j) is filled with black when the corresponding value is unity and in white when the corresponding value is zero. Although RPs are two-dimensional expressions, they can be used to reconstruct a common input because they possess multidimensional information regarding the dynamics behind the original time series.

Membrane dynamics may differ among neurons; hence a point being plotted in an RP depends on the neuron's parameters and thus RPs are different from each other. On the other hand, when the neurons receive a common input, the RPs will resemble each other because the point at the pixel in the RPs consistently reflects the dynamics of the common input. In this case, the point at the pixel in the RPs corresponds to a recurrence in the phase space for joint dynamics between the common input and the target neuron at each time point. A union of these points at each pixel among the RPs would provide consistent information about the commonalities. Hence, we can infer the approximate dynamics of a common input from the union of points at each pixel among multiple RPs [10].

To extract the information of a common input, we superpose multiple RPs and combine them at each pixel. Thus, a superposed recurrence matrix is defined using the mathematical expression

$$SR_{ij}^{x^{(1,...,n)}}(\epsilon_{x^{(1)}}, \dots, \epsilon_{x^{(n)}}) = \text{sgn} \left(\sum_{k=1}^n R_{ij}^{x^{(k)}}(\epsilon_{x^{(k)}}) \right),$$

$$i, j = 1, \dots, N, \quad (2)$$

where n is the total number of systems, $x^{(k)}$ is the k th system that yields each $x(t)$, $R_{ij}^{x^{(k)}}$ is the recurrence matrix for observed variables of the k th system among $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)}$, and $\epsilon_{x^{(k)}}$ is the threshold for $R_{ij}^{x^{(k)}}$. In Eq. (2), $\text{sgn}(\cdot)$ is a sign function that maps positive values to 1, zeros to 0, and negative values to -1 . Note that the summation at each pixel in $R_{ij}^{x^{(k)}}$ only takes a positive integer or zero in this study. The SRP is a graphical expression of this matrix. In the SRP, the pixel (i, j) is filled in black when the corresponding value is unity and filled in white when the corresponding value is zero. In this study, $\epsilon_{x^{(k)}}$ for each system is identified as the number corresponding to the lower 10% of the total number of combinations of i and j .

B. Networks and paths

A key concept of reconstruction is the neighboring states of the two time points. To quantify the extent to which the two time points are close to each other, Hirata *et al.* [10] used a relational network created using the information provided by RPs. For two particular time points, if the amplitudes of a common input are similar, the states are close to each other in the state space. This is because a neural system behaves in a similar manner when the common input has a similar amplitude. To transform an RP into a network of states in a multidimensional state space, we use the distance between states. Hirata *et al.* [10] defined the weight for each link in this network by using the ratio of the number of elements in the union of a set to the number of elements in an intersection. The weight $W(i, j)$ of a link between time points i and j is defined as [10]

$$W(i, j) = 1 - \frac{|G_i \cap G_j|}{|G_i \cup G_j|}, \quad (3)$$

where G_i and G_j are the sets of states in the state space that are close to the states ϕ_i and ϕ_j , $\cap$ and $\cup$ represent intersection

and union of the two sets, respectively, and $|X|$ denotes the number of elements in set X . If the number of elements in an intersection dominantly occupies the number of elements in the union, that is, if the two time points share many points, we can infer that those two points are neighbors in the state space. However, if there are no elements in the intersection, it means that the time points have no shared points; therefore, we can estimate that the two time points would be separated from each other. In summary, regarding two target time points, the ratio between the number of elements at their union and that in their intersection indicates their similarity. Thus, we can define the distance by subtracting the ratio from unity.

III. RECONSTRUCTING A COMMON INPUT

A. Overview

For the simulation setup, we apply a common input generated by the Duffing equation [16] to an assembly of uncoupled neurons [17]. We then create an SRP from RPs calculated using the output time series, the values of which are the number of firings within a certain time window. Next we apply the method to calculate weight of links [10] to create a network using SRP. Finally, we reconstruct the amplitude of the original common input by applying multidimensional scaling to the distance matrix.

B. Common input

We use the variable x in the Duffing equation as a common input. The Duffing equation is selected in accordance with Ref. [17], which suggested that recurrence plots can be constructed from the output time series of the Izhikevich model. The Duffing equation is defined as follows:

$$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -0.05y - x^3 + 7.5 \cos t. \quad (4)$$

Figure 1(a) depicts the original time series of a common input generated by Eq. (4). This time series is rescaled to 6–10, a range in which the Izhikevich neuron model would fire sequentially. Figure 1(b) presents the RP of this common input. In this RP, the plotted lines and blocks form rounded shapes because the time series varies slowly.

C. Neuron model

In this study we selected the Izhikevich model as the mathematical neuron model because it can be used to reproduce various firing patterns by changing its parameters. The Izhikevich neuron model is described as

$$\dot{v} = 0.04v^2 + 5v + 140 - u + I_v(t),$$

$$\dot{u} = a(bv - u), \quad (5)$$

and if $v \geq 30$ then $v \leftarrow c$ and $u \leftarrow u + d$, where v is the membrane potential, u is the recovery variable, and $I_v(t)$ is a time-varying variable defined as a common input. We generate this common input using the Duffing equation. Other parameters a, b, c , and d determine the firing pattern of the Izhikevich neuron model. In the present study we examine the following three cases. In each case, the neurons are uncoupled to clarify the influence of common input.

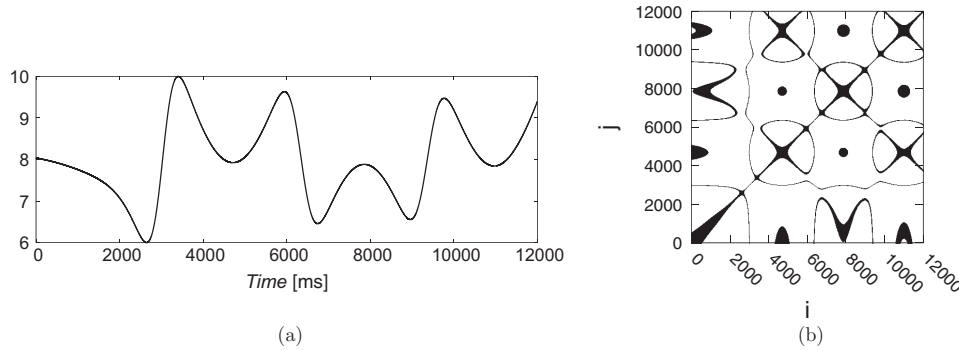


FIG. 1. Original time series of the common input and its RP: (a) the first 12 000 points of variable x in the Duffing equation and (b) the RP of the original common input.

In the first case, we apply the SRP method to the uncoupled chattering neurons. Chattering neurons express a firing pattern comprising intermittent bursts. According to Ref. [3], neurons of the same class have similar firing characteristics, while there may be small individual differences. A typical instance of these neurons in a specific area is the grouping of pyramidal cells in the visual cortex. In the simulations, to create a situation in which a common input is applied to neurons of the same class, we prepare a group of chattering neurons by changing parameters such as $0.018 \leq a \leq 0.022$, $0.198 \leq b \leq 0.202$, $c = -50$, and $d = 2$. The results are described in Sec. IV A.

In the second case, we apply our method to three different types of neurons receiving a common input which is a typical occurrence in any given brain area. Thus, we explore whether a combination of different types of neurons and the number of neuronal firings per window influences the accuracy of the reconstructed common input. To create a situation in which there are different types of neurons, we prepare a group of neurons by changing the parameters a and b to the following ranges: regular spiking neurons ($0.018 \leq a \leq 0.022$, $0.198 \leq b \leq 0.202$, $c = -65$, and $d = 8$), fast spiking neurons ($0.998 \leq a \leq 0.102$, $0.198 \leq b \leq 0.202$, $c = -65$, and $d = 2$), and chattering neurons ($0.018 \leq a \leq 0.022$, $0.198 \leq b \leq 0.202$, $c = -50$, and $d = 2$).

We then discriminate between these neurons using a super-scripted index to indicate the neurons used in the respective simulations. For instance, the parameters of $RS^{(9p+q+1)}$ are determined as $a = 0.018 + 0.0005p$, $b = 0.198 + 0.0005q$, $c = -65$, and $d = 8$, where p ($p = 0, 1, 2, \dots, 8$) and q ($q = 0, 1, 2, \dots, 8$) are index variables. Therefore, when $p = 0$ and $q = 0$, $RS^{(9p+q+1)}$ corresponds to $RS^{(1)}$: This means that the model has the first combination of parameters a and b , that is, the regular spiking neuron with the parameters $a = 0.018$, $b = 0.198$, $c = -65$, and $d = 8$. Using the same notation, $RS^{(2)}$ means that the model has a second combination of parameters $a = 0.018$, $b = 0.1985$, $c = -65$, and $d = 8$. Similarly, $FS^{(9p+q+1)}$ has parameters $a = 0.998 + 0.0005p$, $b = 0.198 + 0.0005q$, $c = -65$, and $d = 2$ and $CH^{(9p+q+1)}$ has parameters $a = 0.018 + 0.0005p$, $b = 0.198 + 0.0005q$, $c = -50$, and $d = 2$. The results are described in Sec. IV B.

In the third case, we apply the proposed method to chaotic neurons. Izhikevich [11] showed that his model, with par-

ticular parameters ($a = 0.2$, $b = 2$, $c = -56$, and $d = -16$), exhibited irregular firing patterns when the model received a strong negative input [$I_v(t) = -99$]. A prior study using these parameters [17] revealed that the RPs of the firing rates are similar to those of the input. The authors of that study predicted that, theoretically, the common input can be reconstructed by applying the procedure in Ref. [10]. In this study we explore whether we could reconstruct a common input applied to the Izhikevich neuron model that exhibits chaotic responses. The results are described in Sec. IV C.

D. Firing rates and spikes per window

To reconstruct a common input, we set a certain time range to calculate the firing rates using a point process. The scale of the firing times differs between the systems. We then examine whether the accuracy of reconstructing a common input depends on the width of the time window. Specifically, we assess the number of spikes per window. One possible reason for the width of the time window influencing reconstruction accuracy is that a wider window can contain a larger number of spikes. Therefore, it is necessary to control the baseline firing rates of the different types of neurons.

To calculate firing rates, we use time windows with widths w of 100, 500, 2500, and 12 500 ms. The baseline firing rates for each firing pattern are approximately 48–60 spikes/s for CH, 15–20 spikes/s for RS, and 80–136 spikes/s for FS neurons. Thus, the average counts in each time window among the firing patterns differ. For instance, when we use RS neurons and a 500 ms time window, the spikes per window are calculated as $15 \times \frac{500}{1000} = 7.5$. The first term 15 corresponds to the baseline firing rate of RS neurons and the numerator 500 represents the width of the time window. In all simulations, we discard the first 2000 ms of the firing rate time series because the neuron models are in a transient state during this period.

E. Evaluation of accuracy

We use the root mean square error (RMSE) as an index of accuracy. The RMSE $\mathcal{E}$ is defined as

$$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n [I_r(t) - I_o(t)]^2}, \quad (6)$$

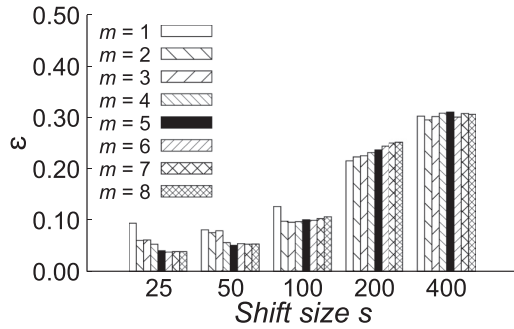


FIG. 2. Influence of shift size s and embedding dimension m on RMSE $\mathcal{E}$.

where t is a point of discrete time with a unit of τ and n is the total sampled time. In Eq. (6), $I_r(t)$ is the value of the reconstructed common input at t , and $I_o(t)$ is the resampled value of the original common input at t . To obtain $I_o(t)$, we adopt the `resample()` function in MATLAB2021a.

IV. RESULTS

A. Case I: Uncoupled neurons with small individual differences

1. Parameter determination

In this section we reconstruct a common input using an assembly of CH neurons. The neuron exhibits a constant firing rate when it receives a constant common input because there is no dynamical or observational noise. The firing rate provides a fixed point in a time-delayed phase space. Thus, an RP of the output firing rate corresponds to the fluctuations of the common input. Theoretically, the dimension of the state space $m \geq 5$ is sufficiently large because the dimension of the input is 2 [18]. However, the reconstruction accuracy may be sensitive to m , whereas the dimension of an unobserved common input is usually unknown to observers. Hence, we first examine the influence of the parameters of shift size s and dimension m using CH neurons.

As shown in Fig. 2, $\mathcal{E}$ between the original common input and reconstructed common inputs become larger when a shift size of more than 100 ms is utilized. Contrary to this trend, $\mathcal{E}$ are smaller when $m \geq 5$ when $s = 50$ and 100.

The reconstruction accuracy may also depend on the delay time τ required to transform the time series into states in a state space. Thus, we examine $\mathcal{E}$ by altering τ using CH neurons. In this examination, we adopt the parameters $m = 5$, $w = 500$, and $s = 50$. As shown in Fig. 3, $\mathcal{E}$ became larger when we adopt $\tau = 3$ and a longer time delay. These results suggest that $\tau = 1$, which corresponds to a delay of 50 ms, is suitable for the reconstruction. Overall, we consider that the method using the SRP can reconstruct common inputs with smaller deviations from the original input when we use parameters of $m = 5$ and $\tau = 1$, especially when we take advantage of a shift size narrower than 50 ms. Thus, we adopt a shift size of 50 ms, rather than 25 ms, because it maintains a similar level of accuracy by reducing 50% of the calculation costs. Similar parameter dependences are determined when we reconstruct common inputs using RS and FS neurons with the parameters $m = 5$, $w = 500$, and $s = 50$ (for details, refer

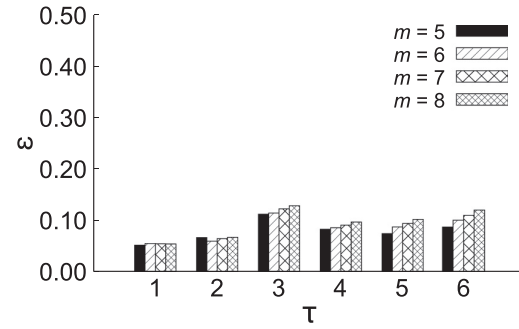


FIG. 3. Influence of time delay τ and embedding dimension m on RMSE $\mathcal{E}$.

to Appendix A). Therefore, we adopt these parameters in the following simulations.

2. Window size and reconstruction accuracy of the SRP method

Next we examine the relationship between the width of the time window used to calculate the firing rates and reconstruction accuracy. In these examinations, we adopt CH neurons and window widths $w = 100 \times 5^i$ ($i = 0, 1, 2$, and 3). The other parameters are $m = 5$, $\tau = 1$, and $s = 50$.

As shown in Fig. 4, the reconstructed common inputs when using 12 500 ($w = 100 \times 5^3$) ms deviate from the original common input [the black thick solid line in Fig. 4(b)]. From these results, the RMSE $\mathcal{E}$ increases when we use a time window that is too wide. Corresponding to these results, the RMSE $\mathcal{E}$ is lower when we use the middle range of w , i.e., $w = 500$, as shown in Fig. 5. Similar tendencies are observed when we used RS and FS neurons (for details, refer to Sec. IV B).

To explore the causes of the loss of accuracy, we compare the RPs used for the reconstructions of common inputs. Figure 6 illustrates the RPs when we use a time window width of 100–12 500 ms. As shown in Fig. 6(d), the main islands in the RPs disappear in a time window of 12 500 ms. The disappeared areas correspond to the first 600 units, which are the first 30 000 ms in the timescale of the original common input.

In these instances, the results demonstrate that the time location of the first peak shifts forward by approximately 10 000 ms, compared with the original input [the solid line in Fig. 4(b)]. This may be caused by ignoring fluctuations, because the time window is wider when the initial decrease and subsequent increase in firing rates occur. These results suggest that we must set an appropriate time window width that is narrower than the width of the fluctuations of the original common input. As a technical constraint of the SRP method, the length of the reconstructed time series is shortened to the same length as the established time window. This is another indication that relatively narrow time windows are necessary.

However, when using a time window that is too narrow ($w = 100$), most of the pixels in the RP are filled with black [Fig. 6(a)]. This indicates that the time window is too narrow to detect the variations in states at each pixel (i, j) evaluated by the Heaviside step function (neurons than CH neurons are shown in Fig. 15 in Appendix B). Consequently, the

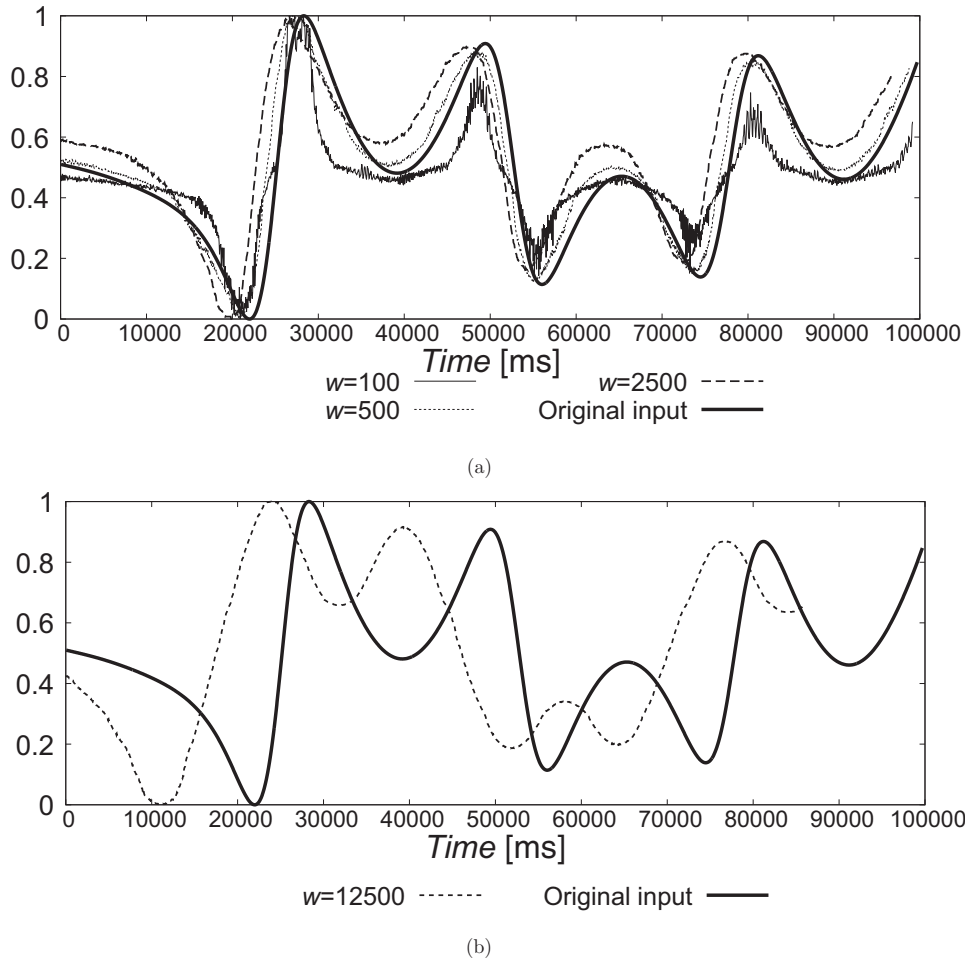


FIG. 4. Reconstructed common inputs using uncoupled chattering neurons using (a) 100–2500 ms time windows and (b) a 12 500 ms time window (rescaled for comparison).

reconstructed common input exhibits a distorted shape; thus, the reconstruction accuracy is lower than that when using $w = 500$ or 2500 .

B. Case II: Different types of uncoupled neurons

1. Number of firings per window

In this case, we first examine whether the SRP method could be used to reconstruct a common input using different

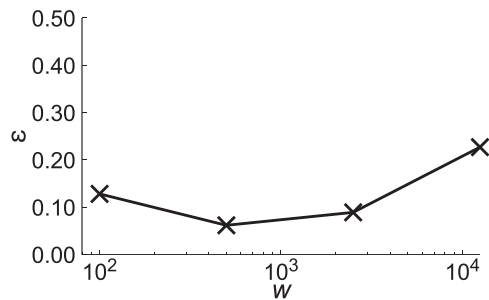


FIG. 5. Influences of window width w on RMSE $\mathcal{E}$: $w = 100 \times 5^i$ ($i = 0, 1, 2$, and 3) were used.

types of neurons. We then explore the conditions under which the SRP method is applicable.

To examine the effect of the window width w , which is adopted for calculating the firing rates, on reconstruction accuracy, we calculate $\mathcal{E}$ by modulating the window widths. In this examination, we use the RS, CH, and FS neurons and window widths of 100×5^i ($i = 0, 1, 2$, and 3). The other parameters are $m = 5$, $\tau = 1$, and $s = 50$.

The results consistently demonstrate that the $\mathcal{E}$ between the original and reconstructed common inputs are larger when $w = 12500$ [Fig. 7(a)]. These results suggest that window widths narrower than the fluctuations in the common input exhibit better accuracy. However, the window width that yields the minimum $\mathcal{E}$ varies according to the firing patterns: $\mathcal{E}$ are lowest when $w = 2500$ for RS neurons, $w = 500$ for CH neurons, and $w = 100$ for FS neurons. These results suggest that the number of neuron firings per window may influence reconstruction accuracy because the baseline firing rates differ among these three firing patterns.

Thus, to explore whether the number of spikes per window influences the accuracy of the reconstructed common input, we compare three different types of neurons (RS, FS, and

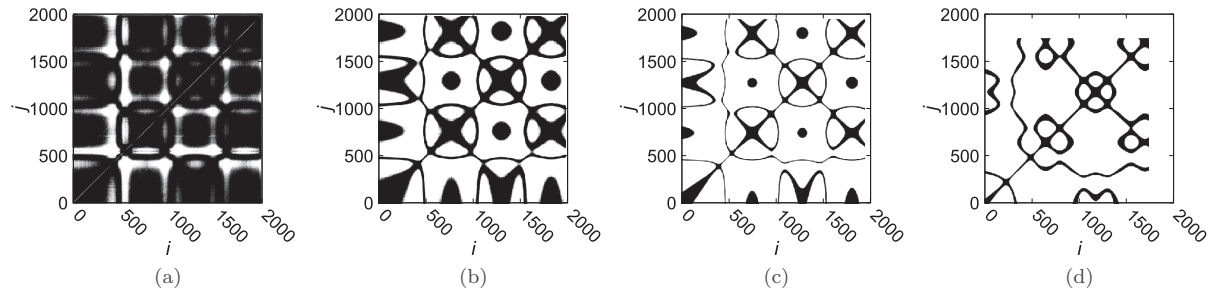


FIG. 6. Variation of SRPs for chattering neurons depending on the width of the window: (a) $w = 100$, (b) $w = 500$, (c) $w = 2500$, and (d) $w = 12500$. Each unit corresponds to 50 ms for i and j depending on the values of τ . The parameter w represents the width of the time window.

CH). Figure 7(b) shows the relationship between the number of spikes per window and $\mathcal{E}$. The results demonstrate that the number of spikes per window is not proportional to $\mathcal{E}$; however, even 22.5 spikes per window exhibited by the RS neurons realize the reconstruction of the common input with good accuracy ($\mathcal{E} < 0.075$). Thus, in this case, the neurons fire sufficiently to realize the reconstruction of the common input.

2. Combinations of different types of neurons

Next we compare three conditions. For the first condition, we reconstruct a common input using a distributed mixture of the three types of neurons, i.e., 27 RS ($\text{RS}^{(1)}\text{--}\text{RS}^{(27)}$), 27 CH ($\text{CH}^{(28)}\text{--}\text{CH}^{(54)}$), and 27 FS ($\text{FS}^{(55)}\text{--}\text{FS}^{(81)}$) neurons (hereinafter called the mixed-distributed condition). For the second

condition, we reconstruct a common input using a centered mixture of three types of neurons: 27 RS ($\text{RS}^{(28)}\text{--}\text{RS}^{(54)}$), 27 CH ($\text{CH}^{(28)}\text{--}\text{CH}^{(54)}$), and 27 FS ($\text{FS}^{(28)}\text{--}\text{FS}^{(54)}$) neurons (hereinafter called the mixed-centered condition). We compare these results with the results obtained from 81 CH ($\text{CH}^{(1)}\text{--}\text{CH}^{(81)}$) neurons reported in Sec. IV A as the control conditions. For all these experiments, we use a 500 ms time window.

If the accuracy of reconstruction depended on the range of parameters regardless of neuron type, we would expect the reconstructed common input to produce a smaller $\mathcal{E}$ under the mixed-distributed condition than under the mixed-centered condition. By contrast, if the accuracy of reconstruction is sensitive to the bifurcation of firing patterns, the opposite result would be observed.

Figure 8 demonstrates the original common input and the reconstructed common inputs under each of the above three conditions. As shown in Fig. 9, we are able to reconstruct the common input with high accuracy ($\mathcal{E} = 0.051$, i.e., 5.1% error in terms of absolute value) when we use an assembly of uniform neurons, i.e., $\text{CH}^{(1)}\text{--}\text{CH}^{(81)}$. The accuracy is at a similar level under the mixed-distributed ($\mathcal{E} = 0.100$) and mixed-centered conditions ($\mathcal{E} = 0.131$).

3. The number of neurons

To examine the effect of the number of neurons on the reconstruction accuracy, we calculate the $\mathcal{E}$ by modulating the number of RS, CH, and FS neurons. In these calculations, we use central 3^i ($i = 1, 2, 3$, and 4) neurons in the range of parameters. For example, we use $\text{RS}^{(39)}\text{--}\text{RS}^{(41)}$ for three neurons, $\text{RS}^{(36)}\text{--}\text{RS}^{(44)}$ for nine neurons, $\text{RS}^{(27)}\text{--}\text{RS}^{(53)}$ for 27 neurons, and $\text{RS}^{(1)}\text{--}\text{RS}^{(81)}$ for 81 neurons. We use these number of neurons to examine the other two firing patterns as well.

As shown in Fig. 10, regarding RS neurons, $\mathcal{E}$ decrease as the number of neurons increases. However, when we use CH and FS neurons, the RMESs are approximately constant regardless of the number of neurons (for the dependence of dimension, refer to Appendix C). The results suggest that reconstruction accuracy depends mainly on firing patterns rather than the number of neurons used to reconstruct a common input.

Through the examination in case II, we confirm that common inputs can be reconstructed using the SRP method with

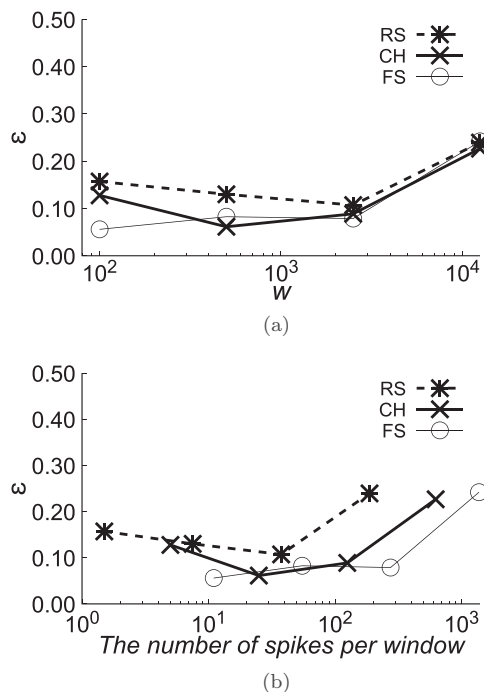


FIG. 7. Relationship between (a) window width ($w = 100, 500, 2500$, and 12500 ms) and RMSE $\mathcal{E}$ and (b) the number of spikes per window and RMSE $\mathcal{E}$. Regular spiking, chattering, and fast spiking neurons were used.

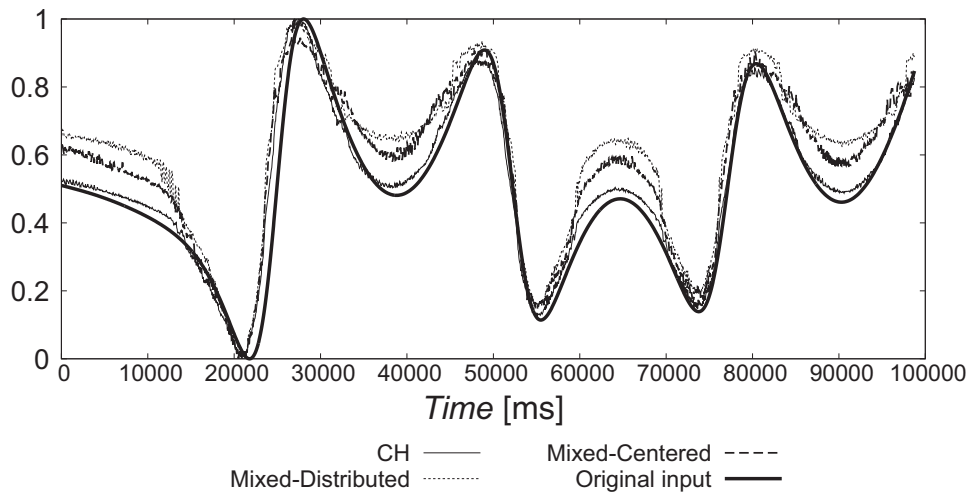


FIG. 8. Reconstructed common inputs using different types of neurons with a 500 ms time window (rescaled for comparison).

various neurons. Moreover, reconstruction accuracy mainly depends on the time window width and the firing patterns of neurons used; however, the number of firings per window is less influential. Even when we use various types of neurons simultaneously with a small number of neurons, we can reconstruct a common input as well. Thus, neither the existence of various types of neurons nor the use of a large number of neurons is a prerequisite for reconstructing a common input. If a constant input is applied to a nonchaotic neuron, the output firing rate is also constant. Thus, the common input reconstructed using the SRP method exhibits a constant common input that will be trivial. Similarly, if none of the neurons fire, the firing rate will constantly be indicated as zero. Even given this theoretical consideration, the SRP method accurately reconstructs the common input, yielding a constant common input. However, in the case of no spikes, we cannot discriminate between situations in which there are no common inputs and those in which the intensity of the common inputs is too weak to force the dynamics of the neurons. Hence, to apply the SRP method, we postulate that common inputs must possess a certain intensity to induce changes in the firing rates of dynamical systems.

C. Case III: Chaotic neurons

Chaotic neurons exhibit irregular firing patterns, yielding a wider and richer variety of firing intervals than those achieved by other types of neurons while receiving a common input. However, the SRP method focuses on the increase and decrease in firing rates within a period rather than on the detailed membrane dynamics of neurons. Therefore, we predict that this method would be capable of reconstructing a common input applied to chaotic neurons, although the $\mathcal{E}$ may increase.

In this section we use the Izhikevich model with a chaotic response to reconstruct a common input. While the Izhikevich model with a chaotic response is biologically unrealistic owing to its assumption of a large negative input, this model can phenomenologically reproduce the firing of a chaotic neuron. Thus, this model is useful for simulating the collective behavior of uncoupled chaotic neurons. We prepare 81 chaotic neuron models by changing the parameters $0.018 \leq a \leq 0.022$ and $0.198 \leq b \leq 0.202$ within a constant interval of 0.0005 based on the Izhikevich model with a chaotic response ($a = 0.2$, $b = 2$, $c = -56$, and $d = -16$). These models exhibit irregular firing patterns when they receive strong negative input. Thus, we rescale the common input generated by the Duffing equation to the range of $-99 \leq I_v(t) \leq -96$, in which the neural models exhibit irreg-

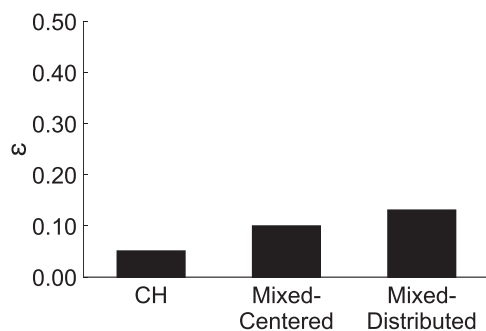


FIG. 9. RMSE $\mathcal{E}$ between the original common input and the reconstructed common inputs using various types of neurons.

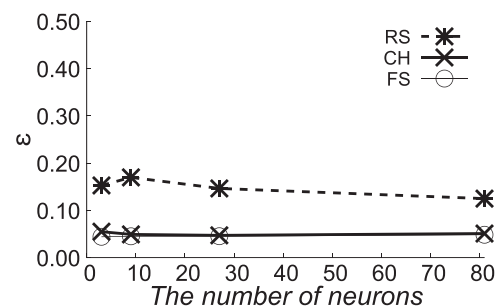


FIG. 10. RMSE $\mathcal{E}$ for each number of RS, CH, and FS neurons. The RMSEs $\mathcal{E}$ were calculated using 3^i ($i = 1, 2, 3$, and 4).

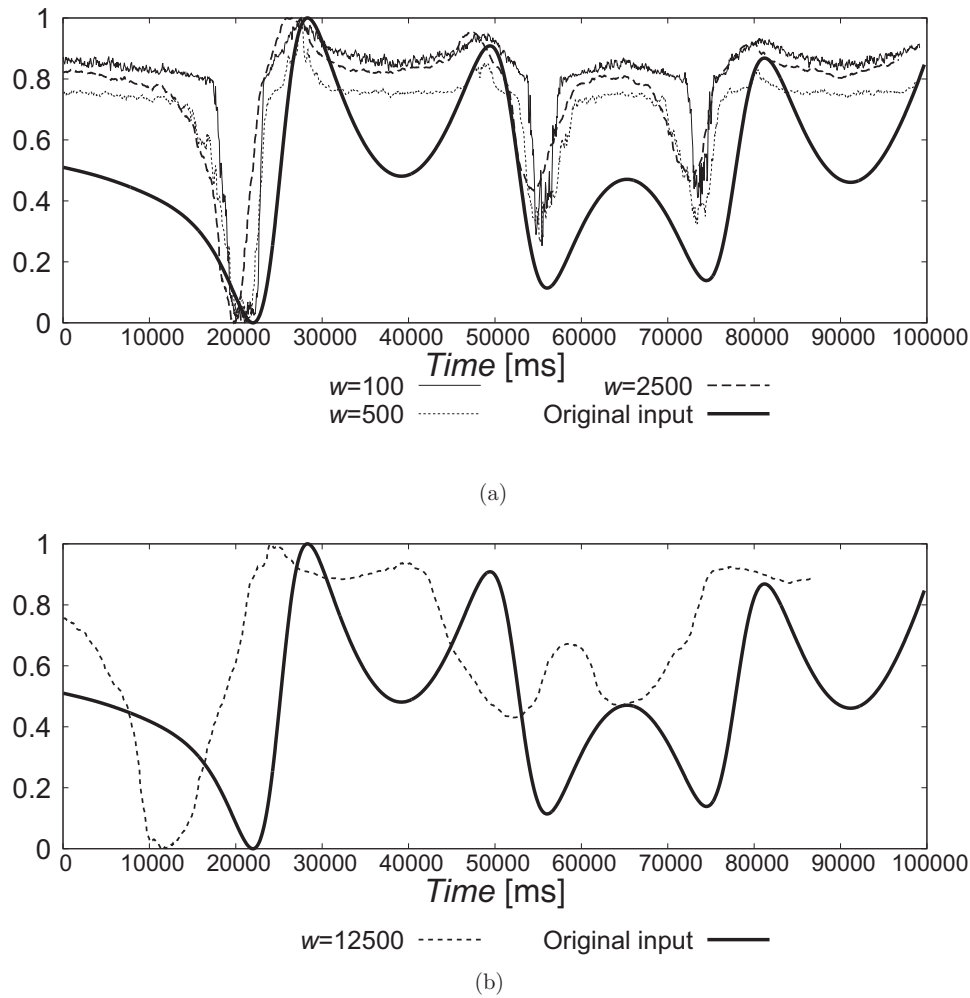


FIG. 11. Original common input and reconstructed common inputs using uncoupled chaotic neurons (rescaled for comparison). Reconstructed common inputs used (a) a 100–2500 ms time window and (b) a 12 500 ms time window.

ular firings [17]. We then reconstruct the common input using the firing rates of the 81 chaotic neuron models.

Figure 11 shows the original and reconstructed common inputs for the chaotic neurons. These results demonstrate that we are able to obtain the time series even when we use an assembly of chaotic neurons. As predicted, the $\mathcal{E}$ is larger (Fig. 12), which is three to four times as large

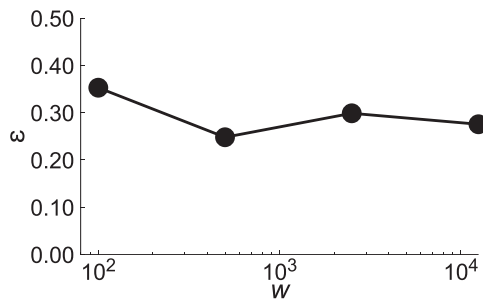


FIG. 12. Influences of window width w on RMSE $\mathcal{E}$ for neurons with chaotic responses: $w = 100 \times 5^i$ ($i = 0, 1, 2$, and 3).

as the $\mathcal{E}$ obtained when we use the other types of neurons. However, the timings of peak amplitudes are precisely detected when we use the 100–2500 ms time window (Fig. 11).

In these cases, regarding the other time points, the amplitude of the reconstructed common input deviates from that of the original common input. Nonetheless, we find that the trends, that is, the increase or decrease in the amplitude of the reconstructed common inputs, correspond to the original common input. These results suggest that the SRP method is capable of reconstructing the variabilities of the common input using neurons with chaotic responses, although the exact amplitude cannot be reconstructed. For $w = 12\,500$ ms, however, the time location of the first peak shifts forward by approximately 10 000 ms compared with the original input, which is similar to the results obtained from CH neurons [Fig. 4(b)]. This may be due to the fact that the time window is wider than the fluctuations in the common input.

Figure 13 shows the SRPs in the case of chaotic neurons with the 100–12 500 ms time window. The resulting SRPs possess the features of the RP of the common input. For

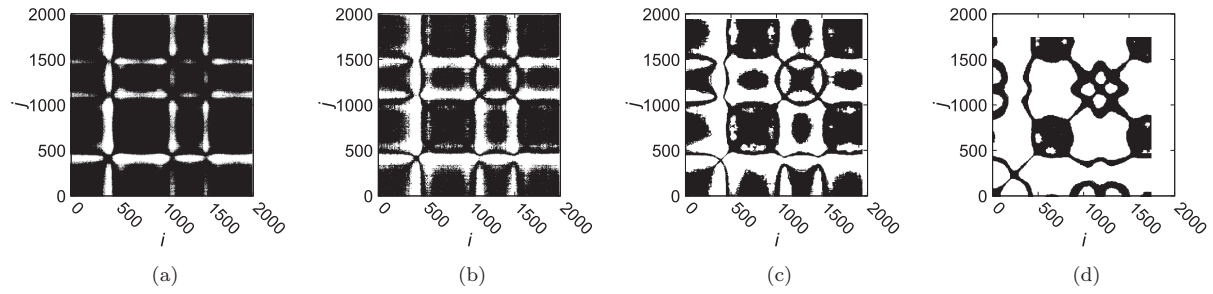


FIG. 13. Variation of SRPs for chaotic neurons in the case of changing the width of the window w : (a) $w = 100$, (b) $w = 500$, (c) $w = 2500$, and (d) $w = 12500$.

$w = 12500$, similar to the SRP calculated using CH neurons, the main islands in the SRP disappear. These results suggest that the variations in the neuron's chaotic responses in the firing intervals are larger than those provided by the common input; the firing rates cannot be determined only by the amplitude of the common input because it increases and decreases irregularly when compared to nonchaotic neurons.

V. DISCUSSION

When we use the SRP method, we are able to reconstruct the common input applied to three cases: (i) uncoupled neurons with small differences, (ii) three different assemblies of neurons comprising three types of neurons, and (iii) chaotic neurons. In the first case, the reconstructed common input becomes more accurate when we use CH and FS neurons with a 100–2500 ms time window. These neurons exhibit higher firing rates, thus suggesting that the accuracy of the reconstruction method depends on the number of firings occurring within the time window. All three types of neurons (RS, FS, and CH) fire frequently to reconstruct the common input. We conclude that relatively narrow time windows are necessary and that the aimed common input must possess a certain intensity to induce changes in the firing rates.

In the second case, the reconstruction accuracy depends on the types and number of neurons used. By changing the number of neurons, that is, 3^i ($i = 1, 2, 3$, and 4), the number of neurons is less influential in the reconstruction accuracy. Therefore, the key condition is the shared information about states in the state space that is represented as an SRP, and we are able to reconstruct the unknown common input using the firing rates obtained from only a few neurons when the firing rates possess information from the original common input. These results indicate that the accuracy is not directly proportional to the number of neurons used in the SRP method and that a wide range of model parameters is not necessary for high accuracy; the accuracy is at a similar level when we use three different mixtures of the three types of neurons.

Regarding the third case, the SRP method is also capable of reconstructing a common input time series using the firing rates of neurons with chaotic responses. In particular, the timing of the peaks in the reconstructed common input corresponds to that of the original common input when we use the 100–2500 ms time window. Therefore, we are able to predict the peaks of an unknown common input based on the reconstructed common input even when using chaotic

neurons, as long as we use a narrower time window compared to the fluctuations of the common input. Moreover, this result suggests that we can predict the approximate trends of the common input, although we cannot determine the exact amplitude of the original common input owing to large errors. A previous study [17] reported that RPs that use the firing intervals of chaotic neurons cannot represent the information of a common input. By contrast, the SRP method focuses on the increase and decrease in firing rates rather than on detailed firing patterns and timings. We are able to retain the time resolutions when we use overlapping time windows with small intervals, for example, $w = 500$ and $s = 50$. In summary, despite the irregular firing patterns of chaotic neurons, the SRP method accurately predicted the timing of the peak amplitudes and the approximate trends of the original common input.

The results may also be applicable to studies regarding whole-brain communication among neurons because our results indicate that we could reconstruct a common input by using a set of different types of neurons. The hypothesis that a common input applied across several brain areas transmits information utilizing rate coding is consistent with our results. Each neuron exhibits increased firing when receiving a stronger common input, although the baseline firing numbers varies depending on neuron characteristics. Small differences in the firing times caused by the model parameters are crucial for reconstructing a common input. These differences among neurons cancel out the specific dynamics between neurons; thus, only common features remain. One theoretical prediction is that governance by a common input in the brain does not require one-to-one correspondence between firings of local neurons. Rather, collective firing features among neurons are a key factor. More precisely, it may be necessary for neurons to transit collectively into similar firing-rate states by receiving a common input. In this study, such collective transitions are quantified as the common features depicted in the SRP, that is, the quantified neighboring states in the state space. The assumption that neurons in the brain possess this mechanism may be unrealistic. However, the results of this study support our hypothesis that different types of neurons retain information on commonly applied inputs in firing rates. This information can serve as the basis for rate coding.

Enhancement of the working memory by common external electrical inputs in certain brain areas [2] suggests that widely distributed neurons can function consistently without interfering with each other. If different types of neurons retain commonly applied inputs, brain activities such as theta-band waves [5] across different brain areas may contribute

to whole-brain coordination. Therefore, our findings would provide a perspective that connects different scales of brain phenomena: (i) on a microscopic level, firing patterns of single cells that receive common inputs, which are measured as local field potential, and (2) on mesoscopic and macroscopic levels, more global brain activities, which are measured as an electroencephalogram. Thus, it will be an important future perspective to study how higher-order cognition [2] emerges from the firing patterns of neurons.

VI. CONCLUSION

In this study we investigated the reconstruction of locally applied and more widely applied common inputs using the output firing rates of uncoupled neurons. We demonstrated that the SRP method could reconstruct a common input, even when using chaotic neurons, although the accuracy was lower than when other neuron types were used. When we select an adequate time window for firing-rate calculations, the method developed in this study can robustly reconstruct a common input applied to systems that yield a variety of point processes. Moreover, even combinations of different types of systems, which had differences in firing rates of a magnitude of four to seven times (15–20 spikes/s for RS and 80–138 spikes/s for FS neurons), were also beneficial for reconstruction.

Neurons in the brain are generally subjected to dynamical noise and membrane dynamics. Thus, it is an important future issue to systematically investigate the effects of dynamical noise on the reconstruction accuracy of the SRP method.

This reconstruction ability facilitates further application of the SRP method. In addition to neuron-related applications, this method may be applicable to a variety of systems that yield a point process. Therefore, this method may contribute to the reconstruction of a common input applied to multiple nonlinear, possibly chaotic, dynamical systems, as well as to the assembly of the simple mathematical models considered in this study. We expect that in the future, the SRP method will be widely applicable to the fields of biology, engineering, and cognitive science [19].

ACKNOWLEDGMENTS

The research was supported by JSPS Grant-in-Aid for Scientific Research (C) (No. JP18KT0076 and No. JP21K12093) for R.N., JSPS Grant-in-Aid for Scientific Research (B) (No. JP21H03514) and JSPS Grant-in-Aid for Scientific Research (C) (No. JP17K00348) for T.I., JSPS Grant-in-Aid for Scientific Research (A) (No. JP20H00596) and JSPS Grant-in-Aid for Challenging Research (Pioneering) (No. JP22K18419) for T.I. and K.F., and JST Moonshot R&D Grant No. JP-MJMS2021 for K.F. The funders had no role in the study design, data collection and analysis, decision to publish, or manuscript preparation.

APPENDIX A: INFLUENCE OF DIMENSION m AND SHIFT SIZE s ON RECONSTRUCTION ACCURACY FOR RS AND FS NEURONS

To examine the parameter dependence, we first calculated $\mathcal{E}$ by changing the shift size s to obtain firing rates and dimen-

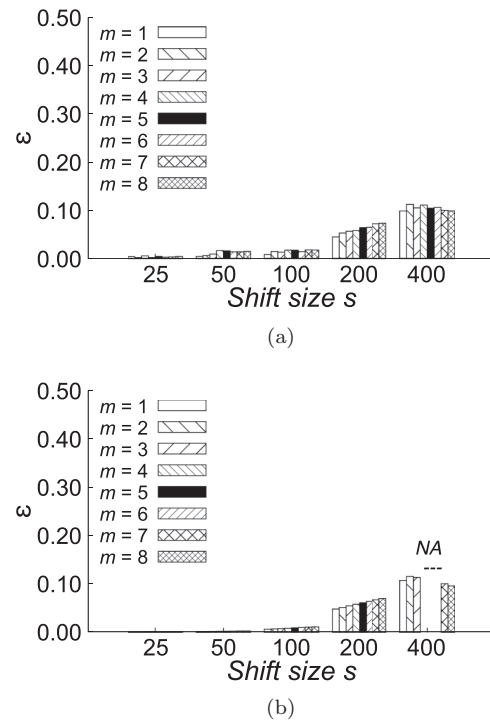


FIG. 14. Influence of embedding dimension m and shift size s on RMSE $\mathcal{E}$ for (a) RS and (b) FS neurons. Regarding the results of FS neurons, NA indicates that data are not available because common inputs were not reconstructed when $m = 4, 5, 6$. For these parameters, the primary lines disappeared in the SRPs for reconstruction.

sion m to transform the time series into states in a state space (refer to the main text, Sec. III D) using the RS ($RS^{(1)}-RS^{(81)}$) and FS ($FS^{(1)}-FS^{(81)}$) neurons. In this examination, we used $\tau = 1$ and $w = 500$ ms. As shown in Figs. 14(a) and 14(b), $\mathcal{E}$ between the original and reconstructed common inputs became larger when we used a shift size of more than 100 ms. Contrary to this trend, $\mathcal{E}$ were almost constant regardless of the dimensions in each shift size. These trends were also found when we used CH neurons ($CH^{(1)}-CH^{(81)}$), as shown in the main text (Fig. 2).

APPENDIX B: RECURRENCE PLOTS USING A NARROWER TIME WINDOW

For CH neurons, the $\mathcal{E}$ was larger when we used a narrow ($w = 100$) time window compared to using a wider time window ($w = 500$). Nonetheless, for the FS neurons, the $\mathcal{E}$ was the smallest under the condition that $w = 100$. To explore the cause of this difference, we compared the SRPs of the RS, CH, and FS neurons when using $w = 100$ (Fig. 15). The SRP of the FS neurons was very similar to that of the original common input. However, in other two PRs, most pixels were filled with black. Hence, the lower $\mathcal{E}$ for CH neurons would be due to the small variations among the states corresponding to each pixel. The time window would be too narrow to obtain sufficient information on firing.

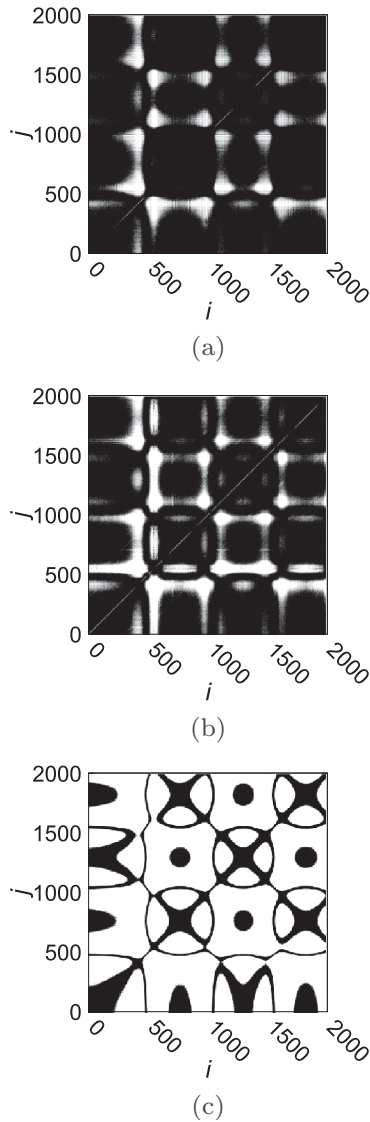


FIG. 15. Variations of SRPs for (a) RS, (b) CH, and (c) FS neurons using windows of $w = 100$.

APPENDIX C: DEPENDENCE OF DIMENSION AND THE NUMBER OF NEURONS ON RECONSTRUCTION ACCURACY

In the main text we also examined reconstruction accuracy by modulating the number of neurons. Although the results demonstrated that we can reconstruct a common input using few neurons, the reconstruction accuracy may depend on the dimensions as well.

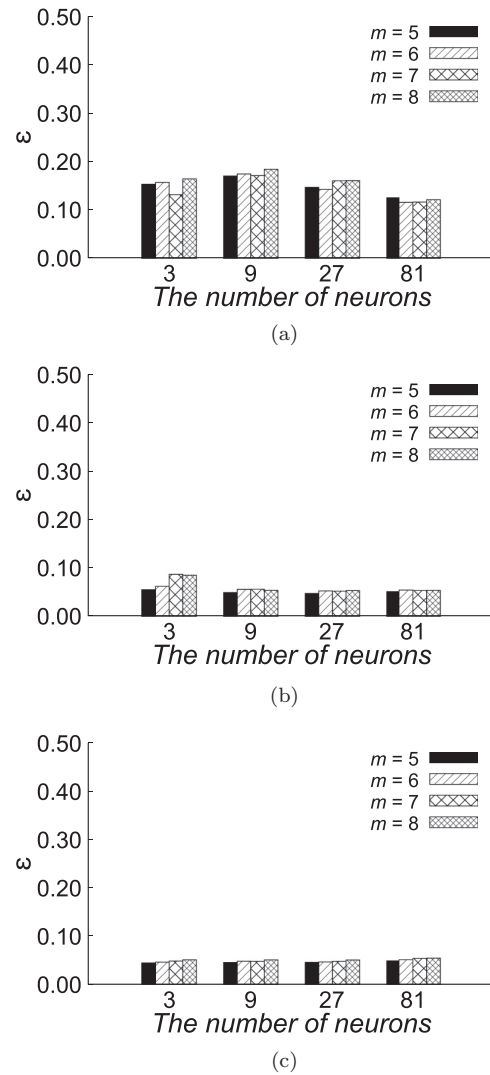


FIG. 16. RMSE $\mathcal{E}$ for each number of neurons and dimension with using (a) RS, (b) CH, and (c) FS neurons.

We then calculated $\mathcal{E}$ by modulating the number of RS, CH, and FS neurons. In this examination, we used $\tau = 1$ and $w = 500$. As shown in Fig. 16, the RMSE $\mathcal{E}$ were improved when we used a large number of neurons. The improvement was larger when RS neurons were used than when CH and FS neurons were used. These results suggest that the reconstruction accuracy depends on the firing patterns rather than the dimensions or the number of neurons used. The results shown in Fig. 10 in the main text were supported as well when sufficiently higher dimensions ($m \geq 5$) are used.

- [1] G. Deco, A. Buehlmann, T. Masquelier, and E. Hugues, *Front. Hum. Neurosci.* **5**, 4 (2011).
- [2] I. R. Violante, L. M. Li, D. W. Carmichael, R. Lorenz, R. Leech, A. Hampshire, J. C. Rothwell, and D. J. Sharp, *eLife* **6**, e22001 (2017).

- [3] G. B. Ermentrout, R. F. Galán, and N. N. Urban, *Trends Neurosci.* **31**, 428 (2008).
- [4] C. M. Gray and D. A. McCormick, *Science* **274**, 109 (1996).
- [5] E. V. Lubenov and A. G. Siapas, *Nature (London)* **459**, 534 (2009).

- [6] M. London, A. Roth, L. Beeren, M. Häusser, and P. E. Latham, [Nature \(London\) **466**, 123 \(2010\)](#).
- [7] N. Masuda and K. Aihara, [Phys. Rev. Lett. **88**, 248101 \(2002\)](#).
- [8] J.-P. Eckmann, S. Kamphorst, and D. Ruelle, [Europhys. Lett. **4**, 973 \(1987\)](#).
- [9] M. Casdagli, [Physica D **108**, 12 \(1997\)](#).
- [10] Y. Hirata, S. Horai, and K. Aihara, [Eur. Phys. J.: Spec. Top. **164**, 13 \(2008\)](#).
- [11] E. M. Izhikevich, [IEEE Trans. Neural Netw. **15**, 1063 \(2004\)](#).
- [12] A. F. Huxley, [Ann. N.Y. Acad. Sci. **81**, 221 \(1959\)](#).
- [13] E. M. Izhikevich, [IEEE Trans. Neural Netw. **14**, 1569 \(2003\)](#).
- [14] F. Takens, in *Dynamical Systems and Turbulence, Warwick, 1980*, edited by D. Rand and L. S. Young, Lecture Notes in Mathematics Vol. 898 (Springer, Berlin, 1981), pp. 366–381.
- [15] N. Marwan, M. C. Romano, M. Thiel, and J. Kurths, [Phys. Rep. **438**, 237 \(2007\)](#).
- [16] G. Duffing, *Erzwungene Schwingungen bei Veränderlicher Eigenfrequenz und ihre Technische Bedeutung* (Vieweg, Berlin, 1918).
- [17] K. Fujiwara, N. Kurokawa, T. Yamada, and T. Ikeguchi, [Brain Neural Netw. **21**, 79 \(2014\)](#).
- [18] J. Stark, [J. Nonlinear Sci. **9**, 255 \(1999\)](#).
- [19] R. Nomura, Y.-Z. Liang, K. Morita, K. Fujiwara, and T. Ikeguchi, [PLoS ONE **13**, e0206528 \(2018\)](#).

Article

Photoplethysmogram Recording Length: Defining Minimal Length Requirement from Dynamical Characteristics

Nina Sviridova ^{1,2,*} , Tiejun Zhao ³ , Akimasa Nakano ⁴ and Tohru Ikeguchi ¹ 

¹ Department of Information and Computer Technology, Faculty of Engineering, Tokyo University of Science, 6-3-1 Niijuku, Katsushika, Tokyo 125-8585, Japan; tohru@rs.tus.ac.jp

² International Research Center for Neurointelligence, The University of Tokyo, 7-3-1 Hongo Bunkyo-ku, Tokyo 113-0033, Japan

³ Faculty of Agro-Food Science, Niigata Agro-Food University, 2416 Hiranedai, Tainai 959-2702, Japan; tiejun-zhao@nafu.ac.jp

⁴ Innovation Management Organization, Chiba University, Kashiwano-ha Campus 6-2-1, Kashiwano-ha, Kashiwa-shi 277-0882, Japan; anakano@chiba-u.jp

* Correspondence: nina.svr@rs.tus.ac.jp

Abstract: Photoplethysmography is a widely used technique to noninvasively assess heart rate, blood pressure, and oxygen saturation. This technique has considerable potential for further applications—for example, in the field of physiological and mental health monitoring. However, advanced applications of photoplethysmography have been hampered by the lack of accurate and reliable methods to analyze the characteristics of the complex nonlinear dynamics of photoplethysmograms. Methods of nonlinear time series analysis may be used to estimate the dynamical characteristics of the photoplethysmogram, but they are highly influenced by the length of the time series, which is often limited in practical photoplethysmography applications. The aim of this study was to evaluate the error in the estimation of the dynamical characteristics of the photoplethysmogram associated with the limited length of the time series. The dynamical properties were evaluated using recurrence quantification analysis, and the estimation error was computed as a function of the length of the time series. Results demonstrated that properties such as determinism and entropy can be estimated with an error lower than 1% even for short photoplethysmogram recordings. Additionally, the lower limit for the time series length to estimate the average prediction time was computed.

Keywords: photoplethysmogram; nonlinear dynamics; nonlinear time series analysis; data length assessment



Citation: Sviridova, N.; Zhao, T.; Nakano, A.; Ikeguchi, T. Photoplethysmogram Recording Length: Defining Minimal Length Requirement from Dynamical Characteristics. *Sensors* **2022**, *22*, 5154. <https://doi.org/10.3390/s22145154>

Academic Editor: Marc Brecht

Received: 8 June 2022

Accepted: 7 July 2022

Published: 9 July 2022

Publisher's Note: MDPI stays neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.



Copyright: © 2022 by the authors. Licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

1. Introduction

Cardiovascular diseases (CVD), such as heart failure, stroke, and hypertension are the leading cause of death worldwide [1]. It is recognized that accessible health monitoring and early detection of CVD can be helpful in preventing and monitoring CVD. According to the World Health Organization (WHO), over three quarters of CVD cases worldwide occur in low- and middle-income countries [1], supporting the need for accessible, affordable health monitoring systems. The photoplethysmogram (PPG) is a biological signal that has been used for decades for health monitoring in clinical settings as well as in wearable devices. Besides its main applications, which are the estimation of heart rate, respiration rate, blood pressure, and oxygen saturation, PPGs are also used for vascular assessment, arterial disease and state evaluation, sleep disorders studies, and other applications [2–5]. Moreover, a number of studies reported that the PPG is also applicable for mental health monitoring [6–11]. Thus, PPG can be used for mental stress identification [6–8] and early detection of depression [10], which is one of the mental disorders with various social and health consequences recognized by the WHO as a leading cause of disability worldwide [12]; it is also applicable for estimation of psychiatric patients' recovery [9]. Additionally, PPG was previously

applied for occupational physiological health monitoring [13–15]. In addition to its wide applicability for health monitoring purposes, PPG technology is also simple and inexpensive, and—as such—it has considerable potential for use in accessible, affordable mobile health monitoring for prevention and early detection of disease, including CVD and mental disorders.

Common PPG applications require basic signal processing and analysis, such as contour analysis and time–frequency techniques [3,4,16–18]. Recent studies also employ neural networks and deep learning to improve the assessment or prediction of physiological states and parameters [19–21]. However, as the cardiac and respiratory dynamics in general [22–24] and the PPG dynamics in particular are recognized as deterministic chaos [9,25,26], alternative complex approaches may be required for extracting accurate information on the physiological and mental health state, as follows from previous studies [9,27]. For example, nonlinear time series analysis of PPG dynamics was applied in previous studies related to mental health monitoring [9–11].

There is considerable potential for extracting information about disease and health status from the PPG dynamics by using advanced analysis methods. However, the applicability of such analysis to the PPG might be limited due to the typically high measurement noise and the presence of movement artifacts [24–26]. The measurement noise can be limited in clinical settings, as the measurement process and settings can be strictly controlled. However, in case of measurements taken using wearable devices, both measurement noise and movement artifacts can severely hamper the extraction of information from the PPG. A common approach to address these issues involves noise filtering and motion artifact reduction, which are typically included in modern PPG devices and enable accurate estimation of heart rate, arterial oxygen saturation, etc. [28–32]. However, while filtering yields improvement in the estimation of these common physiological parameters, it may alter the PPG signal and affect its nonlinear dynamic features [33,34]. However, the majority of studies on PPG filtration and movement artifact reduction do not take the preservation of complex dynamics into consideration. As such, filtered signals can be efficiently used for traditional PPG applications, but they are not suitable for advanced analysis—for example, nonlinear time series analysis. As an alternate approach to limit the impact of noise and movement artifacts, it is possible to use only high-quality short segments of the recorded signal, as was done in [35]. Moreover, other advantages of using short signal segments include a reduction in computational cost, the potential for a decrease in battery consumption, and enabling real-time signal processing, all of which are particularly important in wearable device applications. However, short signal length may limit the applicability of nonlinear analysis and the accuracy of dynamic features estimates.

In studies involving the investigation of PPG dynamics, applied data length greatly varies, such as 2.1 s [36], 100 s [9], 2 min [37], 3 min or longer [10], and 5 min [25,26]. To the best of our knowledge, the applicability of nonlinear analysis methods to short PPG recordings has not been systematically investigated. Among the different methods for nonlinear time series analysis, recurrence plots, which visualize the signal dynamics as a two-dimensional binary image, and the related quantification analysis can be used to estimate the dynamical properties of time series [38,39]. Recurrence quantification analysis (RQA) was applied to the PPG to assess the effect of filtering on PPG dynamics [33] as well as in a data-driven study on hypertension from short PPG recordings [36]. However, in the latter study, the effect of the short recordings on nonlinear analysis was not discussed. Previous studies suggested that, in contrast to the majority of nonlinear time series analysis methods, RQA applied to recurrence plots is not affected by the length and drift of the data [40]. However, at the same time, for the RQA, it is generally known that longer time series provide more precise estimates of the system’s dynamical properties [39,40], as convergence of the RQA indexes is observed for sufficiently long time series. Overall, based on various reports [40], it appears that depending on the data under investigation, meaningful results might be achieved even when the time series length is recognized as short, allowing us to surmise that properties of the short-recorded PPGs might be extracted

by RQA. Overall, no study so far has investigated the minimum length of a time series that can lead to reliable estimates of dynamical properties. Stated differently, the error associated with the estimates of the dynamical properties for short PPG signals is unknown.

The aim of this paper is to assess the applicability of RQA to short PPG signals obtained from healthy human subjects in reference environment, to investigate RQA indexes that can be used to extract dynamical property information from short PPG signals, and to estimate the minimum length of PPG time series necessary to keep the error below an acceptable limit. As a result, it is found that by using RQA, minimal time series length required for accurate dynamical property estimation can be elucidated, thus providing a novel technique for designing data acquisition on one hand and assuring that RQA can be applied for robust estimation of the determinism and complexity for short PPG recordings on the other.

2. Data

2.1. Photoplethysmogram

Since PPG was introduced in 1937 [41], it has been widely used for heart rate monitoring, and since then, the number of its applications has expanded [2,4,18]. PPG measurement technology mainly relies on measurement by the photodetector of LED light reflected or transmitted through the skin tissue. Green, red, and near-infrared (NIR) light are the most commonly used light sources for PPG measurement. There are two main device setups depending on whether the light is transmitted or reflected. PPG device with transmission-type setup schematically shown in Figure 1 utilizes red and NIR light and is common in hospital use, while reflection-type devices utilize green light sources and are mostly applied in wearables due to the lower movement sensitivity of the green light PPGs and their flexibility in measurement location [42,43].

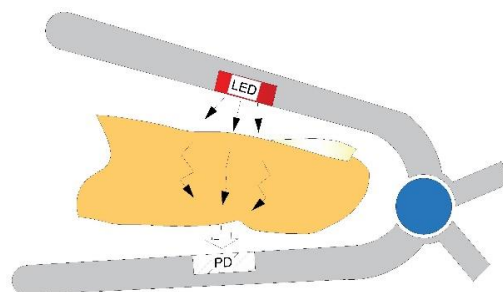


Figure 1. Conventional transmission PPG device setup.

2.2. Experimental Data

In this study, the widely used NIR PPG recordings were investigated. The measurements were conducted at the Institute of Vegetable and Floriculture Science (NIVFS), NARO in 2017–2018. The experiment protocol was approved by the NIVFS ethical committee, and all participants provided informed consent prior to the experiment. Data were collected from 21–49-year-old participants in a relaxed sitting position inside an air-conditioned room with a temperature of 25 °C. Measurements were conducted for 5 min and repeated twice using a IWS920 (I.W. Technology Firm, Inc. Tokyo Devices) PPG recording device with a sampling rate 409.6 Hz.

Participants were asked to evaluate their temperature and comfort perception based on category scales for comfort and temperature sensation proposed in [44]. Before the experiment, participants were asked to answer a questionnaire regarding personal history of CVDs, gender, age, presence of sickness at the time of data collection, and lifestyle habits such as smoking and sports activity. Only data from nonsmoking participants with no history of CVDs and in good health condition who reported comfortable environmental conditions were included in this study. As a result, a total of 30 datasets were used. An example of a 60 s segment from one of the PPG recordings is shown in Figure 2.

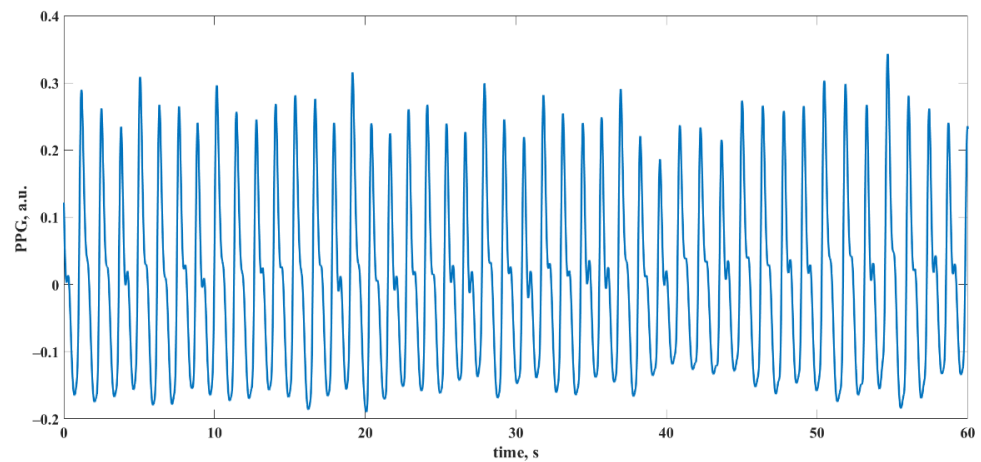


Figure 2. Example of a 60 s segment from a PPG recording.

Additionally, in many practical cases, lower-sampling-rate PPG data are used [45–47]. To broaden the applicability of this study, collected PPG recordings were two- and four-times subsampled to generate sparse PPG time series.

2.3. Simulated Data

In the previous study [25] it was reported that the PPG dynamical properties show certain similarities with the noise-induced chaotic Rössler model, such as single-band-like reconstructed trajectory structure and predictability decay. Therefore, as a preliminary step, before evaluating the RQA results as a function of the length of the PPG segment, we assess the relationship between RQA results and segment length using the well-known chaotic Rössler model, described as follows:

$$\begin{cases} \dot{x} = -y - z, \\ \dot{y} = x + ay, \\ \dot{z} = b + z(x - c), \end{cases}$$

where $a = 0.2$, $b = 0.2$, and $c = 5.7$ [48]. The Rössler model was numerically solved using the fourth-order Runge–Kutta method with sampling rate of 1000 Hz. To imitate the measurement noise, additive dynamical noise was introduced. On each iteration i of the numerical solution method, noise was added to the solution x_i using the following equation: $\tilde{x}_i = x_i + \theta\gamma_i$, where θ is the noise scaling coefficient, which varies from 0 (i.e., no noise) to 0.5 in increments of 0.05; γ_i is the i th component of a fixed uniform random noise vector; and $\tilde{x}_i$ is the input of the next iteration. For computational efficiency, the resulting time series x was subsampled using a factor of five. Examples of the resulting time series obtained using the original ($\theta = 0$) and noisy ($\theta = 0.25$) x time series are shown in Figure 3, where the addition of dynamical noise affected the amplitude of the time series and created additional fluctuations compared to the original time series.

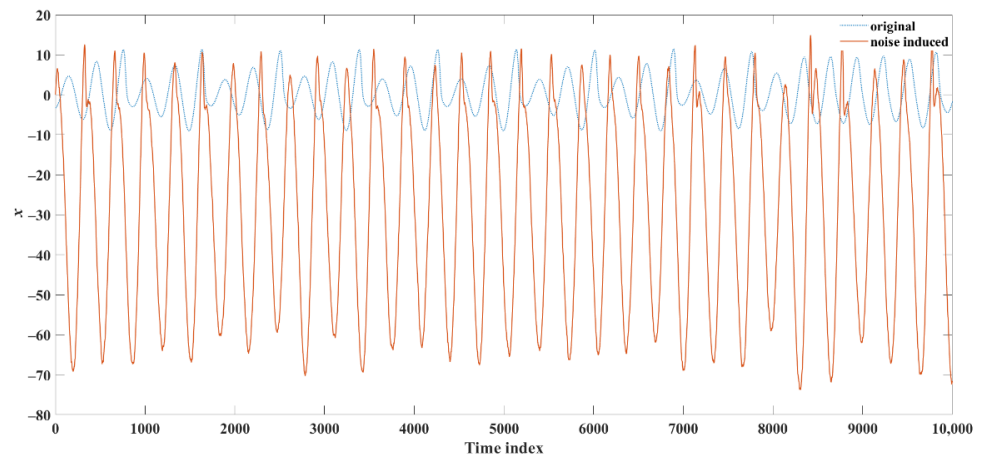


Figure 3. Examples of a segment of the original (blue dotted line) and noisy (red solid line) x time series generated using the chaotic Rössler model.

3. Analysis

3.1. Time Delay Reconstruction

The time delay embedding method [49,50] is used in this study to enable nonlinear analysis, as information on the trajectory dynamics in a phase space is needed. If a variable time series $\{x_i\}_{i=1}^n$ consisting of n observations is obtained, then the points of the time-delay-reconstructed trajectory in an m -dimensional phase space can be calculated as in [24]:

$$X_j = (x_j, x_{j+\tau}, x_{j+2\tau}, \dots, x_{j+(m-1)\tau}),$$

where $j = 1, \dots, N$, $N = n - (m - 1)\tau$ and τ is a time lag. In this study, the reconstruction dimension for the NIR PPG signal was set as $m = 4$ following [25], where the minimum embedding dimension was estimated by the false nearest neighbors method [51], and the time lag was defined as the time when the signal autocorrelation falls below $1/e$ [52]. It is of note that there are various approaches to the choice of the time lag, and other types of PPG signals may require adjustment of its value.

3.2. Recurrence Plot

The recurrence plot (RP) visualizes the dynamics of the system as a two-dimensional binary image and is calculated using the following expression:

$$R_{i,j}(\epsilon) = \begin{cases} 0, & \text{if } \|X_i - X_j\| > \epsilon \\ 1, & \text{if } \|X_i - X_j\| < \epsilon \end{cases}$$

where $i, j = 1, \dots, N$ and ϵ is the threshold that defines the area where neighboring points of the time-delay-reconstructed trajectory are searched. If the point X_i is located within the sphere centered in X_j with radius ϵ , then the (i, j) -pixel is included in the RP. In this study, ϵ was equal to 10% of the reconstructed attractor size [40] defined by the maximum distance between attractor points: $\max_{i,j=1, \dots, N} \|X_i - X_j\|$.

3.3. Recurrence Quantification Analysis (RQA)

The RP visualizes the dynamical system as a two-dimensional image, and the displayed patterns depend on the system's dynamics. However, RP represents a qualitative description of the system's dynamics. RQA [39] can be applied to extract, based on the statistics of the RP, quantitative features to assess the dynamical system. In this study, the following features were estimated:

Determinism. Determinism (*DET*) is one of the most important properties of a dynamical system and defines whether the process can be expressed in the form of a system of equations. Determinism can be estimated as:

$$DET = \frac{\sum_{l=l_{min}}^N IP(\varepsilon, l)}{\sum_{l=1}^N IP(\varepsilon, l)},$$

where $P(\varepsilon, l)$ is a histogram of diagonal lines of length l defined as

$$P(\varepsilon, l) = \sum_{i,j=1}^N (1 - R_{i-1,j-1}(\varepsilon))(1 - R_{i+1,j+1}(\varepsilon)) \prod_{k=0}^{l-1} R_{i+k,j+k}(\varepsilon),$$

and l_{min} is a given minimum length. Ideally, for deterministic time series, *DET* is equal to unity, whereas it is lower than one when a limited number of samples are available, when the signal includes noise, etc. Practically, values of *DET* > 0.9 can be considered as a sign of determinism [53].

Trajectory divergence. In RQA, exponential trajectory divergence, which is an important measure of the chaotic time series, can be defined as the inverse of the length of the longest diagonal line (L_{max}) in the RP, expressed as:

$$L_{max} = \max\left(\{l_i\}_{i=1}^{N_l}\right),$$

where $N_l = \sum_{l \geq l_{min}} P(\varepsilon, l)$ is the total number of diagonal lines in the RP.

Predictability. Short-term predictability—that, is the possibility to predict future states of the signal based on past observations for a short time window—is an extremely important property both theoretically and practically. The mean prediction time of the dynamical system can be estimated by computing the average diagonal line length (L), defined as

$$L = \frac{\sum_{l=l_{min}}^N l P(\varepsilon, l)}{\sum_{l=l_{min}}^N P(\varepsilon, l)}.$$

Complexity. Entropy (*ENTR*) is frequently used in applied studies of RQA. *ENTR* estimates the complexity of the RP with respect to the diagonal lines and can be calculated as:

$$ENTR = - \sum_{l=l_{min}}^N p(l) \ln p(l),$$

where $p(l) = P(\varepsilon, l)/N_l$ is the estimated probability to find a diagonal line of length l in the RP, and N_l is the number of diagonal lines.

3.4. Error Estimation

In this study, the lower limit of the length of the time series was determined by considering the average time required for the original time-delay-reconstructed trajectory to complete one turn on the time-delay-reconstructed attractor, hereinafter referred to as “average cycle”. Specifically, the lower limit of the length of the time series was set as the time required to complete 3–5 average cycles to ensure the presence of at least one separated cycle fragment of trajectory in the neighborhood depending on the density of the reconstructed attractor trajectories. The length of the time series (T) assumed to lead to accurate estimates of the RQA features defined in Section 3.3 was defined as over 100 average turns of the trajectory on the reconstructed attractor. A set of RPs were computed, and RQA was performed for varying lengths of the time series. For each RQA feature S , the relative error E_l associated with the estimate of S using a time series of length l with respect to the accurate measure obtained using a time series of length T was calculated as follows [54]:

$$E_l = \frac{|S_l - S_T|}{S_T} \times 100\%.$$

4. Results

4.1. Rössler System

First, for the time series x of the original and noisy Rössler system defined in Section 2.3, the time-delay-reconstructed attractor was obtained. Figure 4a,b shows the obtained attractors for the original and noisy time series, respectively. Then, the set of RPs was calculated for varying length of the segments of the obtained trajectory of the attractor. The length of the time series varied from 1500 data points (five average cycles) to 50,000 data points (168 average cycles). For each length, 100 different segments were chosen on the attractor, and corresponding RPs were calculated. Figure 4c,d shows the RPs corresponding to a length of 10,000 points for the original and noisy trajectories shown in Figure 4a,b, respectively.

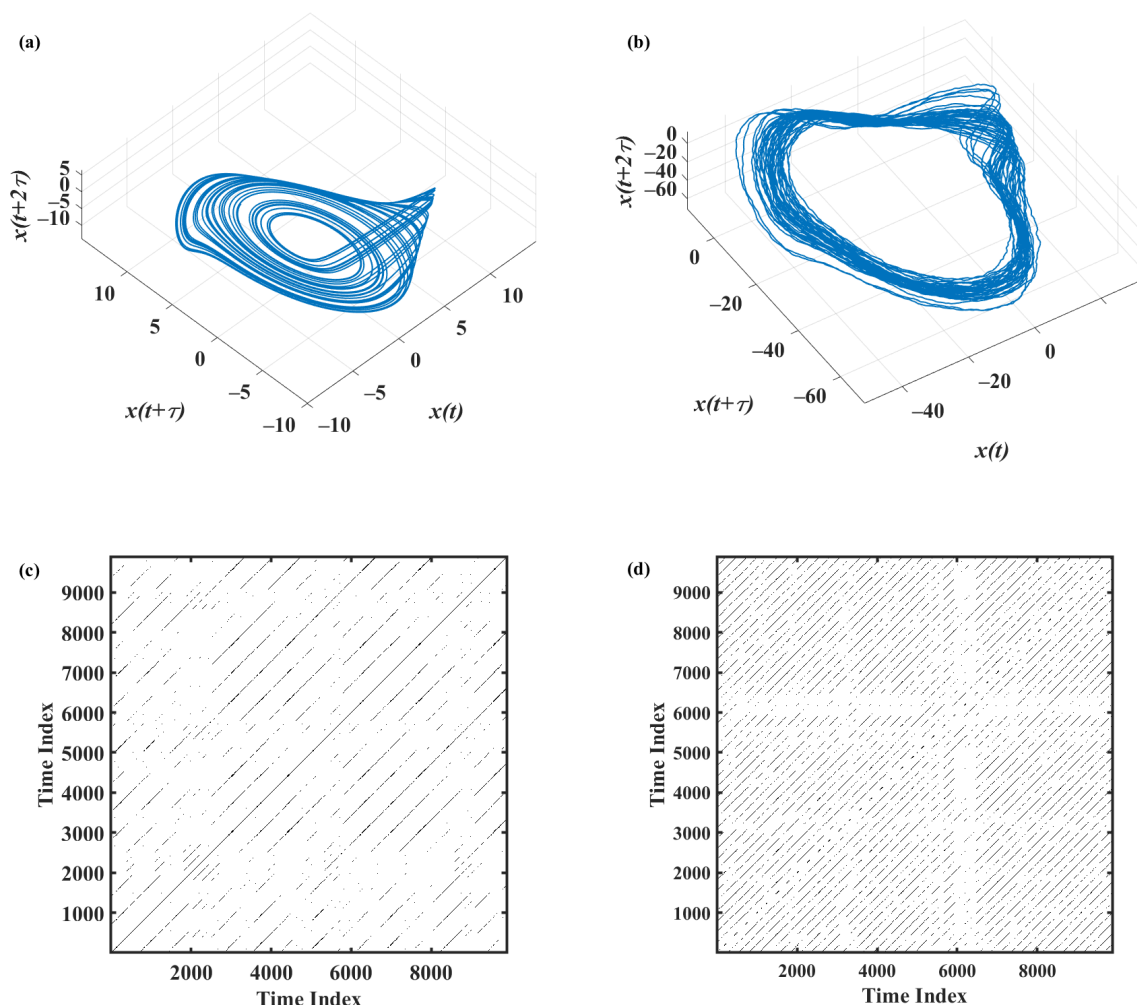


Figure 4. Reconstructed attractors from x time series of (a) original ($\theta = 0$) and (b) noisy ($\theta = 0.25$) Rössler systems and the resulting RPs (panels (c) and (d), respectively).

Figure 5 shows the relative errors of DET (a), L_{max} (b), L (c), and $ENTR$ (d) as a function of noise level (θ) and time series length, as averaged over 100 segments. Table 1 shows four calculated RQA measures reference values for three levels of noise. Table 2 shows the time series length corresponding to relative errors equal to 5% and 1% for three different noise levels. A relative error lower than or equal to 1% is considered acceptable. Therefore, the corresponding length can be used as a benchmark for the minimum length of the time

series. Figure 6 shows detailed information of the length of the time series associated to relative error below 5% and 1% for the four RQA features here computed.

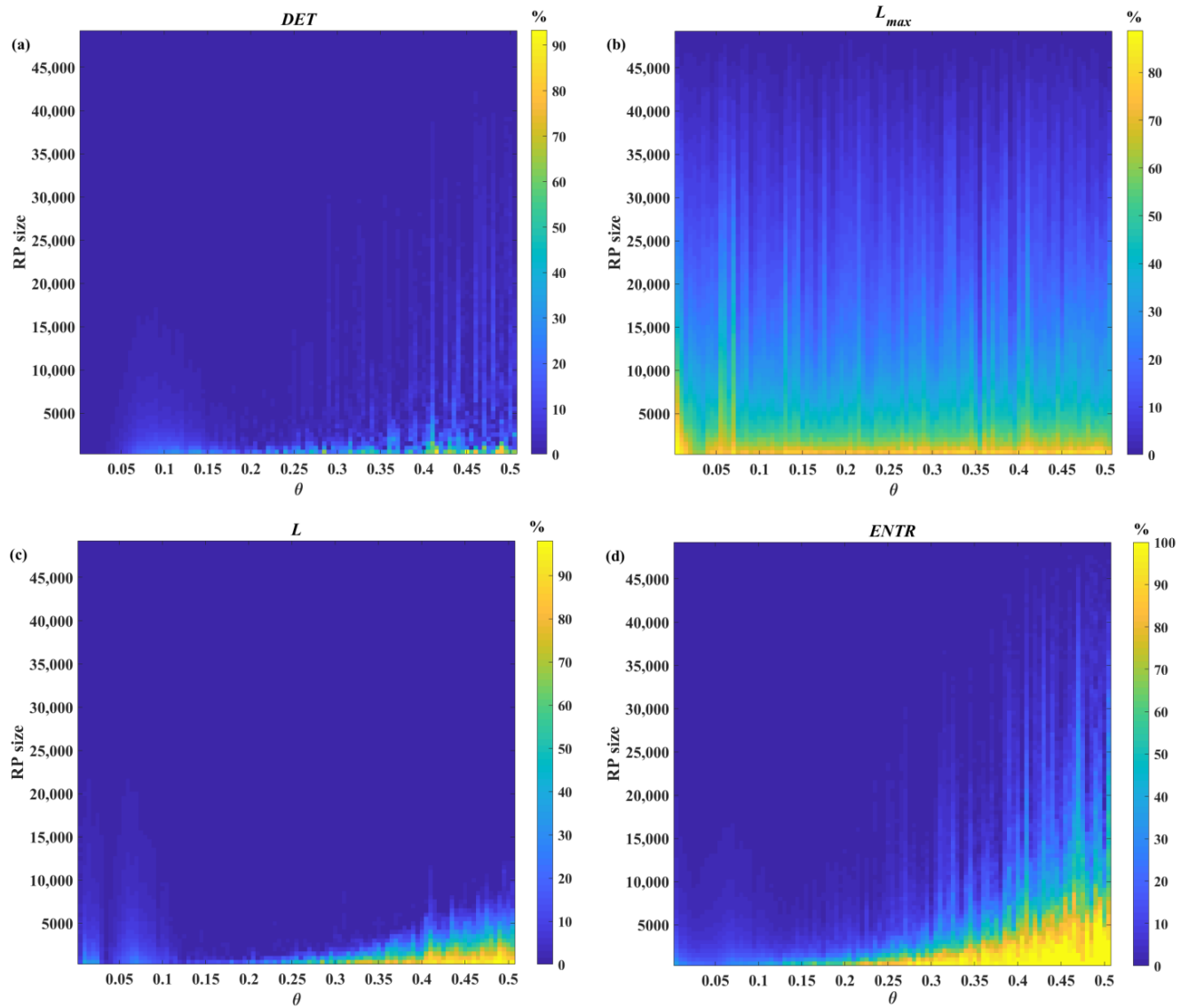


Figure 5. Relative error of the RQA features estimates as a function of length and noise level of Rössler time series: (a) determinism, (b) maximal diagonal line length, (c) average diagonal line length, and (d) entropy.

Table 1. Values of determinism, maximal diagonal line length, average diagonal line length, and entropy obtained for long Rössler's x time series for three different noise levels.

Noise Level, θ	<i>DET</i>	<i>L_{max}</i>	<i>L</i>	<i>ENTR</i>
0	0.9992	3763.9	60.4329	4.6079
0.245	0.4138	7.52	2.3379	0.7544
0.5	0.0910	3.24	2.0455	0.1765

Table 2. Time series length corresponding to relative errors equal to 5% and 1% in the estimates of determinism, maximal diagonal line length, average diagonal line length, and entropy for three different noise levels of the Rössler time series. The values highlighted indicate the lower limit of the length of the time series required for accurately estimating the four features.

Noise Level, θ	E_l	DET	L_{max}	L	$ENTR$
0	5%	1500	46,000	4000	10,500
	1%	1500	48,500	16,000	26,000
0.245	5%	3000	36,500	2500	7500
	1%	17,000	46,000	3500	30,000
0.5	5%	5000	41,500	11,000	42,000
	1%	7000	47,000	13,500	43,500

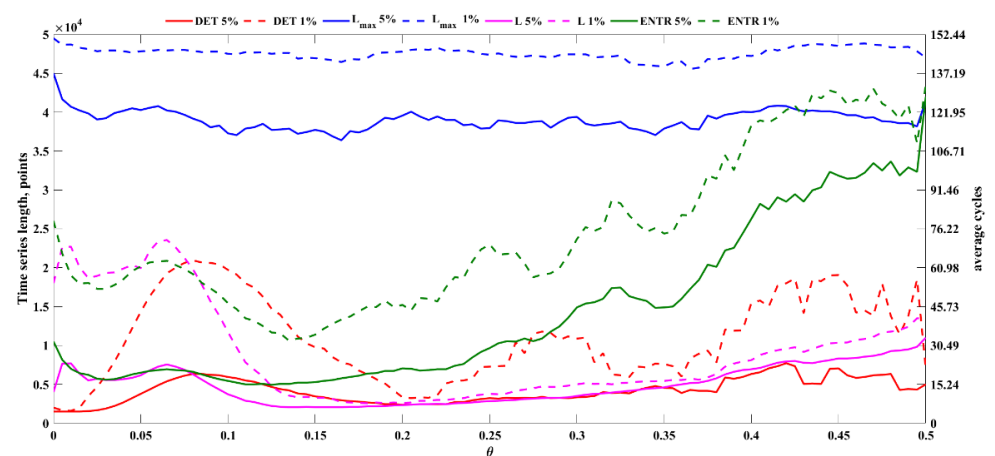


Figure 6. Length of the Rössler time series (left: in points, right: in average cycles) as a function of the noise level corresponding to a relative error equal to 5% (solid line) and 1% (dashed line) in the estimation of the determinism (red), maximal diagonal line length (blue), average diagonal line length (magenta), and entropy (green).

4.2. Photoplethysmogram

Similarly to the Rössler system case described in Section 4.1, for each measured PPG time series, the time-delay-reconstructed attractor was computed. Then, for each reconstructed attractor, the set of RPs corresponding to the segment of the trajectory with length from 3 to 152 average cycles was calculated (i.e., 2.4 s to 122 s). The length of the average cycle was chosen, taking into account the physiological properties of the PPG signal. Specifically, the average cycle was set at 0.8 s—that is, the average duration of the cardiac cycle in an average healthy human subject [55]. Then, the RQA measures were estimated from the obtained RPs. An example of the time-delay-reconstructed attractor and the corresponding RP obtained from a 24.4 s-long PPG segment is shown in Figure 7. Figure 8 shows the average relative error of the RQA feature estimates as a function of the length of the time series. Table 3 summarizes the lower limits for the length of the time series, which provides RQA feature estimates with relative errors below 5% and 1% for time series with original and reduced sampling rates and reference RQA values for original time series.

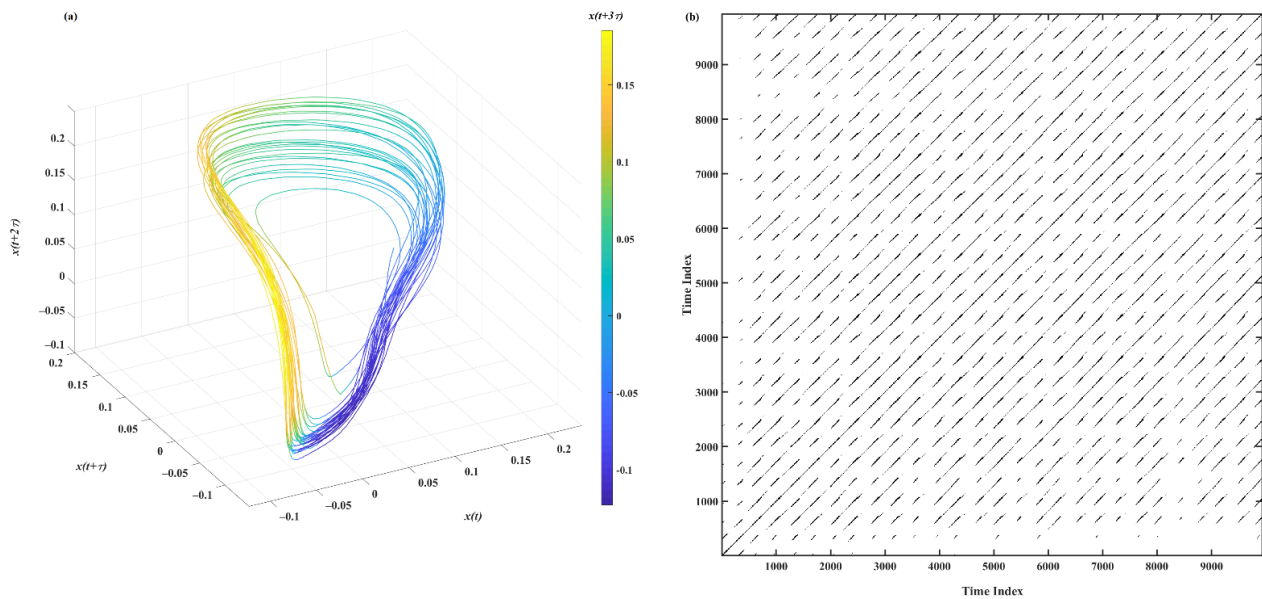


Figure 7. An example of (a) time-delay-reconstructed attractor and (b) the resulting RP obtained from one of the PPGs recorded in this study.

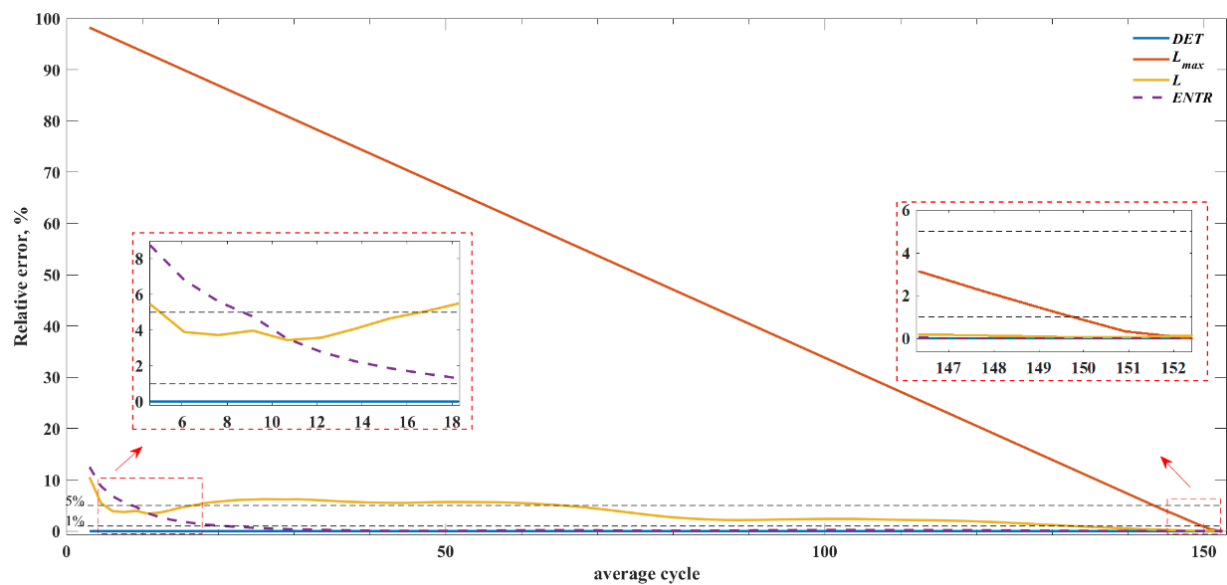


Figure 8. Relative error of the RQA features estimates as a function of the length of the time series.

Table 3. Average values of the length of the time series corresponding to relative error below 5% and 1% and the reference RQA values.

	Lower Time Series Length Limit, Average Cycles						Reference RQA Values (409.6 Hz)
	409.6 Hz		204.8 Hz		102.4 Hz		
	E_I , 5%	E_I , 1%	E_I , 5%	E_I , 1%	E_I , 5%	E_I , 1%	
DET	3.05	3.05	3.05	3.05	3.05	3.05	0.998
L_{max}	144.82	149.39	143.38	150.28	143.39	150.25	49,859
L	65.55	131.10	64.19	132.79	64.02	133.02	144.38
$ENTR$	7.62	21.34	9.65	22.05	10.67	24.39	5.73

5. Discussion

The main aim of this preliminary study was to evaluate the error associated with RQA feature estimates as a function of the length of the PPG time series and to identify recommended limits for the length of PPG recordings in order to keep the error below acceptable levels (e.g., 1%). In this study, PPG recordings measured in healthy individuals sitting comfortably in a relaxed position were used.

In addition, the relative error of RQA feature estimates was assessed for original and noisy time series generated using the chaotic Rössler model. The distributions of the relative error associated with the estimates of DET , L_{max} , L , and $ENTR$ shown in Figure 5a–d indicate specific patterns associated with the different RQA features. As seen in Figure 5a, accurate estimates of determinism can be achieved even for very short time series (e.g., 1500 points). The lowest acceptable length of the time series increases with increasing noise, as shown in Figures 5a and 6 and Table 2, but DET remains the feature requiring the shortest time series length among the RQA features addressed in this study. It is of note that with high levels of added noise, the time series cannot be considered deterministic, as DET is significantly below 0.9 (Table 1).

The analysis of the error associated with the L_{max} showed that accurate estimates of this feature—that is, the inverse of the divergence—cannot be achieved for short time series (Figures 5b and 6), as L_{max} requires long time series, i.e., longer than 48,500 points, for obtaining errors below 1%. It is of note that the average L_{max} value for original data (i.e., 3763.9 points, Table 1) is significantly shorter than the used maximal time series length; nevertheless, the resulting lower limit for time series length is compatible with the maximal time series length used. Figures 5b and 6 and Table 2 also clearly demonstrated that in the absence of noise, the lowest acceptable length of the time series is higher than that observed with noisy data due to the fact that the presence of noise significantly shortens the length of the maximal diagonal lines (Table 1).

The error patterns observed for L (Figure 5c), which is an important measure characterizing the average prediction time, show that the lowest acceptable length of the time series is longer for original data, and it decreases with increasing noise (in the range 0.065–0.15) due to the quick shortening of diagonal lines with noise induction (Table 1) while the determinism is preserved, and then it steadily increases again for higher noise. A similar pattern was observed for $ENTR$ (Figures 5d and 6), which quantifies time series complexity, (Figure 5d), suggesting that the observed trend attributed to high levels of noise disrupting data determinism (Table 1).

Overall, the results observed for the original and noisy Rössler model time series suggest that determinism can be accurately estimated even for short time series and that, if the time series is deterministic (i.e., if noise is sufficiently low), L and $ENTR$ can be estimated accurately for substantially shorter time series than the reference length (i.e., 50,000). Specifically, $\theta < 0.2$ time series with lengths above 25,000 points or 85 average cycles provide acceptable estimates if an error limit equal to 1% is set, and shorter time series could be used if higher errors are accepted (e.g., 10,000 points for 5% error limit).

The PPG signal inevitably contains a certain amount of measurement noise. The results shown in Figure 8 and Table 3 show that, similarly to the noisy Rössler model, DET can be correctly estimated even for very short lengths of PPG time series, specifically 1000 points (3.05 average cycles or 2.44 s). The $ENTR$ can be evaluated with error below 1% for 7000-point (21.35 average cycles or 17.08 s) time series. For the estimates of L and L_{max} , longer time series are required to reach error below 1%, specifically 43,000 (131.15 average cycles or 104.92 s) and 49,120 (149.75 average cycles or 119.8 s), respectively. However, the L_{max} lower limit of the time series almost reaches the maximal time series length, and the actual L_{max} value—unlike the results of the simulated data—is comparable with the maximal time series length, thus making it inapplicable for short recordings of the investigated PPG type.

The observed relationships between the error associated with each RQA feature estimate and the signal length, as reported in Figure 8, can be used to predict the average error level in practical applications in which only limited segments of the PPG are available.

For example, if a 2.5 s PPG time series is available, accurate estimates of determinism can be expected, and the estimates of *ENTR* will be associated with an error equal to approximately 12%, whereas for 3.8 s PPG time series, the estimates of *ENTR* are associated with an average error lower than 5%; that may be a sufficiently low error in practical applications.

It is of note that the results presented in this study apply to the transmission-type NIR PPG signals collected in the reference environment; therefore, further studies are required to confirm limited-time-series-length-related error in dynamical property estimation using RQA for other types of PPG signals as well as for different experimental settings. Additionally, it is expected that these results apply to the PPGs with lower sampling rates, as seen in Table 3, where only minor changes in the time series length are observed for subsampled PPG data. However, the significantly different sampling rate of the signal may affect demonstrated results. Moreover, a more systematic investigation of the sampling rate effect in comparison with reference data with a high sampling rate and sufficient time series length is needed. Finally, an expansion of this study towards data whose trajectory is directly filtered in the state space might be beneficial for various applications; such noise reduction was reported to preserve nonlinear dynamical characteristics for heart rate variability data [56].

6. Conclusions

The results of this study can support a deeper understanding of the accuracy of the dynamical features estimated from experimental PPG time series of limited length in real-world applications—for example, health monitoring using wearable devices. Specifically, this study investigated the effect of the length of the time series on the accuracy of the estimates of the RQA features estimated from NIR light-based PPG signals. As a result, minimum requirements for the length of the PPG time series needed to obtain sufficiently accurate estimates of the dynamical properties of the signal could be defined as relevant to practical studies and experiment design.

Author Contributions: Conceptualization, N.S. and T.I.; methodology, N.S.; software, N.S.; validation, N.S. and T.I.; formal analysis, N.S.; investigation, N.S., T.Z. and A.N.; resources, N.S., T.Z. and A.N.; data curation, N.S., T.Z. and A.N.; writing—original draft preparation, N.S.; writing—review and editing, N.S., T.Z., A.N. and T.I.; visualization, N.S. and T.Z.; supervision, N.S., T.Z., A.N. and T.I.; project administration, N.S., T.Z. and A.N.; funding acquisition, N.S. and T.I. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

Funding: This work was partially supported by the Japan Society for the Promotion of Science (JSPS) KAKENHI Grant Numbers JP19K14589, JP20H05921, JP20H00596, JP21H03514, and JP22K18419.

Institutional Review Board Statement: The study was conducted in accordance with the Declaration of Helsinki and approved by the Ethics Committee of the Institute of Vegetable and Floriculture Science of National Agriculture and Food Research Organization (NARO) (protocol acceptance number 2, date of approval 2 November 2017).

Informed Consent Statement: Informed consent was obtained from all subjects involved in the study.

Data Availability Statement: Not applicable.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

References

1. Cardiovascular Diseases (CVDs). Available online: [https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/cardiovascular-diseases-\(cvds\)](https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/cardiovascular-diseases-(cvds)) (accessed on 5 June 2022).
2. Allen, J. Photoplethysmography and Its Application in Clinical Physiological Measurement. *Physiol. Meas.* **2007**, *28*, R1–R39. [CrossRef] [PubMed]
3. Elgendi, M. *PPG Signal Analysis: An Introduction Using MATLAB*; CRC Press: Boca Raton, FL, USA, 2020; ISBN 978-0-429-44958-1.
4. Kyriacou, P.A. Introduction to Photoplethysmography. In *Photoplethysmography*; Allen, J., Kyriacou, P., Eds.; Academic Press: Cambridge, MA, USA, 2022; pp. 1–16, ISBN 978-0-12-823374-0.
5. Tamura, T. Current Progress of Photoplethysmography and SPO₂ for Health Monitoring. *Biomed. Eng. Lett.* **2019**, *9*, 21–36. [CrossRef] [PubMed]

6. Celka, P.; Charlton, P.H.; Farukh, B.; Chowieniczky, P.; Alastruey, J. Influence of Mental Stress on the Pulse Wave Features of Photoplethysmograms. *Healthc. Technol. Lett.* **2019**, *7*, 7–12. [CrossRef] [PubMed]
7. Charlton, P.H.; Celka, P.; Farukh, B.; Chowieniczky, P.; Alastruey, J. Assessing Mental Stress from the Photoplethysmogram: A Numerical Study. *Physiol. Meas.* **2018**, *39*, 054001. [CrossRef] [PubMed]
8. Correia, B.; Dias, N.; Costa, P.; Pêgo, J.M. Validation of a Wireless Bluetooth Photoplethysmography Sensor Used on the Earlobe for Monitoring Heart Rate Variability Features during a Stress-Inducing Mental Task in Healthy Individuals. *Sensors* **2020**, *20*, 3905. [CrossRef] [PubMed]
9. Tsuda, I.; Tahara, T.; Iwanaga, H. Chaotic Pulsation in Human Capillary Vessels and Its Dependence on Mental and Physical Conditions. *Int. J. Bifurc. Chaos* **1992**, *2*, 313–324. [CrossRef]
10. Pham, T.D.; Thang, T.C.; Oyama-Higa, M.; Sugiyama, M. Mental-Disorder Detection Using Chaos and Nonlinear Dynamical Analysis of Photoplethysmographic Signals. *Chaos Solitons Fractals* **2013**, *51*, 64–74. [CrossRef]
11. Sumida, T.; Arimitu, Y.; Tahara, T.; Iwanaga, H. Mental Conditions Reflected by the Chaos of Pulsation in Capillary Vessels. *Int. J. Bifurc. Chaos* **2000**, *10*, 2245–2255. [CrossRef]
12. Depression. Available online: <https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/depression> (accessed on 6 June 2022).
13. Sviridova, N.; Sakai, K. Application of Photoplethysmogram for Detecting Physiological Effects of Tractor Noise. *Eng. Agric. Environ. Food* **2015**, *8*, 313–317. [CrossRef]
14. Hwang, S.; Seo, J.; Jebelli, H.; Lee, S. Feasibility Analysis of Heart Rate Monitoring of Construction Workers Using a Photoplethysmography (PPG) Sensor Embedded in a Wristband-Type Activity Tracker. *Autom. Constr.* **2016**, *71*, 372–381. [CrossRef]
15. Bradke, B.S.; Miller, T.A.; Everman, B. Photoplethysmography behind the Ear Outperforms Electrocardiogram for Cardiovascular Monitoring in Dynamic Environments. *Sensors* **2021**, *21*, 4543. [CrossRef] [PubMed]
16. Elgendi, M. On the Analysis of Fingertip Photoplethysmogram Signals. *Curr. Cardiol. Rev.* **2012**, *8*, 14–25. [CrossRef] [PubMed]
17. Millasseau, S.C.; Ritter, J.M.; Takazawa, K.; Chowieniczky, P.J. Contour Analysis of the Photoplethysmographic Pulse Measured at the Finger. *J. Hypertens.* **2006**, *24*, 1449–1456. [CrossRef] [PubMed]
18. Bhat, S.; Adam, M.; Hagiwara, Y.; Ng, E.Y.K. The Biophysical Parameter Measurements from Ppg Signal. *J. Mech. Med. Biol.* **2017**, *17*, 1740005. [CrossRef]
19. Kumar, A.K.; Ritam, M.; Han, L.; Guo, S.; Chandra, R. Deep Learning for Predicting Respiratory Rate from Biosignals. *Comput. Biol. Med.* **2022**, *144*, 105338. [CrossRef]
20. Rong, M.; Li, K. A Multi-Type Features Fusion Neural Network for Blood Pressure Prediction Based on Photoplethysmography. *Biomed. Signal Process. Control.* **2021**, *68*, 102772. [CrossRef]
21. Kim, J.W.; Choi, S.-W. Normalization of Photoplethysmography Using Deep Neural Networks for Individual and Group Comparison. *Sci. Rep.* **2022**, *12*, 3133. [CrossRef]
22. Small, M.; Judd, K.; Lowe, M.; Stick, S. Is Breathing in Infants Chaotic? Dimension Estimates for Respiratory Patterns during Quiet Sleep. *J. Appl. Physiol.* **1999**, *86*, 359–376. [CrossRef]
23. Poon, C.-S.; Merrill, C.K. Decrease of Cardiac Chaos in Congestive Heart Failure. *Nature* **1997**, *389*, 492–495. [CrossRef]
24. Shelhamer, M. *Nonlinear Dynamics in Physiology: A State-Space Approach*; World Scientific: Singapore, 2006; ISBN 978-981-270-029-2.
25. Sviridova, N.; Sakai, K. Human Photoplethysmogram: New Insight into Chaotic Characteristics. *Chaos Solitons Fractals* **2015**, *77*, 53–63. [CrossRef]
26. Sviridova, N.; Zhao, T.; Aihara, K.; Nakamura, K.; Nakano, A. Photoplethysmogram at Green Light: Where Does Chaos Arise From? *Chaos Solitons Fractals* **2018**, *116*, 157–165. [CrossRef]
27. Kaneko, K.; Tsuda, I. *Complex Systems: Chaos and Beyond*; Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2001; ISBN 978-3-642-63132.
28. Liang, Y.; Elgendi, M.; Chen, Z.; Ward, R. An Optimal Filter for Short Photoplethysmogram Signals. *Sci. Data* **2018**, *5*, 180076. [CrossRef] [PubMed]
29. Ram, M.R.; Madhav, K.V.; Krishna, E.H.; Komalla, N.R.; Reddy, K.A. A Novel Approach for Motion Artifact Reduction in PPG Signals Based on AS-LMS Adaptive Filter. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **2012**, *61*, 1445–1457. [CrossRef]
30. Peng, F.; Zhang, Z.; Gou, X.; Liu, H.; Wang, W. Motion Artifact Reduction from Photoplethysmographic Signals by Combining Temporally Constrained Independent Component Analysis and Adaptive Filter. *BioMed. Eng. Online* **2014**, *13*, 50. [CrossRef]
31. Waugh, W.; Allen, J.; Wightman, J.; Sims, A.J.; Beale, T.A.W. Novel Signal Noise Reduction Method through Cluster Analysis, Applied to Photoplethysmography. *Comput. Math. Methods Med.* **2018**, *2018*, e6812404. [CrossRef]
32. Yan, Y.; Poon, C.C.; Zhang, Y. Reduction of Motion Artifact in Pulse Oximetry by Smoothed Pseudo Wigner-Ville Distribution. *J. NeuroEng. Rehabil.* **2005**, *2*, 3. [CrossRef]
33. Sviridova, N. Detection of Preprocessing-Induced Changes in Chaotic Characteristics of Human Photoplethysmogram. In Proceedings of the International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications, Kuala Lumpur, Malaysia, 2–6 December 2019; pp. 540–543.
34. Badii, R.; Broggi, G.; Derighetti, B.; Ravani, M.; Ciliberto, S.; Politi, A.; Rubio, M.A. Dimension Increase in Filtered Chaotic Signals. *Phys. Rev. Lett.* **1988**, *60*, 979–982. [CrossRef]
35. Liang, Y.; Chen, Z.; Liu, G.; Elgendi, M. A New, Short-Recorded Photoplethysmogram Dataset for Blood Pressure Monitoring in China. *Sci. Data* **2018**, *5*, 180020. [CrossRef]

36. Sviridova, N.; Ikeguchi, T. Application of Recurrence Quantification Analysis to Hypertension Photoplethysmograms. In Proceedings of the International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications 2020, Virtual Online Conference, 16–19 November 2020; pp. 56–58.
37. Sato, S.; Miao, T.; Oyama-Higa, M. Studies on Five Senses Treatment. In *Knowledge-Based Systems in Biomedicine and Computational Life Science*; Pham, T.D., Jain, L.C., Eds.; Studies in Computational Intelligence; Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2013; pp. 155–175, ISBN 978-3-642-33015-5.
38. Webber, C.L.; Zbilut, J.P. Dynamical Assessment of Physiological Systems and States Using Recurrence Plot Strategies. *J. Appl. Physiol.* **1994**, *76*, 965–973. [\[CrossRef\]](#)
39. Marwan, N.; Carmen Romano, M.; Thiel, M.; Kurths, J. Recurrence Plots for the Analysis of Complex Systems. *Phys. Rep.* **2007**, *438*, 237–329. [\[CrossRef\]](#)
40. Marwan, N. How to Avoid Potential Pitfalls in Recurrence Plot Based Data Analysis. *Int. J. Bifurc. Chaos* **2011**, *21*, 1003–1017. [\[CrossRef\]](#)
41. Hertzman, A.B. Photoelectric Plethysmography of the Fingers and Toes in Man. *Proc. Soc. Exp. Biol. Med.* **1937**, *37*, 529–534. [\[CrossRef\]](#)
42. Maeda, Y.; Sekine, M.; Tamura, T.; Suzuki, T.; Kameyama, K. Performance Evaluation of Green Photoplethysmography. *J. Life Support Eng.* **2007**, *19*, 183. [\[CrossRef\]](#)
43. Maeda, Y.; Sekine, M.; Tamura, T. The Advantages of Wearable Green Reflected Photoplethysmography. *J. Med. Syst.* **2011**, *35*, 829–834. [\[CrossRef\]](#)
44. Gagge, A.P.; Stolwijk, J.A.J.; Hardy, J.D. Comfort and Thermal Sensations and Associated Physiological Responses at Various Ambient Temperatures. *Environ. Res.* **1967**, *1*, 1–20. [\[CrossRef\]](#)
45. Přibil, J.; Přibilová, A.; Frolo, I. Comparison of Three Prototypes of PPG Sensors for Continual Real-Time Measurement in Weak Magnetic Field. *Sensors* **2022**, *22*, 3769. [\[CrossRef\]](#)
46. Leitner, J.; Chiang, P.-H.; Dey, S. Personalized Blood Pressure Estimation Using Photoplethysmography: A Transfer Learning Approach. *IEEE J. Biomed. Health Inform.* **2022**, *26*, 218–228. [\[CrossRef\]](#)
47. Sviridova, N.; Sawada, K.; Ikeguchi, T. Consistency of Determinism Detection in Sparse Photoplethysmogram Recordings. In Proceedings of the BIBE2022: The Sixth International Conference on Biological Information and Biomedical Engineering, Online, 19–20 July 2022; pp. 1–4.
48. Rössler, O.E. An Equation for Continuous Chaos. *Phys. Lett. A* **1976**, *57*, 397–398. [\[CrossRef\]](#)
49. Takens, F. Detecting Strange Attractors in Turbulence. In *Dynamical Systems and Turbulence, Warwick 1980*; Rand, D., Young, L.-S., Eds.; Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 1981; pp. 366–381.
50. Sauer, T.; Yorke, J.A.; Casdagli, M. Embedology. *J. Stat. Phys.* **1991**, *65*, 579–616. [\[CrossRef\]](#)
51. Kennel, M.B.; Brown, R.; Abarbanel, H.D.I. Determining Embedding Dimension for Phase-Space Reconstruction Using a Geometrical Construction. *Phys. Rev. A* **1992**, *45*, 3403–3411. [\[CrossRef\]](#)
52. Albano, A.M.; Muench, J.; Schwartz, C.; Mees, A.I.; Rapp, P.E. Singular-Value Decomposition and the Grassberger-Procaccia Algorithm. *Phys. Rev. A* **1988**, *38*, 3017–3026. [\[CrossRef\]](#) [\[PubMed\]](#)
53. Thiel, M.; Romano, M.C.; Kurths, J.; Meucci, R.; Allaria, E.; Arecchi, F.T. Influence of Observational Noise on the Recurrence Quantification Analysis. *Phys. D Nonlinear Phenom.* **2002**, *171*, 138–152. [\[CrossRef\]](#)
54. Anton, H.; Bivens, I.; Davis, S. *Calculus*, 7th ed.; Anton, H., Bivens, I., Davis, S., Eds.; John Wiley & Sons: New York, NY, USA, 2002; ISBN 978-0-471-43312-5.
55. Rubenstein, D.A.; Yin, W.; Frame, M.D. *Biofluid Mechanics: An Introduction to Fluid Mechanics, Microcirculation, and Microcirculation*; Academic Press: Cambridge, MA, USA, 2021; ISBN 978-0-12-818034-1.
56. Baselli, G.; Cerutti, S.; Porta, A.; Signorini, M.G. Short and Long Term Non-Linear Analysis of RR Variability Series. *Med. Eng. Phys.* **2002**, *24*, 21–32. [\[CrossRef\]](#)

Paper

Investigation of the structural features of word co-occurrence networks with increasing numbers of connected words

Kihei Magishi^{1a)}, Tomoko Matsumoto², Yutaka Shimada³, and Tohru Ikeguchi^{1,4}

¹ Department of Information and Computer Technology, Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science
6-3-1 Niijuku, Katsushika-ku, Tokyo 125-8585, Japan

² Institute of Arts and Sciences, Tokyo University of Science
1-3 Kagurazaka, Shinjuku-ku, Tokyo 162-0081, Japan

³ Department of Information and Computer Sciences, Graduate School of Science and Engineering, Saitama University
255 Shimo-Okubo, Sakuraku, Saitama-Shi, Saitama 338-8570, Japan

⁴ Department of Information and Computer Technology, Faculty of Engineering, Tokyo University of Science
6-3-1 Niijuku, Katsushika-ku, Tokyo 125-8585, Japan

^{a)} magikihe@hisenkei.net

Received October 18, 2021; Revised December 18, 2021; Published April 1, 2022

Abstract: Word co-occurrence networks (WCNs) are a major tool used to analyze languages quantitatively. In a WCN, the vertices are words (morphemes), and the edges connect n consecutive words in a sentence on the basis of the n -gram. Most studies use WCNs transformed at $n = 2$. In this study, we investigated the changes in the structural features of WCNs when n increases using four types of documents for eight languages. We found that WCNs with $n \geq 3$ reflect features of the languages that do not appear when $n = 2$ and that some structural features evaluated by network measures depend on the text data.

Key Words: language, word co-occurrence network, clustering coefficient, average shortest-path length, case marker, the New Testament of the Christian Bible

1. Introduction

There exist at least 6,800 different languages in the world, and they have several commonalities and differences. To evaluate these features of various languages, researchers have conducted quantitative analyses of languages from the viewpoint of complex network theory recently [1–11]. These studies mainly use a word co-occurrence network (WCN) or a syntactic dependency network (SDN). A WCN is constructed by connecting vertices corresponding to n consecutive words in a sentence, based on the n -gram. It is used for document classification and author classification because it captures the stylistic attributes of text documents reasonably well [1–4]. On the other hand, an SDN is constructed

by connecting vertices corresponding to words when syntactic dependencies exist between the words. Although SDNs have the advantage of reflecting the grammatical structure and are often used to analyze the differences in multiple languages [6], the construction algorithm of SDNs requires that a dependency relationship exists between the words. In this sense, the cost of constructing SDNs is higher than that of WCNs. On the other hand, recent researches on WCNs have revealed that WCNs can reflect some characteristic features of multiple languages. For example, a comparison of WCNs between Chinese and English revealed that both languages have small-world and scale-free properties, with English having a smaller average shortest-path length and a larger clustering coefficient than Chinese [7]. Additionally, a study conducted of six different languages demonstrated that the pairs of French and Spanish, Russian and Arabic, and Chinese and English have similar structural features of WCNs, and they are independent of their language families [8]. Furthermore, the local structure of WCNs is likely to reflect the basic word order and functions of each word (morpheme) [9]. The results of these studies suggest that WCNs can also capture the syntactic features of languages. However, even though these studies have opened up the possibility that WCNs can be used to analyze the syntactic features of multiple languages, these previous studies have investigated WCNs exclusively with $n = 2$. Thus, the relationship between distant words, including dependency relationships, are not included into WCNs with $n = 2$ [10, 11].

In this study, to capture the syntactic dependency relations that are not reflected when $n = 2$, we investigated WCNs with increasing n . This is because WCNs with $n \geq 2$ reflect the relationship between distant words in sentences. Hence, the structural features of WCNs caused by increasing n are thought to differ depending on the language, and we could find features of the languages that are not apparent in WCNs when $n = 2$. On the other hand, increasing n may make WCNs more dependent on the document content because word co-occurrence captures stylistic attributes [1–4]. Therefore, we investigated the structural features of WCNs with increasing n from two perspectives: changes in the structural features of the WCNs when n increases, and changes in the structural features of WCNs created using different text data. To perform these analyses, we used four text datasets in eight languages belonging to four different language families: the New Testament of the Christian Bible, the United Nations (UN) proceedings, the Paris Agreement, and several novels.

2. Text data

Our datasets consisted of eight different languages classified into four language families: Indo-European (Greek, English, German, French, and Russian), Uralic (Finnish), Japanese, and Sino-Tibetan (Chinese). We analyzed four types of text documents (see (i)–(iv) below) to investigate whether the features of the document content influence the structural features of WCNs.

Our main dataset was (i) the New Testament of the Christian Bible [12]: Gospels of Matthew, Mark, Luke, and John. The New Testament of the Christian Bible is a useful dataset for multiple language analyses because biblical texts have various translations, and we can analyze text data with the same document content across different languages.

To assess whether the features of the document contents affect the structural features of WCNs, we additionally used (ii) “Implementation of the outcome of the World Summit for Social Development and of the twenty-fourth special session of the General Assembly” (IMP) and “Policies and programmes involving youth” (POL) in the UN proceedings [15], and (iii) “REGULATION (EC) No. 561/2006 OF THE EUROPEAN PARLIAMENT AND OF THE COUNCIL” (REPC) [16] in the Paris Agreement, which describe the same textual contents using different languages. Note that they have several footnotes written in different languages from that of the main text and we thus deleted all the footnotes.

To compare datasets (i)–(iii) to documents with the different textual contents, we also used (iv) novels obtained from the website “Aozora bunko” [13] in Japanese and “Project Gutenberg” [14] in other languages, which are the same documents used in [9]. Table I summarizes the basic information of the datasets for text documents (i)–(iv).

Table I. Summary of datasets. (i) The New Testament of the Christian Bible, (ii) the UN proceedings, (iii) the Paris Agreement, and (iv) novels. Double circles (⊙) denote a document translated into two versions, circles (○) denote a document translated into a single language, and crosses (×) denote no documents translated into any languages.

Language family		Indo-European					Uralic	Japanese	Sino-Tibetan
Language		Greek	English	German	French	Russian	Finnish	Japanese	Chinese
(i)	Matthew	⊙	⊙	○	⊙	○	○	⊙	○
	Mark	⊙	⊙	○	⊙	○	○	⊙	○
	Luke	⊙	⊙	○	⊙	○	○	⊙	○
	John	⊙	⊙	○	⊙	○	○	⊙	○
(ii)	IMP(2011)	×	○	○	○	○	×	×	○
	IMP(2016)	×	○	○	○	○	×	×	○
	IMP(2018)	×	○	○	○	○	×	×	○
	POL(2019/10/09)	×	○	×	○	○	×	×	○
	POL(2019/07/16)	×	○	×	○	○	×	×	○
(iii)	REPC	○	○	○	○	○	○	○	○
	The Baskervilles	×	○	×	×	×	○	×	×
	The Pictures of Dorian Gray	×	○	×	○	×	○	×	×
	Gulliver's Travels	×	×	×	○	×	○	○	×
(iv)	La Mer	×	○	×	○	×	×	×	×
	The Adventure of Tom Sawyer	×	○	○	×	×	○	×	×
	Treasure Island	×	○	○	×	×	○	○	×
	The Windmill	×	○	×	○	×	○	×	×
	A Christmas Carol	×	○	○	○	×	×	○	×

3. Method

First, we divided a sentence into a prototype of words and obtained their parts of speech (PoSs) by using morphological analysis tools: Mecab [17] for Japanese, Tree-tagger [18] for Chinese, and RNN-tagger [19] for other languages. Then, we treated the pair of the prototype and its PoS as a vertex in a WCN. By assigning PoS attributes to the vertices, we can distinguish between homonyms. Next, we created unweighted and undirected WCNs with $n = 2, 3, \dots, 8$. This is because the average length of a sentence in our datasets is 6.33 words and thus it would be sufficient to set $n = 8$. In the WCNs, vertices are words and n successive words in at least one sentence are connected to each other, where a word (morpheme) is a sole distinct conceptual unit in each language in this study and each vertex uniquely corresponds to each word. Here, two conditions must be satisfied: edges crossing punctuation are not allowed; and punctuation marks, half-punctuation marks, and symbols are excluded.

If a WCN transformed from a document is split into two or more subnetworks by this method, we used the largest connected subnetwork as an analysis target. This is because the largest connected subnetwork is incomparably larger than the others in many cases. Therefore, the largest connected subnetwork is essential for capturing the characteristics of the co-occurrence relations of words in sentences that are the subject of our analysis. Figure 1 shows an example of transforming documents into a WCN with $n = 2, 3, 4$.

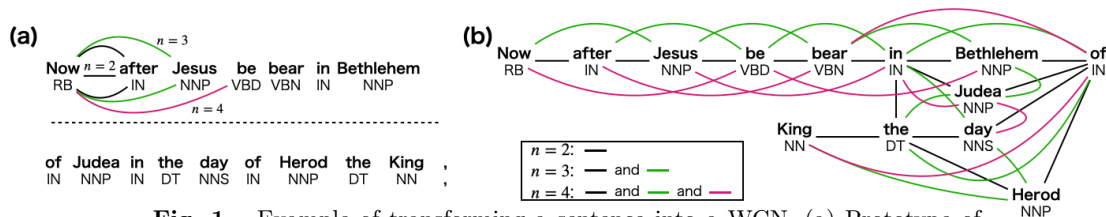


Fig. 1. Example of transforming a sentence into a WCN. (a) Prototype of words in an original sentence of the Gospel of Matthew and (b) WCNs created from the sentence in (a) as $n = 2, 3, 4$. The upper part of each vertex expresses a prototype of the word and the lower part expresses the PoS tag [20].

4. Results and discussion

We calculated six measures: the total number of words; the number of vertices; the density defined by $2E/N(N-1)$, where N is the number of vertices and E is the number of edges; the triangle clustering coefficient (C_3) [21]; the square clustering coefficient (C_4) [22]; and the average shortest-path length (L) [21]. The frequency of connected subgraphs with three and four vertices are measured by C_3 and C_4 , which are useful for quantifying the local structural characteristics of the network. The average shortest-path length between two vertices quantifies the global structural characteristics of the network.

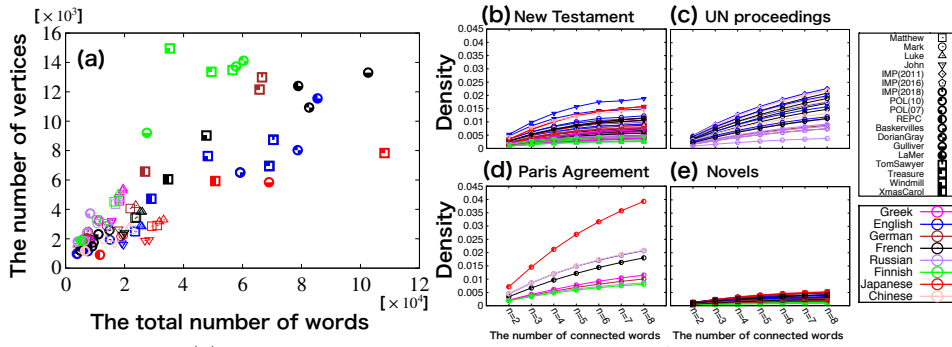


Fig. 2. (a) Relationship between the total number of words and the number of vertices; (b)–(e) the density of each WCN when n increases.

Figure 2(a) show that the total number of words and the number of vertices in WCNs are linearly correlated. In other words, the number of vertices in WCNs depends on the total number of words in the text data.

Figure 2(b)–(e) shows that the density of WCNs increases with n but the rate of increase of the density slows as n increases. One of the reasons why the rate of increase of the number of edges decreases is that overlapping connections between words appear with increasing n .

From Fig. 2, the density is almost inversely proportional to the number of vertices in all the text datasets. This is because the total number of possible edges (${}_NC_2$) becomes larger in the order of N^2 depending on the number of vertices. Hence, when the number of words is large, the WCN becomes sparse. These results suggest that the number of vertices and the densities depend on the total number of words in the document. Thus, the structural features of the WCNs may differ for each set of text data as n increases because the total number of words in the four text documents used in this study differ.

Next, we calculated C_3 , C_4 , and L to investigate the changes in the structural features of the WCNs as n varies. Figure 3 shows the results of C_3 , C_4 , and L . Note that the values of C_3 , C_4 , and L are normalized by the corresponding average values of C_3 , C_4 , and L obtained from 500 random networks created by randomly rewiring the edges in the original WCN such that the degrees of the vertices are preserved.

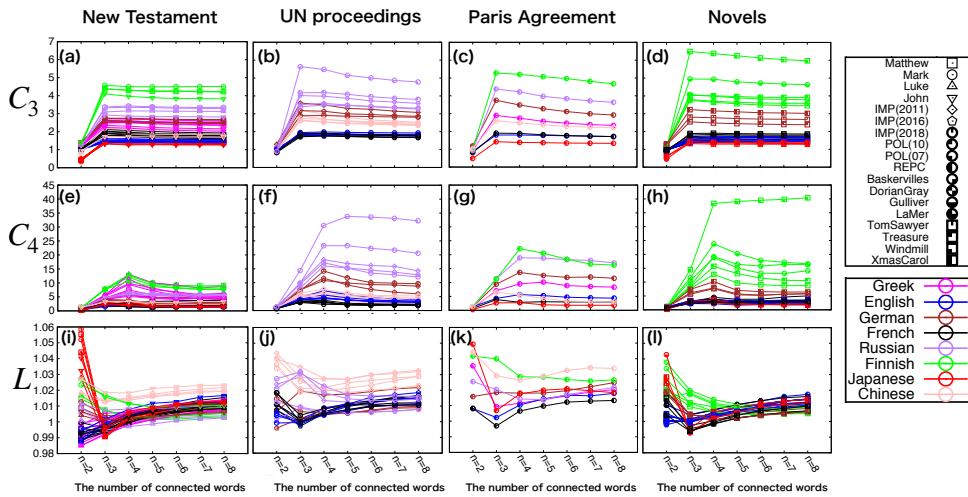


Fig. 3. Network measures: (a)–(d) triangle clustering coefficient; (e)–(h) square clustering coefficient; and (i)–(l) average shortest-path length.

Figure 3(a)–(d) shows that the value of C_3 increases for all languages when n increases from two to three. This is because three consecutive words inevitably form a triangle when $n = 3$. However, we found that the WCNs of Japanese (red) and Finnish (green) have different structural features

from those of the other languages; the rate of increase of C_3 in these two languages is higher than that in other languages. For example, the value of C_3 of Japanese increases from 0.45 to 1.42, and that of Finnish increases from 1.26 to 4.38 in the Gospel of Matthew. These two languages have rich case markers; for example, case particles in Japanese that attach to nouns and thereby determine the meanings of sentences. This means that two words separated by a case marker when $n = 2$ is connected when $n = 3$. On the other hand, when $n \geq 3$, the values of C_3 for each language remain almost unchanged.

In Fig. 3(a)–(d), the value of C_3 changes little regardless of the text data even when n increases. In other words, the value of C_3 does not change regardless of whether the WCNs are sparse or dense (Fig. 2(b)–(e)).

Figure 3(e)–(h) shows that the value of C_4 increases for all languages when n increases from three to four. This is because four consecutive words inevitably form a square with each other when $n = 4$. Additionally, we found that the values of C_4 show different tendencies between Japanese and Finnish as well as the values of C_3 , which indicates that Japanese and Finnish can be distinguished.

Comparing Fig. 3(e)–(h), we found that the values of C_4 are significantly different between the text documents. This result suggests that C_4 is more sensitive to differences in document content than C_3 . The results imply that C_4 of WCNs with $n \geq 2$ is likely to reflect the intrinsic features of each text rather than grammatical characteristics. On the other hand, we found that although the values of C_4 vary with the document content, the rank order of the value of C_4 of each language remains unchanged in each text data. This reveals that it is important to analyze WCNs created from text data with the same document content when comparing the structural features of WCNs by C_4 .

Figure 3(i)–(l) shows that the values of L approach approximately unity as n increases. This is because the shortcuts on WCNs increase as n increases. Furthermore, the change in the value of L of Japanese (red) is larger than other languages when n increases from two to three while that of Finnish (green) is almost the same as the other languages. Thus, we determined that there is a difference in the rate of increase of the value of L as n increases, even while we can capture a common feature that the value of L in Japanese and Finnish is high with $n = 2$. In other words, these results also indicate that we can distinguish Japanese and Finnish by the change in the value of L when n increases.

From Fig. 3(i)–(l), we can see that the values and ranges of L are almost independent of the document content. Therefore, the value of L changes little regardless of the text data even when n increases.

5. Conclusion

We investigated the structural features of WCNs created from four types of documents for eight languages when n increases. Our results are twofold. First, WCNs with $n \geq 3$ reflect the features of languages that do not appear when $n = 2$. For example, C_3 and L obtained from WCNs with $n \geq 3$ can reflect the features of the case markers of Japanese and Finnish. Second, some values of the network measures depend on the text data: the number of words, the number of vertices, the density, and C_4 depend on the text data. By contrast, C_3 and L apparently are independent of the text data in terms of the rank order of their values. Hence, document content affects the structural features of WCNs. Consequently, an important future aspect of our work is to investigate how our results change when WCNs are constructed from various types of documents. These results suggest that language analysis based on WCNs with increasing numbers of connected words is a promising approach toward revealing the common and distinctive features of multiple languages. Therefore, this study contributes to the understanding of the commonalities and differences between languages. Nevertheless, there is a possibility that these results might change depending on the morphological analysis tools employed. Thus, it is important to investigate the robustness of our results against changes in the morphological analysis tools.

In our future work, it will be necessary to focus on the PoS and to examine the relationship between the PoSs and the structural features of WCNs when n increases. In particular, the PoSs may significantly affect the structural features of WCNs created from languages with rich case markers, such as Japanese and Finnish. This is because two words separated by a case marker are connected

when n increases. Hence, by analyzing the structural features of WCNs when n is increased from the perspective of the PoS, we can clarify the differences in the components of WCNs in each language. This future work will be able to ascertain the robustness of the WCN to adequately capture grammatical structures.

This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers JP18K12701, JP20H00596, JP21H03514 and JP21H03508.

References

- [1] D. R. Amancio, E. G. Altmann, O. N. Oliveira Jr, and L. F. Costa, “Comparing intermittency and network measurements of words and their dependence on authorship,” *New Journal of Physics*, vol. 13, no. 12, 123024, 2011.
- [2] D. R. Amancio, O. N. Oliveira Jr, and L. F. Costa, “Identification of literary movements using complex networks to represent texts,” *New Journal of Physics*, vol. 14, no. 4, 043029, 2012.
- [3] D. R. Amancio, O. N. Oliveira Jr, and L. F. Costa, “Structure–semantics interplay in complex networks and its effects on the predictability of similarity in texts,” *Physica A*, vol. 391, no. 18, pp. 4406–4419, 2012.
- [4] D. R. Amancio, “Authorship recognition via fluctuation analysis of network topology and word intermittency,” *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, vol. 2015, no. 3, P03005, 2015.
- [5] D. R. Amancio, M. GV. Nunes, O. N. Oliveira Jr, and L. F. Costa, “Extractive summarization using complex networks and syntactic dependency,” *Physica A*, vol. 391, no. 4, pp. 1855–1864, 2012.
- [6] O. Abramov and A. Mehler, “Automatic language classification by means of syntactic dependency networks,” *Journal of Quantitative Linguistics*, vol. 18, no. 4, pp. 291–336, 2011.
- [7] L. Wei, S. Yuming, C. K. Tse, L. Jing, W. Yanli, and C. Xunqiang, “Comparison of co-occurrence networks of the Chinese and English languages,” *Physica A*, vol. 388, no. 23, pp. 4901–4909, 2009.
- [8] G. Yuyang, L. Wei, S. Yuming, and H. Qiuling, “Comparison of directed and weighted co-occurrence networks of six languages,” *Physica A*, vol. 393, pp. 579–589, 2014.
- [9] Y. Shimada, M. Tatara, K. Fujiwara, and T. Ikeguchi, “Formation mechanisms of local structures in language networks,” *Europhysics Letters*, vol. 127, no. 5, 56003, 2019.
- [10] D. R. Amancio, E. G. Altmann, D. Rybski, O. N. Oliveira Jr, and L. F. Costa, “Probing the statistical properties of unknown texts: Application to the Voynich manuscript,” *PLoS One*, vol. 8, no. 7, e67310, 2013.
- [11] R. F. i Cancho, R. V. Solé, and R. Köhler, “Patterns in syntactic dependency networks,” *Physical Review E*, vol. 69, no. 5, 051915, 2004.
- [12] <https://www.bible.or.jp/> (2020-03-24); <http://www.cerbafaso.org/> (2020-04-16); <http://www.nic.funet.fi/> (2020-04-20); <https://www.biblegateway.com/> (2020-04-26); <https://www.bebliia.com/> (2020-04-28)
- [13] <http://www.aozora.gr.jp>.
- [14] <http://www.gutenberg.org>.
- [15] <https://documents.un.org/> (2021-06-16)
- [16] <https://eur-lex.europa.eu/> (2021-06-23); <https://www.mofa.go.jp/> (2021-06-23); <https://unfccc.int/process-and-meetings/the-paris-agreement/> (2021-06-23)
- [17] <http://taku910.github.io/mecab/> (2020-01-04)
- [18] <https://www.cis.uni-muenchen.de/~schmid/tools/TreeTagger/> (2020-04-27)
- [19] <https://www.cis.uni-muenchen.de/~schmid/tools/RNNTagger/> (2021-07-21)
- [20] <https://www.cis.lmu.de/~schmid/tools/TreeTagger/> (2021-08-26)
- [21] D. J. Watts and S. H. Strogatz, “Collective dynamics of ‘small-world’ networks,” *Nature*, vol. 393, no. 6684, pp. 440–442, 1998.
- [22] P. G. Lind, M. C. Gonzalez, and H. J. Herrmann, “Cycles and clustering in bipartite networks,” *Physical Review E*, vol. 72, no. 5, 056127, 2005.

Paper

Statistical analysis of usage history of bicycle sharing systems

Honami Tsushima^{1a)} and Tohru Ikeguchi^{1,2}

¹ *Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science, 6-3-1 Niijuku, Katsushika-ku, Tokyo 125-8585, Japan*

² *Faculty of Engineering, Tokyo University of Science, 6-3-1 Niijuku, Katsushika-ku, Tokyo 125-8585, Japan*

^{a)} *honami@hisenkei.net*

Received October 18, 2021; Revised December 18, 2021; Published April 1, 2022

Abstract: In bicycle sharing systems (BSSs), developing effective strategies for rebalancing bicycles in real BSS require building realistic benchmark instances from the actual usage history of rented and returned bicycles. Thus, in this study, we analyzed real BSSs in Boston; Washington, D.C.; New York; and Chicago. First, we investigated whether excess and lack of bicycles were generated for the four BSSs and found that excess and lack of bicycles existed for all BSSs. Next, to determine the temporal patterns of rented and returned BSSs bicycles, we treated the usage history data of rental and return timings as a point process. To analyze the point process data, we used a raster plot, the coefficient of variation (C_V) and the local variation (L_V) of the inter-event-intervals (IEIs) for the rental and return timings. The results of L_V suggested that the statistical characteristics of the temporal patterns of events of rented and returned bicycles among the four BSSs were similar for both weekdays and weekends, and for daytime (8:00–20:59) and all day (24h). The results also suggested that the statistical characteristics of the temporal patterns of events of rented and returned bicycles in New York follow the Poisson process and those in the other cities (Boston, Washington, D.C., and Chicago) did not necessary follow the Poisson process.

Key Words: bicycle sharing system, point process, usage history data

1. Introduction

Bicycle sharing systems (BSSs) have become a celebrated public transport system, because they are more convenient than conventional public transport system and can reduce CO₂ emissions [1] and traffic congestion. A BSS is a system comprising many ports and bicycles installed in a city. Users can rent and return bicycles from any port, and do not have to return their bicycles to the same port from which they originally rented them. Then, users typically take BSS bicycles in one direction, which makes the number of bicycles at each port unbalanced. To overcome this problem, capacitated vehicles are needed to relocate bicycles across ports. Thus, there have been many studies about relocating BSS bicycles. We have already proposed a method for finding optimal tours of vehicles in reasonable time frames [2]. In [2], we investigated the performance of the proposed method with original benchmark

instances with randomly placed ports in numerical experiments. However, effective strategies for rebalancing bicycles in a real BSS should be based on realistic benchmark instances. Namely, it is essential to analyze the actual usage history of rented and returned bicycles in real BSSs.

In recent years, the actual real time usage history or port information of BSSs became open to the public. The presence of these has enabled data analyses of actual usage histories and bicycle demand predictions [3–7]. For example, J. Froehlich et al. [3] analyzed the spatiotemporal patterns of bicycle usage in Barcelona called Bicing [4]. They analyzed only weekdays over a 13-week period using a hierarchical clustering technique. As a result, they classified 370 ports into six clusters with three classes of behavior. However, a detailed analysis of the ports was not conducted. A. Kaltenbrunner et al. [5] also analyzed activity patterns of bicycle usage in Bicing [4]. In [5], they only used both weekdays and weekends over a seven-week period for approximately 400 ports. From the results of the analysis, they clarified that there were different usage patterns for weekdays and weekends. Moreover, they picked up four ports from the 400 ports and investigated the change in the number of bicycles per hour. As a result, they observed very different patterns in the four ports. Thus, it is important to investigate how the number of bicycles changes at each port. G. McKenzie [6] conducted a comparative analysis of scooter-share and BSS usage patterns in Washington, D.C. [7]. He investigated the temporal usage patterns of the BSS, and found two peaks (during commuting times) on weekdays. Notably, the behavior of the weekend pattern slightly changed around 5 p.m., demonstrating an increase in use. The study only investigated 269 ports from 523 data ports. These previous studies [3, 5, 6] are interesting, however, they only focused on a part of the ports of one BSS.

In this study, we used the usage history data of rented and returned bicycles from all ports of four real BSSs; Boston; Washington, D.C.; New York; and Chicago. One of the contributions of this study is to conduct a statistical analysis on usage history data and to create realistic benchmark instances, in order to make effective strategies for rebalancing bicycles in a real BSS. Then, we first investigated whether excess and lack of bicycles were generated in the four BSSs. If excess and lack of bicycles does not exist in a BSS, capacitated vehicles do not need to be used to relocate the bicycles. However, if excess and lack of bicycles exists, capacitated vehicles need to be used to relocate the bicycles. The investigation confirmed excess and lack of bicycles in each of the four BSSs. However, there was no significant difference in the number of excess and lack of bicycles among the four BSSs. Next, to determine how the temporal patterns of rented and returned bicycles at each port behave, we treated the usage history data of the timings of rented and returned bicycles as a point process. To analyze the point process data, we used raster plots, the coefficient of variation (C_V), and the local variation (L_V) [8, 9] of the inter-event-intervals (IEIs) for the rental and return timings. The results of raster plots showed periodic patterns, which indicates that many bicycles were used during the daytime and few bicycles were used overnight. The results of L_V suggested that the statistical characteristics of the temporal patterns of events of rented and returned bicycles in New York follow the Poisson process and those in the other cities did not necessary follow the Poisson process.

2. Analysis of usage history of BSSs

In this study, we used actual data from Bluebikes in Boston [10]; Capital Bikeshare in Washington, D.C. [7]; Citi Bike in New York [11]; and Divvy in Chicago[12]. The data contained the dates on which the bicycles were rented and returned; the times at which the bicycles were rented and returned; the IDs and names of start and end ports; and types of users. In this study, we used data from Boston; Washington, D.C.; and New York in 2019 and data from Chicago in 2017. The total numbers of ports in these cities are 320, 565, 794 and 564, respectively.

First, we investigated whether excess and lack of bicycles were generated for the four BSSs. Figure 1 shows the difference between the number of rented and returned bicycles during a day in August. We used August data as it has the highest number of used bicycles through the year, making BSSs in August statistically important. The horizontal axis shows the number of excess and lack of bicycles and the vertical axis shows the frequency distribution. When the value of the horizontal axis is larger than zero, the number of rented bicycles is higher. By contrast, when the value of the horizontal axis

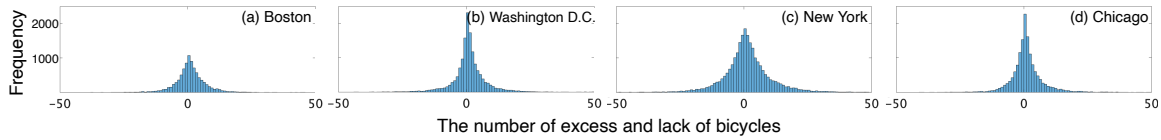


Fig. 1. Difference between the number of rented and returned bicycles on a day.

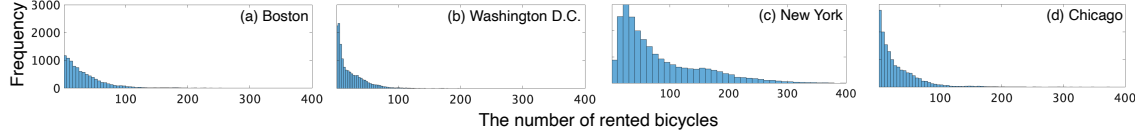


Fig. 2. The number of bicycles rented on a day.

is smaller than zero, the number of returned bicycles is higher. Figure 1 shows that the distributions of excess and lack of bicycles of the four BSSs are symmetric and take the maximum value at zero. It is of note that New York had the largest number of excess and lack of bicycles (Fig. 1(c)). This is because there are many ports and trips in New York.

Figure 2 shows the number of rented bicycles on a day in August. In this study, we only show the results of rented bicycles; however, the results of returned bicycles are similar to those of the rented bicycles. The horizontal axis shows the number of bicycles rented and the vertical axis shows the frequency. The results show that the number of rented and returned bicycles varied greatly between the BSSs. In particular, the New York BSS has a large number of rentals per day. We also investigated months other than August to see whether excess and lack of bicycles were generated in the four BSSs (results are not shown). We found that the results of the other months were similar to those of August. From these results, we confirmed that excess and lack of bicycles existed across the four BSSs and that the New York BSS was the most frequently used of the four BSSs.

Next, we analyzed how the temporal patterns of the events of the rented and the returned bicycles at each port behaved, treating the bicycle rental and return timings data as a point process. We defined the generation of an event as the time when a bicycle was rented or returned. This yielded two point processes: rented and returned.

To analyze these two sets of point process data, we used raster plots, the coefficient of variation (C_V), and the local variation (L_V) [8, 9]. To evaluate the values of C_V and L_V , we calculated the inter-event-intervals (IEIs) for the rental and return timings. Let us define t_i as the i th timing when a bicycle is rented from or returned to a port and t_{i+1} as the $(i+1)$ th timing when a bicycle is rented from or returned to the port. Accordingly, we defined the i th IEI as $T_i = t_{i+1} - t_i$. Using the IEI, we calculated C_V and L_V : $C_V = \sqrt{1/(n-1) \sum_{i=1}^n (T_i - \bar{T})^2 / \bar{T}}$ and $L_V = 1/(n-1) \sum_{i=1}^{n-1} 3(T_i - T_{i+1})^2 / (T_i + T_{i+1})^2$, where n is the number of IEIs and $\bar{T} = 1/n \sum_{i=1}^n T_i$. C_V measures the global variability of all IEIs. If $C_V = 0$, the IEI is regular, and if $C_V = 1$, IEI follows the Poisson process. L_V measures the local variability of IEIs. If $L_V = 0$, IEI is regular, and if $L_V = 1$, the IEI follows the Poisson process.

Figure 3 shows the raster plots of rented bicycles in the four BSSs from the 1st to the 7th August. In this study, we only present the results of rented bicycles; however, the results of returned bicycles were similar to those of the rented bicycles. The horizontal axis shows the time, in minutes, and the vertical axis shows the port ID. From Fig. 3, we can see that a periodic pattern exists, which indicates that many bicycles were used during the daytime and few bicycles were used overnight. Notably, there are many plots for the New York BSS (Fig. 3 (c)), which shows that the New York BSS had the largest number of trips among the four BSSs.

Figure 4 shows a result of C_V for rented bicycles on the first Wednesday of August (a weekday) and the first Saturday of August (a weekend). We only show the results of C_V of rented bicycles; however, the results of C_V of the returned bicycles were similar to those of the rented bicycles. The horizontal axis shows the values of C_V and the vertical axis shows the frequency. In Fig. 4, the blue bars indicate the C_V of the rented bicycles using all hours (24h) of the first Wednesday and Saturday in August. We did not use ports with only one IEI for analysis.

When all hours of a day were used, the most frequent value of C_V was larger than unity for all BSSs. As Fig. 3 shows, users rarely rented a bicycle at midnight. Thus, we calculated the values of C_V by removing events from 21:00–7:59. The orange bars show the results for the values of C_V for rented

bicycles calculated from the IEI for a weekday and a weekend between 8:00 and 20:59 (daytime). We found that the most frequent values of C_V were close to unity for all BSSs. Moreover, we can see that the values of C_V show different patterns between weekdays and weekends.

Next, we investigated C_V values using monthly data because some ports have small daily IEIs. Figure 5 shows a result of C_V for rented bicycles during weekdays and weekends in August. When we deal with multiple days, we need to connect one day to the next day to obtain the IEIs. For example, let us assume that an event occurs on the 1st of August at 23:50 and that the next event occurs on the 2nd of August at 00:05. In this case, the IEI between these events should be 15 [min] with the edge-connecting method [13]. Figure 5 (a) and (b) show that the highest frequent values of C_V for rented bicycles between 8:00 and 20:59 (orange bar) is close to unity in Boston. By contrast, the values of C_V for the other BSSs are larger than unity. However, there was no difference between weekdays and weekends; this result shows a different tendency from that in [5, 6].

This difference may have occurred because temporal patterns of the events of the rented and returned bicycles varied with time. In the four BSSs, many bicycles were used during the daytime and few bicycles were used overnight. Results obtained with C_V may be affected because C_V is sensitive to event generation rate fluctuations [8, 9]. In such a case, L_V is used because L_V can extract the IEIs' characteristics even when the event generation rate is modulated [8, 9]. Thus, we calculated the values of L_V . Figure 6 shows results of L_V for rented bicycles on the first Wednesday (a weekday) and the first Saturday (a weekend). We only show the results for rented bicycles; however, the results of returned bicycles were similar to those for the rented bicycles. In Fig. 6, the highest frequent values of L_V of rented bicycles during the daytime (orange bars) and over the 24h period (blue bars) for a weekday and a weekend were closer to unity than the values of C_V (Fig. 4).

Thus, we estimated 95% confidence interval to check quantitatively whether the values of L_V become unity. In Fig. 6, μ is the average values of L_V with the 95% confidence interval. From the result of Fig. 6, at least the confidence intervals of L_V of the daytime (orange) or over the 24h period (blue) in a weekday (Fig. 6 (a), (c) and (g)) contain unity. Then, the confidence intervals of L_V of the daytime (orange) and over the 24h period (blue) in New York (Fig. 6 (e)) are smaller than unity. By contrast, the confidence intervals of L_V in the other cities (Boston, Washington, D.C. and Chicago) of a weekend (Fig. 6 (b), (d) and (h)) are larger than unity.

Next, to improve the statistical reliability, we investigated L_V values using monthly data (Fig. 7) because some ports have small number of daily IEIs. The confidence intervals of L_V of the daytime (orange) of weekdays in New York (Fig. 7 (e)) and the 24h period (blue) of weekends in New York (Fig. 7 (f)) contain unity. By contrast, the confidence intervals of L_V in the other cities (Fig. 6 (a) ~ (d), (g) and (h)) are larger than unity. These results indicate that the statistical characteristics of the temporal patterns of events of rented and returned bicycles in New York follow the Poisson process and those in the other cities (Boston, Washington, D.C., and Chicago) do not necessary follow the Poisson process and that BSSs in these three cities may have more complex patterns of bicycle rental and return timing. The results also suggest that the statistical characteristics of temporal patterns of events of rented and returned bicycles are similar for weekdays and weekends.

3. Conclusion

In this study, we investigated whether excess and lack of bicycles exist in the four BSSs in Boston; Washington, D.C.; New York; and Chicago. We found that excess and lack of bicycles exist in all BSSs. Next, to determine the behavior of the temporal patterns of the rented and returned BSSs bicycles, we treated the usage history data of the timings of renting and returning the bicycles as a point process. To analyze the point process data, we used a raster plot, the coefficient of variation (C_V), and the local variation (L_V). The raster plot revealed a periodic pattern, which indicates that many bicycles were used during the daytime and few bicycles were used overnight. The results of L_V suggested that the statistical characteristics of the temporal patterns of events of rented and returned bicycles in New York follow the Poisson process and the other cities (Boston, Washington, D.C., and Chicago) did not necessary follow the Poisson process.

One of the goals of our study is to generate more realistic benchmark instances from the statistical

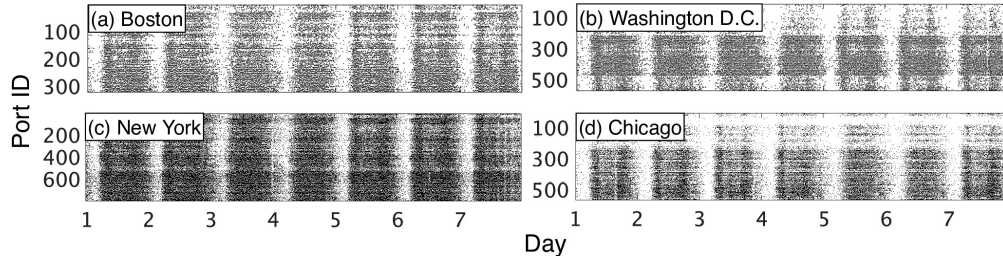


Fig. 3. Raster plots of timings of rented bicycles of the four BSSs.

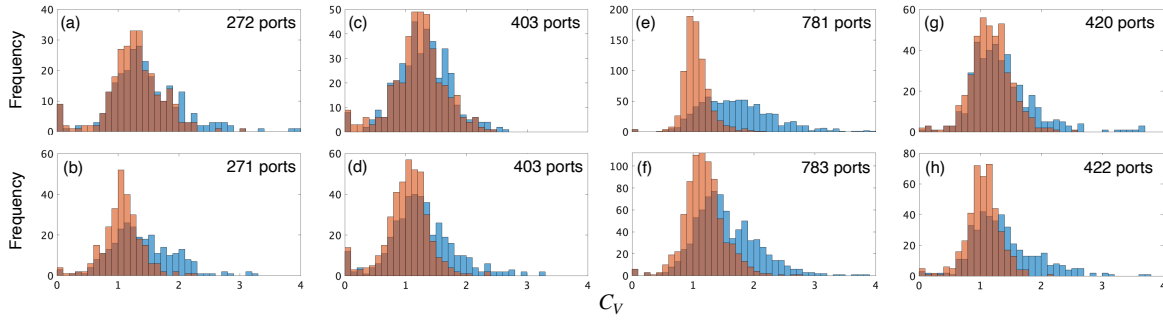


Fig. 4. C_V values of rented bicycles on a day. (a) Weekday and (b) weekend in Boston; (c) weekday and (d) weekend in Washington, D.C.; (e) weekday and (f) weekend in New York; and (g) weekday and (h) weekend in Chicago. The numerals at the top are the numbers of ports used for the analysis.

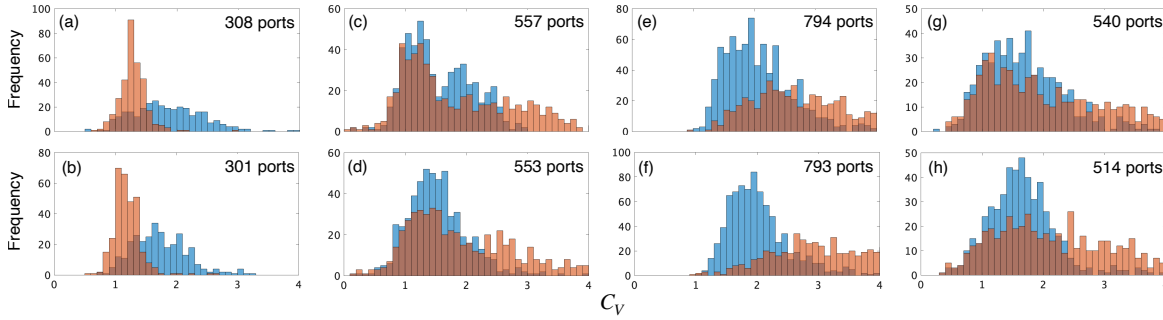


Fig. 5. The same as Fig. 4, but for one month.

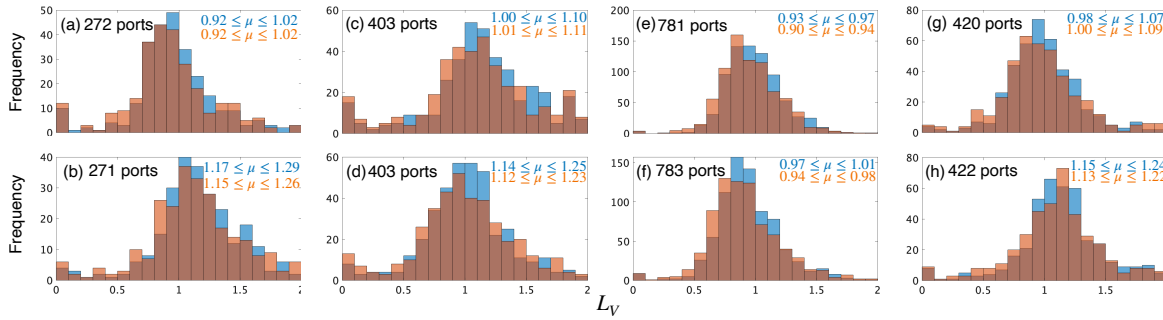


Fig. 6. The same as Fig. 4, but for L_V .

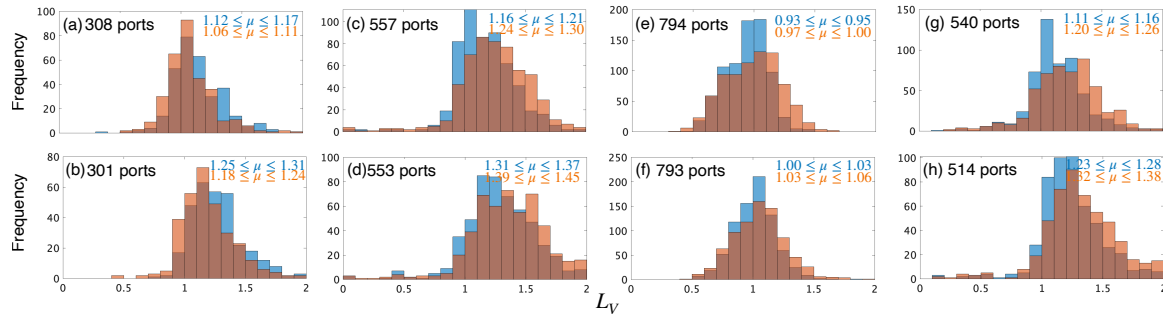


Fig. 7. The same as Fig. 5, but for L_V .

analysis results. For example, the temporal patterns of rented and returned bicycles in New York follow the Poisson process. Thus, we can create realistic benchmark instances whose temporal patterns of rented and returned bicycles follow the Poisson process. Then, using such realistic benchmark instances, we can improve the rebalancing bicycles model that we have already proposed [2].

In this study, we propose a novel approach that treats actual usage data as a point process, using information from all the ports of the four BSSs. The results reveal a different trend from [5, 6]; weekday and weekend show similar temporal patterns. However, there are several points that need to be analyzed. First, we calculated the C_V and L_V of weekdays and weekends for all hours and for daytime hours (8:00–20:59). However, it is important to divide the point process into time windows. For example, if we only use commute times, we can distinguish the characteristics of the ports that are and are not used for commuting.

For the analyses in this study, we used August BSS data, because the number of used bicycles is the highest in a year. However, it is important to investigate whether the statistical characteristics of BSSs vary in other months and to evaluate how seasonality effect affects the number of rented and returned bicycles. It is also necessary to investigate the relationship between the usage history of BSSs and other information, for example, weather, holidays and port locations.

In this study, we only used the timing of the rented and returned bicycles to conduct statistical analysis on real data. However, to clarify the usefulness of our statistical analysis method, we should compare with other system design approaches. One of the possible ways is to analyze not only the timing of rented and returned bicycles, but also analyze information where bicycles are rented and returned, treating the usage history of BSSs as directed networks: we can analyze such network data in terms of complex network theory [14].

This research was partially supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers JP20H000596 and JP21H03514.

References

- [1] Y. Zhang and Z. Mi, “Environmental benefits of bike sharing: A big data-based analysis,” *Applied Energy*, vol. 220, pp. 296–301, 2018.
- [2] H. Tsushima, T. Matsuura and T. Ikeguchi, “Strategy for Exploring Feasible and Infeasible Solution Spaces to Solve a Multiple-Vehicle Bike Sharing System Routing Problem,” *Applied Sciences*, vol. 11, no. 16, 7749, 2021.
- [3] J. Froehlich, J. Neumann and N. Oliver, “Sensing and Predicting the Pulse of the City through Shared Bicycling,” *Twenty-First International Joint Conference on Artificial Intelligence*, 2009.
- [4] Bicing. <https://www.bicing.barcelona/es>.
- [5] A. Kaltenbrunner, R. Meza, J. Grivolla, J. Codina, and R. Banchs, “Urban cycles and mobility patterns: Exploring and predicting trends in a bicycle-based public transport system,” *Pervasive and Mobile Computing*, vol. 6, no. 4, pp. 455–466, 2010.
- [6] G. McKenzie, “Spatiotemporal comparative analysis of scooter-share and bike-share usage patterns in Washington, D.C.,” *Journal of Transport Geography*, vol. 78, pp. 19–28, 2019.
- [7] Capital Bikeshare system data. <https://www.capitalbikeshare.com/system-data>.
- [8] S. Shinomoto, K. Shima and J. Tanji, “Differences in spiking patterns among cortical neurons,” *Neural Computation*, vol. 15, no. 12, pp. 2823–2842, 2003.
- [9] S. Shinomoto, K. Miura and S. Koyama, “A measure of local variation of inter-spike intervals,” *Biosystems*, vol. 79, nos. 1–3, pp. 67–72, 2005.
- [10] Bluebikes system data. <https://www.bluebikes.com/system-data>.
- [11] Citi Bike system data. <https://ride.citibikenyc.com/system-data>.
- [12] Divvy system data. <https://www.divvybikes.com/system-data>.
- [13] K. Fujiwara, H. Suzuki, T. Ikeguchi and K. Aihara, Method for analyzing time-varying statistics on point process data with multiple trials, *Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE*, vol. 6, no. 1, pp. 38–46, 2015.
- [14] e.g., A. L. Barabási, *Network Science*, Cambridge University Press, 2016.

Paper

Non-periodic responses of the Izhikevich neuron model to periodic inputs

Yota Tsukamoto^{1a)}, Honami Tsushima², and Tohru Ikeguchi^{1,2}

¹ Faculty of Engineering, Tokyo University of Science,
6-3-1 Nijuku, Katsushika-ku, Tokyo 125-8585, Japan

² Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science,
6-3-1 Nijuku, Katsushika-ku, Tokyo 125-8585, Japan

^{a)} tsukamoto@hisenkei.net

Received October 18, 2021; Revised December 18, 2021; Published April 1, 2022

Abstract: In the field of neuroscience, it is widely acknowledged that neurons exhibit periodic, quasi-periodic, and chaotic responses to periodic inputs. In this study, we evaluated the responses of the Izhikevich neuron model stimulated by sinusoidal inputs. First, we analyzed the dynamical behavior of the Izhikevich neuron model to the sinusoidal inputs in the state space and found two types of responses: periodic and non-periodic. Next, we obtained the domains of the periodic and non-periodic responses on the frequency–amplitude plane of the sinusoidal inputs by evaluating the diversity index of the inter-spike intervals. Finally, we analyzed the responses of the Izhikevich neuron model using the stroboscopic plot. Consequently, we clarified that a periodic response is a limit cycle and an irregular response is a torus, which implies that the irregular responses of the Izhikevich neuron model stimulated by sinusoidal inputs are quasi-periodic responses.

Key Words: Izhikevich neuron model, quasi-periodicity, diversity index of inter-spike intervals, stroboscopic plot

1. Introduction

The responses of a single neuron stimulated by sinusoidal inputs have been investigated experimentally, and the results have clarified that a neuron exhibits periodic, quasi-periodic, and chaotic responses to periodic inputs. One of the effective methods for identifying the types of neural responses is the stroboscopic plot: state points are sampled on a phase plane at several phases of a periodic input. For example, Hayashi et al. [1] investigated the chaotic responses of *Onchidium* giant neurons to sinusoidal inputs. Using the stroboscopic plot, they found that the state points on the attractor were mixed by the baker's transformation, which has an important mechanism for producing chaotic behavior: an attractor is stretched at some phases and folded at others. Aihara et al. [2] examined squid giant axons stimulated by sinusoidal inputs. Using the stroboscopic plot, they observed that periodic, quasi-periodic, and chaotic responses occurred.

The responses observed in real neurons have also been observed in mathematical neuron models. For example, Aihara et al. [3] investigated the responses of the Hodgkin–Huxley model [4] stimulated

by the sinusoidal inputs and reproduced the complex behavior observed in the squid giant axons. The Hodgkin–Huxley model comprises four ordinary differential equations and can reproduce various spike patterns that are observed in a real neuron. However, although it is one of the most important mathematical neuron models, the Hodgkin–Huxley model is computationally intensive.

Consequently, computationally simple models have been proposed. For example, the Izhikevich neuron model [5] is a computationally simple mathematical neuron model consisting of two ordinary differential equations. Further, it has been confirmed that the model can reproduce various spike patterns observed in real neurons. Farokhniaee et al. [6] studied the responses of the Izhikevich neuron model to sinusoidal inputs from the viewpoint of $n:m$ mode-locked states, where a neuron fires n action potentials per m cycles of sinusoidal inputs. The domains of various $n:m$ mode-locked states were obtained on the frequency–amplitude planes. However, it is also important to investigate whether other irregular responses, such as chaotic or quasi-periodic responses can be observed when the Izhikevich neurons are stimulated by periodic inputs.

In this study, we used the Izhikevich neuron model with the parameter set of a regular spiking (RS) neuron and analyzed the responses to sinusoidal inputs. First, we analyzed the dynamical behavior in the phase plane of the Izhikevich neuron model stimulated by the sinusoidal inputs. Consequently, we discovered that both periodic and non-periodic responses exist. Second, we analyzed the responses of the Izhikevich neuron model by using the diversity index of inter-spike intervals (ISIs) to distinguish between the periodic and irregular responses. Numerical experiments showed that the domains of both periodic responses and non-periodic responses exist on the frequency–amplitude plane of sinusoidal inputs. Third, we investigated the responses using the stroboscopic plot to observe the state points at phases of the sinusoidal inputs. We found that a periodic response is a limit cycle and a non-periodic response is a torus, which indicates that the irregular responses of the Izhikevich neuron model stimulated by sinusoidal inputs are quasi-periodic responses.

2. The Izhikevich Neuron Model

The Izhikevich neuron model [5] is defined by the following two ordinary differential equations:

$$\begin{cases} \dot{v} = 0.04v^2 + 5v + 140 - u + I(t), \\ \dot{u} = a(bv - u). \end{cases} \quad (1)$$

In Eq. (1), v represents the membrane potential of a neuron and u represents the recovery variable, which describes the activation of K^+ ionic currents and the inactivation of Na^+ ionic currents and gives negative feedback to v ; a and b are dimensionless parameters. When $v \geq 30$ [mV], the neuron fires, and both v and u are reset by $v \leftarrow c$ and $u \leftarrow u + d$, where c and d are dimensionless parameters. With a proper parameter set, the Izhikevich neuron model can reproduce various spike patterns [5]. In Eq. (1), $I(t)$ is a time-dependent external input and comprises two terms: the constant term I_{DC} and the periodic term I_{AC} :

$$I(t) = I_{DC} + I_{AC} = I_{DC} + A \sin \frac{2\pi}{T}t, \quad (2)$$

where A is the amplitude and T is the period of the periodic input.

In this study, we set $(a, b, c, d) = (0.02, 0.2, -65, 8)$, which corresponds to an RS neuron [5]. The model was numerically calculated by using the Euler method with the interval $h = 0.01$ [ms]. The firing time t_F is defined by the following linear interpolation when the membrane potential $v(t+h)$ is above 30 [mV] [7]:

$$t_F = t + \frac{30 - v(t)}{v(t+h) - v(t)}h \quad (3)$$

3. Numerical Experiments

3.1 Phase Planes

Figure 1 shows an example of the trajectories of the periodic and irregular responses. In Fig. 1, the states of $0 \leq t < 5,000$ [ms] are omitted as transient states and the states of $5,000 \leq t \leq 5,600$ [ms]

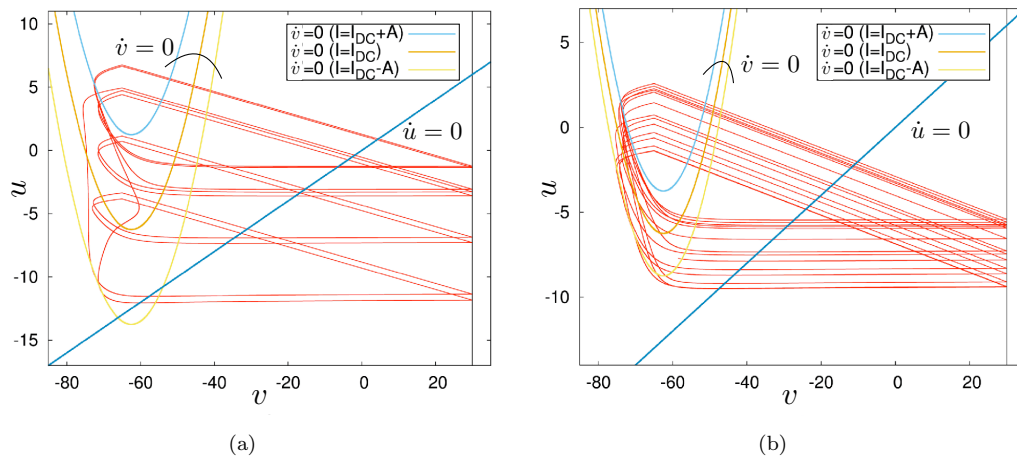


Fig. 1. Trajectories of the Izhikevich neuron model stimulated by sinusoidal inputs. (a) A periodic response ($A = 7.5$ and $T = 200$ [ms]) and (b) an irregular response ($A = 2.5$ and $T = 200$ [ms]).

are plotted. Figure 1(a) is the response when $A = 7.5$ and $T = 200$ [ms]. The trajectory is closed and nine spikes exist in the trajectory; thus, the response is period nine. Figure 1(b) is the response when $A = 2.5$ and $T = 200$ [ms]. The trajectory is not closed, which indicates that the response is not periodic but non-periodic. In Fig. 1(a), the v -nullcline intersects with the u -nullcline if the sinusoidal input takes the minimum value ($I(t) = I_{DC} - A$). By contrast, in Fig. 1(b), the v -nullcline never intersects with the u -nullcline. When the amplitude $A = 6$, the v -nullcline is tangential to the u -nullcline at the minimum value of $I(t)$. These characteristics could play a crucial role in producing the irregular responses of the Izhikevich neuron model stimulated by the sinusoidal inputs.

3.2 The Diversity Index of Inter-Spike Intervals

In Sec. 3.1, we showed that a qualitative difference exists in the behavior of the Izhikevich neuron model stimulated by the sinusoidal inputs. In this section, we introduce a quantitative index to investigate the relationship between the responses and the sinusoidal inputs. Specifically, we use the diversity index of ISIs [8] to evaluate the response of the Izhikevich neuron model. Let us define the i th firing time of the membrane potential v as t_i . Then, we obtain the i th ISI as $s_i = t_{i+1} - t_i$. The diversity index of ISIs is defined as $R = M/N$, where M is the number of different types of ISIs and N is the total number of ISIs [8]. When the responses are irregular, M is close to N . Therefore, R is

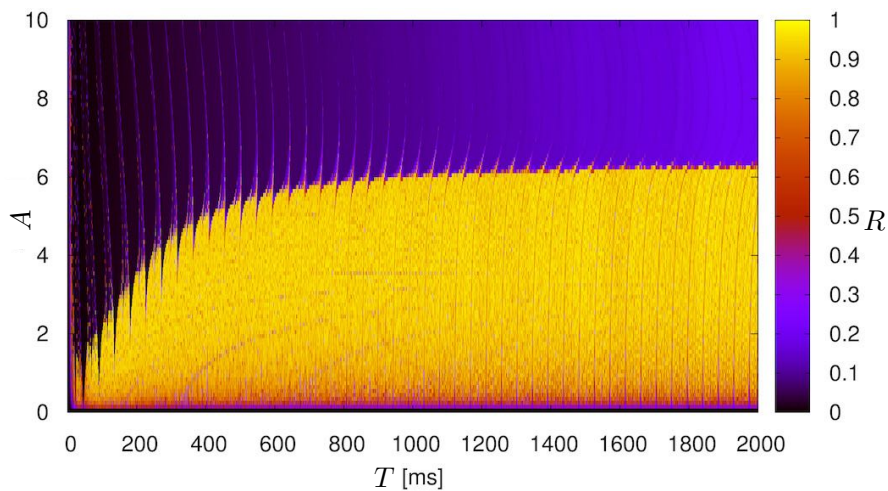


Fig. 2. Diversity indices of ISIs when the amplitude A and the period T are changed.

close to unity for a sufficiently large N . When the responses are periodic, M is significantly smaller than N . Therefore, R is close to zero for a sufficiently large N . Thus, R is larger than zero and less than or equal to unity. In this study, if the i th and j th ISIs are equal to two decimal places, we define them to be the same.

We set $I_{DC} = 10$ and changed the amplitude A over the range of $0 \leq A \leq 10$ in increments of 0.1, and the period T over the range of $1 \leq T \leq 2,000$ [ms] in increments of unity. Spikes of $0 \leq t < 5,000$ [ms] were omitted as transient states, and spikes of $5,000 \leq t \leq 15,000$ [ms] were used to calculate the diversity indices of ISIs.

Figure 2 shows the diversity indices of ISIs. The horizontal and vertical axes represent the period T and the amplitude A of Eq. (2), respectively. The color bar represents the diversity indices of ISIs. In Fig. 2, the region where the diversity indices of ISIs are close to zero corresponds to the periodic responses and the region where the diversity indices of ISIs are close to unity corresponds to the irregular responses. When the period T is relatively small and the amplitudes are less than six, the responses are periodic. As T increases, the boundary between the periodic responses and irregular responses shown in Fig. 2 converges to the amplitude of approximately $A = 6$.

3.3 Stroboscopic Plot

The stroboscopic plot is effective for analyzing non-autonomous dynamical systems with periodic external force. In this method, state points are sampled at a certain phase of the periodic input. The stroboscopic plot has been adopted not only in electrophysiological experiments [1, 2], but also in the analyses of mathematical models. If a finite number of state points are observed using the stroboscopic plot, an attractor is a limit cycle. The n/m synchronized oscillation is a periodic response in which a neuron fires n times during m cycles of a sinusoidal input. When the fundamental period of the n/m synchronized oscillation is equal to the product of m and the period T of a sinusoidal input of Eq. (2), m points are observed by the stroboscopic plot. If a closed curve is observed by the stroboscopic plot, the attractor is a torus, which indicates a quasi-periodic response. In the case of a chaotic response, a set of state points is stretched in the direction of the greatest instability, which leads to sensitive dependence on initial conditions; then, the set is folded onto itself, which leads to the boundedness of an attractor. Such a stretch and fold mechanism is one of the fundamental mechanisms for producing chaotic behavior.

Figure 3 shows the stroboscopic plot of a nine-period response when $A = 7.5$ and $T = 200$ [ms]. Here, the states of $0 \leq t < 5,000$ [ms] are omitted as transient states, and the states of $5,000 \leq t \leq$

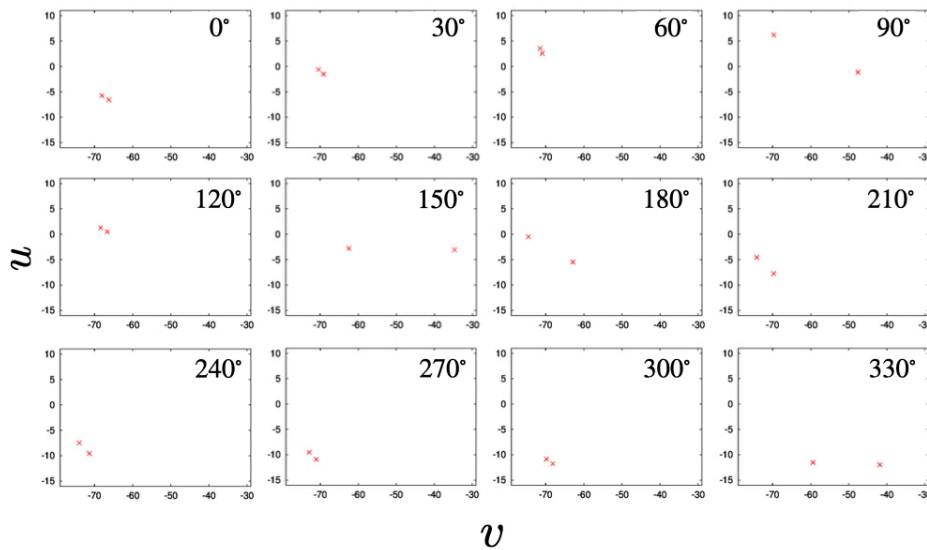


Fig. 3. Stroboscopic plot of a 9/2 synchronized response ($A = 7.5$ and $T = 200$ [ms]).

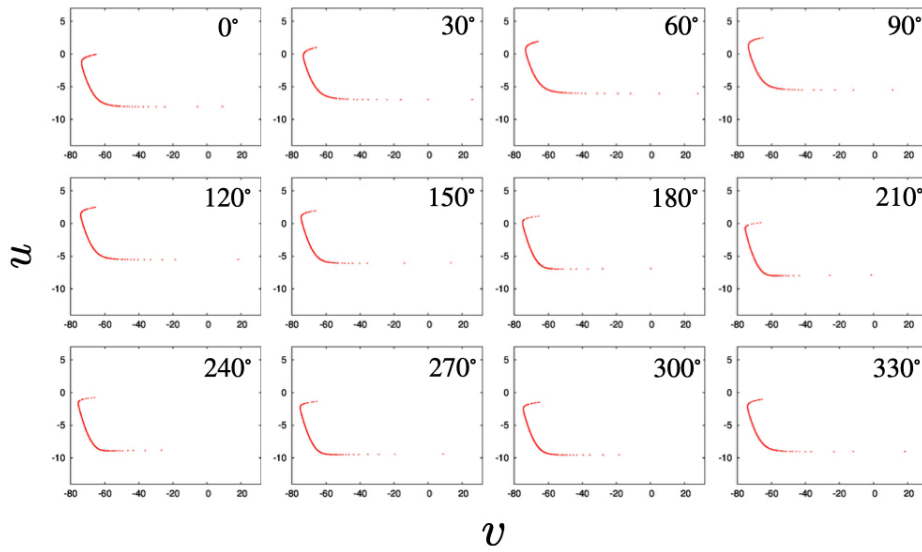


Fig. 4. Stroboscopic plot of an irregular response ($A = 2.5$ and $T = 200$ [ms]).

55,000 [ms] are plotted. The attractor is a limit cycle because two points are observed, as shown in Fig. 3. The trajectory observed in Fig. 1(a) indicates that the response is period nine. Thus, the response is $9/2$ synchronized.

Figure 4 shows the stroboscopic plot of an irregular response when $A = 2.5$ and $T = 200$ [ms]. The attractor is a torus because U-shaped curves are observed, as shown in Fig. 4. The stroboscopic plot shows U-shaped curves instead of closed curves because the variables v and u are reset after the firing of a neuron in this model. The torus trajectory is a characteristic of quasi-periodic responses. Thus, the irregular response shown in Fig. 4 is not chaotic but quasi-periodic.

While examining the responses of the model with the stroboscopic plot by changing the amplitude A and the period T of the sinusoidal inputs, we found some irregular responses whose attractors were not tori. One of the examples is shown in Fig. 5. Figure 5 shows the stroboscopic plot of an irregular response when $A = 1.5$ and $T = 180$ [ms]. The U-shaped curves in the stroboscopic plot at the phases 0° , 60° , 120° , 150° , 240° , and 270° are discontinuous. The curves in the stroboscopic plot at the other phases, 30° , 90° , 180° , 210° , 300° , and 330° , are continuous.

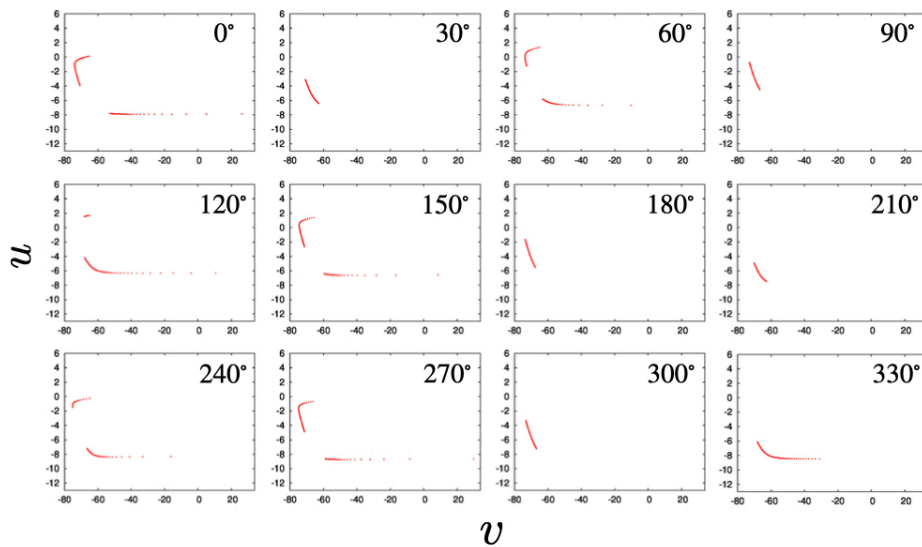


Fig. 5. Stroboscopic plot of an irregular response ($A = 1.5$ and $T = 180$ [ms]).

4. Conclusion

In this study, we analyzed the responses of the Izhikevich neuron model stimulated by sinusoidal inputs. First, we investigated the behavior of the Izhikevich neuron model stimulated by the sinusoidal inputs on the phase plane with nullclines and found that both periodic and non-periodic responses exist. Second, we evaluated the diversity indices of ISIs by changing the amplitude and the period of the sinusoidal inputs. We found that periodic responses are induced by sinusoidal inputs with an amplitude higher than six, and irregular responses are induced by sinusoidal inputs with an amplitude less than six and with a relatively large period. Moreover, we found that the v -nullcline is tangential to the u -nullcline at the minimum value of a sinusoidal input when the amplitude is equal to six. Third, we investigated whether the state points were stretched and folded using the stroboscopic plot. Two distinct points were observed by using the stroboscopic plot of a nine-period response, which indicates that the attractor is a limit cycle. On the other hand, U-shaped curves were observed in the stroboscopic plot of an irregular response, which indicates that the attractor is a torus. This result implies that the irregular responses of the Izhikevich neuron model stimulated by the sinusoidal inputs are quasi-periodic rather than chaotic. Furthermore, the attractors of some irregular responses seem to be neither limit cycles nor tori.

In this study, using the diversity indices and the stroboscopic plot, we analyzed the complex and non-periodic responses of the Izhikevich neuron model stimulated by sinusoidal inputs. However, we did not find any clear evidence of the stretch and fold mechanism solely from the numerical results. One of the possible reasons for this could be due to the reset process in the Izhikevich neuron model. Thus, an important future issue is to analyze the possible chaotic responses of the Izhikevich neuron model by a more direct approach; for example, estimating Lyapunov spectra for dynamical systems with a reset process [9]. Using such an approach, we could evaluate the chaotic responses in the Izhikevich neuron model stimulated by periodic inputs and predict its complex behavior theoretically.

The research of T.I. is partially supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers JP17K00348, JP20H000596, and JP21H03514.

References

- [1] H. Hayashi, S. Ishizuka, M. Ohta, and K. Hirakawa, “Chaotic behavior in the onchidium giant neuron under sinusoidal stimulation,” *Physics Letters A*, vol. 88, no. 8, pp. 435–438, 1982.
- [2] K. Aihara, T. Numajiri, G. Matsumoto, and M. Kotani, “Structures of attractors in periodically forced neural oscillators,” *Physics Letters A*, vol. 116, no. 7, pp. 313–317, 1986.
- [3] K. Aihara, G. Matsumoto, and Y. Ikegaya, “Periodic and non-periodic responses of a periodically forced Hodgkin-Huxley oscillator,” *Journal of Theoretical Biology*, vol. 109, no. 2, pp. 249–269, 1984.
- [4] A. L. Hodgkin and A. F. Huxley, “A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve,” *The Journal of Physiology*, vol. 117, no. 4, pp. 500–544, 1952.
- [5] E. M. Izhikevich, “Simple Model of Spiking Neurons,” *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 14, no. 6, pp. 1569–1572, 2003.
- [6] A. Farokhniaee and E. W. Large, “Mode-locking behavior of Izhikevich neurons under periodic external forcing,” *Physical Review E*, vol. 95, no. 6, 062414, 2017.
- [7] E. M. Izhikevich, “Hybrid spiking models,” *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 368, no. 1930, pp. 5061–5070, 2010.
- [8] N. Sugiura, K. Fujiwara, R. Hosaka, and T. Ikeguchi, “Chaotic response of the Izhikevich neuron model and its statistical analysis,” *IEICE Technical Report*, vol. 113, no. 116, pp. 43–48, 2013, in Japanese.
- [9] F. Bizzarri, A. Brambilla and G. S. Gajani, “Lyapunov exponents computation for hybrid neurons,” *Journal of Computational Neuroscience*, vol. 35, no. 2, pp. 201–212, 2013.

Paper

Similarities of inter-point distance distributions on original and reconstructed attractors

Kazuya Sawada^{1a)}, Yutaka Shimada², and Tohru Ikeguchi^{1,3}

¹ *Department of Information and Computer Technology,
Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science,
6-3-1 Niijuku, Katsushika, Tokyo 125-8585, Japan*

² *Department of Information and Computer Sciences,
Graduate School of Science and Engineering, Saitama University,
255 Shimo-Okubo, Sakuraku, Saitama-shi, Saitama 338-8570, Japan*

³ *Department of Information and Computer Technology,
Faculty of Engineering, Tokyo University of Science,
6-3-1 Niijuku, Katsushika, Tokyo 125-8585, Japan*

^{a)} *sawada@hisenkei.net*

Received October 18, 2021; Revised December 18, 2021; Published April 1, 2022

Abstract: State space reconstruction using time-delay coordinate systems is the most effective and significant technique for analyzing complex time series generated by nonlinear dynamical systems. In this study, we investigated the relationships between reconstruction parameters and the similarity of the structural properties of original and reconstructed attractors. In particular, we investigated the similarities between inter-point distance distributions on original and reconstructed attractors, while varying the reconstruction parameters for reconstructing a dynamical system using a time-delay coordinate system. The results show that the product of the reconstruction dimension and the time-delay should be constant to obtain high similarity.

Key Words: nonlinear time series analysis, delay coordinate system, state space reconstruction, inter-point distances, Jensen–Shannon divergence

1. Introduction

The primary objectives of performing a time series analysis include understanding the characteristics of systems, generating appropriate models, accurately predicting time series, or controlling systems effectively by using time series data. In particular, understanding the characteristics of the systems is paramount. In nonlinear time series analysis, it is widely acknowledged that an attractor of a dynamical system can be reconstructed only from the observed time series, even when all the state variables of the system cannot be observed, through a time-delay coordinate system [1, 2]. Attractors cannot be reconstructed adequately if appropriate reconstruction parameter values are not set while

using the time-delay coordinate system. In particular, it is not easy to set appropriate reconstruction parameters when only a finite data length is available, as in the real world. If an attractor is reconstructed with appropriate parameter values, the geometric structure of the reconstructed attractor is expected to resemble that of the original attractor. The geometric structure of the attractor is closely related to the correlation dimension, and a method of estimating the correlation dimension using the inter-point distance distribution on an attractor has been proposed [3].

Thus, we focus on the inter-point distance distribution on the attractor as a geometric feature and investigate reconstruction parameter values that maximize the similarity between the inter-point distance distributions on attractors by using the Jensen–Shannon (JS) divergence [4]. As a result, we revealed that the inter-point distance distributions on the original and reconstructed attractors are similar when the values of the products of the reconstruction dimension and the time-delay remain constant. It has previously been conjectured that fixing the product of the reconstruction dimension and time-delay, which is called the embedding window, is important [5–15]. In fact, it has been reported that a fixed embedding window increases the performance of correlation dimension estimation [9]. However, in the literature [9], the discussion is limited to obtaining larger scaling regions when estimating the correlation dimension. Our results are a more quantitative justification of the importance of the embedding window in terms of geometric structures of the original and reconstructed attractors, as we vary the reconstruction parameters exhaustively.

2. Methods

The most widely used method for state space reconstruction only from the observed time series is the time-delay coordinate system. Takens has been shown that the transformation of state space reconstruction using a time-delay coordinate system can be an embedding if the dimension is sufficiently large. In realistic situations, the length of time series data is limited. This restriction forces us to select the smallest possible values of the reconstruction dimension and the time-delay because the number of data points on a reconstructed attractor decreases as the reconstruction dimension and the time-delay increase. In addition, if the selected values are not appropriate for the state space reconstruction, the characteristics of the dynamical system cannot be reproduced. Therefore, determining parameter values is significant for state space reconstruction.

In this study, we used three-dimensional nonlinear dynamical systems. In the proposed method, we first normalized the three variables x_t , y_t , and z_t of the dynamical systems to the range of $[0, 1]$. For example, the variable x_t was normalized using $\hat{x}_t = (x_t - x_{\min})/(x_{\max} - x_{\min})$, where $\hat{x}_t$ is the normalized x_t and $x_{\max}$ and $x_{\min}$ are the maximum and minimum values of x_t , respectively. The variables y_t and z_t were normalized in the same manner. We defined a point at time t on the normalized attractor of an original dynamical system as $\mathbf{v}(t) = (\hat{x}_t, \hat{y}_t, \hat{z}_t)$. Further, we transformed the normalized time series $\hat{x}_t$ into the time-delay coordinate system, $\mathbf{x}(t) = (\hat{x}_t, \hat{x}_{t+\tau}, \dots, \hat{x}_{t+(m-1)\tau})$, where t is the time index, m is the reconstruction dimension, and τ is the time-delay.

Let $d_{\mathbf{v}}(i, j)$ be the inter-point distance between points $\mathbf{v}(i)$ and $\mathbf{v}(j)$ on the normalized original attractor, and $d_{\mathbf{x}}(i, j)$ be the inter-point distance between points $\mathbf{x}(i)$ and $\mathbf{x}(j)$ on the normalized reconstructed attractor. We calculated $d_{\mathbf{v}}(i, j)$ and $d_{\mathbf{x}}(i, j)$ for every pair i and j and normalized the distances such that the mean and variance of the distances would be zero and unity, through the following equations: $\hat{d}_{\mathbf{v}}(i, j) = (d_{\mathbf{v}}(i, j) - \bar{d}_{\mathbf{v}})/\hat{d}'_{\mathbf{v}}$, $\hat{d}_{\mathbf{x}}(i, j) = (d_{\mathbf{x}}(i, j) - \bar{d}_{\mathbf{x}})/\hat{d}'_{\mathbf{x}}$. Here, $\bar{d}_{\mathbf{v}}$ and $\bar{d}_{\mathbf{x}}$ are the averages of $d_{\mathbf{v}}(i, j)$ and $d_{\mathbf{x}}(i, j)$, and $\hat{d}'_{\mathbf{v}}$ and $\hat{d}'_{\mathbf{x}}$ are the standard deviations of $d_{\mathbf{v}}(i, j)$ and $d_{\mathbf{x}}(i, j)$, respectively. Next, we generated the inter-point distance distributions $P_{\mathbf{v}}(k)$ and $P_{\mathbf{x}}(k)$ from the normalized inter-point distances $\hat{d}_{\mathbf{v}}(i, j)$ and $\hat{d}_{\mathbf{x}}(i, j)$, where k is the index of class. While generating distributions, we defined the bin size by $(\max_{i,j}(\hat{d}_{\mathbf{v}}(i, j), \hat{d}_{\mathbf{x}}(i, j)) - \min_{i,j}(\hat{d}_{\mathbf{v}}(i, j), \hat{d}_{\mathbf{x}}(i, j)))/N$, where $\max_{i,j}(\hat{d}_{\mathbf{v}}(i, j), \hat{d}_{\mathbf{x}}(i, j))$ and $\min_{i,j}(\hat{d}_{\mathbf{v}}(i, j), \hat{d}_{\mathbf{x}}(i, j))$ are the maximum and minimum values of the normalized inter-point distances respectively, and N is the number of the classes. Finally, we calculated the JS divergence [4] between inter-point distance distributions $P_{\mathbf{v}}$ and $P_{\mathbf{x}}$: $D_{\text{JS}}(P_{\mathbf{v}}, P_{\mathbf{x}}) = 1/2(D_{\text{KL}}(P_{\mathbf{v}}||Q) + D_{\text{KL}}(P_{\mathbf{x}}||Q))$, where D_{KL} is the Kullback–Leibler (KL) divergence defined by $D_{\text{KL}}(P_j||Q) = \sum_{k=1}^N P_j(k) \log(P_j(k)/Q(k))$ ($j \in \{\mathbf{v}, \mathbf{x}\}$). Probability distribution Q is the average of probability distributions $P_{\mathbf{v}}$ and $P_{\mathbf{x}}$, where $Q(k)$ is defined as $Q(k) = 1/2(P_{\mathbf{v}}(k) + P_{\mathbf{x}}(k))$.

Here, we set N by the Freedman–Diaconis rule [16] for the inter-point distance distributions on the original dynamical systems: $2I/\sqrt[3]{n}$, where I is the interquartile range of inter-point distances and n is the number of inter-point distances. The same procedure was applied to the variables y and z to calculate $D_{JS}(P_v, P_y)$ and $D_{JS}(P_v, P_z)$.

3. Dynamical systems

We used five nonlinear dynamical systems listed as follows: the Lorenz equations [17] given by $\dot{x} = \sigma(-x + y)$, $\dot{y} = -xz + rx - y$, and $\dot{z} = xy - wz$, where we set $r = 28$, $\sigma = 10$, and $w = 8/3$; the Rössler equations [18] given by $\dot{x} = -y - z$, $\dot{y} = x + a_1y$, and $\dot{z} = b_1 + z(x - c_1)$, where we set $a_1 = 0.36$, $b_1 = 0.4$, and $c_1 = 4.5$; the screw-type Rössler equations [19] given by $\dot{x} = -y - z$, $\dot{y} = x + a_2y$, and $\dot{z} = b_2x + z(x - c_2)$, where we set $a_2 = 0.5$, $b_2 = 0.4$, and $c_2 = 4.5$; the Chen equations [20] given by $\dot{x} = p(y - x)$, $\dot{y} = (s - p)x - xz + sy$, and $\dot{z} = xy - qz$, where we set $p = 35$, $q = 3$, and $s = 28$; the Langford equations [21] given by $\dot{x} = (z - \beta)x - \omega y$, $\dot{y} = \omega x + (z - \beta)y$, and $\dot{z} = \lambda + \alpha z - z^3/3 - (x^2 + y^2)(1.0 + \rho z) + \varepsilon z x^3$, where we set $\alpha = 1$, $\beta = 0.7$, $\lambda = 0.6$, $\omega = 3.5$, $\rho = 0.25$, and $\varepsilon = 0$. The equations were numerically solved using the fourth order Runge–Kutta method with a step size of 0.01. In the case of the Rössler equations, we used 10,000 data points after removing 100,000 data points as transient states. Similarly, for the other equations, we used 5,000 data points after removing 100,000 data points as transient states. In addition, we set the sampling rate to 0.05 when we used the Rössler equations and the screw-type Rössler equations because the time evolution of these dynamical systems is slower than that of other systems. Here, we set $N = 472, 730, 453, 596$, and 258 in the cases of the Lorenz, Rössler, screw-type Rössler, Chen, and Langford systems, respectively [16].

4. Numerical experiments

To evaluate the similarity of the inter-point distance distributions between the original and reconstructed attractors, we applied the proposed method to the five dynamical systems when the reconstruction dimension m and the time-delay τ were varied in the ranges of $1 \leq m \leq 20$ and $1 \leq \tau \leq 20$, respectively. The results of the five nonlinear dynamical systems for the variables x_t , y_t , and z_t are shown in Fig. 1. In Fig. 1, the horizontal axes represent reconstruction dimension m , the vertical axes represent time-delay τ , and the color bars represent the JS divergence. In addition, the blue squares represent the pairs of (m, τ) satisfying $JS(m, \tau) \leq T$, where $JS(m, \tau)$ is the JS divergence between the inter-point distance distributions of the original attractor and the reconstructed attractor with parameter values m ($1 \leq m \leq 20$) and τ ($1 \leq \tau \leq 20$); T is the threshold defined by $T = (JS_{\max} - JS_{\min})\theta$, where $JS_{\max}$ and $JS_{\min}$ are the maximum and minimum values of the JS divergences, respectively, and θ ($0 \leq \theta \leq 1$) is the parameter to determine the threshold value. For the Lorenz and screw-type Rössler systems, we set θ to 0.1. For the Chen system, we set θ to 0.2, and in the cases with the Rössler and the Langford systems, we set θ to 0.05. The black lines in Fig. 1 represent fitting functions, which are discussed below.

Figure 1 shows that as the reconstruction dimension increases, the JS divergence is minimized with a small time-delay. By contrast, as the reconstruction dimension decreases, the JS divergence is minimized with a large time-delay. This is because the trajectories on attractors unfold even in low dimensions when the time-delay is large.

These results reveal that the reconstruction parameter values that minimize the JS divergence followed a curve where the products of the reconstruction dimension m and the time-delay τ are constant. Therefore, defining $m \cdot \tau$ as W , we investigated whether W is constant when $JS(m, \tau)$ is smaller than threshold T . In other words, we investigated whether the combination of m and τ that decreases the JS divergence follows the function of $m = W/\tau$. We determined a fitting function, $m = W/\tau$, by minimizing the squared error between W and the product $m \cdot \tau$ that satisfies $JS(m, \tau) \leq T$: $\operatorname{argmin}_W \sum_{(m, \tau) \in E} (m \cdot \tau - W)^2$ ($W \in \mathbb{N}$), where $\mathbb{N}$ is the set of natural numbers, and E is the set of pairs of m and τ that satisfy $JS(m, \tau) \leq T$. The black lines in Fig. 1 represent fitting functions ($m = W/\tau$).

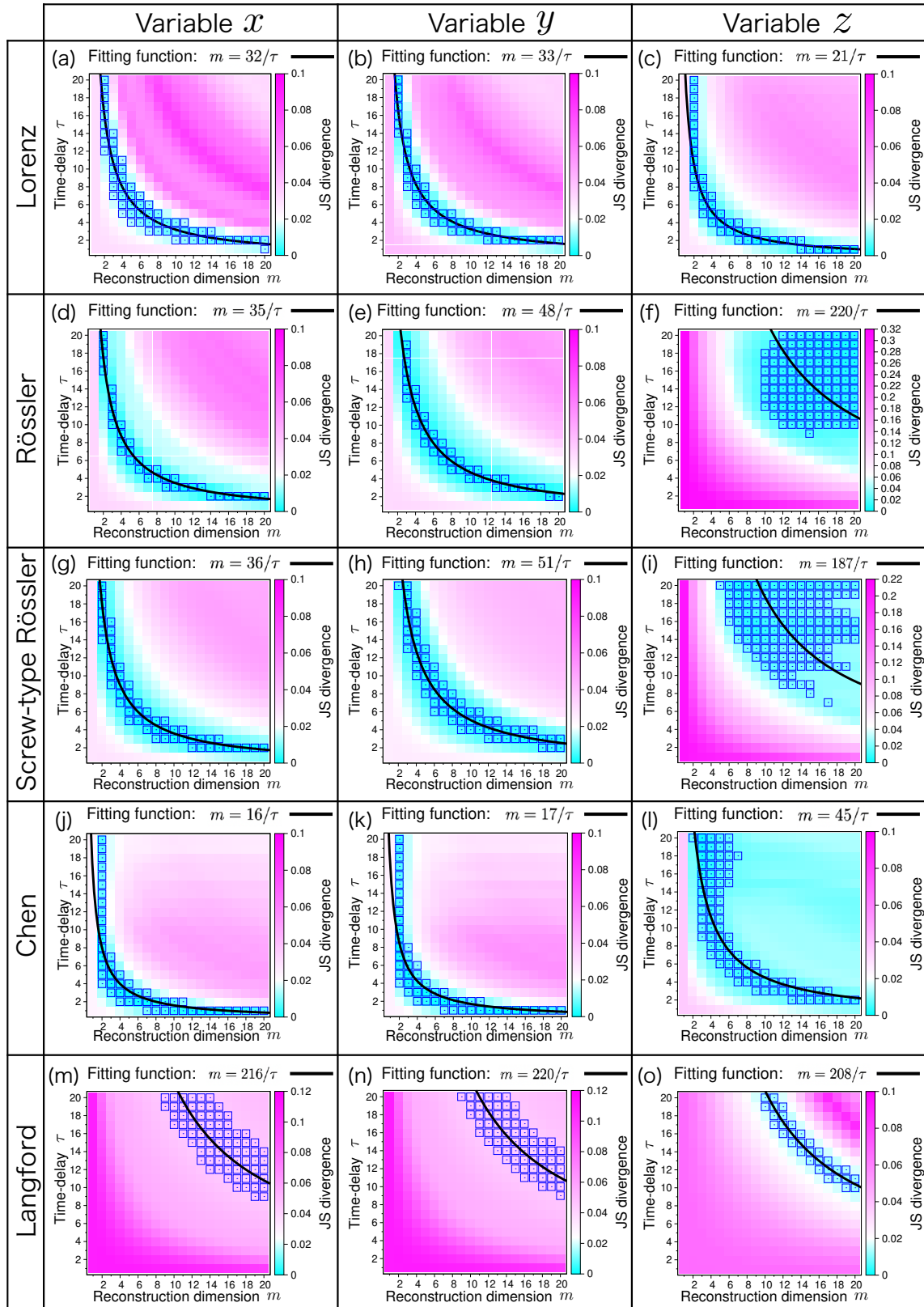


Fig. 1. JS divergence between inter-point distance distributions of the five original and reconstructed attractors when varying reconstruction dimension m and time-delay τ . Colors show the JS divergences. The blue squares represent the pairs of (m, τ) satisfying $JS(m, \tau) \leq T$, and the black lines represent fitting functions $m = W/\tau$. The results of (a)~(c) the Lorenz system, (d)~(f) the Rössler system, (g)~(i) the screw-type Rössler system, (j)~(l) the Chen system, and (m)~(o) the Langford system. The first, second, and third columns contain the results of variables x , y , and z , respectively.

From Fig. 1, we confirmed that the combinations of m and τ minimizing the JS divergence appeared to fit well with function $m = W/\tau$. These results suggest that the embedding window, W , is important for reproducing the geometric features of a nonlinear dynamical system. In particular, except in the cases of the variable z of the Rössler and the screw-type Rössler models (Fig. 1 (f) and (i)), the combinations of m and τ , which decrease the JS divergence, fit the function $m = W/\tau$ well. In the cases of the variable z in the two Rössler systems (Fig. 1 (f) and (i)), the orbital velocity dz/dt in the z -direction is basically low; however, there are phases when the velocity suddenly increases. This might explain the reason why the results when reconstructing attractor from the time series signals of the variable z tended to differ from those of the variables x and y .

It should be noted that the combination of m and τ that minimizes the JS divergence also depends on the data length and sampling rate. That is, if the data length is too short or the sampling rate is too low or high, $(m, \tau) \in E$ may not fit the curve of $m = W/\tau$. The value of embedding window W for each dynamical system is different, and this value is considered to depend on a characteristic time, or the temporal correlation structure of dynamical systems.

5. Conclusion and discussion

In this study, we evaluated the similarities of inter-point distance distributions between original and reconstructed attractors with varying reconstruction parameters for reconstructing a dynamical system by using a time-delay coordinate system. Using five typical nonlinear dynamical systems, we revealed that the products of the reconstruction dimension and the time-delay that minimize the JS divergence could be expressed using an arbitrary constant. These results offer quantitative evidence stating that the embedding window is significant in reconstructing a dynamical system, which was only implied in previous studies.

In this study, we compared the similarities between inter-point distance distributions on the original and reconstructed attractors. However, we cannot observe an actual attractor in real analysis situations. Therefore, the proposed method must be modified to estimate appropriate reconstruction parameters only from the observed time series on the basis of our results. For example, estimating an appropriate embedding window is important because it is considered to be a relevant requirement in setting the time-delay to a value below the embedding window if variable embedding [22] is used. Moreover, if we could modify the proposed method, as considering the correlation time and the time constant of the dynamical systems, the proposed method could be developed to estimate the unified embedding window for general nonlinear dynamical systems with chaotic behaviors. Furthermore, suppose that the transformation of reconstructing the dynamical system allows embedding. In this case, various measures of the nonlinear dynamical system, such as the fractal dimension and the Lyapunov exponent, can be accurately estimated only from the observed time series. In particular, it is important to evaluate the Lyapunov exponent, which cannot be calculated accurately unless reconstructing the dynamical system becomes an embedding, to determine whether appropriate reconstruction parameters have been selected or not. Therefore, it is important to estimate the Lyapunov exponents using the appropriate reconstruction parameters obtained through the modified proposed method. Similarly, it is important to discuss the estimation accuracy and verify the robustness of the modified proposed method for noisy dynamical systems.

Acknowledgments

This research is partially supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers JP17K00348, JP20H00596, JP21H03508, and JP21H03514.

References

- [1] F. Takens, “Detecting strange attractors in turbulence,” *Dynamical Systems and Turbulence*, vol. 898, pp. 366–381, 1981.
- [2] T. Sauer, J. A. Yorke, and M. Casdagli, “Embedology,” *Journal of Statistical Physics*, vol. 65, no. 3, pp. 579–616, 1991.

- [3] P. Grassberger and I. Procaccia, “Characterization of strange attractors,” *Physical Review Letters*, vol. 50, no. 5, pp. 346–349, 1983.
- [4] J. Lin, “Divergence measures based on the shannon entropy,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 37, no. 1, pp. 145–151, 1991.
- [5] J. G. Caputo, B. Malraison, and P. Atten, “Determination of attractor dimension and entropy for various flows: An experimentalist’s viewpoint,” In *Dimensions and Entropies in Chaotic Systems*, pp. 180–190. Springer, 1986.
- [6] D. S. Broomhead and G. P. King, “Extracting qualitative dynamics from experimental data,” *Physica D*, vol. 20, nos. 2–3, pp. 217–236, 1986.
- [7] A. I. Mees, P. E. Rapp, and L. S. Jennings, “Singular-value decomposition and embedding dimension,” *Physical Review A*, vol. 36, no. 1, pp. 340–346, 1987.
- [8] A. M. Albano, J. Muench, C. Schwartz, A. I. Mees, and P. E. Rapp, “Singular-value decomposition and the grassberger-procaccia algorithm,” *Physical Review A*, vol. 38, no. 6, pp. 3017–3026, 1988.
- [9] P. E. Rapp, A. M. Albano, and A. I. Mees, “Calculation of correlation dimensions from experimental data: Progress and problems,” *Dynamic Patterns in Complex Systems*. World Scientific, pp. 191–205, 1988.
- [10] H. S. Kim, R. Eykholt, and J. D. Salas, “Delay time window and plateau onset of the correlation dimension for small data sets,” *Physical Review E*, vol. 58, no. 5, pp. 5676–5682, 1998.
- [11] P. Grassberger, T. Schreiber, and C. Schaffrath, “Nonlinear time sequence analysis,” *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 1, no. 3, pp. 521–547, 1991.
- [12] J. F. Gibson, J. D. Farmer, M. Casdagli, and S. Eubank, “An analytic approach to practical state space reconstruction,” *Physica D*, vol. 57, nos. 1–2, pp. 1–30, 1992.
- [13] M. T. Rosenstein, J. J. Collins, and C. J. De Luca, “Reconstruction expansion as a geometry-based framework for choosing proper delay times,” *Physica D*, vol. 73, nos. 1–2, pp. 82–98, 1994.
- [14] D. Kugiumtzis, “State space reconstruction parameters in the analysis of chaotic time series—the role of the time window length,” *Physica D*, vol. 95, no. 1, pp. 13–28, 1996.
- [15] M. Small and C. K. Tse, “Optimal embedding parameters: a modelling paradigm,” *Physica D*, vol. 194, nos. 3–4, pp. 283–296, 2004.
- [16] D. Freedman and P. Diaconis, “On the histogram as a density estimator: L_2 theory,” *Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und verwandte Gebiete*, vol. 57, no. 4, pp. 453–476, 1981.
- [17] E. N. Lorenz, “Deterministic nonperiodic flow,” *Journal of Atmospheric Sciences*, vol. 20, no. 2, pp. 130–141, 1963.
- [18] O. E. Rössler, “An equation for continuous chaos,” *Physics Letters A*, vol. 57, no. 5, pp. 397–398, 1976.
- [19] O. E. Rössler, “Continuous chaos—four prototype equations,” *Annals of the New York Academy of Sciences*, vol. 316, no. 1, pp. 376–392, 1979.
- [20] G. Chen and T. Ueta, “Yet another chaotic attractor,” *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 9, no. 7, pp. 1465–1466, 1999.
- [21] W. F. Langford, “Numerical studies of torus bifurcations,” *Numerical Methods for Bifurcation Problems*, vol. 70, pp. 285–295, 1984.
- [22] K. Judd and A. I. Mees, “Embedding as a modeling problem,” *Physica D*, vol. 120, nos. 3–4, pp. 273–286, 1998.

査読あり国際会議

Periodic Input Leads an Izhikevich Neuron to Induce both Periodic and Irregular Responses

Yota Tsukamoto, Honami Tsushima, and Tohru Ikeguchi

Tokyo University of Science

In the course of neuroscience, not only have real neurons been investigated, but mathematical neuron models of a single neuron have also been analyzed. For example, electrophysiological studies have shown that a real neuron induces chaotic behavior in response to a periodic forcing [1, 2]. A periodically forced Hodgkin–Huxley model [3] can reproduce chaotic responses [4]. The current prominent mathematical neuron model is the Izhikevich neuron model [5], for it is computationally effective and able to reproduce various spike patterns. We have already examined the Izhikevich neuron model with parameter sets for regular spiking, fast spiking, intrinsically bursting, and chattering neurons [6, 7, 8, 9]. However, low-threshold spiking (LTS) neuron have yet to be studied. Thus, focusing on interspike intervals (ISIs), we have evaluated responses of a periodically forced Izhikevich neuron model of an LTS neuron.

The Izhikevich neuron model is two-dimensional ordinary differential equations. In the present study, this model is stimulated by a sinusoidal input defined as $I(t) = I_{DC} + A \sin(2\pi/T)t$, where t is time [ms], I_{DC} is a constant part, and A and T are the amplitude and the period of sinusoidal wave, respectively. We set $I_{DC} = 10$ and changed T and A . We have evaluated the following three quantitative indices. The first index to evaluate responses is the diversity index of ISIs D . It is defined as $D = M/N$, where N represents the total number of ISIs and M represents the number of different values of ISIs [10, 11]. Given a sufficiently long spike sequences, $D \approx 1$ for an irregular response while $D \approx 0$ for a periodic response.

Figure 1 shows the period–amplitude plane of diversity indices of ISIs. There exist two domains: periodic responses and irregular responses. As A increases from zero to 10, diversity indices of ISIs noticeably change. This implies that the phase transition from irregular response to periodic response occurs as A increases.

In this study, we have investigated responses of a periodically forced Izhikevich neuron model of an LTS neuron. Evaluation focusing on ISIs implies that periodic forcing induces both periodic and irregular responses and that change of A and T leads to possible phase transition. The second and third quantitative indices focusing on ISIs are the coefficient of variation (CV) and the local variation (LV) [12, 13]. CV is highly sensitive to local change of firing rate, reflects

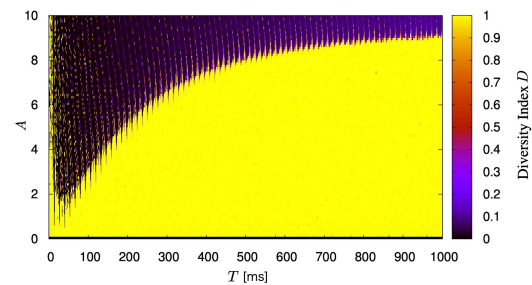


Figure 1: Diversity indices of ISIs for the Izhikevich neuron model of an LTS neuron.

only distribution of ISIs, and represents the global variability of spike sequences. On the other hand, LV is subject to temporal order of ISIs and represents the intrinsic spiking characteristics independently of local change of firing rate. The results of CV and LV and comparison of the three indices will be discussed in the presentation. The research of H. T. was partially supported by JSPS KAKENHI Grant Number JP22J12396. The research of T. I. was partially supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers JP20H00596, JP21H03514, and JP22K18419.

References

- [1] H. Hayashi et al., *Physics Letters A*, 88(8), 435–438, 1982.
- [2] K. Aihara et al., *Physics Letters A*, 116(7), 313–317, 1986.
- [3] A. L. Hodgkin et al., *Journal of Physiology*, 117(4), 500–544, 1952.
- [4] K. Aihara et al., *Journal of Theoretical Biology*, 109(2), 249–269, 1984.
- [5] E. M. Izhikevich, *IEEE Transactions on Neural Networks*, 14(6), 1569–1572, 2003.
- [6] Y. Tsukamoto et al., *NOLTA, IEICE*, 13(2), 367–372, 2022.
- [7] Y. Tsukamoto et al., *Proc. of The 2021 Nonlinear Science Workshop, NLSW-54*, 2021.
- [8] Y. Tsukamoto et al., *Proc. of IEICE General Conference*, N-1-16, 2022, in Japanese.
- [9] Y. Tsukamoto et al., *Proc. of IEICE NOLTA Society Conference*, A-9, 2022, in Japanese.
- [10] N. Sugiura et al., *IEICE Technical Report*, 113(116), 43–48, 2013, in Japanese.
- [11] K. Naiki et al., *IEICE TRANSACTIONS on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, J100-A(5), 195–204, 2017, in Japanese.
- [12] S. Shinomoto et al., *Neural Computation*, 15(12), 2823–2842, 2003.
- [13] S. Shinomoto et al., *Journal of Neurophysiology*, 94(1), 567–575, 2005.



Rich spike patterns from the Izhikevich neuron model in response to periodic inputs

Yota Tsukamoto[†], Honami Tsushima[†], and Tohru Ikeguchi^{†,‡}

[†]Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science,
6-3-1 Nijjuku, Katsushika-ku, Tokyo 125-8585, Japan

[‡]Faculty of Engineering, Tokyo University of Science,
6-3-1 Nijjuku, Katsushika-ku, Tokyo 125-8585, Japan

Email: tsukamoto@hisenkei.net, honami@hisenkei.net, tohru@rs.tus.ac.jp

Abstract—Responses of a single neuron to injected currents have been investigated. Consequently, neurons in the mammalian cerebral cortex are classified into some types according to the dynamical behavior in response to a constant input. It is widely acknowledged that periodic inputs induce periodic, quasi-periodic, and possible chaotic responses. A seminal physiological experiment led to the Hodgkin–Huxley model, which is an electrophysiologically meaningful ordinary differential equations. Since then, many computationally simpler models have been proposed, one of which is the Izhikevich neuron model. In this study, we investigated the responses of various spike patterns of the Izhikevich neuron model to sinusoidal inputs. We obtained the period–amplitude planes of sinusoidal inputs, which are mainly divided into two domains: periodic responses and non-periodic ones. Results show that the boundary between the two domains is relevant to the positional relationship of the two nullclines of the Izhikevich neuron model.

1. Introduction

One of the essential issues in neuroscience is to clarify how the brain processes information by understanding the function of a neuron, which is the fundamental component of the brain. For this reason, firing properties of a neuron have been investigated in the two main paradigms: physiological experiments and mathematical models. In the course of physiological experiments, it has been clarified that neurons stimulated by a periodic input exhibit periodic, quasi-periodic, and possible chaotic responses, depending on an amplitude and a period of the input. For example, Hayashi et al. [1] identified chaotic responses of *Onchidium*'s giant neurons stimulated by sinusoidal inputs. Aihara et al. [2] observed all the three responses with *Doryteuthis bleekeri*'s giant axons stimulated by sinusoidal inputs.

Along with the development of computational neuroscience, a variety of mathematical neuron models has been proposed. Hodgkin and Huxley [3] inspected the electro-

physiological properties of a single neuron and described them in a form of four-dimensional ordinary differential equations, later called the Hodgkin–Huxley model. Aihara et al. [4] confirmed that a periodically forced Hodgkin–Huxley model can reproduce periodic, quasi-periodic, and chaotic responses. Although this model can reproduce various spike patterns and is biophysically meaningful, it is not suitable for large-scale simulation for its high dimensionality and computational complexity. Consequently, computationally simpler models have been proposed. Among them is the Izhikevich neuron model [5], which is a reduced version of the Hodgkin–Huxley model. This model comprises two dimensions and is computationally effective and capable of reproducing various spike patterns.

Farokhniaee et al. [6] studied the mode-locking behavior, included in periodic behavior, of the model stimulated by sinusoidal inputs; however, non-periodic behavior was not mentioned. In Refs. [7] and [8], Nobukawa et al. investigated chaotic responses against weak periodic inputs. However, only representative pairs of an amplitude and a frequency of input signals were evaluated. Therefore, we have carried out the comprehensive evaluation with wider range of the amplitude; we have already investigated responses of a regular spiking (RS) neuron of the model to sinusoidal input and identified periodic and quasi-periodic behavior [9, 10]. However, much remains to be studied about non-periodic responses of other types of neurons to periodic inputs.

In the present study, we analyze responses of three other principal neuron types: fast spiking (FS) [11], intrinsically bursting (IB) [12], and chattering (CH) [12], as well as RS, in response to periodic forcing; and compare the results of RS, FS, IB, and CH. Evaluation from the viewpoint of variety of interspike intervals indicated that the positional relationship of the two nullclines, determined by the amplitude of sinusoidal inputs, plays a crucial role in periodicity or non-periodicity of responses.

2. The Izhikevich Neuron Model

The Izhikevich neuron model [5] is a hybrid spiking neuron model, which combines continuous part and discrete

ORCID iDs Yota Tsukamoto: 0000-0001-9106-957X, Honami Tsushima: 0000-0003-2711-2435, Tohru Ikeguchi: 0000-0001-9280-9541



This work is licensed under a Creative Commons Attribution NonCommercial, No Derivatives 4.0 License.

part. This combination fulfills the compatibility between computational complexity and reproducibility.

The Izhikevich neuron model [5] is described by two-dimensional ordinary differential equations and is defined as follows:

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = 0.04v^2 + 5v + 140 - u + I(t) \\ \frac{du}{dt} = a(bv - u) \end{cases} \quad (1)$$

with the reset process after firing

$$\text{when } v \geq 30, \quad \text{then } \begin{cases} v \leftarrow c \\ u \leftarrow u + d. \end{cases} \quad (2)$$

Here, v and u are the membrane potential and the recovery variable, respectively, and t is time [ms]. The variable u gives negative feedback to v , which corresponds to the activation of K^+ ionic currents and the inactivation of Na^+ ionic currents. $I(t)$ is a time-dependent input current. a , b , c and d are dimensionless parameters and various spike patterns, including chaotic spiking, are reproduced by changing these parameters. Table 1 shows the parameter sets for some principal spike patterns [5]. For all the patterns listed in Table 1, $I(t) = 10$ (constant).

Table 1: The parameters a , b , c , d of principal spike patterns.

spike pattern	a	b	c	d
regular spiking (RS)	0.02	0.2	-65	8
fast spiking (FS)	0.1	0.2	-65	2
intrinsically bursting (IB)	0.02	0.2	-55	4
chattering (CH)	0.02	0.2	-50	2

The four spike patterns in Table 1, all of which are periodic, are briefly explained below.

RS The most typical spike pattern. The frequency is initially high, and soon gets lower and turns periodic. This is referred to as the spike frequency adaptation.

FS A train of periodic spikes with significantly higher frequency than RS. The adaptation is hardly observed.

IB The burst, firing with extremely high frequency, followed by a train of spikes.

CH A train of bursts at certain intervals.

In the present study, $I(t)$ is a periodic input comprising two parts: a constant part I_{DC} and a periodic part $I_{AC} = A \sin(2\pi/T)t$:

$$I(t) = I_{DC} + I_{AC} = I_{DC} + A \sin \frac{2\pi}{T}t, \quad (3)$$

where A and T represent the amplitude and the period of sinusoidal wave, respectively.

The model is numerically calculated by the Euler method with the interval $h = 0.01$ [ms]. The Euler method is much less computationally intensive but less accurate than the Runge-Kutta method. For a more accurate simulation, the firing time t_F is determined by linear interpolation as follows [13]:

$$t_F = t + \frac{30 - v(t)}{v(t+h) - v(t)}h, \quad (4)$$

where t suffices $v(t) < 30$ and $v(t+h) \geq 30$.

3. The Diversity Index of Interspike Intervals (ISIs)

In this section, we investigate the responses with the amplitude and the period of periodic inputs changed. The diversity index of ISIs [14, 15] (hereinafter called “diversity index”) is used in order to distinguish periodic responses and non-periodic ones. Let us define the i th firing time of the membrane potential v as t_i . Then, the i th ISI is defined as $s_i = t_{i+1} - t_i$. The diversity index, denoted by R , is defined as follows:

$$R = \frac{M}{N}, \quad (5)$$

where N is the number of total ISIs and M the number of different values of ISIs. When a response is periodic, M is significantly smaller than N ; thus, R is close to zero for a sufficiently large N . When a response is non-periodic, M is close to N with the result that R is close to unity for a sufficiently large N . Therefore, R is larger than zero and less than or equal to unity. In this study, if the i th and j th ISIs are equal up to six decimal places, we define them to be the same.

4. Results

We set $I_{DC} = 10$ as in [5], and change amplitude A over the range of $0 \leq A \leq 10$ and the period T over the range of $1 \leq T \leq 1,000$, in Eq. (3). A time series in $0 \leq t \leq 5,000$ is omitted as a transition state and that in $5,000 < t \leq 15,000$ is used to compute the diversity index.

Figure 1 shows the diversity indices of each neuron type. The horizontal and the vertical axes represent the period T and the amplitude A of Eq. (3), respectively. The color bar represents the diversity indices.

From Fig. 1, the responses are periodic with the period T relatively small and the amplitude A less than six. While there is a little difference, the four spike patterns have the tendency in common: the boundary between the region of periodic responses and that of non-periodic ones converges to approximately $A = 6$ as T increases.

A phase plane and nullclines on it are useful tools for qualitative analysis of dynamical systems. Here, we consider a phase plane of the Izhikevich neuron model (the horizontal and the vertical axes represent the variables v and u , respectively). The v -nullcline, defined by $\frac{dv}{dt} = 0$, is as follows:

$$u = 0.04v^2 + 5v + 140 + I(t). \quad (6)$$

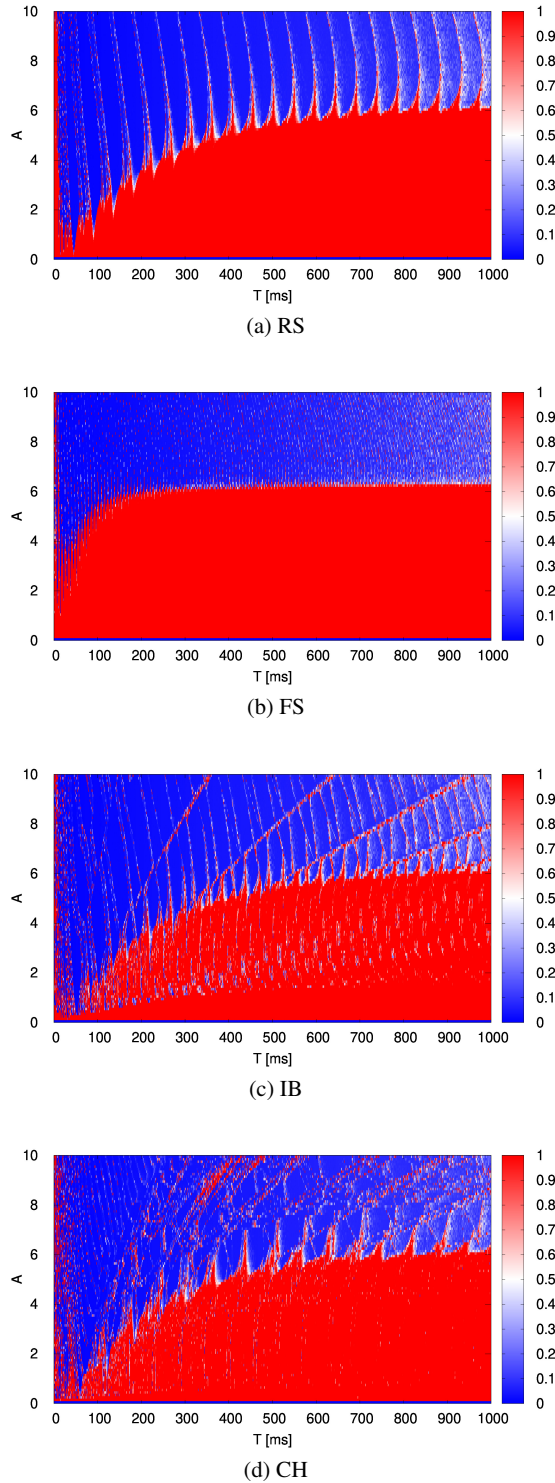


Figure 1: The diversity indices of responses of each neuron type with the amplitude A and the period T changed.

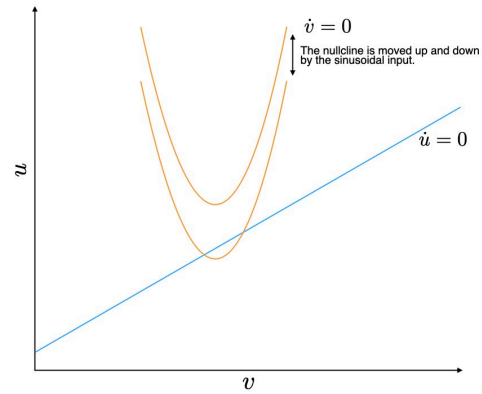


Figure 2: The schematic diagram of the phase plane.

Likewise, the u -nullcline is given by

$$u = bv. \quad (7)$$

Note that both can be expressed as a function u of v . The v -nullcline is a parabola which moves in the direction of the u axis accompanying the fluctuation of I_{AC} in Eq. (3) and the u -nullcline is a line (see Fig. 2). When the u -nullcline is tangential to the v -nullcline, i.e., they have a single common point, the quadratic equation

$$0.04v^2 + 5v + 140 + I(t) = bv \quad (8)$$

has a double root. The discriminant of Eq. (8) is as follows:

$$D = (5 - b)^2 - 4 \cdot 0.04 \cdot (I(t) + 140). \quad (9)$$

$D = 0$ when Eq. (8) has a double root, and $b = 0.2$ for all the spike patterns analyzed in the present study (Table 1); thus $I(t) = 4$. Considering that the input current (Eq. (3)) is a sinusoidal wave with the amplitude A and $I_{DC} = 10$, the v -nullcline with the amplitude $A = 6$ is tangential to the u -nullcline when Eq. (3) takes the minimum value. Therefore, the amplitude $A = 6$, to which the boundary converges, is related to the positions of the v - and the u -nullclines.

5. Conclusion

In the present study, we investigated behavior of RS, FS, IB, and CH neurons of the Izhikevich neuron model in response to sinusoidal inputs. We adopted the diversity index of interspike intervals, a quantitative index to discriminate periodic inputs from non-periodic ones, and obtained the period–amplitude planes showing the indices for each spike pattern. Each plane is mainly divided into two regions: periodic and non-periodic. The boundary between the two regions converges to the line amplitude = 6, at which the two nullclines have a single common point when the periodic input takes the minimum value, as the period of the input gets longer.

Other useful measures of interspike intervals are the coefficient of variation and the local variation [16, 17]. These measures take zero for a completely regular spike sequences and unity for random sequences. The coefficient of variation quantifies the diversity of an entire spike sequence. On the contrary, the local variation can reflect the intrinsic characteristics of an individual neuron. Adopting these measures, we could clarify other neuronal features of the Izhikevich neuron model from a different viewpoint.

Acknowledgments

The research of H. T. was supported by JSPS KAKENHI Grant Number JP22J12396. The research of T. I. was partially supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers JP20H00596, JP21H03514, and JP22K18419.

References

- [1] H. Hayashi, S. Ishizuka, M. Ohta, and K. Hirakawa, "Chaotic behavior in the onchidium giant neuron under sinusoidal stimulation," *Physics Letters A*, vol. 88, no. 8, pp. 435–438, 1982.
- [2] K. Aihara, T. Numajiri, G. Matsumoto, and M. Kotani, "Structures of attractors in periodically forced neural oscillators," *Physics Letters A*, vol. 116, no. 7, pp. 313–317, 1986.
- [3] A. L. Hodgkin and A. F. Huxley, "A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve," *The Journal of Physiology*, vol. 117, no. 4, pp. 500–544, 1952.
- [4] K. Aihara, G. Matsumoto, and Y. Ikegaya, "Periodic and non-periodic responses of a periodically forced Hodgkin–Huxley oscillator," *Journal of Theoretical Biology*, vol. 109, no. 2, pp. 249–269, 1984.
- [5] E. M. Izhikevich, "Simple Model of Spiking Neurons," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 14, no. 6, pp. 1569–1572, 2003.
- [6] A. Farokhniaee and E. W. Large, "Mode-locking behavior of Izhikevich neurons under periodic external forcing," *Physical Review E*, vol. 95, no. 6, 062414, 2017.
- [7] S. Nobukawa, H. Nishimura, and T. Yamanishi, "Chaotic Resonance in Typical Routes to Chaos in the Izhikevich Neuron Model," *Scientific Reports*, vol. 7, no. 1, pp. 1–9, 2017.
- [8] S. Nobukawa, H. Nishimura, T. Yamanishi, and J. Q. Liu, "Analysis of Chaotic Resonance in Izhikevich Neuron Model," *PloS one*, vol. 10, no. 9, e0138919, 2015.
- [9] Y. Tsukamoto, H. Tsushima, and T. Ikeguchi, "Non-periodic responses of the Izhikevich neuron model to periodic inputs," *Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE*, vol. 13, no. 2, pp. 367–372, 2022.
- [10] Y. Tsukamoto, H. Tsushima, and T. Ikeguchi, "Non-Periodic Responses of the Izhikevich Neuron Model with Periodic Inputs," *The 2021 Nonlinear Science Workshop, NLSW-54*, 2021.
- [11] Y. Tsukamoto, H. Tsushima, and T. Ikeguchi, "Responses of the Izhikevich Neuron Model to Periodic Inputs –In Case of Fast Spiking Neurons–," *IEICE General Conference*, N-1-16, 2022, in Japanese.
- [12] Y. Tsukamoto, H. Tsushima, and T. Ikeguchi, "Responses of the Izhikevich Neuron Model to Periodic Inputs –In Case of Burst Firing–," *IEICE NOLTA Society Conference*, A-9, 2022, in Japanese.
- [13] E. M. Izhikevich, "Hybrid spiking models," *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 368, no. 1930, pp. 5061–5070, 2010.
- [14] N. Sugiura, K. Fujiwara, R. Hosaka, and T. Ikeguchi, "Chaotic response of the Izhikevich neuron model and its statistical analysis," *IEICE Technical Report*, vol. 113, no. 116, pp. 43–48, 2013, in Japanese.
- [15] K. Naiki, Y. Shimada, K. Fujiwara, and T. Ikeguchi, "Chaotic Responses and Chaos Synchronization in Izhikevich Neuron Model," *IEICE TRANSACTIONS on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, vol. J100-A, no. 5, pp. 195–204, 2017, in Japanese.
- [16] S. Shinomoto, K. Shima, and J. Tanji, "Differences in spiking patterns among cortical neurons," *Neural computation*, vol. 15, no. 12, pp. 2823–2842, 2003.
- [17] S. Shinomoto, Y. Miyazaki, H. Tamura, and I. Fujita, "Regional and laminar differences in in vivo firing patterns of primate cortical neurons," *Journal of Neurophysiology*, vol. 94, no. 1, pp. 567–575, 2005.



Detecting Determinism in Noisy Time Series with Variable Minimal Diagonal Line Length in Recurrence Quantification Analysis

Nina Sviridova^{†,‡} and Tohru Ikeguchi[†]

[†]Department of Information and Computer Technology, Tokyo University of Science
6-3-1 Nijuku, Katsushika-ku, Tokyo, 125-8585, Japan

[‡]International Research Center for Neurointelligence, University of Tokyo, Tokyo, 113-0033, Japan.
Email: nina.svr@rs.tus.ac.jp, tohru@rs.tus.ac.jp

Abstract– Determinism is one of the most important properties of deterministic dynamical systems. In applied studies involving noisy experimental data, determinism is the first to be evaluated before analyzing other characteristics of the observed process. And the determinism is often estimated by the recurrence quantification analysis applied to the recurrence plot. However, its results might be misleading, as the presence of experimental noise may disarrange points in the diagonal lines in the recurrence plot and thus shorten it. Minimal diagonal line length is one of the parameters involved in estimating determinism value by recurrence quantification analysis. Therefore, its choice might affect the results of the determinism estimation in the presence of noise. This study aimed to estimate the effect of minimal diagonal line length on the determinism evaluation in noisy data. The results demonstrated that the estimated determinism value as a function of the minimal diagonal line length has a significantly different decrease trend for noise-free and noisy data.

1. Introduction

Determinism is one of the essential properties of deterministic dynamical systems. In applied studies, confirming the determinism is an important step to further analysis of the dynamical system properties as it may often depend on the prior knowledge of the determinism status. Nonlinear time series analysis provides various methods that can point out the presence of determinism in the data, such as estimation of the short-term predictability [1], Wayland test [2], and surrogate data method [3]. In addition to them, recurrence quantification analysis (RQA) [4], [5] applied to recurrence plots is one of the commonly used methods that allows the estimation of the determinism in the data. The recurrence plot of the trajectory $\{\bar{x}_i\}_{i=1}^N$ in phase space can be calculated as [4]:

$$R_{i,j}(\varepsilon) = H(\varepsilon - \|\bar{x}_i - \bar{x}_j\|),$$

where H is the Heaviside function and ε is the recurrence threshold. Then, the determinism can be estimated by RQA as follows [4]:

ORCID iDs Nina Sviridova: 0000-0001-5850-0604,
Tohru Ikeguchi: 0000-0001-9280-9541

$$DET = \frac{\sum_{l=l_{\min}}^N lP(\varepsilon, l)}{\sum_{l=1}^N lP(\varepsilon, l)}, \quad (1)$$

where $P(\varepsilon, l)$ is a histogram of diagonal lines of length l defined as

$$P(\varepsilon, l) = \sum_{i,j=1}^N (1 - R_{i-1,j-1}(\varepsilon)) (1 - R_{i+1,j+1}(\varepsilon)) \prod_{k=0}^{l-1} R_{i+k,j+k}(\varepsilon),$$

$l_{\min}$ is a given minimum length, which in most studies is fixed as $l_{\min} = 2$. For deterministic time series, DET is equal to unity; however, practically, it is lower than unity when limited data are available, when the data include noise, and so on.

In numerous studies, determinism was estimated by the RQA. However, despite its wide use, the DET value calculated by RQA cannot be used as sufficient proof of the determinism in the data as it may provide values similar to the deterministic process for some stochastic processes [6]. Nevertheless, despite its limitations, the straightforwardness and simplicity of the determinism identification by the RQA make it one of the commonly applied methods. As can be seen from Eq. (1), the estimation of the determinism by the RQA is sensitive to the choice of the threshold ε and the minimal diagonal line length $l_{\min}$ parameters. The threshold effect on the recurrence plot and the RQA is well discussed in previous studies, and there are various strategies for proper choice of the threshold [4], [6], [7]. However, a very limited discussion was done on the choice of the minimal diagonal line length used in Eq. (1). In [8], the debate on the best choice of $l_{\min}$ was done on the example of the Lorenz system in the light of distinguishing determinism for different states of the system. As a result, the standard $l_{\min} = 2$ value was found to provide the best determinism identification for time series generated from different dynamic states of the Lorenz system. While the important problem of the determinism identification in different dynamical states of the same system was addressed; distinguishing determinism in noisy real-world data is another question of the same or even greater importance, which, to the best of our knowledge, was not well discussed so far in terms of $l_{\min}$ choice. With the increase of the noise in the data, its trajectory in phase space is disturbed by noise-induced fluctuations, and thus, points that in the absence of the noise located in the ε -neighborhood may be



displaced outside of the neighborhood, thus disrupting the neighborhood information and consequently losing or misplacing recurrence points on the recurrence plot. In this way, the length of the diagonal lines for noisy data may change. Therefore, there is the possibility that varying the $l_{\min}$ parameter may affect the results of the DET calculation for noisy data, which may create an opportunity to distinguish the presence of noise and its level in noisy experimental data.

Considering the above, to address the problem of determinism identification in noisy data, this study investigated the effect of the $l_{\min}$ choice on the DET value for noise-induced simulated data.

2. Materials and Methods

2.1. Data

For systematic investigation of the $l_{\min}$ effect on the results of DET calculation for noisy time series, simulated data generated from the Rössler model [9] were used in this study. The Rössler model is described as follows:

$$\begin{cases} \dot{x} = -y - z, \\ \dot{y} = x + ay, \\ \dot{z} = b + z(x - c), \end{cases}$$

where parameters $a = 0.2$, $b = 0.2$, and $c = 5.7$ corresponding to chaotic dynamics [9]. We solved the Rössler model numerically by the 4th order Runge-Kutta method with a sampling step of 0.001. To create noisy time series, dynamical noise was added on each iteration i of the numerical solution x_i as follows: $\tilde{x}_i = x_i + \theta \gamma_i$, where θ is the scaling coefficient that varies from 0 (i.e., noise-free) to 0.265 with a 0.05 step, γ_i is the i^{th} component of a fixed uniform random noise vector; and $\tilde{x}_i$ is the input of the next iteration. Finally, for computational efficiency, time series was five folds subsampled. Figure 1 shows examples of a segment of the original and noisy ($\theta = 0.115$) x time series generated using the chaotic Rössler model.

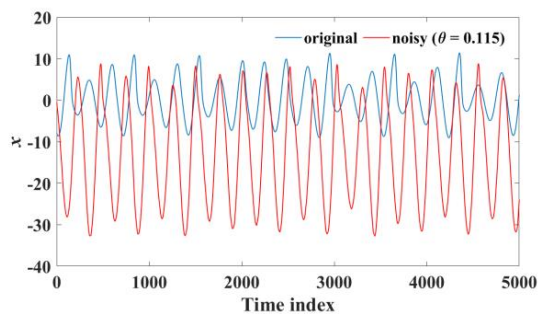


Fig. 1. Examples of a segment of the original (blue line) and noisy (red line) Rössler model's x time series.

2.2. Analysis

To proceed with the estimation of $l_{\min}$ effect on DET value, first, possible dynamics of noise-free and noisy x variable of the Rössler model was reconstructed in phase

space by time-delay-embedding method [10], [11] in 3-dimensional phase space with time lag equal to the time before time series autocorrelation drops below zero. Then the recurrence plot was calculated for the 50,000 points long time-delay-reconstructed trajectory with the threshold ε equal to 10% of its maximal interpoint distance. Finally, DET was calculated as a function of the $l_{\min}$. The minimal $l_{\min}$ was set as two, the value conventionally used in most studies. The upper limit for $l_{\min}$ was set with the consideration that too large value may cause sparseness of the histogram $P(l)$ [4]; therefore, the maximal $l_{\min}$ was chosen as 25, which is 0.05% of the recurrence plot's line of identity length.

3. Results

First, the time delay reconstructed trajectory was calculated for all data. An example of the 50,000 points long time-delay-reconstructed trajectory for noise-free and noisy data ($\theta = 0.115$) is demonstrated in Fig. 2. Then for the obtained reconstructed trajectories the recurrence plots were calculated. Figure 3 demonstrates a fragment of the recurrence plots corresponding to 5,000 points of trajectories shown in Fig. 2. It is to be noted that the actual size of the recurrence plot corresponds to the 50,000 points long trajectory; however, for better visualization, only its fragment is shown. Finally, DET values were calculated for recurrence plots as a function of the minimal diagonal line length $l_{\min} \in [2, 25]$. The obtained results for noise-free ($\theta = 0$) and noisy ($\theta = 0.025, 0.055, 0.085, \dots, 0.265$) are demonstrated in Fig. 4.

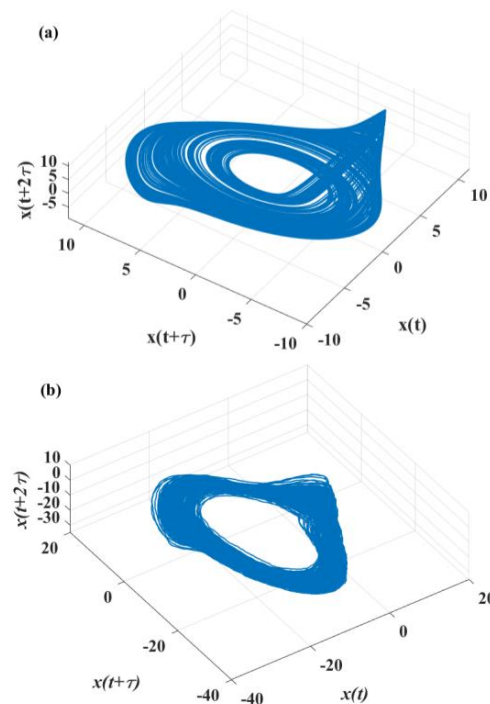


Fig. 2. Time-delay reconstructed attractor of (a) noise-free and (b) noisy ($\theta = 0.115$) chaotic Rössler system x -variable.

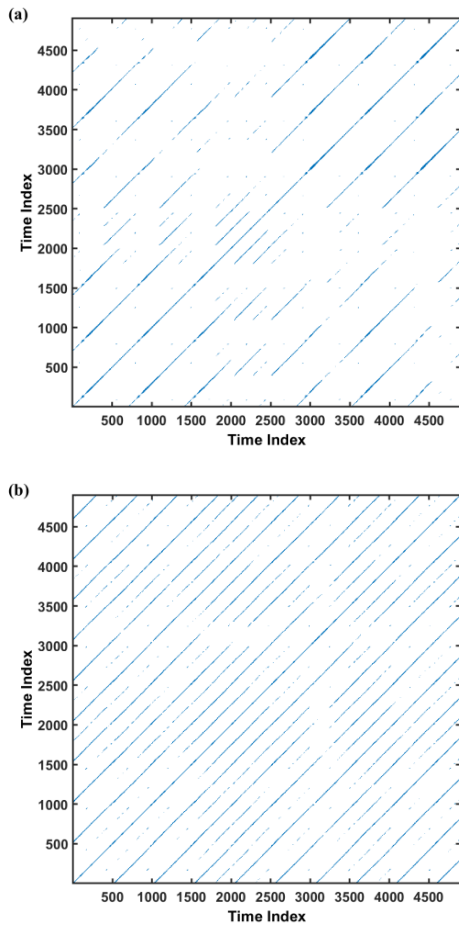


Fig 3. Recurrence plot of 5,000 points segment of (a) noise-free and (b) noisy ($\theta = 0.115$) chaotic Rössler system x -variable.

4. Discussion

This study aimed to investigate the effect of the minimal diagonal line length $l_{\min}$ on the determinism detection by the RQA's DET value. While the changes in the diagonal line length cannot be readily observed in the recurrence plots shown in Fig. 3., as seen in Fig. 4, for all investigated data with $l_{\min}$ increase DET value decreases; however, the trend significantly differs. For the noise-free data ($\theta = 0$), which time-delay-reconstructed trajectory and segment of recurrence plot are shown in Fig. 2 (a) and Fig. 3 (a), respectively, DET decreases only slightly compared with the noisy data, and its values are higher than 0.9 even for maximal investigated $l_{\min}$ value. However, for the noise-induced data DET value decreases significantly, and the larger the noise scaling parameter θ , the sharper the decrease is. Thus, for $\theta = 0.025$ DET value decreases from 0.98 for $l_{\min} = 2$ to 0.63 for $l_{\min} = 25$, while for $\theta = 0.055$ it falls from 0.94 to 0.17. Besides the difference in the DET decrease value, it can also be clearly observed that the trend of the DET decrease, i.e., the DET curve shape, is considerably different for noise-free and noisy data. As seen in Fig. 4., for noise-free case DET decreases linearly, unlike in the case of noisy data. From the results for $\theta = 0$ and $\theta = 0.025$ in Fig. 4, we can conclude that in the case of the noise-free data or data with a small amount of noise mixed in the DET curve trend will be linear or nearly linear, while the larger amount of noise introducing larger stochastic component in data would accelerate the DET decrease in a nonlinear manner.

The obtained results can be explained by the fact that the larger noise is, the more disturbance is introduced into the trajectories, and more recurrence points are misplaced or lost in the recurrence plot, thus shortening diagonal lines. While for the noise-free data slight increase, compared with the line of identity length, in the $l_{\min}$ value would result in

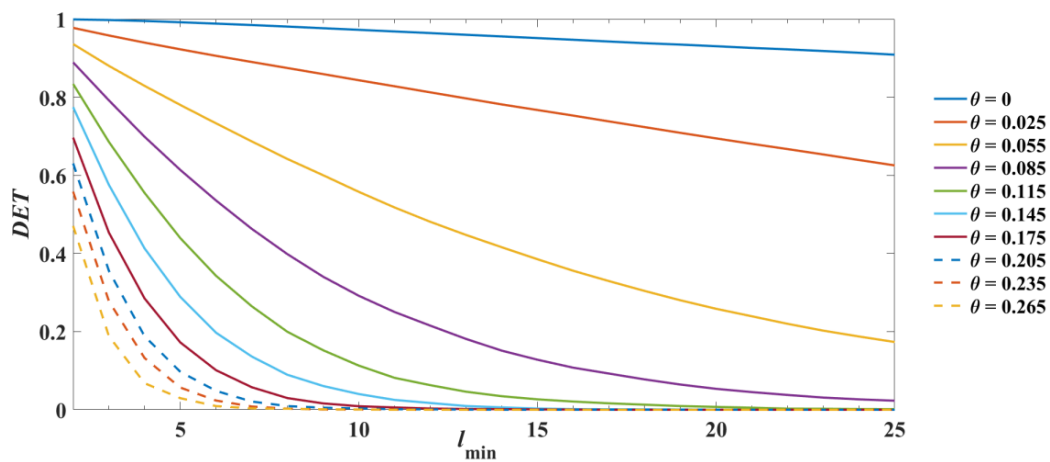


Fig. 4. Determinism value estimated as a function of minimal diagonal line length for noise-free ($\theta = 0$) and noisy ($\theta \in [0.025, 0.265]$) chaotic Rössler system x -variable time series.

only a limited number of trajectories to be excluded from *DET* calculation.

The difference observed in the trend *DET* as a function of the $l_{\min}$ can improve the reliability of the RQA-based determinism identification in the experimental data. Additionally, it is expected that obtained results can contribute to the problem of estimation of the level of noise in experimental data in future studies.

5. Conclusion

This study aimed to address the problem of determinism identification in the noisy data by the recurrence quantification analysis. Following the idea that the noise affects the length of the diagonal line in the recurrence plot, we investigated the effect of the minimum diagonal line length, one of the parameters involved in the recurrence quantification analysis calculations, on the determinism value estimation. Results demonstrated that the noise-free data and data with an insignificant amount of noise determinism value estimated by recurrence quantification analysis as a function of minimal diagonal line length have a significantly different trend compared with the data with higher levels of noise.

Observed results can contribute to the improvement of the determinism identification in applied studies, as well as have a potential for contributing to the identification of the level of noise in noisy data.

It is to notice that further systematic investigation of complex systems with different dynamics and attractor topology is needed to confirm the applicability of observed results to various deterministic dynamical systems.

Acknowledgments

This work was partially supported by the Japan Society for the Promotion of Science (JSPS) KAKENHI Grant Numbers JP19K14589, JP20H05921, JP20H00596, JP21H03514, and JP22K18419.

References

- [1] M. Shelhamer, *Nonlinear Dynamics in Physiology: A State-Space Approach*. WORLD SCIENTIFIC, 2006.
- [2] R. Wayland, D. Bromley, D. Pickett, and A. Passamante, "Recognizing determinism in a time series," *Physical Review Letters*, vol. 70, no. 5, pp. 580–582, 1993.
- [3] J. Theiler, S. Eubank, A. Longtin, B. Galdrikian, and J. Doynne Farmer, "Testing for nonlinearity in time series: the method of surrogate data," *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 58, no. 1, pp. 77–94, 1992.
- [4] N. Marwan, M. Carmen Romano, M. Thiel, and J. Kurths, "Recurrence plots for the analysis of complex systems," *Physics Reports*, vol. 438, no. 5, pp. 237–329, 2007.
- [5] C. L. Webber and J. P. Zbilut, "Dynamical assessment of physiological systems and states using recurrence plot strategies," *Journal of Applied Physiology*, vol. 76, no. 2, pp. 965–973, 1994.
- [6] N. Marwan, "How to avoid potential pitfalls in recurrence plot based data analysis," *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 21, no. 04, pp. 1003–1017, 2011.
- [7] M. Thiel, M. C. Romano, J. Kurths, R. Meucci, E. Allaria, and F. T. Arecchi, "Influence of observational noise on the recurrence quantification analysis," *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 171, no. 3, pp. 138–152, 2002.
- [8] B. Babaei, R. Zarghami, H. Sedighikamal, R. Sotudeh-Gharebagh, and N. Mostoufi, "Selection of minimal length of line in recurrence quantification analysis," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 395, pp. 112–120, 2014.
- [9] O. E. Rössler, "An equation for continuous chaos," *Physics Letters A*, vol. 57, no. 5, pp. 397–398, 1976.
- [10] F. Takens, "Detecting strange attractors in turbulence," in *Dynamical Systems and Turbulence, Warwick 1980*, Berlin, Heidelberg, 1981, pp. 366–381.
- [11] T. Sauer, J. A. Yorke, and M. Casdagli, "Embedology," *Journal of Statistical Physics*, vol. 65, no. 3, pp. 579–616, 1991.

Tabu search for solving multiple-vehicle bike sharing system routing problem with real port distribution

Honami Tsushima
Department of Information and
Computer Technology, Graduate
School of Engineering, Tokyo
University of Science,
Katsushika-ku, Tokyo, Japan
0000-0003-2711-2435
honami@hisenkei.net

Nina Sviridova
Department of Information and
Computer Technology, Faculty of
Engineering, Tokyo University of
Science,
Katsushika-ku, Tokyo, Japan
0000-0001-5850-0604
nina.svr@rs.tus.ac.jp

Tohru Ikeguchi
Department of Information and
Computer Technology, Faculty of
Engineering, Tokyo University of
Science,
Katsushika-ku, Tokyo, Japan
0000-0001-9280-9541
tohru@rs.tus.ac.jp

Abstract—The bicycle sharing system (BSS) is one of the eco-friendly transportation systems introduced in major cities worldwide. However, BSS faces one crucial challenge: an imbalance of bicycles among the ports, because users are free to rent and return bicycles freely. It is necessary to restore the bicycles among the ports using vehicles to overcome this issue. We have already proposed search strategies for finding the tours of the vehicles in a reasonable time frame. In our previously proposed method, we used the tabu search which harnesses executing two local searches: the CROSS-exchange and the Or-opt. In the numerical experiment, we used instances with uniformly distributed ports to evaluate the performance of our previous method; however, real BSS ports are not uniformly distributed. Thus, in this paper, we use instances with real port distributions from four BSSs (Boston, Washington D.C., New York, Chicago) to investigate whether our method is effective for non-randomly distributed ports of larger-size instances (200 ports). From the numerical experiments, our proposed method is also effective for instances based on real BSS port locations.

Keywords—*tabu search, low computational costs, CROSS-exchange, Or-opt, bicycle sharing system, feasible and infeasible solutions*

I. INTRODUCTION

With the development of IoT (Internet of Things) technology, the bicycle sharing system (BSS) has received increasing attention as it covers first/last mile trips, generates no air pollution, and reduces traffic jams. A BSS provides a self-rental service that is composed of many ports located in different sites around cities, where registered users can easily rent bicycles and return them elsewhere. The BSS has greatly enhanced the convenience, for example, commuting to work, everyday life and in disaster. However, if the rent-return is unbalanced, the port state may become either empty or full. Therefore, it is essential to relocate bicycles using vehicles to avoid critical states when ports are completely empty or full. In addition, because the number of vehicles and operators is

limited, gas of vehicles and labor costs are extremely high, efficient rebalancing of bicycles is desirable.

To overcome these BSS problems, the past few years provided many innovative studies analyzing usage history data and rebalancing bicycles of the BSS.

For the analysis of usage history data, Kim (2020) [1] investigated the effects of seasonal impacts and PM (particulate matter) levels on the use of a BSS [2] in Seoul, Korea. The experiment results showed that usage time tends to be shorter in winter and spring, when PM levels are higher. Miura et al. (2019) [3] proposed a demand forecasting model using information such as past BSS usage history data of Docomo bike-share [4], demographic data, and weather data. From the results of numerical experiments, the proposed method showed superior accuracy compared to other conventional methods.

For the rebalancing bicycles of the BSS, the problems are classified into dynamic and static cases. In the case of dynamic problems, the number of bicycles at each port changes while the vehicles carry out the repositioning operation [5]. In the case of static problems, the number of bicycles at each port remains the same when the vehicles carry out the repositioning operation. In this study, we treated the static case.

Most studies on static bicycle rebalancing are conducted in terms of the combinatorial optimization problem. Solution methods for combinatorial optimization problems are mainly classified into two methods: an exact method and a metaheuristic method. The exact method guarantees the optimal solution, but it is not easy to apply it to large-scale problems because it takes a very long time to obtain the solutions. On the other hand, the metaheuristic method is easy to be applied to large-scale problems, but there is no guarantee of optimality. In a BSS, hundreds of ports are installed, thus, many studies formulated a rebalancing bicycles of a BSS, but it is almost impossible to find a good solution in realistic time for large-

scale problems. Then, metaheuristic methods are often used.

For example, Chemla et al. (2013) presented efficient algorithms for finding short vehicle tour using single vehicle [6]. From the numerical experiments, they obtained solutions with the error of less than 2%. Then, a bike sharing rebalancing problem (BRP) was proposed and formulated by Dell'Amico et al. (2014). They solved BRP employing the branch-and-cut algorithm [7]. Moreover, a destroy and repair algorithm for BRP was proposed by Dell'Amico et al. (2016) [8]. In Refs. [7], [8], the number of vehicle is multiple. They tested their algorithm with up to 564 ports and reported that they can obtain good solutions with efficient computational times.

In addition, we have also addressed the rebalancing bicycles problem of the BSS. First, we formulated a new bicycle sharing system routing problem, called "multiple-vehicle bike sharing system routing problem (mBSSRP)." Then, local search methods are utilized to find near optimal solutions of mBSSRP within a short time [9], [10] (our first method). Since the mBSSRP has some strict limitations, our local search methods could not obtain feasible solutions of mBSSRP for some instances. Thus, we proposed a new rebalancing problem, called "multiple-vehicle bike sharing system routing problem with soft limitations (mBSSRP-S)." In the mBSSRP-S, some limitations are eliminated from the mBSSRP, and the violations of the mBSSRP are added to the objective function value as penalties [11]. Then, for solving mBSSRP and mBSSRP-S, we proposed a method which harnesses executing two local searches: the CROSS-exchange [12] and the Or-opt [13] with the tabu search method [14]. In the numerical experiments, we compare the results of solving mBSSRP-S to find feasible solutions of mBSSRP and solving directly mBSSRP. The result shows that solving mBSSRP-S to find feasible solutions of mBSSRP has good performance [11] (our second method).

However, there is a challenge: computational costs increase, because the neighborhood solutions of mBSSRP-S include infeasible solutions of mBSSRP. Thus, we need to decrease the computational costs while performance is maintained. Then, we have proposed search strategies with low computational costs while performance is maintained [15] (our third method).

Our third method changes the problem to be solved before and after obtaining a feasible solution. In the third method, we search only the natural order swap of the CROSS-exchange and the natural order movement of the Or-opt with soft limitations (solve mBSSRP-S) before obtaining a feasible solution and explore the same area with hard limitations (solve mBSSRP) after a feasible solution is obtained. Numerical experiments have successfully reduced computational costs while performance is maintained [15].

In our previous studies [9], [11], [15], we used problem instances with uniformly distributed ports to investigate the performance of our proposed method. However, real BSS ports are not uniformly distributed. Therefore, we need to investigate whether our proposed methods are effective for non-uniformly distributed ports.

Thus, in this paper, we used problem instances with real port

distributions from the real BSSs (Boston, Washington D.C., New York, Chicago) [16]–[19]. In addition, we have tackled larger size instances (200 ports), which we had not worked on before. Then, the results show that our third method is useful for real port distributions and that it is possible to obtain solutions for large-size real port distribution instances (200 ports).

In the numerical experiments, we compared the performance of our second method [11] and our third method [15]. From the results, for instances with 100 ports, there is no significant difference in performance and the number of feasible solutions obtained between our second and third methods, but for instances with 200 ports, our third method yielded by far the more feasible solutions.

II. PROBLEM DESCRIPTION

In the mBSSRP and the mBSSRP-S, we are given a graph $G = (V, E)$, where the set of vertices $V = \{0, 1, \dots, N\}$ and the set of edges E . In V , the depot is represented by the index 0 and the ports are by vertices $\{1, 2, \dots, N\}$. Let t_{ij} be the travel time from port i to port j ($t_{ij} = t_{ji}$). Each port i has demand bicycles b_i , which takes either positive or negative values. If $b_i > 0$, it is called "pickup port", and we must load b_i bicycles at port i . By contrast, if $b_i < 0$, it is called "delivery port", and we must unload b_i bicycles at port i . A fleet of M vehicles must start from the depot and return to the depot. The vehicles can load bicycles at the depot, when they start from the depot. However, we set a capacity limitation: all vehicles cannot load bicycles more than Q . Then, we set a time limit limitation: vehicle must return to the depot by the time limit τ [min]. Because we treat a static case rebalancing problem in this study, the number of demand bicycles b_i remains the same during the rebalancing process. Moreover, one vehicle visits each port only once.

Under these rules, finding the minimum total travel time for vehicles is the objective of the mBSSRP that satisfy the time and the capacity limitations. By contrast, in mBSSRP-S, the time limit and the capacity limitations are eliminated and violations of these limitations are appended to the objective function as penalties. Let us define the objective function of the mBSSRP-S as follows:

$$\text{minimize} \quad (T(t) + \alpha(t) \times P_T(t) + \beta(t) \times P_Q(t)) \quad (1)$$

where $T(t)$ indicates the total travel time at the t th iteration: the objective function of mBSSRP, $P_T(t)$ indicates the violations of the time limit limitation at the t th iteration, $P_Q(t)$ indicates the violations of the capacity limitation that could not be loaded or supplied at the t th iteration, and $\alpha(t)$ and $\beta(t)$ represent the dynamically changing weight coefficients of the penalty at the t th iteration. The mBSSRP-S aims to transition to feasible solutions of the mBSSRP from the infeasible solutions. For more information, see Tsushima et al. [11], [15].

III. META-HEURISTIC METHOD

To obtain a good feasible solution of mBSSRP with low computational costs, we use the tabu search which harnesses

executing two local searches: the CROSS-exchange [12] and the Or-opt [13] in the main loop [15]. Before entering the main loop, first, an initial solution is constructed by the construction method. Next, the initial solution is improved by the local search methods: the inserting method and the swapping method. These local search methods improve one tour.

Finally, we used the tabu search method which harnesses executing two well-known algorithms called the CROSS-exchange and the Or-opt. The CROSS-exchange and the Or-opt improve the total travel time using two different routes. The CROSS-exchange changes ports of two different routes. In the Or-opt, a part of some contiguous ports are inserted into other tours.

The main loop is composed of two strategies to obtain a good feasible solution of mBSSRP with low computational costs. The first strategy is the strategy before obtaining a feasible solution that aims to reduce the number of neighborhood solutions and obtain a feasible solution of the mBSSRP in a short time. In particular, the natural order swap of the CROSS-exchange and the natural order movement of the Or-opt are only explored. Then, the second strategy is the strategy after obtaining a feasible solution, and it aims to explore good approximate solutions in a short time. In particular, we change the problem to be solved from mBSSRP-S to mBSSRP and explore the natural order swap of the CROSS-exchange and the natural order movement of the Or-opt. Briefly, our strategy is to explore only the natural order swap of the CROSS-exchange and the natural order movement of the Or-opt with soft limitations (solve mBSSRP-S) before obtaining a feasible solution, and then explore the same area with hard limitations (solve mBSSRP) after a feasible solution is found.

IV. NUMERICAL EXPERIMENTS

In this paper, we investigated the performance of our proposed methods when we use the positions of the ports from the real BSSs (Boston, Washington D.C., New York, Chicago) [16]–[19]. To generate the instances that are close to the actual port distribution, we randomly select $N = 100, 200$ ports from the real data of BSSs (the real data include longitude and latitude of each port). We randomly selected ports from one month's history usage data to generate a realistic situation. Table I shows the duration of data used and the number of ports. We employed August data because the number of uses is high. We used Boston and New York data in 2019, as BSS can be affected by COVID-19. However, Washington D.C. and Chicago data does not include latitude and longitude at each port in 2019 usage history, therefore we used data in 2021. Then, we set the number of bicycles at each port randomly integer number between -5 and $+5$ at intervals of 1. The number of vehicles was set to a maximum 5 for $N = 100$ and 10 for $N = 200$. The capacity of the vehicle was 10 for both $N = 100$ and 200. The average moving speed of the vehicles was 30 [km/h]. The loading or unloading time of a bicycle was two [min]. The time limit was 180 [min] for $N = 100$ and 210 [min] for $N = 200$. Then, we set the initial values of

weights ($\alpha(0) = 1$ and $\beta(0) = 1$). The increasing parameter was set to 1.07, and the decreasing parameter was set to 0.3. In the numerical experiments, 50 trials are repeated per one instance and 300 [s] of one trial were executed.

TABLE I.
DURATION OF DATA USED AND NUMBER OF PORTS.

City	Duration	# of ports
Boston	August 2019	318
Washington D.C.	August 2021	653
New York	August 2019	794
Chicago	August 2021	425

Tables II and III present the results of our second method [11]: all neighborhood solutions of the CROSS-exchange and the Or-opt were explored with soft limitations. Tables II and III show the instance number, the average, the best, and the worst objective function values [min] for each instance, and the number of obtained feasible solutions for each trial. The maximum value was 50, because 50 trials are repeated. From the results of Table II, our second method obtained feasible solutions for all trial with 100 ports. However, we obtained few feasible solutions for 200 ports of all cities.

Next, we compared the results with our third method [15]: the natural order swap of the CROSS-exchange and the natural order movement of the Or-opt were explored with soft limitations (solve mBSSRP-S) before obtaining a feasible solution, and then explore the same area with hard limitations (solve mBSSRP) after a feasible solution is obtained. The results are shown in Tables IV and V. From Tables IV and V, we obtained feasible solutions for almost all trials of four BSSs.

Then, from Tables II and IV for $N = 100$, our third method obtained slightly shorter tours than our second method. From the results of Tables III and V for $N = 200$, our third method obtained the feasible solutions overwhelmingly compared to our second method. One of the reasons why our third method obtains good solution is that we reduce the number of neighborhood solutions (only search for the natural order swap of the CROSS-exchange and the natural order movement of the Or-opt) before finding a feasible solution, and we change the problem to be solved from mBSSRP-S to mBSSRP after a feasible solution was found.

Finally, to investigate the performance of our third method, we compared the performance of the proposed method and that of Dell'Amico et al. (2016) [8]. The reason why we compared our results and Dell'Amico et al. is that they also addressed the rebalancing bicycles problem of the BSS, and the problem settings of their situation are similar to our problem settings. The difference between Dell'Amico et al. (2016) [8] and our problem settings are that our problem settings have time limitations (vehicle must return to the depot within the time limit). Thus, we set the time limitation to a very large value to make the problem settings the same as Dell'Amico et al. (2016). We used instances shared by Dell'Amico et al. (2014) [7]. Our instances are symmetrical ($t_{ij} = t_{ji}$), but these instances are asymmetrical ($t_{ij} \neq t_{ji}$). For the instances with

TABLE II.
RESULTS OF OUR SECOND METHOD [11] (100 PORTS).

(a) Boston				
#	Average	Best	Worst	# of Feasible Solutions
1	207.87	202.33	220.67	49
2	181.49	173.50	193.05	50
3	173.59	167.40	183.24	50
4	190.41	182.46	205.92	50
5	182.08	174.92	196.43	50
6	201.64	194.02	213.89	50
7	186.18	178.90	194.84	50
8	217.56	211.88	227.31	50
9	217.28	214.56	219.58	8
10	-	-	-	-

(b) Washington D.C.				
No.	Average	Best	Worst	# of Feasible Solutions
1	136.87	131.31	148.31	49
2	170.00	161.36	184.31	50
3	143.11	135.54	154.73	50
4	179.64	173.21	187.58	50
5	161.78	157.61	169.19	49
6	149.87	143.42	165.88	50
7	160.29	151.84	171.78	50
8	140.13	132.19	145.84	50
9	145.96	138.90	152.34	50
10	214.83	210.16	219.41	50

(c) New York				
#	Average	Best	Worst	# of Feasible Solutions
1	238.73	226.22	252.58	29
2	200.91	190.68	213.50	50
3	192.60	183.59	203.45	50
4	204.29	197.38	220.78	50
5	205.67	197.94	220.49	50
6	221.58	214.70	237.65	28
7	211.55	204.48	227.91	7
8	-	-	-	-
9	207.15	196.60	222.72	50
10	201.99	191.14	214.51	46

(d) Chicago				
#	Average	Best	Worst	# of Feasible Solutions
1	168.28	163.07	173.68	50
2	165.37	158.71	173.91	50
3	218.58	211.67	226.63	48
4	158.89	153.90	173.41	50
5	165.81	160.82	173.93	50
6	-	-	-	-
7	194.51	188.18	200.93	50
8	174.65	170.23	181.17	50
9	165.32	158.98	174.45	50
10	161.57	157.06	171.01	50

the known optimal solutions, we compare the performance of our third method with the destroy and repair algorithm (DR) proposed by Dell'amico et al. (2016).

TABLE III.
RESULTS OF OUR SECOND METHOD [11] (200 PORTS).

(a) Boston				
#	Average	Best	Worst	# of Feasible Solutions
1	-	-	-	-
2	-	-	-	-
3	-	-	-	-
4	-	-	-	-
5	-	-	-	-
6	-	-	-	-
7	-	-	-	-
8	294.22	294.22	294.22	1
9	342.19	342.19	342.19	1
10	-	-	-	-

(b) Washington D.C.				
#	Average	Best	Worst	# of Feasible Solutions
1	-	-	-	-
2	249.57	249.57	249.57	1
3	-	-	-	-
4	-	-	-	-
5	-	-	-	-
6	-	-	-	-
7	-	-	-	-
8	348.62	348.62	348.62	1
9	-	-	-	-
10	-	-	-	-

(c) New York				
#	Average	Best	Worst	# of Feasible Solutions
1	-	-	-	-
2	-	-	-	-
3	292.54	286.17	302.36	4
4	-	-	-	-
5	-	-	-	-
6	-	-	-	-
7	-	-	-	-
8	286.64	286.64	286.64	1
9	-	-	-	-
10	313.99	313.99	313.99	1

(d) Chicago				
#	Average	Best	Worst	# of Feasible Solutions
1	-	-	-	-
2	267.20	267.20	267.20	1
3	-	-	-	-
4	-	-	-	-
5	259.41	259.41	259.41	1
6	-	-	-	-
7	-	-	-	-
8	-	-	-	-
9	-	-	-	-
10	-	-	-	-

TABLE IV.
RESULTS OF OUR THIRD METHOD [15] (100 PORTS).

(a) Boston				
#	Average	Best	Worst	# of Feasible Solutions
1	205.43	200.98	214.36	50
2	180.75	176.28	187.90	50
3	172.89	167.67	179.52	50
4	188.39	183.36	200.16	50
5	180.60	175.93	193.53	50
6	200.38	194.38	211.36	50
7	186.06	179.77	194.34	50
8	217.16	211.41	223.94	50
9	217.21	214.38	222.78	5
10	-	-	-	-

(b) Washington D.C.				
#	Average	Best	Worst	# of Feasible Solutions
1	135.98	128.96	146.20	50
2	168.54	160.38	178.69	50
3	143.96	135.04	159.64	50
4	179.29	172.36	187.35	50
5	161.46	157.02	172.67	50
6	148.66	141.96	163.97	50
7	158.18	152.30	166.98	50
8	139.85	131.71	146.41	50
9	145.28	138.67	152.08	50
10	215.03	211.16	221.83	50

(c) New York				
#	Average	Best	Worst	# of Feasible Solutions
1	234.22	223.95	250.25	27
2	198.99	189.70	211.36	50
3	191.79	183.54	201.34	50
4	204.18	197.18	211.46	50
5	202.42	196.10	219.95	50
6	222.46	213.81	230.04	10
7	207.90	205.03	214.95	7
8	-	-	-	-
9	205.02	196.03	218.47	50
10	201.05	190.31	210.53	50

(d) Chicago				
#	Average	Best	Worst	# of Feasible Solutions
1	167.45	162.68	178.59	50
2	164.05	157.34	170.42	50
3	215.72	210.86	222.90	46
4	157.25	152.72	163.58	50
5	165.22	160.56	172.21	50
6	-	-	-	-
7	192.68	186.85	199.33	50
8	173.57	169.49	181.33	50
9	165.78	156.23	177.47	50
10	161.02	155.95	169.65	50

TABLE V.
RESULTS OF OUR THIRD METHOD [15] (200 PORTS).

(a) Boston				
#	Average	Best	Worst	# of Feasible Solutions
1	302.92	292.44	316.84	50
2	278.14	264.90	299.38	49
3	256.07	245.95	270.42	50
4	370.61	351.39	392.87	33
5	297.05	280.56	308.68	50
6	340.57	324.66	360.44	50
7	278.77	260.41	299.41	50
8	282.02	268.07	297.17	49
9	334.33	319.29	347.62	50
10	289.34	278.58	302.95	50

(b) Washington D.C.				
#	Average	Best	Worst	# of Feasible Solutions
1	200.63	191.12	217.34	50
2	250.85	237.67	264.65	50
3	204.33	186.86	217.65	50
4	236.40	226.73	255.11	50
5	261.37	242.84	278.29	50
6	188.46	171.48	203.66	50
7	218.48	206.50	238.96	50
8	330.13	319.85	352.12	47
9	202.72	187.36	217.16	50
10	204.84	186.92	226.57	50

(c) New York				
#	Average	Best	Worst	# of Feasible Solutions
1	285.06	274.36	301.36	50
2	278.85	263.80	293.18	50
3	291.02	281.19	307.89	50
4	411.59	386.22	431.01	50
5	296.30	273.61	311.34	50
6	329.42	316.11	357.30	50
7	338.77	321.28	354.27	50
8	292.04	271.48	314.68	50
9	293.98	280.52	315.05	50
10	306.99	295.82	320.64	50

(d) Chicago				
#	Average	Best	Worst	# of Feasible Solutions
1	256.60	245.97	277.76	50
2	253.80	242.16	265.06	50
3	235.38	225.47	251.37	50
4	216.63	208.98	227.73	50
5	255.01	244.79	270.71	50
6	232.43	220.61	247.10	49
7	287.34	272.46	306.52	44
8	255.28	243.15	262.98	50
9	247.19	233.88	269.48	50
10	259.97	249.15	268.31	46

TABLE VI.
RESULTS OF COMPARISON WITH REF. [8].

City	# of ports	Dell'Amico et al. [8]		Our third method [15]	
		Average	Best	Average	Best
Bari	13	0.00	0.00	0.00	0.00
Dublin	45	1.12	0.00	5.45	1.05
Torino	75	1.64	0.47	8.20	3.35

Table VI shows the results of DR and our third method [15]. In Table VI, the first column lists the city name, the second column shows the number of ports, the third and the fourth columns show the average, the best objective function values of DR, the fifth and the sixth columns show the average, the best objective function values of our third method. From the results of Table VI, for small instance with 13 cities, the method of Dell'Amico et al. (2016) and our method take 0% gap. However, as the size of instance increases, our third method is inferior to the DR proposed by Dell'amico et al. (2016). Although it would appear that our method is inferior, its strength is that our method can adopt time limit limitation. Thus, there is no difference in the workload of the operators.

V. CONCLUSION

In this paper, we used the port distribution of the four real BSSs to investigate whether our proposed method is effective for non-uniformly distributed ports. In addition, we have tackled on more larger size instances (200 ports). From the numerical experiments, our third method, which changes the problem to be solved before and after obtaining a feasible solution, is also effective for almost all instances of four real BSSs with 100 and 200 ports.

In this paper, to generate the instances, we randomly selected 100 and 200 ports from the real data each BSS. In practice, vehicles patrol a defined area of a BSS. Thus, as for the future work, it is needed to generate the instances that are divided into areas and conduct numerical experiments. Furthermore, Chiariotti et al. (2018) [20] addressed on instances of 280 ports using New York data [18]. As a real BSS has more than 200 ports installed, it is necessary to tackle the problems which have larger number of ports.

Additionally, we used real port distributions from real four BSSs, but the number of pickup/supply bicycles was set by uniform random numbers. We have already investigated the distribution of the number of pickup/supply bicycles [21]. The results show that the number of pickup/supply bicycles follows a normal distribution. Thus, we must address the instances that follow a normal distribution of the number of pickup/supply bicycles.

ACKNOWLEDGMENT

The research of H. T. was supported by JSPS KAKENHI Grant Number JP22J12396. The research of N. S. was supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers JP19K14589 and JP20H05921. The research of T. I. was supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers JP20H000596, JP21H03514 and JP22K18419.

REFERENCES

- [1] H. Kim, "Seasonal Impacts of Particulate Matter Levels on Bike Sharing in Seoul, South Korea," *International Journal of Environmental Research and Public Health* vol. 17, no. 11, 3999, 2020.
- [2] Ddareungi Official Site. <https://www.bikeseoul.com>.
- [3] T. Mimura, S. Ishiguro, S. Kawasaki, and Y. Fukazawa, "Bike-Share Demand Prediction using Attention based Sequence to Sequence and Conditional Variational AutoEncoder," *Proceedings of the 3rd ACM SIGSPATIAL International Workshop on Prediction of Human Mobility*, pp. 41–44, 2019.
- [4] Docomo bike share Official Site. <https://docomo-cycle.jp>.
- [5] C. Kloimüller, P. Papazek, B. Hu, and G. Raidl, "Balancing bicycle sharing systems: An approach for the dynamic case," Christian Blum and Gabriela Ochoa, editors, *Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization – EvoCOP 2014, Lecture Notes in Computer Science*, vol. 8600, pp. 73–84, 2014.
- [6] D. Chemla, Frédéric Meunier and Roberto Wolfler Calvo, "Bike sharing systems: Solving the static rebalancing problem," *Discrete Optimization*, Vol. 10, No. 2, pp. 120–146, 2013.
- [7] M. Dell'Amico, E. Hadjicostantinou, M. Iori, and S. Novellani, "The bike sharing rebalancing problem: Mathematical formulations and benchmark instances," *Omega*, Vol. 45, pp. 7–19, 2014.
- [8] M. Dell'Amico, M. Iori, S. Novellani and T. Stützle, "A destroy and repair algorithm for the bike sharing rebalancing problem," *Computers & Operations Research*, Vol. 71, pp. 149–162, 2016.
- [9] H. Tsushima, T. Matsuura, and K. Jin'no, "Local search method for multiple-vehicle bike sharing system routing problem," *Journal of Signal Processing*, Vol. 22, No. 4, pp. 157–160, 2018.
- [10] Gurobi Optimizer, <http://www.gurobi.com>.
- [11] H. Tsushima, T. Matsuura, and T. Ikeguchi, "Strategy for Exploring Feasible and Infeasible Solution Spaces to Solve a Multiple-Vehicle Bike Sharing System Routing Problem," *Applied Sciences*, Vol. 11, No. 16, 7749, 2021.
- [12] É. Taillard, P. Badeau, M. Gendreau, François Guertin, and Jean-Yves Potvin, "A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with soft time windows," *Transportation Science*, Vol. 31, No. 2, pp. 170–186, 1997.
- [13] I. Or, "Traveling salesman-type combinatorial problems and their relation to the logistics of blood banking," *PhD thesis (Department of Industrial Engineering and Management Science, Northwestern University)*, 1976.
- [14] F. Glover, "Tabu search-part I," *ORSA Journal on Computing*, Vol. 1, No. 3, pp. 190–206, 1989.
- [15] H. Tsushima, T. Matsuura, and T. Ikeguchi, "Searching Strategies with Low Computational Costs for Multiple-Vehicle Bike Sharing System Routing Problem," *Applied Sciences*, Vol. 12, No. 5, 2675, 2022.
- [16] Bluebikes system data. <https://www.bluebikes.com/system-data>.
- [17] Capital Bikeshare system data. <https://www.capitalbikeshare.com/system-data>.
- [18] Citi Bike system data. <https://ride.citibikenyc.com/system-data>.
- [19] Divvy system data. <https://www.divvybikes.com/system-data>.
- [20] F. Chiariotti, C. Pielli, A. Zanella, and M. Zorzi, "A Dynamic Approach to Rebalancing Bike-Sharing Systems," *Sensors*, Vol. 18, No. 2, 512, 2018.
- [21] H. Tsushima, and T. Ikeguchi, "Statistical analysis of usage history of bicycle sharing systems," *Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE*, Vol. E13-N, No. 2, pp. 355–360, 2021.

Consistency of determinism detection in sparse photoplethysmogram recordings

Nina Sviridova, Department of Information and Computer Technology, Faculty of Engineering, Tokyo University of Science, Tokyo, Japan; International Research Center for Neurointelligence, The University of Tokyo, Tokyo, Japan (nina.svr@rs.tus.ac.jp),

Kazuya Sawada, Department of Information and Computer Technology, Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science, Tokyo, Japan (sawada@hisenkei.net)

Tohru Ikeguchi, Department of Information and Computer Technology, Faculty of Engineering, Tokyo University of Science, Tokyo, Japan (tohru@rs.tus.ac.jp)

Abstract

A human photoplethysmogram is a biological signal widely used for heart rate estimation, and it has a great potential for a variety of physiological and mental health monitoring applications. Photoplethysmogram is a highly complex, chaotic signal, and health monitoring applications beyond the heart rate estimation, such as mental health monitoring, may possibly require the extraction of photoplethysmogram dynamical properties that can be achieved by the application of nonlinear time series analysis. However, the applicability of nonlinear time series analysis imposes various requirements on the time series such as a sufficiently high sampling rate. This study aimed to investigate the effect of the sampling rate on the determinism of photoplethysmogram signals taken in reference conditions. The determinism, which is one of the fundamental properties of the dynamical system, was quantified by the recurrence quantification analysis, and the robustness of the determinism identification was verified by the surrogate data method. Results demonstrated that for the sampling frequency range 409.6~24.09 Hz only a minor decrease of determinism quantity is observed, thus confirming the consistency of the determinism detection in the photoplethysmogram time series of investigated sampling rates.

1 Introduction

Photoplethysmography was introduced in 1937 [1] and since then has been widely used for heart rate estimation. Nowadays, various PPG measurement techniques are available. Depending on the measurement device settings all PPG devices operate in transmission or reflection mode, and the light source used to measure the PPGs varies by the light wavelength used. Many modern devices utilize green, red, and near-infrared (NIR) light. While red and NIR light is traditionally used in devices in medical settings, wearable devices are primarily operating in reflection mode and are green light-based [1]–[3]. With this evolution of the measurement techniques, its applications for health monitoring purposes greatly expanded, and nowadays human photoplethysmogram (PPG) is generally used not only for heart rate but also for oxygen saturation, blood pressure, respiratory rate estimations, in addition to arterial diseases, sleep, vascular condition assessment-related studies [1], [3], [4]. Besides, PPG also has a great potential for more advanced health monitoring applications such as prediction of the physiological states [5], mental health estimation, monitoring of a patient's recovery state, and extraction of the disease status [6]–[8].

In a number of studies, it was demonstrated that advanced applications, such as disease identification or patient recovery estimation may require the extraction of unique information from the PPG dynamics [6]–[9], which is chaotic [6], [10], [11]. Such dynamical properties or characteristics can be extracted from complex dynamical systems data by the methods of nonlinear time series analysis [6]–[8], [10].

However, while methods of nonlinear time series analysis may provide great insight into the dynamical properties of the time series making it possible to extract health condition status from the data dynamics, they have certain applicability limitations; sufficient resolution and length of time series, absence of significant level of noise, etc. are important factors to enable reliable data analysis [12], [13]. Thus, the sampling rate, which is directly related to the measurement device hardware, can greatly affect the results of the analysis.

In various studies, sampling rates of used PPG devices differ from 1,000 Hz to 200 [6], [7], [10], [11], [14] or even 30 Hz in the case of imaging PPGs [15], while the heart rate can be robustly extracted from signals with a resolution higher than 25 Hz [16], studies involving extraction of nonlinear dynamical characteristics of the time series by the methods of nonlinear time series analysis may have different requirements on the sampling rate. Thus time-delay embedding method, which is one of the primary nonlinear time series methods, is directly affected by the time series temporal resolution. The majority of other methods applied to the time-delay-reconstructed trajectory and, consequently, the effect of the sampling rate extends to it. Thus recurrence plot and recurrence quantification analysis (RQA) [17] are powerful methods of nonlinear time series analysis for dynamics investigation, and yet they are sensitive to the time series sampling rate [13], as they are based on the neighborhood information of the time-delay-reconstructed trajectory. It is to be noticed that while high-resolution signals technically can be recorded, they are likely

to have more noise, require more computational effort to process, as well as increase strain on the battery life in the case of wearable devices, which can be a serious limitation for daily health monitoring applications. Therefore, it is essential to estimate the optimal sampling rate which is a trade-off between the preservation of the dynamical properties, the effectiveness of the analysis, and the computational cost.

Determinism is one of the essential properties of deterministic dynamical systems to be estimated, and, in many cases, further data analysis relies on the prior knowledge of whether the data are deterministic or not. From one point of view, determinism reveals whether the system obeys a certain rule and, at the same time, may assist in the estimation of the noise present in experimental data. RQA provides one of the common methods for determinism estimation; however, as mentioned above it is sensitive to the data resolution, making it important to investigate changes in determinism detection by RQA when data sparseness increases.

In this study, we investigated the widely used NIR PPGs' determinism index by the RQA as a function of its sampling rate.

2 Material and Methods

2.1 Data

The data from 11 volunteers aged 20 to 26 years old (22.7 ± 1.4) were utilized in this study. Data were collected at the Tokyo University of Science. Data collection was approved by the Tokyo University of Science ethical committee. Before the data collection informed consent was obtained from all participants. At the time of data collection all participants were in good health condition and none of them reported the presence of medical records of cardiovascular system diseases.

To collect the PPG data a red and NIR PPG based IWS920 (I.W. Technology Firm, Inc. Tokyo Devices) PPG recording device with a sampling rate 409.6 Hz was used. The sensor was placed on the right hand's index finger. 3 min long data collected in a sitting relaxed position in the controlled environment room were used in this study. An example of the 30s long segment of the PPG time series is shown in **Figure 1**.

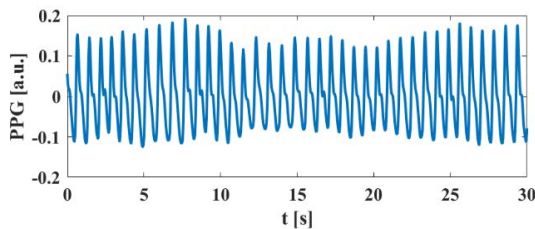


Figure 1 An example of 30s long PPG time series

Since the heart rate estimation is reliable for the sampling rate above 25 Hz [16], in this study, to investigate the effect of the sampling rate collected data were subsampled $k = 2, \dots, 17$ times with step equal to unity, to cover the heart-rate-estimation reliable range. Thus, investigated time series sampling rate varies from 409.6 Hz (original data) to 24.1 Hz (17 times subsampled time series), which corresponds to the sampling interval range of 0.0024–0.041s.

2.2 Analysis

2.2.1 Time-delay reconstruction

Most nonlinear time series analysis methods require knowledge of the system behavior in the state space. However, in the case of the PPGs only experimentally measured time series are available, therefore, the first step to proceed with nonlinear time series analysis would be to obtain information on its possible dynamics in the phase space, which can be archived by the time-delay reconstruction technique [18]. Points of the time-delay reconstructed trajectory in m -dimensional phase space are defined as $X_i = (x(t_i), x(t_i + \tau), \dots, x(t_i + (m-1)\tau))$, where $x(t_i)$, ($i = 1, \dots, n$) is the observed time series, τ is the time delay. In this study, the reconstruction dimension was chosen as 4 [10]; the time delay value was chosen as the time when the autocorrelation falls below $(1-1/e)$ [19], which is $\tau = 40$ for the original time series. For the sparse time series τ was set as $\lceil \tau / k \rceil$.

2.2.2 Recurrence plot

A recurrence plot is one of the powerful methods of nonlinear time series analysis that allows visualizing multidimensional dynamical system behavior as a 2-dimensional image based on the neighborhood information [17]. The recurrence plot consists of the points that value is either zero or unity. If the point X_i is located within the sphere centered in X_j ($i, j = 1, \dots, N$; $N = n - (m-1)\tau$) with radius ε called threshold, then the (i, j) -pixel value $R_{i,j}(\varepsilon)$ becomes unity and is included in the RP, otherwise, it becomes zero. In this study, ε was equal to 9% of the reconstructed attractor size [17] defined as the maximal distance between attractor points.

2.2.3 Recurrence quantification analysis (RQA)

Recurrence plot provides a qualitative representation of the system's unique dynamical characteristics. To obtain quantification indexes of system properties, the RQA providing statistical measures of recurrence plot structures is performed. RQA allows the estimation of the determinism, which is one of the most important properties of a dynamical system, by the determinism index (DI) that can be calculated as [17]:

$$DI = \frac{\sum_{l=l_{\min}}^N lP(\varepsilon, l)}{\sum_{l=1}^N lP(\varepsilon, l)},$$

where $P(\varepsilon, l)$ is a histogram of diagonal lines of length l defined as

$$P(\varepsilon, l) = \sum_{i,j=1}^N (1 - R_{i-1,j-1}(\varepsilon)) (1 - R_{i+1,j+1}(\varepsilon)) \prod_{k=0}^{l-1} R_{i+k,j+k}(\varepsilon),$$

and $l_{min} = 2$ is a given minimum length. Ideally, for deterministic time series, DI is equal to unity, whereas it is lower than that when a limited number of samples are available, when the signal includes noise, and so on. Practically, often values of $DI > 0.9$ are considered as a sign of determinism. However, in some cases relying only on the high DI value may be misleading as in the case of highly correlated stochastic data high DI may appear even for non-deterministic data. Therefore, to robustly confirm whether the obtained DI indicates determinism the method of surrogate data was used [20]. A clear difference between the original PPG time series DI and the surrogates DI distribution would be confirmation of the correct identification of the determinism. In this study, 50 Fourier transform phased randomized surrogates were generated for each original time series. Generated surrogate time series are random; however, they preserve the original PPG power spectrum, thus PPG's heart rate information is retained in these surrogates.

3 Results

To extract the quantitative information from the PPG time series of variable sampling rate, first, its possible dynamics was reconstructed by the time-delay embedding technique. **Figure 2** demonstrates an example of the time-delay reconstructed trajectory of the original sampling rate 3-minutes long time series, which segment is shown in **Figure 1**. Then the recurrence plots were calculated for each reconstructed attractor. **Figure 3** shows an example of the recurrence plot corresponding to the 30s segment of the time-delay-reconstructed trajectory shown in **Figure 2**. Finally, based on the RPs, DI was calculated for each original and subsampled time series. **Figure 4** demonstrated DI values averaged over all subjects' time series as a function of the sampling interval. Results for each time series were tested with the surrogate data method. **Figure 5** demonstrates an example of the DI distribution for the 50 surrogate datasets for the case of the original sampling rate and 17 times subsampled time series.

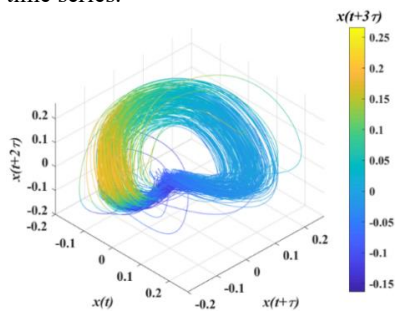


Figure 2 An example of the PPG possible trajectory reconstructed in 4-dimensional phase space by the time-delay embedding method

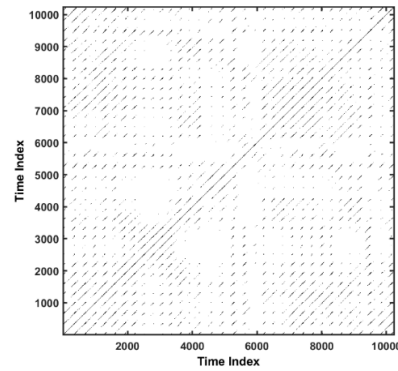


Figure 3 An example of the PPG recurrence plot

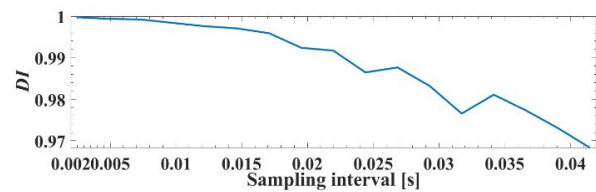


Figure 4 Averaged determinism indexes as a function of the time series sampling rate

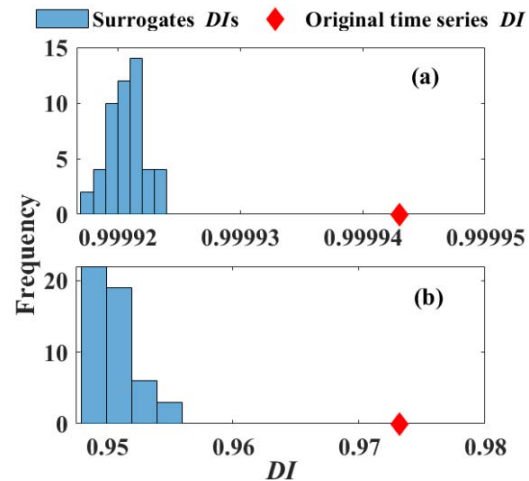


Figure 5 Distribution of the determinism index for 50 surrogate datasets of (a) the original sampling rate time series and (b) $k = 17$ -times subsampled time series

4 Discussion

To investigate the determinism of the sparse PPG time series, first, its dynamics was reconstructed (**Figure 2**). Then based on the time-delay-reconstructed trajectory recurrence plots (an example of the original data is shown in **Figure 3**) were calculated. Finally, DI was estimated by the RQA. PPG signals recorded by contact devices are known to be deterministic [10], [11], and obtained $DI \approx 1$ for original data (sampling interval 0.0024s in **Figure 4**) confirms the determinism of the original data used in this

study. Results shown in **Figure 4** demonstrate that with an increase of the sampling interval averaged *DI* tends to decrease, remaining however remarkably high, thus pointing out determinism in investigated data despite its sparseness. To test the validity of the determinism identification with the *DI* the method of surrogate data was applied. **Figure 5** demonstrates an example of the *DI* distribution for the 50 surrogate datasets, generated by the phase randomization of the Fourier transform. As it can be seen, the original time series *DI* (red diamond-shaped mark) is distinguishable from the surrogate *DI*s distribution for both original sampling interval (**Figure 5 (a)**) and 17-times subsampled (**Figure 5 (b)**) time series. Therefore, although the decrease in the *DI* trend is observed its high values and distinguishable difference with the surrogate *DI*s confirm the reliability of the determinism detection even for sparse PPGs.

5 Conclusion

In this study, the determinism of the PPG time series was calculated by the RQA as a function of the time series resolution. The *DI* was estimated for the original time series and time series generated from it by subsampling with factors from 2 to 17. It was found that even for significantly subsampled time series (24.1 Hz) the property of the determinism is preserved, thus making it possible to detect determinism even from the time series of limited time resolution. As the determinism in sparse PPG data was confirmed, it can be expected that other dynamical properties may also be preserved in sparse recordings, which may be important for further applied studies. It is to notice that in the current study only high-quality signals from a limited number of subjects from the same age group were investigated, therefore it is necessary to investigate noisy photoplethysmogram signals and increase the variety of the data in the future studies.

6 Acknowledgements

This work was partially supported by the Japan Society for the Promotion of Science (JSPS) KAKENHI Grant Numbers JP19K14589, JP20H05921, JP20H00596, and JP21H03514.

7 References

- [1] J. Allen, "Photoplethysmography and its application in clinical physiological measurement," *Physiol. Meas.*, vol. 28, no. 3, pp. R1–R39, 2007.
- [2] Y. Maeda, M. Sekine, and T. Tamura, "The Advantages of Wearable Green Reflected Photoplethysmography," *J. Med. Syst.*, vol. 35, no. 5, pp. 829–834, 2011.
- [3] M. Elgendi *et al.*, "The use of photoplethysmography for assessing hypertension," *Npj Digit. Med.*, vol. 2, no. 1, Art. no. 1, 2019.
- [4] P. A. Kyriacou, "Introduction to photoplethysmography," in *Photoplethysmography*, J. Allen and P. Kyriacou, Eds. Academic Press, 2022, pp. 1–16.
- [5] A. K. Kumar *et al.*, "Deep learning for predicting respiratory rate from biosignals," *Comput. Biol. Med.*, vol. 144, p. 105338, 2022.
- [6] I. Tsuda, T. Tahara, and H. Iwanaga, "Chaotic pulsation in human capillary vessels and its dependence on mental and physical conditions," *Int. J. Bifurc. Chaos*, vol. 2, no. 2, pp. 313–324, 1992.
- [7] T. D. Pham *et al.*, "Mental-disorder detection using chaos and nonlinear dynamical analysis of photoplethysmographic signals," *Chaos Solitons Fractals*, vol. 51, pp. 64–74, 2013.
- [8] T. Sumida *et al.*, "Mental conditions reflected by the chaos of pulsation in capillary vessels," *Int. J. Bifurc. Chaos*, vol. 10, no. 09, pp. 2245–2255, 2000.
- [9] K. Kaneko and I. Tsuda, *Complex Systems: Chaos and Beyond*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2001.
- [10] N. Sviridova and K. Sakai, "Human photoplethysmogram: new insight into chaotic characteristics," *Chaos Solitons Fractals*, vol. 77, pp. 53–63, 2015.
- [11] N. Sviridova *et al.*, "Photoplethysmogram at green light: Where does chaos arise from?," *Chaos Solitons Fractals*, vol. 116, pp. 157–165, 2018.
- [12] M. Shelhamer, *Nonlinear Dynamics in Physiology: A State-Space Approach*. WORLD SCIENTIFIC, 2006.
- [13] N. Marwan, "How to avoid potential pitfalls in recurrence plot based data analysis," *Int. J. Bifurc. Chaos*, vol. 21, no. 04, pp. 1003–1017, 2011.
- [14] Y. Liang *et al.*, "A new, short-recorded photoplethysmogram dataset for blood pressure monitoring in China," *Sci. Data*, vol. 5, no. 1, Art. no. 1, 2018.
- [15] N. Sviridova *et al.*, "Reconstructed Dynamics of the Imaging Photoplethysmogram," in *2018 40th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC)*, 2018, pp. 2969–2972.
- [16] A. Choi and H. Shin, "Photoplethysmography sampling frequency: pilot assessment of how low can we go to analyze pulse rate variability with reliability?," *Physiol. Meas.*, vol. 38, no. 3, pp. 586–600, 2017.
- [17] N. Marwan *et al.*, "Recurrence plots for the analysis of complex systems," *Phys. Rep.*, vol. 438, no. 5, pp. 237–329, 2007.
- [18] T. Sauer, J. A. Yorke, and M. Casdagli, "Embedology," *J. Stat. Phys.*, vol. 65, no. 3, pp. 579–616, 1991.
- [19] A. M. Albano *et al.*, "Singular-value decomposition and the Grassberger-Procaccia algorithm," *Phys. Rev. A*, vol. 38, no. 6, pp. 3017–3026, 1988.
- [20] J. Theiler *et al.*, "Testing for nonlinearity in time series: the method of surrogate data," *Physica D*, vol. 58, no. 1, pp. 77–94, Sep. 1992.

査読あり国内会議

新聞記事から見る戦前メディアの対外姿勢

**英題: War, Mass Media, and Anti-Alienism: How Did Newspapers Alter Their Attitudes
Toward Foreign Countries and Culture in Prewar Japan?**

This is very preliminary. Comments and suggestions are welcome.

松本朋子^{*}、平手寛之^{*}、島田裕[†]、池口徹^{*}

(Tomoko Matsumoto, Hiroyuki Hirate, Yutaka Shimada and Tohru Ikeguchi)

外交を語る上で、国内世論の対外姿勢の分析は欠かせない。しかしこれまでの戦前日本の外交史研究の主たる関心は国家間交渉や政軍関係にあり、国内の世論研究に対する関心は相対的に低い。当時の世論を把握することは容易ではないが、当時の主要なマスメディアであった新聞は、国内世論に一定の影響を与えたと同時に、国内世論の影響を一定程度受けていたと考えられる。このような見地から、本稿は、戦前日本における国内世論の国際社会に対する姿勢を時系列的变化を捉えることを目的に、1912年から1943年に大手新聞社10社を中心に掲載された約30万新聞記事を定量分析した。

本研究の分析において着目したのが、外来語である。戦前の敵性語排斥運動は外来語の使用と外国への感情が連動した出来事として知られる。このように外来語の使用は、日本社会が国際社会に抱く関心の強さや感情を分析するための一つの指標と捉えることができる。第一次世界大戦終戦から、真珠湾攻撃に至るまでの期間において、国際社会への国内世論の姿勢はどのように変化したのだろうか。

外来語の使用頻度の時系列的变化を追うと、1920年代外来語の使用頻度が増加したのに対し、1930年代半ばになると使用頻度が逆に減少する傾向が観察される。本稿では、更に政治・経済・社会など業界別にデータを整理することで、国際社会に対する態度の業界差を考察すると共に、外来語使用記事の感情温度の変化を分析することで、国際社会に対する国内世論の変容を考察する。

Keywords: war, anti-alienism, nationalism, media, public opinion, World War II, Japan

^{*} Tokyo University of Science

[†] Saitama University

Why do people support a war that may put their lives in danger? Many scholars have answered this question, attributing public opinion of war to people's rationality. They more or less believe that people determine their attitude toward a war by calculating the balance of its costs and benefits, including the war casualties (e.g., Mueller 1973; Burk 1999; Kull and Destler 1999; Feaver and Gelpi 2004). However, some recent studies have cast doubts on this public rationality assumption. Berinsky (2007), for example, using survey evidence from the Second World War and Iraq war, found little evidence that American citizens make cost and benefit calculations when deciding whether to support international interventions. A plausible factor that might influence the public opinion of war other than people's rationality would be their emotions. Tilly (1992: 114-117) argues that war fosters nationalism by mobilizing public support for the state. The literature on the rally-round-the-flag effect demonstrates that government popularity increases after a military intervention (e.g., Mueller 1970).¹ These studies focused on people's mental attitudes, such as patriotism or hostility toward the enemy, in the aftermath of a war outbreak, shedding little light on those in the beforemath. However, can people easily reverse their stances toward a foreign country from regarding it as their friend to considering it their foe? This process needs to be examined.

Our study investigated how people's emotions about an enemy country as well as their own country change before and after a war outbreak, using the case of the Japanese war against the United States and United Kingdom in 1941. In our study, we focus on the use or elimination of foreign words as an indicative of people's emotions and attitudes toward other countries. We quantitatively analyzed a large dataset that consisted of 300,110 articles published by 54 Japanese newspapers during the period of 1912–1943. This case is advantageous for the following reasons: first, the Japanese government's decision to declare war against the two countries is an enigma in Japanese history that cannot be explained by rational calculations of cost and benefits. Many reports of those days had predicted that Japan would have great difficulty in fighting with the United States and United Kingdom, which was widely shared by politicians, the military, and intellectuals; the press even highlighted the huge power gap between these two countries and Japan (Makino 2018). Second, apart from the other non-Western countries, Japan achieved westernization and even joined the League of Nations in 1920 as one of four permanent members of the League Council. Japan saw itself as a world leader and maintained an open attitude toward

¹ Regarding a diversionary war, see, for example, Sobek 2007.

other countries. Furthermore, it had not been involved in any war against the United States or United Kingdom until 1941. Hence, the Japanese government might have needed to make efforts to change the people's mindset to prosecute the war. Third, the newspaper publishers came under strict control of the Japanese government due to the National Mobilization Law enacted in 1938, with the aim of ensuring that their publications reflected not only the society's but also the government's intentions, especially after the mid-1930s.

The focus of this study is on foreign loan words. The frequent use of foreign loan words is a signal of good relations with foreign countries, while diminished use of such words suggests a rise in nationalism. Our main findings are threefold: firstly, the frequency of using foreign loan words significantly changed during the period of 1912–1943. The frequency that started to increase from the late 1910s dropped twice, in the mid-1930s and in the early 1940s. Before the onset of the war against the United States and United Kingdom in 1941, nationalism had already been on the rise.

Secondly, by dividing the articles into categories and analyzing them, we found that the increase in the use of foreign loan words from the late 1910s to the mid-1930s was mainly driven by articles on politics and economy, not by those on society or labor. Internationalism during the time proceeded from above rather than from below. We also examined the ratio of foreign loan words to the total number of words used for each topic and found that topics related to art, culture, recreation, sports, and clothes rapidly increased in dependence on foreign loan words from 1910s. This implies that foreign loan words were seen as icons of luxurious lifestyles. To exclude foreign loan words, therefore, means not only an increase in nationalism but also suppression of luxurious lifestyles.

Lastly, we compared the linguistic differences between the major enemy countries—United States and United Kingdom—and the ally countries, Germany and Italy. Regardless of being an enemy or ally, newspapers started to increase using foreign loan words instead of the Japanese translated words, *ateji*, for the names of places in a foreign country in the mid-1920s. Conversely, they became hesitant to use foreign loan words in the late 1930s. The difference between enemy and ally countries was reflected in the dependency on foreign loan words: this was much higher when mentioning German and Italian place names than American and British ones. Remarkably, this difference was already been noticeable in the mid-1920s before Japan becoming antagonistic to the United States and United Kingdom in the late 1930s. Coming events cast their shadows before them.

Overall, hostility toward enemy countries was fostered before the onset of the war. Moreover, in the case of prewar Japan, although its interests in foreign countries were forged from the late 1910s to the early 1930s, these were limited to political and economic issues, and the frequent use of foreign loan words was circumscribed to topics related to luxurious lifestyles. Foreign countries and foreign cultures were unfamiliar to ordinary Japanese people; thus, their hostility toward the domestic elites and rich people could be easily attributed to the government's propaganda that was intended to cultivate animosity against the United States and United Kingdom in the late 1930s.

Hostility to enemy and rejecting the enemy's language

War increases nationalism and hostility toward the enemy countries. It often impacts the language, the most fundamental communication tool for humans to exchange information and thoughts. One of the historically famous examples in this sense is found in the British anti-Germanism during the First World War (Cesarani 1987; Yallow 1989; Panayi 1991; Muller 2002; Yallow 2012). Soon after the onset of the war, the British government and people swept away the German-related words from their country. Berlin Road in Catford, London, was renamed Canadian Avenue. The German biscuit was renamed the Empire biscuit. The German Shepherd was renamed Alsatian. Under increasing domestic pressure, King George V even changed his German name of Saxe-Coburg and Gotha to Windsor in 1917.

This exclusion of the “enemy language” is neither unique to the United Kingdom nor occurred only after a war onset. In January 2022, soon before Russia's February 24 invasion, Ukraine introduced a new restriction law, under which print media outlets registered in Ukraine were required to publish in Ukrainian, with several exceptional languages such as English and other official European Union languages. This law obviously intended to prohibit print media outlets from publishing in Russian. Ukraine additionally outlawed the import of Russian books and performances of Russian music in June 2022. Other countries and media companies that had criticized the Russian invasion also followed this move, although to a lesser extent, by eliminating the Russian spellings of Ukrainian cities. The spelling of the capital city of Ukraine, for instance, changed from the Russian-derived “Kiev” to “Kyiv,” a transliteration of the Ukrainian spelling. Hostility does not usually increase suddenly after the onset of war but gradually increases from the eve. However, this gradation has not been fully unraveled, especially quantitatively. In what

ways does a country reject an enemy language and turn from having positive to negative feelings toward the enemy country?

Further, banishing an enemy language, including its spelling and pronunciation, is one of the typical ways of strengthening such hostility; that said, it is not easy to delete all words related to the enemy language especially in the country becoming more dependent on its enemy. Under this circumstance, the government may respond differently to different word categories to influence people's minds effectively. Which categories are allowed to remain unchanged and which are pressured to reject the enemy words? To understand the government strategy, we need to know which communities were more interested in foreign countries and introduced foreign concepts more actively before the onset of the war.

Japanese internationalism, nationalism, and the movement of rejecting English words

Japan was an irregular non-western country during the prewar period. While most of the Asian and African countries suffered from the Western countries' colonial rules, Japan could maintain sovereignty. It originally adopted the policy of isolation in the Edo period, which lasted for more than 200 years. However, the arrival of the American naval fleet forced the government to end this policy in the mid-1850s. Japan's opening had a great influence on its modernization and westernization. The change enabled the country to achieve rapid economic growth and eventually abolish the unequal treaties with western countries in the 1910s that it had been forced to sign in the mid-1850s. During the 1920s, Japan's main foreign policy was to respect the principle of international cooperation, led by the Foreign Minister Shidehara. Despite that, after experiencing two attempted military coups in 1932 and 1936, Japan went to war against the United States and United Kingdom in 1941. A vast literature has studied the elites' involvement in this war decision-making process (e.g., Iokibe 2001; Moriyama 2012; Kitaoka 2015; Makino 2018), including the relationship between the government, military, and mass media (Satomi 2011). However, how the media reported the sequence of political events and altered people's attitudes toward foreign countries during the period remains understudied.

According to Oishi (2007), the movement of rejecting English words gradually started four years before, from the outbreak of the war in 1941, because of growing frustration with the United States and, to a lesser extent, the United Kingdom, that had criticized the Japanese aggression to China in 1937. One feature of this case is that no formal law was enacted for prohibiting English words regardless of categories. However, based on the National Mobilization

Law enacted in 1938 that restricted freedom of speech, ministries, parties, military, mass media, schools, private companies, and local communities started to reject English words voluntarily but also probably under the government's pressure. This movement was informal and although not all English words were rejected, it accelerated after the onset of the war in December 1941. This situation enables us to examine which communities were under stronger government pressure at that time.

The other uniqueness is that Japan did not need to promote new words as substitutes for removed English word in most cases. This is because during the early phase of westernization in the late 19th century, the Japanese had often chosen to create new Japanese words to translate foreign ones rather than borrow the foreign words directly; even when it was reasonable to borrow words such as foreign place names, they still newly made an *ateji*, that is, a Kanji word used to phonetically represent borrowed words. In the Japanese language, there are three different types of characters: Hiragana, Katakana and Kanji. Katakana is a Japanese syllabary used to transcribe foreign-language words into Japanese, while Hiragana and Katakana are used for traditional Japanese words. After the early phase of westernization, people gradually preferred to borrow words directly using Katakana rather than using the translated Japanese words and *ateji* using Kanji. In this sense, the Japanese could choose either an English-language Katakana loanword or its translated Japanese Kanji word or *ateji*. This presetting allows us to observe the detailed gradation of the process by which Japan recognized these countries as friends and then as enemies before and after the onset of the war in December 1941.

Moreover, during the process of westernization from the late 19th to early 20th century, many English words in various categories were imported into Japan: for example, diet related words (spoon and coffee), clothes (shirt and skirt), culture and music (dance and piano), traffic instruction (stop and back), mass media (news), building (hall and hotel), technology (engine and ton), or politics (democracy and rule).² However, extant literature has not revealed how commonly these foreign loan words were used in each category. To analyze the difference in the impact of the movement between different categories of English loan words, it would be necessary to also analyze the precondition.

² Note that Japan of course imported many other words derived from other countries such as France and Germany as well.

Data

To collect newspaper articles from prewar Japan, we contacted Kobe University and utilized the Newspaper Clipping Collections created by their Research Institute for Economics and Business Administration (<http://www.lib.kobe-u.ac.jp/sinbun/e-index.html>).³ This covered mainly commercial economy, but also various other topic categories, such as politics, culture, society, and law. Moreover, they clipped more than 50 newspapers, which helped to mitigate any potential bias. The number of target articles was small in the year of 1911 and significantly dropped after 1943. Therefore, we focused on the data available during the period of 1912 to 1943. The total number of newspaper articles in our dataset was 300,110 articles from 54 newspapers. The basic statistics, such as the number of newspaper articles in each year, is reported in Figure A.1 of the Online Appendix.

Analytical methods

To examine the process of enhancing nationalism and hostility toward the enemy in prewar Japan, we conducted the following three analyses: first, we plotted the ratio of Katakana used in newspaper articles in each year to indicate the trend of growing nationalism.⁴ As discussed in the previous section, an increase in the ratio of Katakana, which is often used to represent foreign ideas, culture, and objects, suggests that newspapers report more on international affairs and/or domestic affairs in internationalistic ways. On the other hand, a decrease in the Katakana ratio suggests that newspapers report more on domestic affairs and/or international affairs in nationalistic ways. Therefore, changes in this variable imply the rise or decline of nationalism.

The rise may differ by communities, and to identify such differences, we analyzed the newspaper articles by categories in two ways. First, Kobe University classified their collected data into 28 categories. We calculated the Katakana ratio in each category for each year and compared them. This comparison revealed what categories were more interested in foreign affairs and their time trends. In addition, we conducted morphological analysis using one of the notable Japanese morphological analyzers, JUMAN++ software, provided by Kurohashi-Chu-Murawaki laboratory at Kyoto University (Morita, Kawahara, and Kurohashi 2015).⁵ One feature of this

³ We extracted the dataset in November 2020.

⁴ It is also possible to express foreign words using alphabet characters, but this was rare and negligible during the time. In our dataset, 290,123 out of 300,110 articles did not use any single alphabet character and 5,362 articles of those remaining used three alphabet characters or less.

⁵ We downloaded the analyzer package from the official website at [https://nlp.ist.i.kyoto-](https://nlp.ist.i.kyoto-u.ac.jp/)

analyzer is to add some information to nouns as well as some verbs and adjectives. JUMAN++ software sets several domains and categories, such as clothes, foods, culture and art, sports, technology and science, education, and politics. Estimating the Katakana word ratio of each category and domain words in each year enabled us to examine the difference of dependency on foreign loan words between communities.

These changes in the Katakana ratios imply the rise and decline of internationalism and nationalism but are unable to show which foreign language's loan words were widely spread or rejected. One direct way to analyze it would be to investigate the origin of each foreign language Katakana loanword. However, many of them were re-arranged and not used in the exact same way as in their languages of origin. Thus, it is not easy to detect the source for each Katakana loanword. Therefore, we instead focused on names of foreign places and examined whether newspaper articles used Katakana or *ateji* to mention them. Such a name belongs to a country unless not within a country's jurisdiction. The trend of their mentioning by Katakana or Kanji (*ateji*) during the period may reflect the stance of the Japanese country and mass media toward the origin country. We focused on major Japanese ally countries (German and Italy) and enemy countries (the United States and United Kingdom) and compared the trends.

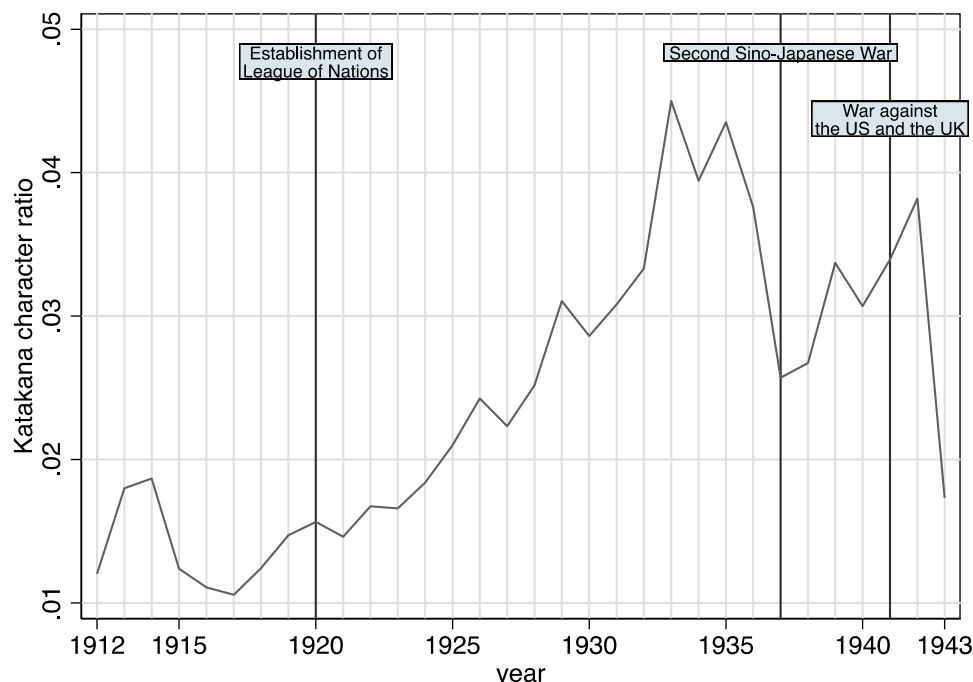
Results

Figure 1 plots the ratios of Katakana characters to the total characters in the articles of each year. The ratio rapidly increased from the late 1910s to the early 1930s. This suggests that newspapers gave more attention to world issues, foreign culture, and foreign countries during the period. This active involvement with the international community changed soon before the outbreak of the Second Sino-Japanese War in 1937, which also coincided with the two attempts of military coup in 1932 and 1936 in Japan. At the onset of the Second Sino-Japanese War in 1937, this trend became more evident.

Interestingly, despite that, as shown in Figure 1, the Katakana ratio did not decrease after the mid 1930s monotonically. After the enforcement of the National Mobilization Law in 1938, the Katakana ratio started to increase again. In the end, however, it dramatically decreased after the war against the United States and United Kingdom started in 1941. The ratios dropped

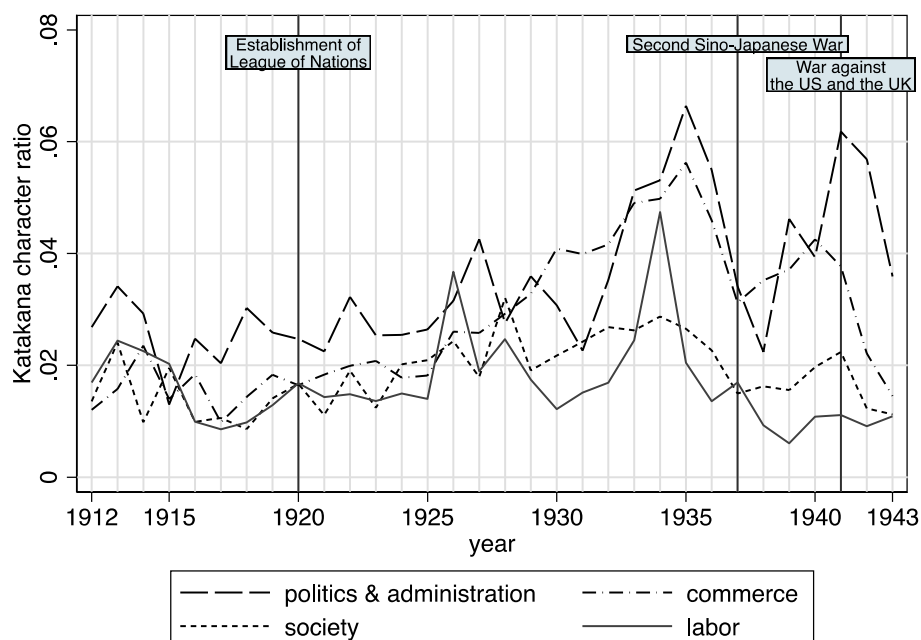
to the same level as the early 1920s, which reflects an upsurge of nationalism under the pressure of the Japanese government.

Figure 1. Change in Katakana ratio from 1912 to 1943



Up to this point, we have shown the overall trends of nationalism/internationalism. As we discussed, however, the rise of internationalism might differ by domain during the period of the mid-1910s to the mid-1930s. To explore this, utilizing the categories that Kobe University divided articles into, we first calculated the Katakana ratios for politics and administration, commerce, society, and labor and compared them (see Figure 2). Interestingly, from the 1920s to the early 1930s, the ratios for articles pertaining to commerce and politics and administration increased more dramatically than those in the society and labor categories. This is suggestive evidence that internationalism during the period was led by (political and economic) elites rather than the masses. Further, Figure 2 shows that the recovery of the interests in international affairs after the Second Sino-Japanese war was also mainly driven by topics regarding politics and administration and, to a lesser extent, economy. The change in the Katakana ratio for the newspaper articles in the labor category significantly decreased from the mid-1930s, when labor unions started to cooperate with the government and its militarism; this tendency remained unchanged.

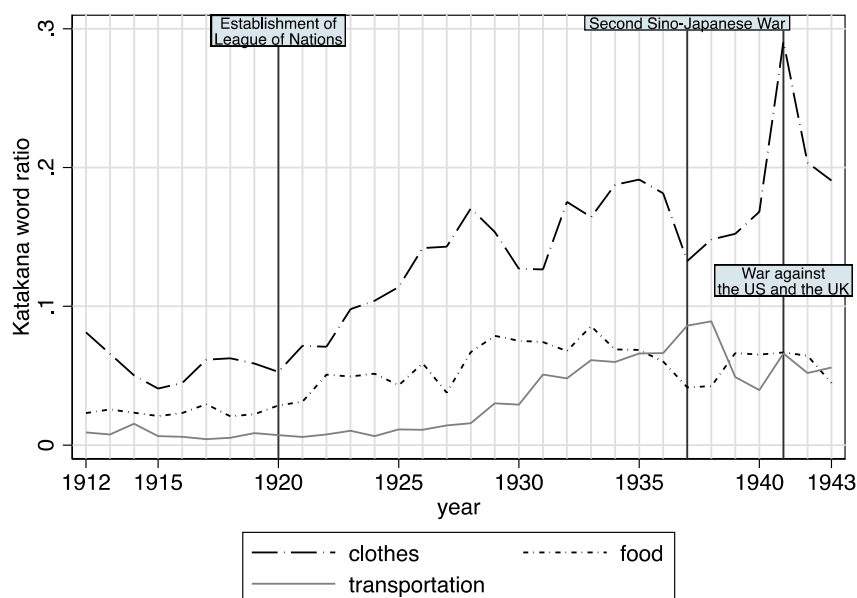
Figure 2. Change in Katakana ratios from 1912 to 1943, by categories



Additionally, we focused on the words that were labeled under a category and/or a domain by Juman++ and estimated the ratio of Katakana words in the total labeled for each category or domain. This ratio implies the dependency on foreign-origin concepts in each topic. Figure 3a plots the ratios of foreign-origin words for the categories related with people's daily lives. Such words related to clothing increased from 1920s, although their number oscillated. This reflects the increase in the number of urban people wearing shirts, skirts, jackets, and coats instead of traditional Japanese clothes, *kimono*, during the period. The trend, however, stopped in the early 1940s, which is consistent with the government decision of a uniform for men in 1940 and for women in 1942, demanding people to refrain from wearing fashionable western clothes. On the other hand, the number of foreign loan words related to food and transportation also increased but to a smaller degree.

Figure 3. Dependency on foreign-origin concepts in the topics related to people's daily lives

[a] related domains



[b] related categories

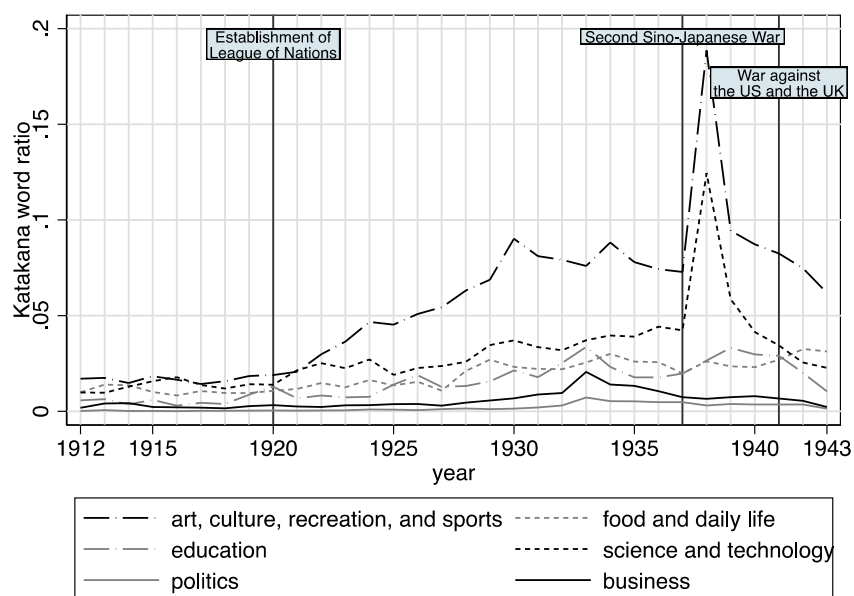


Figure 3b plots the Katakana word ratios in the domains related to people's lives. One interesting point is that the newspaper articles related to politics and administration and commerce

frequently used Katakana (see Figure 2), but they mostly discussed political and business concepts without using Katakana words (see Figure 3b). This suggests that the newspapers actively reported on foreign affairs, but the discussion frameworks of politics and economy were consistently composed of domestic concepts or Japanized foreign ideas in prewar Japan. Also, concepts related to education, food and daily life were not much dependent on foreign loan words.

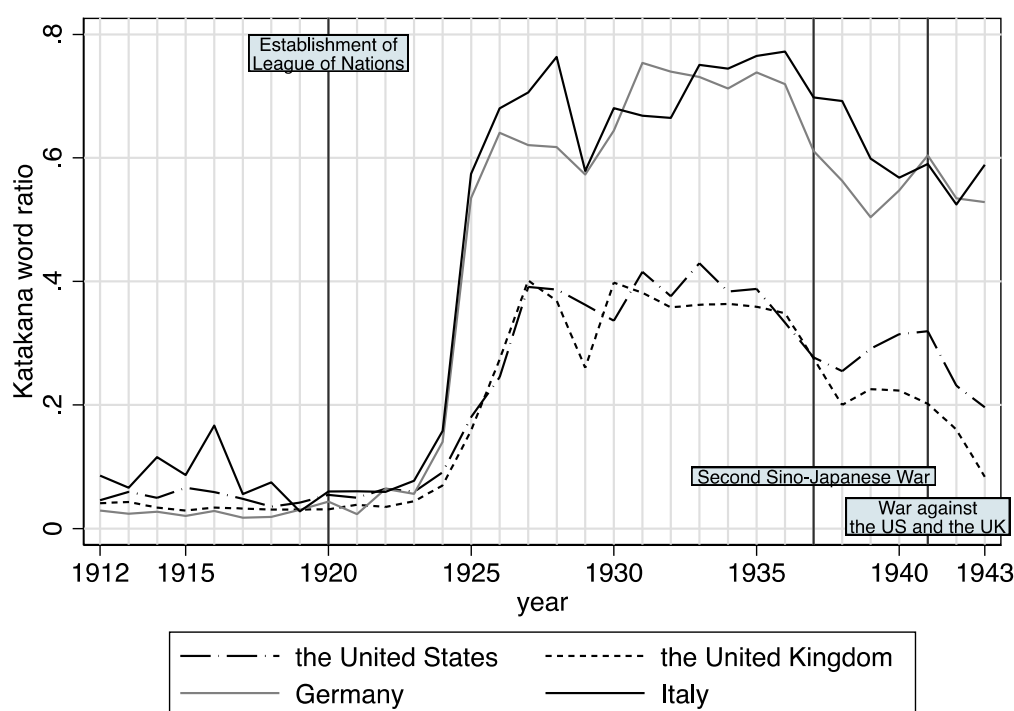
Meanwhile, the ratio of foreign-origin words for art, culture, recreation, and sports topics greatly increased from the 1920s. Surprisingly, this happened at a faster speed than in science and technology. However, those words were excluded soon after the Second Sino-Japanese war, which contrasts with the trend in clothing topics, as shown in Figure 3a. Together, Figures 3a and 3b show that the reliance on loan words increased from the 1920s to the 1930s, mainly in the fields related to luxurious lifestyles, and foreign loan words were later mainly excluded from these fields. The movement of excluding foreign loan words was first prevalent in art, culture, recreation, and sports and then in discussions about clothes and luxurious accessories. Moreover, this movement interestingly expanded alongside the Japanese government's slogan, "luxury is the enemy (*zeitaku wa teki da*)" in 1937 (Garon, 2000). Considering that foreign loan words were symbols of luxury in people's lives in prewar Japan, excluding them might have meant not only increasing their hostility toward words sourced by enemy countries but also discouraging people from living luxurious and fun lives.

We saw that the frequency of foreign loan words decreased from the late 1930s to the early 1940s, but does this mean a decrease in use of all foreign languages' loan words or only enemy languages' loan words? To specify which ones were eliminated, Figure 4 plots the ratios of Katakana words in the total of foreign place names for each of the United States, the United Kingdom, Germany, and Italy. As explained previously, most of these names were represented in two ways: through a Katakana word or an *ateji* word that was composed of Kanji characters. We suppose that a higher frequency of Katakana words to designate a country's places implies that Japanese people hesitated less to use that country's language. The findings are interesting: against our expectation, both ally and enemy languages were eliminated in the late 1930s. We found that the Katakana notation ratios dropped after the outbreaks of the two wars, regardless of perceiving a country as an enemy or ally, which can be interpreted as a sign of rising nationalism.

Was there no difference between ally and enemy languages? The answer is no. Looking at the Katakana word ratio level for each country till the early 1920s, we found no difference

between countries: all countries' place names were mostly represented by *ateji* words, which suggests that foreign loan words were not familiar to many people during the time. However, once the Katakana notations rapidly became popular in the 1920s, the difference between the future ally countries, Germany and Italy, and the future enemy countries, the United States and United Kingdom, became evident. The ratios of Katakana notations rose from 60 to 80 percent when mentioning German and Italian places, while those for mentioning United States and United Kingdom places were far behind. The Japanese people's stances toward them had already differed long before the onset of the Second Sino-Japanese War. In this sense, it should be noted that the newspapers became more hesitant in using both enemy and ally languages' loan words after the onset of the two wars but the gap between them did not diminish.

Figure 4. Katakana word ratios in the total of foreign place name words for each country



Discussion

People's emotions and war are highly related, especially in cases where the belligerent countries have a close relation with one another. Several studies examined the effect of a war outbreak on nationalism and anti-alienism; however, the process of growing hostility toward an enemy country has not been fully revealed yet. We investigated how Japanese nationalism and hostility toward the United States and United Kingdom changed from 1912 until 1943, an understudied topic compared to anti-Germanism. Different from most extant literature that performed a qualitative examination, this study quantitatively analyzed a large volume of newspaper articles published during the mentioned period.

The results show that a decline in the ratios of foreign loan words started not at the onset of the war against the United States and United Kingdom in 1941 but at the onset of the Second Sino-Japanese War. Moreover, the gap between the frequency of enemy and ally languages' words was already noticeable in the 1920s. At that time, the interest in foreign affairs increased overall but this trend was mainly driven by the political and economic elites. Additionally, even when discussing politics and economy, most newspapers employed political and economic concepts by using Japanese translated words, not foreign loan words. A high dependency on foreign loan words was only observed in the topics related to luxurious lifestyles, such as art, culture, recreation, sports, and clothes. Consequently, this suggests that the effect of internationalism promoted in 1920s was limited to ordinary people. This study contributes to the further understanding of war, nationalism, and hostility toward enemy countries.

While we collected our data for prewar Japan, our results may also be relevant to other non-western developing countries that experienced conflict with western countries. Replicating our results in other countries can be undertaken in the future.

Reference

- Berinsky, Adam J. 2007. "Assuming the costs of war: Events, elites, and American public support for military conflict." *Journal of Politics* 69 (4): 975-997.
- Burk, James. 1999. "Public support for peacekeeping in Lebanon and Somalia: Assessing the casualties hypothesis." *Political Science Quarterly* 114 (1): 53-78.
- Cesarani, David. 1987. "Anti-alienism in England after the first world war." *Immigrants & Minorities* 6(1): 5-29.
- Feaver, Peter D., and Christopher Gelpi. 2004. *Choosing your battles: American civil-military relations and the use of force*. Princeton: Princeton University Press.

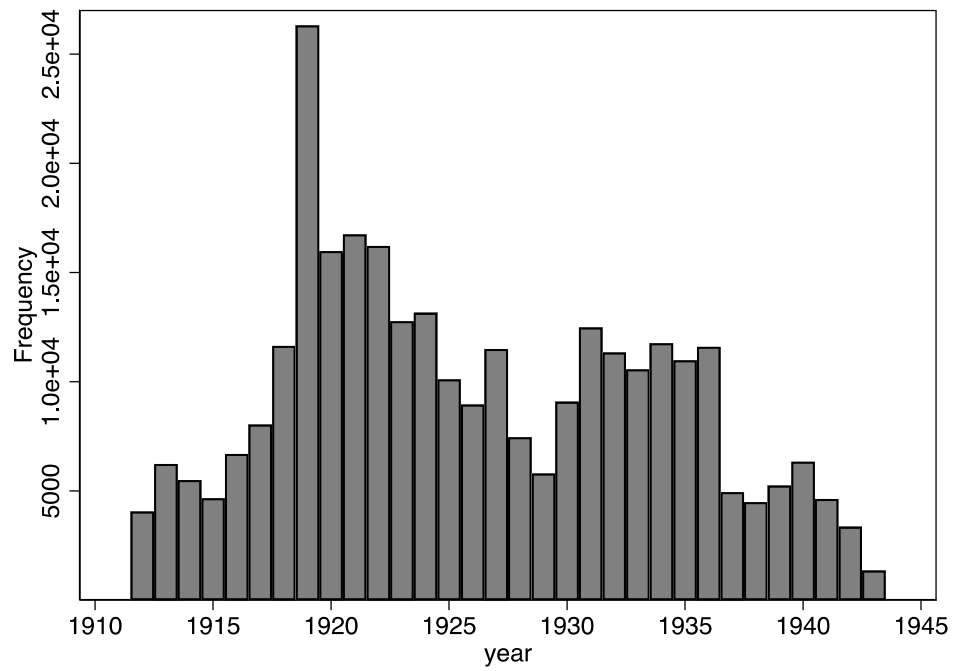
- Garon, Sheldon. 2000. "Luxury is the enemy: Mobilizing savings and popularizing thrift in wartime Japan." *Journal of Japanese Studies* 26(1): 41-78.
- Igarashi, Tasuku, Shimpei Okuda, and Kazutoshi Sasahara. 2022. Development of the Japanese Version of the Linguistic Inquiry and Word Count Dictionary 2015 (J-LIWC2015)." *Frontiers in Psychology* 13: 1-14.
- Iokibe, Makoto. 2001. *Nihon no Kindai 6: Senso, Senryo, Kouwa 1941-1945 [A history of modern Japan 6: War, occupation, and peace 1941-1955]*. Tokyo: Chuo Koron Shinsha
- Kitaoka, Shinichi. 2015. *Monko kaiho seisaku to Nihon [The open door policy and Japan]*. Tokyo: University of Tokyo Press.
- Kull, Steven, and I. M. Destler. 1999. *Misreading the public: The myth of a new isolationism*. Washington, DC: Brookings Institute.
- Makino, Kuniaki. 2018. *Keizai gakusha-tachi no Nichi-Bei kaisen: Akimaru-kan 'maboroshi no hokokusho' no nazo wo toku [Economists and the onset of Japan-US war: Unlocking the Akimaru Institute's 'shelved reports']*. Tokyo: Shincho-sha.
- Morita, Hajime, Daisuke Kawahara, and Sadao Kurohashi. "Morphological analysis for unsegmented languages using recurrent neural network language model." *Proceedings of EMNLP 2015: Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing*. 2292-2297.
- Moriyama, Atsushi. 2012. *Nihon ha naze kaisen ni fumikitta no ka: 'Ryōron heiki' to 'hi-kettei' [Why did Japan started the war?: 'Two-sides argument' and 'non-decision-making']*. Tokyo: Shincho-sha.
- Mueller, John E. 1970. "Presidential popularity from Truman to Johnson." *American Political Science Review* 64 (1): 18-34.
- Mueller, John E. 1973. *War, Presidents, and Public Opinion*. New York: Wiley.
- Oishi, Itsuo. 2007. *Eigo wo kinshi seyo: Shirarezaru senjika no nihon to amerika [Prohibit English: Uncovering Japan and the United States during the war]*. Tokyo: Goma shobo.
- Müller, Sven Oliver. 2002. "Who is the enemy?: The nationalist dilemma of inclusion and exclusion in Britain during the First World War." *European Review of History* 9(1): 63-83.
- Panayi, Panikos. 1991. *Enemy in our midst: Germans in Britain during the First World War*. New York and London: Bloomsbury.
- Satomi, Shu. 2011. *Shimbun togo: senjiki ni okeru media to kokka [Newspaper integration: media and nation during the war]*. Tokyo: Keiso shobo

Tilly, Charles. 1992. *Coercion, capital, and European States, AD990-1992*. Cambridge: Blackwell.

Yallow, Stella. 1989. "The impact of hostility on Germans in Britain, 1914-1918." *Immigrants & Minorities* 8(1-2): 97-112.

ONLINE APPENDIX

Figure A1. The number of newspaper articles in each year





DETECTION OF NOISE-INDUCED DETERMINISM DECAY BY RECURRENCE QUANTIFICATION ANALYSIS

スヴィリドヴァ ニーナ
Nina Sviridova池口 徹
Tohru Ikeguchi東京理科大学 工学部 情報工学科
Department of Information and Computer Technology, Faculty of Engineering, Tokyo University of Science

1. Introduction

Methods of nonlinear time series analysis have been actively used in various fields for both theoretical and applied studies. A recurrence plot with its recurrence quantification analysis (RQA) [1] remains one of such actively applied methods. RQA allows to estimate variety of system's dynamical characteristics, among which determinism is one of the most important. However, despite the wide use of RQA for determinism detection, in applied studies due to the presence of noise in data unambiguous identification of the determinism by RQA is still challenging. Thus, if dealing with simulated data RQA provides a determinism index (DI) with a value close to or equal to unity which is a clear sign of determinism, however, if the noise is mixed into the numerical solution the DI decreases, but empirically values over 0.9 are often treated as an indicator of the determinism. In applied studies lower values are also may be treated as a sign of determinism, however, there is no clear DI cut-off value indicating nondeterminism [2]. This study aims to investigate the effect of the noise induction in simulated data generated from the chaotic Rössler system on the RQA's DI and its relation with the DIs corresponding to the surrogate data in an attempt to identify the possibility to detect a clear cut-off DI value for determinism identification by the RQA.

2. Materials and method

Data. In this study, the chaotic Rössler system [3] was used. The system was solved by the 4th order Runge-Kutta method with step 0.001 and then subsampled five folds. To generate noisy time series, on each step of the numerical solution additive dynamical noise was added. The resulting noise-free and noisy (signal-to-noise ratio 48 dB) x -variable time series were used for the numerical experiments.

Analysis. First, the time-delay-reconstructed trajectory [4] was computed for the noise-free and noisy Rössler system x -variable time series. Then, its recurrence plots were calculated, and the DIs were estimated by RQA. To get an idea on whether calculated values reflect the determinism, the results corresponding to the original noise-free and noisy data were compared with corresponding to each data DIs of the 100 Fourier transform phase randomized surrogates (FTS) [5].

3. Results

The DI values were estimated by RQA as 0.9992 and 0.4138 for the original noise-free and noisy data, respectively. Distributions of the DIs computed for surrogate datasets are shown in Fig. 1. As seen in Fig. 1 (a), for the noise-free data DI value is distinguishable from the results for surrogates, confirming original data determinism. However, in the case of

noisy time series, the original DI value is located within the distribution of surrogate DI values (Fig. 1 (b)). It is to notice that the used noisy time series has a significant amount of noise mixed in, and the estimated DI value is normally treated as a nondeterminism sign. Therefore, we can confirm that with the decay of the determinism due to the presence of noise in data the original data DI value shifts towards its surrogate data DI values distribution.

Obtained results demonstrate the possibility to identify the RQA's DI cut-off value as a value at which the rejection of the surrogate data associated null hypothesis becomes impossible.

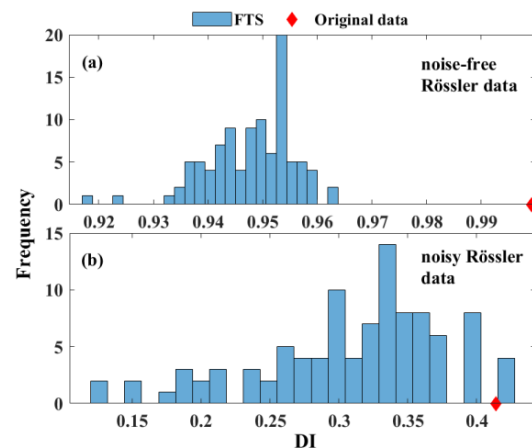


Fig. 1. Frequency distribution of the DI values for 100 surrogate datasets (blue bars) generated from (a) noise-free and (b) noisy chaotic Rössler time series. Original data DI values are indicated by red diamond-shaped marks.

4. Conclusion

Results presented in this study indicate the presence of an important possibility to identify the determinism cut-off value in RQA, which would contribute to applied studies. As in this study, a limited number of noise induction levels was used, further investigation is required to detect the exact cut-off value.

This work was partially supported by JSPS KAKENHI Grant № JP19K14589, JP20H00596, and JP21H03514.

References

- [1] N. Marwan, et al., *Physics Reports*, 438(5-6), pp. 237–329, 2007.
- [2] N. Marwan, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 21(4), pp. 1003–1017, 2011.
- [3] E. Rössler, *Phys. Lett. A*, 57(5), pp. 397–398, 1976.
- [4] T. Sauer, et al., *Journal of Statistical Physics*, 65, pp. 579–616, 1991.
- [5] J. Theiler, et al., *Physica D*, 58, pp. 77–94, 1992.



周期入力に対する Izhikevich ニューロンモデルの応答 —バースト発火するニューロンの場合—

Responses of the Izhikevich Neuron Model to Periodic Inputs

—In Case of Burst Firing—

塚本陽太
Yota Tsukamoto

對馬帆南
Honami Tsushima

池口徹
Tohru Ikeguchi

東京理科大学 大学院工学研究科
Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science

1 はじめに

我々は既に, Izhikevich ニューロンモデルが Regular Spiking (RS) と Fast Spiking (FS) を呈する際の正弦波入力に対する応答を調査している [1–3]. その結果, 周期応答と準周期応答が発生することを報告した. Izhikevich ニューロンモデルの主要な発火パターンには, RS と FS に加え, Intrinsically Bursting (IB) や Chattering (CH) などがある. RS と FS はいずれも, スパイクが周期的に発生する発火パターンである. それに対し, IB はバーストの後に周期的なスパイク発火が続く発火パターンであり, CH はバーストが断続的に発生する発火パターンである. そこで本稿では, Izhikevich ニューロンモデルがバーストを含む発火パターンである IB と CH を呈する際の正弦波入力に対する応答を調査したので報告する.

2 数値実験

本稿では, Izhikevich ニューロンモデル [4] のパラメータを IB ($a = 0.02, b = 0.2, c = -55, d = 4$) と CH ($a = 0.02, b = 0.2, c = -50, d = 2$) に設定した. 数値計算にはオイラー法 (時間ステップ 0.01) を用いて, 発火時刻を線形内挿により推定した [5]. また, 周期入力を正弦波 $I(t) = I_{DC} + I_{AC} = I_{DC} + A \sin(2\pi/T)t$ とした. $I_{DC} = 10$ とし, I_{AC} の振幅 A , 周期 T を変化させ, Izhikevich ニューロンモデルの応答を定量的に調査した. 評価には, ISI (Interspike Interval) の多様度指数 $R = m/n$ [1–3, 6, 7] を用いた. ただし, ISI の総数を n , 異なる ISI の値の個数を m とする. 周期応答の場合, 異なる ISI の値の個数が ISI の総数より非常に少ない ($n \gg m$) ため, $R \approx 0$ となる. 一方, 非周期応答の場合, 両者が近い値となる ($n \approx m$) ため, $R \approx 1$ となる. 本稿では, ISI を小数第 10 位までの精度とし, 時刻 $0 \leq t < 5,000$ を過渡状態として排除し, $5,000 \leq t \leq 15,000$ の発火時系列から ISI の多様度指数を計算した. また, 正弦波の振幅は $0 \leq A \leq 10$, 周期は $1 \leq T \leq 1,000$ の範囲で変化させた. IB と CH の調査結果を図 1 と図 2 にそれぞれ示す. 横軸と縦軸は正弦波の周期 T と振幅 A , カラーバーは ISI の多様度指数 R である. 図 1 と図 2 より, IB と CH の両者において, 周期応答の領域と非周期応答の領域が $A = 6$ 付近に収束することがわかる. 相平面上において, Izhikevich ニューロンモデルの v スルクラインは放物線であり, 正弦波入力の変動によって u 軸方向に振動する. 正弦波入力が最小値 ($I(t) = I_{DC} - A$) を

とるときに, v スルクラインが u スルクラインに接するときの振幅が $A = 6$ である.

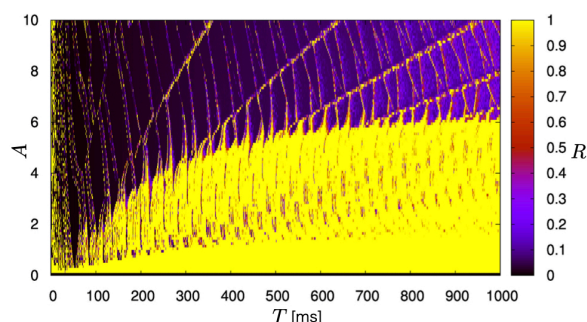


図 1: IB の多様度指数

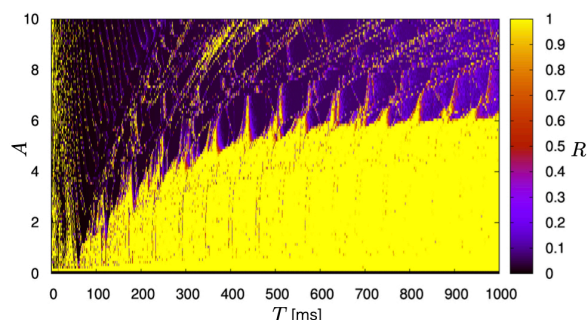


図 2: CH の多様度指数

3 まとめ

本稿では, Izhikevich ニューロンモデルが IB および CH ニューロンとなる場合の正弦波入力に対する応答を調査した. 正弦波入力の振幅に応じて周期応答または非周期応答が発生し, その境界はスルクラインの位置関係に対応することが分かった. なお, 本研究の一部は, JSPS 科研費 JP20H00596, JP21H03514 の助成を受けた.

参考文献

- [1] Tsukamoto et al., *NLSW2021*, NLSW-54, 2021.
- [2] Tsukamoto et al., *NOLTA, IEICE*, E13-N(2), 367–372, 2022.
- [3] 塚本 他, 電子情報通信学会総合大会, N-1-16, 2022.
- [4] Izhikevich, *IEEE TNN*, 14(6), 1569–1572, 2003.
- [5] Izhikevich, *Phil. Trans. R. Soc. A*, 368(1930), 5061–5070, 2010.
- [6] 杉浦 他, 信学技報, 113(116), 43–48, 2013.
- [7] 内木 他, 信学論 A, J100-A(5), 195–204, 2017.



Collexification ネットワークにおいてハブとなる概念

Hub concepts in a network of collexification

福家水月¹

Mitsuki Fukuya

松本朋子¹

Tomoko Matsumoto

島田裕²

Yutaka Shimada

池口徹¹

Tohru Ikeguchi

東京理科大学¹

Tokyo University of Science

埼玉大学²

Saitama University

1 はじめに

単一の単語が複数の概念を意味する現象である collexification を用いた研究が近年注目されている。概念を頂点, collexification を枝とおくことで collexification ネットワークが作成される。我々も, collexification のデータベースである CLICS³[1] を用いて collexification ネットワークを解析することで言語における概念間の関係について調査を行っている [2, 3]。その際, ネットワーク内に含まれる感情の概念のみに着目し, “GOOD,” “WANT,” “BAD,” “LOVE” の 4 つの感情が collexification ネットワークにおいてハブとなることを明らかにした。collexification ネットワークにおいてハブとなる概念は, 多くの概念とつながりを持ちやすいという点で, より抽象的な概念となる。そこで本稿では, CLICS³ に存在している全ての概念を用いて collexification ネットワークを作成し, ハブとなる頂点を抽出することで, より抽象的な概念に関する調査を行った。

2 ネットワークの作成法

3,061 の言語における collexification を収録したデータベース CLICS³[1] における全ての概念を用いて, collexification ネットワークを作成する。ここで, 頂点 i と j を繋ぐ枝の重みを W_{ij} とする。次に, ネットワークの頂点数を N とおき, ネットワーク上の遷移確率行列 $P = [P_{ij}]$ を $P_{ij} = W_{ij} / \sum_{k=1}^N W_{ik}$ で定義する。ここで, ネットワーク上で遷移するステップ数を n とした場合, n ステップ後の遷移確率行列は P^n となる。 P^n の各成分は, ステップ数 n の増加に伴い一定値に収束する [2, 3]。まず, $n = 10^3$ としたとき, P^n の各成分が収束することを確認した。次に, P^n を隣接行列とするネットワークを作成した。また, P^n を隣接行列とするネットワークから感情の頂点のみを抽出したネットワークにおいてハブとなる概念は “GOOD,” “WANT,” “BAD,” “LOVE” であることがわかっている [2, 3]。

3 数値実験

P^{10^3} を隣接行列とするネットワークにおいて, 最も重みが集中していた範囲である $0 \leq P_{ij}^{10^3} \leq 4.0 \times 10^{-3}$ の枝重み分布を図 1 に示す。

図 1 における $P_{ij}^{10^3}$ のプロット結果より, P^{10^3} を隣接行列とするネットワークにおいて, $3.0 \times 10^{-3} \leq P_{ij}^{10^3} \leq 4.0 \times 10^{-3}$ の範囲内で, 特に重みが大きい枝集合が存在することが分かる。 P^{10^3} の収束した値において, 同じ枝重みを持つ枝はそれぞれ同じ頂点に向かう枝であることから, 3.0×10^{-3} から 4.0×10^{-3} の範囲の枝重みが, ハブとなる頂点に向かう枝である。

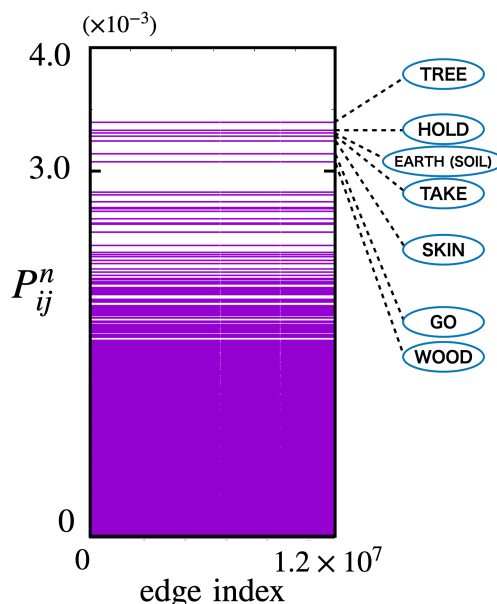


図 1: $P^n (n = 10^3)$ を隣接行列とするネットワークの枝重み分布

また, $3.0 \times 10^{-3} \leq P_{ij}^{10^3} \leq 4.0 \times 10^{-3}$ を満たす枝は, “TREE,” “HOLD,” “EARTH (SOIL),” “TAKE,” “SKIN,” “GO,” “WOOD” の 7 つの頂点に向かう枝であることを確認した。この結果は, これらの 7 つの概念がより抽象的な概念であることが示すものである。また, これらの中に 4 つの感情の概念が存在しないことから, 全ての概念から作成した collexification ネットワークにおいて, 感情の概念は抽象的ではないこともわかる。

4 まとめ

本稿では, collexification ネットワークを形成する全ての概念の中でハブとなる概念の抽出を行った。結果から, “TREE,” “HOLD,” “EARTH (SOIL),” “TAKE,” “SKIN,” “GO,” “WOOD” の 7 つの概念がハブとなることが示された。なお, 本研究の一部は, JSPS 科研費 JP21H03514, JP20H00596, JP19K01653, JP18K12701, JP21H03508 の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] J. M. List, *et al.*, <https://clics.clld.org/>, (Last visit Dec. 3rd, 2021).
- [2] Fukuya et al., *Proc. of RISP NCSP'22*, 1AM1-1-1, pp. 1–4, 2022.
- [3] 福家 他, 電子情報通信学会 2022 総合大会講演論文集, N-1-27, 2022.



カオス進化計算におけるパラメータの依存性に関する調査

Parameter Dependency of Logistic Map in Chaotic Evolutionary Computation

郭 豊愷
Fengkai Guo

對馬 帆南
Honami Tsushima

池口 徹
Tohru Ikeguchi

東京理科大学
Tokyo University of Science

1 はじめに

多目的最適化問題を解くアルゴリズムの 1 つに Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II (NSGA-II) がある [1]. 文献 [2] では, パラメータ $a = 4$ におけるロジスティック写像が NSGA-II の変異操作で使用されている. 数値実験の結果, NSGA-II の変異操作にカオス応答を組み込むことで従来の NSGA-II よりも効率的に多目的最適化問題を解くことができると報告されている. 本稿では, 文献 [2] のカオス進化計算において, ロジスティック写像のパラメータ a を変化させた場合とロジスティック写像の状態値をランダムシャッフルして生成した乱数を用いた場合の解探索性能について調査した結果を報告する.

2 多目的最適化問題に対するカオス進化計算

多目的最適化問題とは, トレードオフ関係にある複数の目的関数を与えられた制約条件の下で最小化 (最大化) する問題である. 得られる解の集合はパレート解と呼ばれる. 本稿では, 多目的最適化問題に対して文献 [2] の NSGA-II を基にしたカオス進化計算を導入する. NSGA-II とは, 遺伝的アルゴリズムを多目的最適化問題に拡張したアルゴリズムである. カオス進化計算 [2] では, 変異の操作にカオス応答が組み込まれている. アルゴリズムは以下 6 つのステップからなる.

- (1) N 個の初期 Target 個体群 t_j ($j = 1, 2, \dots, N$) (親個体群) をランダムに生成する.
- (2) 親個体群に対して, 変異操作を行い子個体群 Mutant m_j ($j = 1, 2, \dots, N$) を生成する. 変異操作は $m_j = t_j \times (1 + Dx_i)$ で定義される. D は +1 または -1 の乱数である. x_i は i 番目のロジスティック写像の状態値またはロジスティック写像の状態値をランダムシャッフルして生成した値である.
- (3) t_j ($j = 1, 2, \dots, N$) から 10%, m_j ($j = 1, 2, \dots, N$) から 90% を選択し, それらの個体群に対して交叉操作を行い, N 個の Chaotic 個体を生成する.
- (4) 親個体群と子個体群候補の合計 $2N$ 個の個体に対し, 高速非優劣ソートを用いて個体のランク分けを行う.
- (5) N 個の次世代の個体群を生成するために, 上位ランクから選択を行い, 選択された個体の数が N を越えた場合, そのランクに対して混雑度の大きい順に N 個目の個体までを次世代の個体群として選択する.
- (6) 手順 (2)~(5) を, 決められた世代数まで繰り返す.

3 数値実験・結果

本稿では, ZDT2 ベンチマーク関数を使用し, ロジスティック写像のパラメータ a を変化させた場合とロジスティック写像の状態値をランダムシャッフルさせて生成した乱数の性能について調査する. 初期個体数 $N = 100$, 世代数 30 と設定し, パラメータ a は $3.6 \leq a \leq 4.0$ の範囲で 0.001 刻みで変化させ, 各パラメータ a に対し

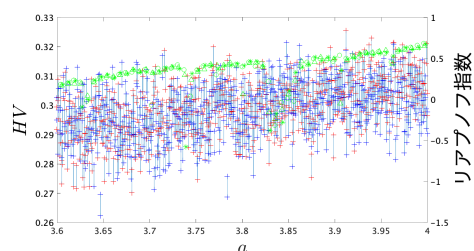


図 1 ロジスティック写像のパラメータ a に対する HV とリアプノフ指数の値

て 150 回試行計算を行った. 得られたパレート解に対して, Hypervolume (HV) [3] を用いて性能評価した. HV は $HV(S, P) = \bigcup_{i=1}^{|S|} v(i, P)$ と定義される. P は参照点, $v(i, P)$ は参照点 P と得られた第 i 番目の解から囲まれた空間体積, S は全ての解の集合である. HV の値が大きいほどパレートラインが広く分布しており, パレート解に多様性があることを示す.

図 1 に ZDT2 ベンチマーク関数を用いたときの結果を示す. 図 1 の縦軸はリアプノフ指数と HV の値, 横軸はロジスティック写像のパラメータ a を示す. 赤はロジスティック写像を使用した場合, 青はロジスティック写像をランダムシャッフルした場合の 95% 信頼区間を示す. 緑はリアプノフ指数の結果を示す. 図 1 より, ロジスティック写像を変異操作に用いることが必ずしも性能を良くするわけではないという結果が得られた.

4 まとめ

本稿では, 多目的最適化問題に対して, カオス進化計算 [2] の変異操作に用いられるロジスティック写像のパラメータを変化させた場合とロジスティック写像の状態値をランダムシャッフルさせて生成した乱数を用いた場合の性能比較を行った. 数値実験の結果より, NSGA-II の変異操作にカオス性を導入しても解探索性能を上げる要因にはならないことがわかった. なお, 本研究の一部は, JSPS 科研費 JP20H00596, JP21H03514 の助成を受けた.

参考文献

- [1] K. Deb, et al., *IEEE Trans. Evol. Comput.*, **6**, 2, 182–197, 2002.
- [2] Y. Pei, *Nat. Comp.*, **13**, 1, 79–96, 2014.
- [3] Zitzler E, et al., *IEEE Trans. Evol. Comput.*, **7**, 2, 117–132, 2003.



テンポラルネットワークの時間発展ダイナミクス

Analysis of temporal evolution dynamics on temporal networks

澤田 和弥¹
Kazuya Sawada¹

池口 徹¹
Tohru Ikeguchi¹

東京理科大学¹
Tokyo University of Science¹

1 はじめに

大規模なデータが観測可能となり、特に、複数の素子の繋がりであるネットワークデータが注目されている。典型的なネットワークデータとして、友人関係、情報・感染症伝播のネットワークなどがある。これらは、1990年代後半から盛んに研究され [1, 2]、現在では、複雑ネットワークに対する解析基盤が整備されている。しかし、これらの研究が解析対象としてきたネットワークは、頂点間の繋がりの累積により生成されるネットワーク、すなわち時間発展を考慮しない静的なネットワークである。一方、現実のネットワークの多くは、動的に構造が変化するテンポラルネットワークであり、近年、テンポラルネットワークに対する解析も注目されている [3]。そこで本稿では、現実のコンタクトデータから生成されるテンポラルネットワークの時間発展のダイナミクスを時系列に変換することで解析したので報告する。

2 コンタクトデータ

本稿では、Sociopatterns [4] が提供する 2012 年のフランスの高校における 5 クラスの生徒間の実際のコンタクトデータを対象とした。計測は 7 日間行われ、合計で 180 名、総コンタクト数は 45,047 である。また、コンタクトの計測には RFID タグが用いられており、コンタクトの時間解像度 (計測時間窓幅) は 20 秒である。

3 解析手法

まず、解析対象のコンタクトデータを時間窓 $w = 1, 200$ 秒で分割し、各時間窓においてネットワークを生成する。ここで、 t 番目の時間窓のネットワークの隣接行列を $A(t)$ とし、その第 (i, j) 要素を $A_{i,j}(t)$ と定義する。次に、ネットワーク間の距離を計算する。本稿では、ハミング距離を採用する。ここで、 t 番目と t' 番目の時間窓の隣接行列間のハミング距離は $H(t, t') = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |A_{i,j}(t) - A_{i,j}(t')|$ で定義される。ただし、 N はネットワークの頂点数である。最後に、全ての t, t' 間のハミング距離を算出し、距離行列を得る。得られた距離行列に対して古典的多次元尺度構成法 (CMDS) [5] を適用し、1 次元時系列 $V(t)$ を得た。

4 数値実験

2012 年のフランスの高校のコンタクトデータ [4] に対して、前述の手順により得た距離行列及び、CMDS を適用して得た時系列とコンタクト数の時系列、CMDS を適用して得た時系列から遅延座標系 [6] を用いて再構成し

た 3 次元状態空間を図 1 に示す。ここで、再構成の際の時間遅れは 1 とし、値域を、 $-100 \leq V(t), V(t+1) \leq 100$, $-10 \leq V(t+2) \leq 100$ として可視化した。図 1(a),

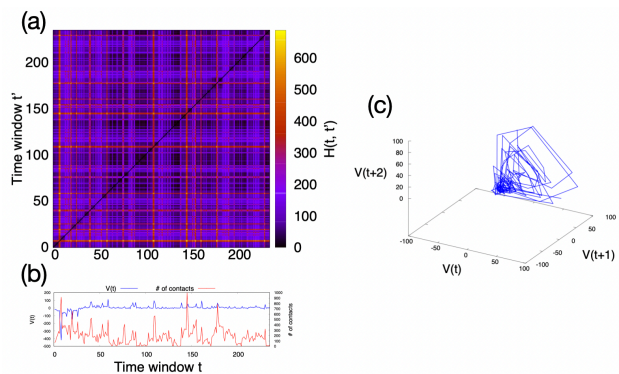


図 1 (a) 距離行列, (b) 距離行列に CMDS を適用して得た時系列とコンタクト数の時系列, (c) CMDS を適用して得た時系列から再構成した 3 次元状態空間

(b) を見ると、距離行列の値が大きくなっている部分でコンタクト数、CMDS で得た時系列の値は大きく変動していることが確認できる。したがって、コンタクト数の時間発展のダイナミクスはハミング距離、CMDS で得た時系列に概ね反映されているといえる。また、図 1(c) から、CMDS で得た時系列から再構成したアトラクタの軌道には、再帰性があることが定性的に確認できた。人のコンタクトのダイナミクスには再帰性があると考えられており、この結果はそれを抽出したものである。

謝辞

本研究の一部は、JSPS 科研費 (No. JP20H00596, JP21H03514) の援助を受けて行われた。

参考文献

- [1] D. J. Watts and S. H. Strogatz, *Nature*, **393**(6684): 440–442, 1998.
- [2] A. L. Barabási and R. Albert, *Science*, **286**(5439): 509–512, 1999.
- [3] N. Masuda and P. Holme, *Sci. Rep.*, **9**(795): 1–11, 2019.
- [4] Sociopatterns: <http://www.sociopatterns.org> (最終閲覧日 2022/04/08).
- [5] J. C. Gower, *Biometrika*, **53**(3–4): 325–338, 1966.
- [6] T. Sauer et al., *J. Stat. Phys.*, **65**(3): 579–616, 1991.



自転車再配置問題の非一様なポート配置に対する タブーサーチ法を用いた解法の性能調査

Performance evaluation of tabu search method for solving
multiple-vehicle bike sharing system with non-uniform distribution port

對馬 帆南
Honami Tsushima

スヴィリドヴァ ニーナ
Nina Sviridova

池口 徹
Tohru Ikeguchi

東京理科大学
Tokyo University of Science

1 まえがき

バイクシェアリングシステム (Bicycle Sharing System, BSS) は環境に優しい交通システムの1つとして注目されている。しかし、BSSではポート間で自転車台数に過不足が生じる問題がある。この問題を解決するため、自転車回収車を用いてポート間の自転車の再配置が必要になる。我々も複数の回収車が短時間で効率的に再配置作業を行うための巡回経路を求めることができる発見的解法の開発を行っている [1, 2, 3]。その際、提案解法の性能を評価するための問題例に対して、ポートが空間的に一様に分布するという仮定を導入した。しかし、実際のBSSのポートは一様に分布していない。即ち、提案手法が非一様分布のポートに対しても有効であるかを検討する必要がある。そこで本稿では、組合せ最適化問題の1つである配送計画問題における Solomon のベンチマーク問題 [4] の顧客配置を利用して、一様に分布していないポートに対しても有効であるかを調査した。

2 複数の自転車回収車を用いた自転車再配置問題と解法

複数の自転車回収車を用いた自転車再配置問題では、1つのデポと複数のポートが与えられ、各ポートは自転車を補充しなければならない台数、または回収しなければならない台数を持つ。回収車は、デポを出発し、再配置作業を行い、再びデポに戻るが、決められた台数以上の自転車を積み込むことはできない (容量制約)。また、回収車には制限時間があり、制限時間内にデポに戻らなければならない (時間制約)。さらに、各ポートには1台の回収車が1度だけ訪れることが可能である。この問題設定は、制約条件が厳しく一部の問題について、実行可能解を得ることが難しい場合があるため、本研究では容量制約と時間制約を取り除き、これらの違反量を目的関数に追加する。したがって目的関数は、 $T(t) + \alpha(t) \times P_T(t) + \beta(t) \times P_Q(t)$ となる。ただし、 $T(t)$ は t イタレーション目の回収車の総移動時間、 $P_T(t)$ は、 t イタレーション目に制限時間を超えて作業を行った時間、 $P_Q(t)$ は、 t イタレーション目に容量制約違反した自転車台数、 $\alpha(t)$ 、 $\beta(t)$ は t イタレーション目の重み係数である。本稿では、文献 [3] で提案した解法を使用する。具体的には、タブーサーチ法 [5] を用いて CROSS-exchange と Or-opt の実行を制御する。さらに、計算コストを削減するために CROSS-exchange と Or-opt の操作は部分

順列を正順で挿入・交換する場合のみに限定する。

3 数値実験・結果

Solomon のベンチマーク問題 [4] の顧客の位置情報を使用し、ポート数が 100, 200 の問題に対し、提案解法の有効性の調査を行った。各ポートの過不足台数は $-5 \sim +5$ 、回収車台数はポート数が 100 のとき最大 5 台、200 のとき最大 10 台、回収車の最大積載容量は 10 台、試行回数は 50 回、タブーサーチ法はポート数が 100 のとき 50, 200 のとき 100、タブーサーチ法の終了条件は 300 [s]、重み係数のパラメータ値は $\alpha(0) = 1$ 、 $\beta(0) = 1$ とし、 α と β を調整するためのパラメータは 1.07, 0.3 と設定した。表 1 に実験結果を示す。表 1 より、提案手法は Solomon のベンチマーク問題の顧客分布に従うポート配置問題例に対しても有効であることがわかった。

表 1 実験の結果 [min].

問題	平均	最良	最悪	得られた実行可能解の数
C101	164.15	157.76	177.24	50
R101	163.71	160.68	167.73	50
RC101	190.03	184.12	199.48	50
C1.2.1.1	372.42	349.47	403.36	48
R1.2.1	541.37	522.85	577.54	48
RC1.2.1	463.14	439.64	487.02	50

4 まとめ

本稿では、Solomon のベンチマーク問題の顧客の位置情報を使用して、ポートが非一様分布となる場合でも有効であるかを調査した。数値実験の結果、一様に分布していない問題に対しても我々の提案手法は有効であることがわかった。なお、本研究の一部は、JSPS 科研費 JP19K14589, JP20H00596, JP21H03514 の助成を受けた。

参考文献

- [1] H. Tsushima, et al., *Journal of Signal Processing*, 22 (4), pp. 157–160, 2018.
- [2] H. Tsushima, et al., *Applied Sciences*, 11(16), 7749, 2021.
- [3] H. Tsushima, et al., *Applied Sciences*, 12(5), 2675, 2022.
- [4] M. M Solomon, *Operations Research*, 35(2), pp. 254–265, 1987.
- [5] F. Glover, *ORSA Journal on Computing*, 1(3), pp. 190–206, 1989.

査読なし国内学会

min-max 型の目的関数を用いた公職選挙ポスター掲示問題の解法

郭 豊愷[†] 對馬 帆南[†] 足立 淳^{††} 松浦 隆文^{††} 木村 貴幸^{††}
池口 徹[†]

[†] 東京理科大学 〒125-0051 東京都葛飾区新宿 6-3-1
^{††} 日本工業大学 〒345-0826 埼玉県南埼玉郡宮代町学園台 4-1
E-mail: [†]guofengkai@hisenkei.net

あらまし 公職選挙における候補者のポスターを効率的に掲示するために、我々は既に公職選挙ポスター掲示問題を提案している。この問題の目的は、複数の車両を用いてポスターの掲示を行う際、車両の総移動距離が最短となる巡回経路を求めることである。しかし、車両の総移動距離の最小化を目的にすると、各車両の巡回経路にばらつきが生じることも明らかとなった。このばらつきを抑える解決策の1つとして、最長の巡回経路長の最小化が考えられる。そこで本稿では、最長の巡回経路長が最小となる目的関数を定義し、この問題に対する局所探索法を提案し、その性能を調査した。その結果、各車両の走行距離のばらつきが小さい巡回経路の構築が可能となることを確認した。

キーワード 公職選挙, ポスター掲示, 組合せ最適化, 配送計画問題

A Method of Solving Posting Poster Problem for Public Office Election Using Min-max Type Objective Function

Fengkai GUO[†], Honami TSUSHIMA[†], Jun ADACHI^{††},

Takafumi MATSUURA^{††}, Takayuki KIMURA^{††}, and Tohru IKEGUCHI[†]

[†] Tokyo University of Science 6-3-1 Nijuku, Katsushika-ku, Tokyo, 125-0051 Japan
^{††} Nippon Institute of Technology 4-1 Gakuendai, Miyashiro-machi, Saitama, 565-0456 Japan
E-mail: [†]guofengkai@hisenkei.net

Abstract To realize effective posting process of posters in public office elections, we have already proposed the Posting Poster Problem for Public Office Election. The objective function of this problem is to find the shortest total route distance of vehicles when we use multiple vehicles to post posters. However, it has been found that if we focus on minimizing the total route distance, the route distances of the vehicles are unbalanced. Therefore, in this report, we changed our strategy by introducing the min-max type objective function: we minimized the length of the longest route of vehicles to reduce obtain balanced route length of the vehicles. In addition, we proposed a local search method for sloving this problem. Results of numerical experiments show that it is possible to construct balanced routes by changing the strategy.

Key words Public office election, posting poster, combinatorial optimization, vehicle routing problem

1. ま え が き

公職選挙において、有権者に対して立候補者を幅広く認知してもらう手段の一つに、選挙ポスターがある。選挙運動におけるポスター掲示のルールは公職選挙法で定められている。選挙告示日に立候補の届け出を行うと、その場でポスター掲示場における掲示位置が決まる。選挙告示日から投票日までの期間は非常に短いため、立候補者は、立候補したことをいち早く周知するために、ポスター掲示に即座に取り掛かる。

ポスターの掲示作業を効率的に行うには、ポスター掲示作業を手伝うスタッフの人数を把握し、誰がどのような順番でポスター掲示場を周るかを予め決めておく必要がある。そのため、各選挙陣営はこれまでの経験をもとにポスター掲示場をいくつかのグループ(経験的なグループ)に分け、選挙スタッフは土地勘を頼りに割り当てられたグループ内のポスター掲示場を回っている。

我々は、このような選挙活動におけるポスター掲示作業を、

離散最適化問題の一種と捉え、新たな問題として「公職選挙ポスター掲示問題」を提案した[1]。また、経験的なグループ分けを用いた場合に、車両の総移動距離を最小化(本稿では、文献[1]で提案した問題を min-sum 型公職選挙ポスター掲示問題と呼ぶ)する巡回経路を汎用ソルバー[2]を用いて算出した。その結果、各グループの掲示場を最短で回る巡回経路(経験的なグループによる最適解)を得ることはできた。しかし、巡回経路間の交差が多く、経験的なグループを用いる戦略は最適な巡回経路ではないことも明らかとなった。そこで、経験的なグループ分けを用いずに巡回経路の総和を改善する発見的解法を提案した[3]。この結果、min-sum 型公職選挙ポスター掲示問題に対して、経験的なグループによる最適巡回経路に比べて、総移動距離が短い巡回経路の生成に成功した。

文献[1],[3]では、車両の総移動距離が最短となる巡回経路を求めたが、車両間の移動距離のばらつきの最小化も考慮する必要がある。これは、公職選挙法では、一部の例外を除き選挙活動を手伝うスタッフはボランティアであり、ポスター掲示場の移動に使用する車両のガソリン代はボランティアスタッフが自己負担するためである。すなわち、公職選挙ポスター掲示問題では、総移動距離の最小化のみならず、車両内の移動距離が同程度となる巡回経路の算出も必要である。そこで本稿では、走行距離のばらつきの解消を目指して、車両の最大移動距離を最小化する min-max 型の目的関数を用いた公職選挙ポスター掲示問題とその解法を提案する。

2. データ

本稿では、千葉県野田市における公職選挙法で定められたポスター掲示場配置の実データを使用する。図1は千葉県野田市ポスター掲示場の配置図である。図1の数字は投票区の番号である。公職選挙法により、各投票区に対して5ヶ所以上10ヶ所以内のポスター掲示場が設置されている。野田市では、324ヶ所のポスター掲示場が45ヶ所の投票区に割り当てられている。また、図1の右下にある office は選挙事務所である。本稿では、ポスター掲示巡回経路の始点と終点として、野田市議会議員中村裕介氏の選挙事務所を使用した。

i 番目のポスター掲示場位置として、緯度 λ_i 、経度 φ_i の二次元座標が与えられたとき、半正矢関数[4]により、ポスター掲示場 i と j の距離 d_{ij} を式(1)で算出できる。

$$d_{ij} = 2R \sin^{-1} \sqrt{\sin^2 \frac{|\varphi_j - \varphi_i|}{2} + \cos \varphi_i \cos \varphi_j \sin^2 \frac{|\lambda_j - \lambda_i|}{2}} \quad (1)$$

ここで R は地球の平均半径である。

3. 公職選挙ポスター掲示問題

公職選挙ポスター掲示問題では、一つの選挙事務所と複数のポスター掲示場の集合 $C = \{0, 1, \dots, n\}$ 、掲示場 i, j 間の移動距離 d_{ij} が与えられる。ここで $\{0\}$ は選挙事務所を表す。また、ポスター掲示を行う車両の集合 $K = \{1, \dots, v\}$ 、車両の走行可能な最大距離を D 、最大積載容量を Q とする。車両は選挙事務所を出発し、ポスター掲示場をまわり、ポスター掲示作業を全て

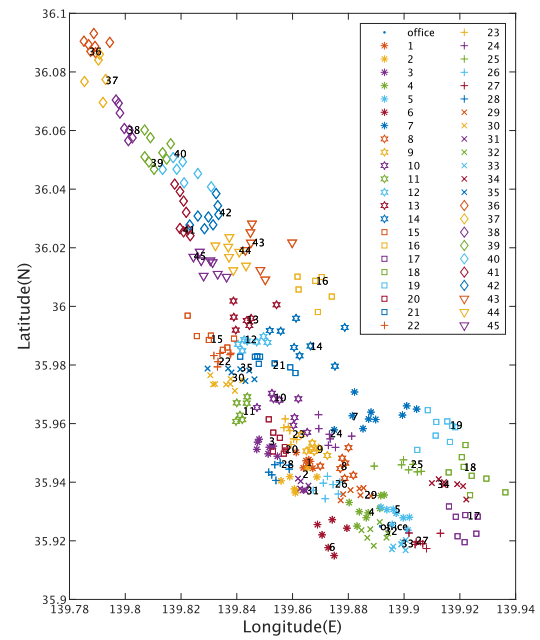


図1 千葉県野田市におけるポスター掲示場の配置。各数字は投票区の番号を示している。

終え、再び選挙事務所に戻る[1]。この問題の目的は、全ての制約を満たし、かつ目的関数が最適となる車両経路を構築することである。各車両の担当するポスター掲示場と、それらの訪問順番決定するために、以下のように決定変数 x_{ijk} を定義する。

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & (\text{車両 } k \text{ がポスター掲示場 } i, j \text{ 間を移動}) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases} \quad (2)$$

C 、 K と決定変数 x_{ijk} を用いると、min-sum 型公職選挙ポスター掲示問題は以下のように定式化できる。

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{i \in C} \sum_{j \in C} d_{ij} x_{ijk} \quad (3)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j \in C} \sum_{k \in K} x_{ijk} = 1, \quad \forall i \in C \setminus \{0\} \quad (4)$$

$$\sum_{i \in C} \sum_{k \in K} x_{ijk} = 1, \quad \forall j \in C \setminus \{0\} \quad (5)$$

$$\sum_{i \in C} \sum_{j \in C} x_{ijk} \leq Q, \quad \forall k \in K \quad (6)$$

$$\sum_{i \in C} \sum_{j \in C} d_{ij} x_{ijk} \leq D, \quad \forall k \in K \quad (7)$$

$$\sum_{i \in C \setminus \{0\}} x_{i0k} = 1, \quad \sum_{j \in C \setminus \{0\}} x_{j0k} = 1, \quad \forall k \in K \quad (8)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq C \setminus \{0\}, |S| \geq 2, \forall k \in K \quad (9)$$

ここで式(3)は、総移動距離を最小化する目的関数である。式(4)と式(5)は各ポスター掲示場へは1台の車両が1度のみ訪問

できることを表す。式 (6) と式 (7) はそれぞれ、車両の積載容量制約と走行距離制約を表す。式 (8) は各車両が選挙事務所から出発し、再び選挙事務所に戻ることを表す。式 (9) は部分巡回経路を除去するための制約であり、巡回経路の中に必ず選挙事務所が含まれることを表す。

式 (3) から式 (9) で定式化される min-sum 型公職選挙ポスター掲示問題に対して汎用ソルバー Gurobi Optimizer を用いることで、その最適解を求められるが、ポスター掲示場の数が 324 ヶ所と多いため、現実的な時間内に求解することは困難となる。

ある立候補者の選挙事務所では、ポスター掲示経路を設計する際、2~4 の投票区に属するポスター掲示場を一つのグループとし、45 ヶ所の投票区を 12 のグループに分割している (以下、経験的なグループ)。あるグループ内の全てのポスター掲示場を一つの車両が担当するが、ポスター掲示場の訪問順は担当スタッフの土地勘や経験をもとに決定している。選挙事務所を出発し、当該グループに含まれる全ポスター掲示場にポスターを貼り、選挙事務所へ戻る問題は、巡回セールスマン問題となる。324 ヶ所のポスター掲示場を 12 のグループに分けた結果、各グループのポスター掲示場数は 12~31 であり、最適解を求めることが可能である。そこで文献 [1] では、経験的に分けられたグループのポスター掲示場を最適に巡回する経路を算出した。この結果が図 2 である。また、得られた巡回経路の総移動距離は 276.162[km] である。このように、グループ内での最短巡回経路を得ることはできたが、図 2 を見ると巡回経路間の交差が多く、経験的なグループを用いる戦略は最適ではないことがわかる。

そこで、総移動距離をさらに削減するため、文献 [3] では公職選挙ポスター掲示問題を配送計画問題 (以下、VRP) の一種として扱い、ポスター掲示経路の総移動距離を削減するための発見的な解法を提案した。その結果、総移動距離は 241.254[km] となり、経験的なグループ分けの結果より 12.6% (表 2) の改善率となる結果を得た [3]。

表 1 は発見的な解法 [3] を用いて求めた巡回経路において各車両の移動距離を算出した結果の一例である。表 1 では、初期巡回回数 (車両台数) を 12 としたが、改善法により、ある巡回経路とある巡回経路が結合したため、11 台の車両を使用した結果となっている。表 1 の結果例での総移動距離は 236.303[km] となり、経験的なグループでの総移動距離 276.162[km] を改善できている。しかし、車両の巡回経路長のばらつきを見ると、最長巡回経路は 8 号車の 45.038[km]、最短巡回経路は 10 号車の 7.814[km] となった。これらの差は 37.224[km] であり、差があることが分かる。

4. min-max 型の目的関数を用いた公職選挙ポスター掲示問題

表 1 より、車両の巡回経路長間の標準偏差は 10.62 となっている。そこで、巡回経路長間のばらつきを改善するために、最大巡回経路長の最小化を目的とする、min-max 型 [5] 公職選挙ポスター掲示問題を提案する。min-max 型公職選挙ポスター掲

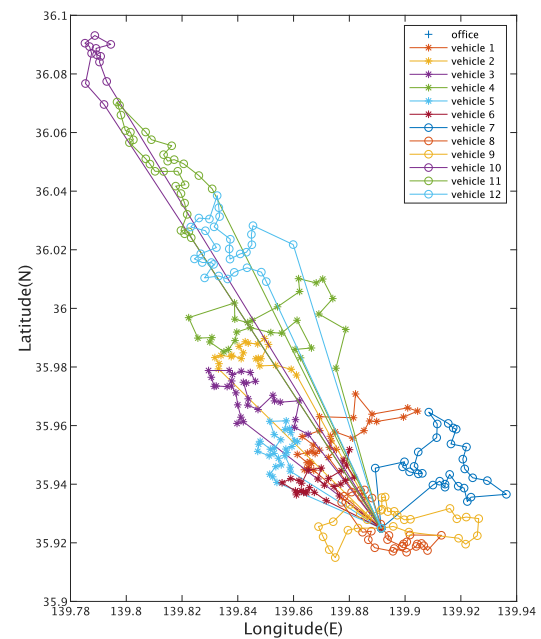


図 2 ポスター掲示場を経験的にグループを分けて、各グループ内での最適解を求めた結果 [1]。

表 1 発見的な解法 [3] を用いた場合の巡回経路長 [km] と巡回経路の標準偏差。巡回経路長は 30 回の試行中の最良の結果を示している。*は初期巡回経路数を 12 で構築したが、改善法 CROSS-Exchange により 1 台の車両が削減された

車両番号	経路長
1	16.127
2	31.577
3	19.358
4	33.207
5	15.530
6	15.576
7	9.888
8	45.038
9	17.828
10	7.814
11	24.360
12	*
合計	236.303
標準偏差	10.62

示問題は、min-sum 型の公職選挙ポスター掲示問題の目的関数を以下の min-max 型の目的関数へ変更することで実現できる。

$$\min \max \sum_{i \in C} \sum_{j \in C} d_{ij} x_{ijk}, \forall k \in K \quad (10)$$

式 (10) は、移動距離が一番長い車両の移動距離の最小化が目的となることを表す。

5. min-max 型公職選挙ポスター掲示問題における発見的な解法

次に、min-max 型ポスター掲示問題に対して、良好な近似解を求める手法を提案する。提案解法のフローチャートを図 3 に示す。本提案解法では、はじめに最遠挿入法 [6] を用いて初期巡回経路を構築する。構築した巡回経路に対して、min-max 型公職選挙ポスター掲示問題のための CROSS-Exchange [7] (以下、min-max 型 CROSS-Exchange) により局所最適解が得られるまで改善した後、2-opt 法を用いて各巡回経路の経路長を改善する。

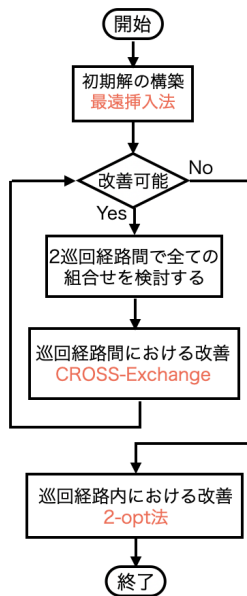


図 3 min-max 型目的関数を用いた公職ポスター掲示問題に対する発見的解法のフローチャート

5.1 最遠挿入法

最遠挿入法 [6] は、選挙事務所からの距離が遠い順にポスター掲示場を挿入することで、ポスター掲示経路を構築する解法である。最遠挿入法の手順を以下に示す。

- (1) v 箇所のポスター掲示場をランダムに選択し、選択されたポスター掲示場と選挙事務所を往復する経路を作成する。ここで v は使用可能な車両台数である。
- (2) 巡回経路に含まれず、かつ、選挙事務所から最も遠いポスター掲示場 k を巡回経路に挿入する。ポスター掲示場 k を挿入したあとの巡回経路が制約条件を満たし、かつ、増加する移動距離 $\Delta d = d_{ik} + d_{kj} - d_{ij}$ が最小になるポスター掲示場 k をポスター掲示場 i と j の間に挿入する (図 4)。
- (3) 全てのポスター掲示場が巡回経路に挿入されるまで、手順 (2) を繰り返す。

図 5 は選択したポスター掲示場を最遠挿入法により挿入する一例である。図 5 では、ポスター掲示場 i と選挙事務所の間にポスター掲示場 k が挿入されている。

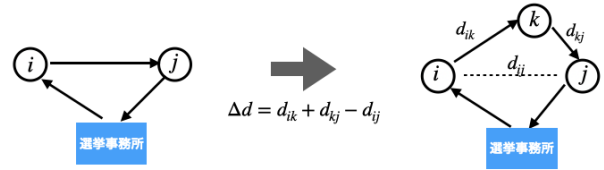


図 4 増加距離 Δd の計算例。

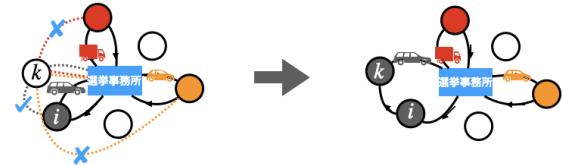


図 5 最遠挿入法で挿入されるポスター掲示場の例。

5.2 min-max 型 CROSS-Exchange

CROSS-Exchange [7] は VRP に対する改善法の 1 つであり、巡回経路中の部分経路を交換することで、総移動距離を改善する。min-max 型ポスター掲示問題の目的は、総移動距離の改善ではなく、最大となる巡回経路長の最小化である。そこで、最大となる巡回経路長の最小化を実現する min-max 型 CROSS-Exchange を提案する。min-max 型 CROSS-Exchange の手順を、以下に示す。

- (1) 全巡回経路の中から、巡回経路 a と巡回経路 b を選択する。選択された 2 つの巡回経路において移動距離が長い巡回経路の経路長を l_1 とする。
- (2) 巡回経路 a と b から、交換する部分巡回経路の始点と終点となるポスター掲示場を選ぶ。 (a_i, a_j) は巡回経路 a の部分巡回経路の始点 a_i と終点 a_j 、 (b_i, b_j) は巡回経路 b の始点と終点である (図 6)。
- (3) 部分巡回経路 (a_i, a_j) と (b_i, b_j) を交換し、交換後の巡回経路において長い方の経路長を l_2 とする。
- (4) 巡回経路 a と b の組合せと、部分巡回経路 (a_i, a_j) と (b_i, b_j) の組合せは複数存在するが、交換後の巡回経路が実行可能かつ $l_1 - l_2$ の値が最大となる部分巡回経路を交換する。
- (5) 局所最適解が求まるまで、手順 (1)~(5) を繰り返す。

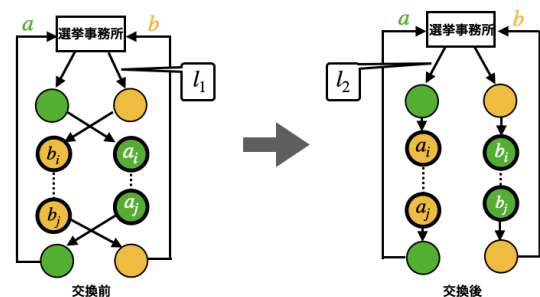


図 6 minmax 型 CROSS-Exchange の例。

5.3 2-opt

2-opt 法は巡回セールスマン問題に対する局所探索法の 1 つである。本稿における 2-opt 法の適用法を以下に示す(図 7)。

- (1) 巡回経路において第 i 番目に訪問するポスター掲示場を a_i とする。このとき a_i と a_j ($i < j$) を選択する。
- (2) 枝 a_i-a_{i+1} と a_j-a_{j+1} を削除し、新たに枝 a_i-a_j , $a_{i+1}-a_{j+1}$ を追加する。このとき得られた巡回経路が $d_{a_i a_{i+1}} + d_{a_j a_{j+1}} > d_{a_i a_j} + d_{a_{i+1} a_{j+1}}$ を満たす場合、巡回経路を変更する。
- (3) 局所最適解が得られるまで、手順 (1) と (2) を繰り返す。



図 7 2-opt 法の例。

5.4 実験条件および結果

本実験では千葉県野田市におけるポスター掲示場配置の実データを用いた。初期状態における車両は 12 台、各車両の最大移動距離 D は、選挙事務所から最も遠いポスター掲示場 l までの距離 d_{ol} の 2.7 倍、各車両のポスター最大積載枚数 Q は 30 枚に設定した。また、初期解を構築する最速挿入法はランダム性があるため、異なる初期解を 30 通り作成し、提案解法で改善した。野田市全域の計算結果を表 2 に示す。

表 2 経験的なグループを用いた場合の最適解 [1], min-sum 型と min-max 型目的関数を用いた公職選挙ポスター掲示問題の総巡回経路長 [km] と巡回経路の標準偏差。

実験手法	総移動距離	改善率	標準偏差
経験的なグループでの最適解 [1]	276.162	-	10.43
min-sum 型公職選挙ポスター掲示問題	241.254	12.6%	10.79
min-max 型公職選挙ポスター掲示問題	469.928	-70.2%	2.54

表 2 は、経験的なグループにおける総移動距離の最小化を目的関数とした場合の最適解 [1], min-sum 型の目的関数を用いた公職選挙ポスター掲示問題に対する発見的な解法により得られた結果 [3], min-max 型の目的関数を用いた公職選挙ポスター掲示問題に対する提案解法により得られた結果である。表 2 より、提案解法を用いて min-max 型の問題を解くことで、標準偏差が大幅に改善されていることがわかる。

しかし、経験的なグループでの最適解に比べて総移動距離は 70% 増加した。提案解法で構築した巡回経路の例を図 8 に示す。野田市のポスター掲示場は、野田市の地理的な形状のため北西方向から南東方向に分布している。選挙事務所は野田市の南部にあるため、選挙事務所を出発し、北西部にあるポスター掲示場を 1ヶ所だけ訪問し、選挙事務所に戻る巡回経路が存在する(例: 車両 2, 5)。この巡回経路を用いてポスター掲示を行うことは効率的ではない。

現在の野田市は平成 15 年に旧野田市(図 8, 約北緯 36° 以下

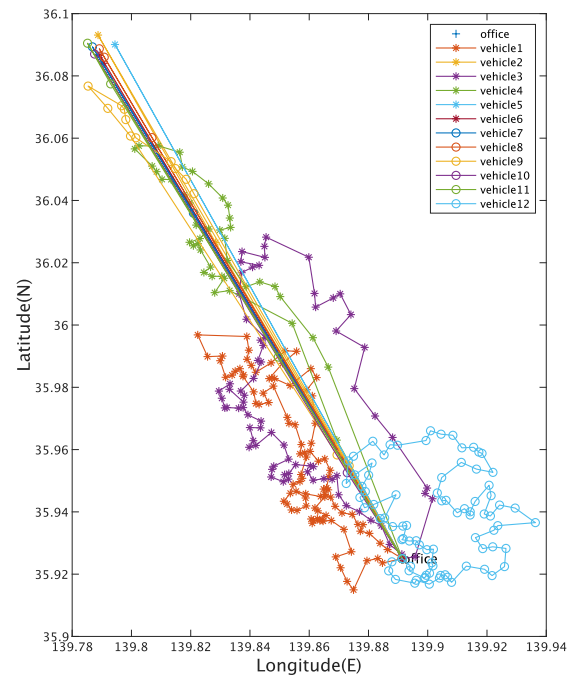


図 8 min-max 型目的関数を用いた公職選挙ポスター掲示問題における提案解法の実行例。

の部分)と旧関宿町(図 8, 約北緯 36° 以上の部分)が合併することで誕生したため、ポスター掲示場がこのような分布となっている。

これらの問題を解決するため、ポスター掲示場を二つの地域、旧野田市地域(地図の右下部分, 図 1 の投票所 1~35 に属するポスター掲示場)と旧関宿町地域(地図の左上部分, 図 1 の投票所 36~45 に属するポスター掲示場)に分けて、二つの公職選挙ポスター掲示問題として考える。また、旧野田市を 1 号車~9 号車、旧関宿町を 10 号車~12 号車が担当することとし、提案解法で巡回経路を作成した。旧野田市に対し、最大移動可能距離を選挙事務所から最遠の掲示場までの 2.7 倍に設定すると、初期解を構築することが難しいため、旧野田市は、4.7 倍に設定した。一方、旧関宿町においては 2.7 倍に設定した。各車両のポスター最大積載枚数は 30 枚に設定した。

表 3 min-max 型目的関数を用いた公職選挙ポスター掲示問題における提案解法(旧野田市地域と旧関宿町部分に分け)の巡回経路長 [km] と巡回経路の標準偏差。

実験手法	総移動距離	標準偏差
旧野田市部分	176.739	1.00
旧関宿町部分	123.214	1.26

図 9 は旧野田市部分と旧関宿町部分に分けて min-max 型目的関数を用いた公職選挙ポスター掲示問題における提案解法の実行例である。また、表 3 は総移動距離と車両の移動距離の標準偏差である。旧野田市と旧関宿町に分けた場合、旧野田市部分 +

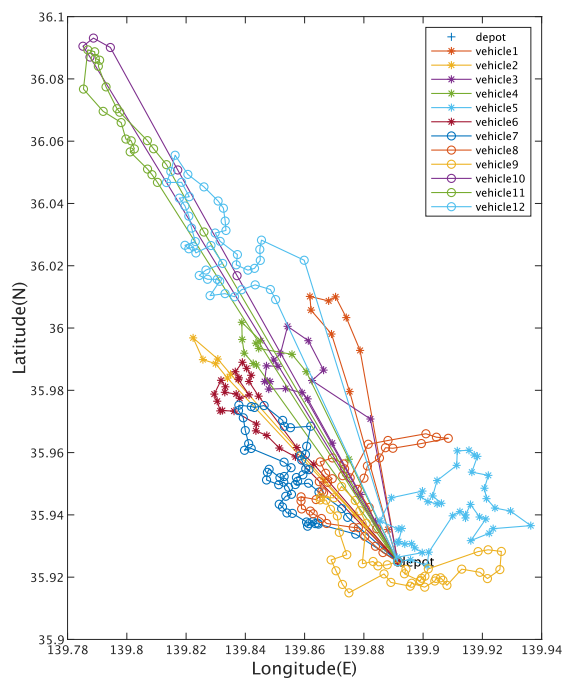


図9 min-max 型目的関数を用いた公職選挙ポスター掲示問題における提案解法 (旧野田市部分と旧関宿町部分に分け) の実行例。

旧関宿町部分の総移動距離は $176.739 + 123.214 = 299.953[\text{km}]$ であり、経験的なグループでの最適解 (表 2, $276.162[\text{km}]$) より総移動距離が約 20km 長くなるが、各車両の移動距離の標準偏差はそれぞれ 1.00, 1.26 となり、経験的なグループでの 10.43 に比べ、約 90% 減少することがわかる。

6. ま と め

本稿では、公職選挙ポスター掲示問題 [1] においてポスター掲示作業を行う車両の走行距離のばらつきを改善するために、最大巡回経路長の最小化を目的関数とする min-max 型公職選挙ポスター掲示問題を提案した。さらに、この問題に対する発見的な解法を提案した。

野田市全域を対象として巡回経路を構築した結果、選挙事務所を出発しポスターを一枚だけ貼って選挙事務所に戻る非効率的な巡回経路が存在した。これは、選挙事務所がポスター掲示場の空間的分布の周辺に位置するためである。そこで野田市のポスター掲示場を旧野田市と旧関宿町に分け、それぞれに対して提案解法を用いて巡回経路を構築した。その結果、総移動距離の最小化を目的とした経験的な巡回経路に比べて、各車両の巡回経路長の標準偏差が大幅に削減できることがわかった。

今後の課題として以下を考えることができる。

- (1) 本稿では各ポスター掲示場間の距離として、ポスター掲示場の緯度と経度を 2 次元平面に射影した距離を使用した。その際、ポスター掲示場 i とポスター掲示場 j の距離は対称的とした。しかし実際の道路は、一方通行などの道路条

件により、距離は非対称となる。すなわち、ポスター掲示場が道路のどちら側にあるかなどを考慮した非対称公職選挙ポスター掲示問題の提案とこの問題に対する解法の開発も必要である。

- (2) 公職選挙ポスター掲示問題は、総移動距離の削減を目的とすると、移動距離の標準偏差が大きくなる。一方で、min-max 型目的関数のように、標準偏差の削減を目的とすると、総移動距離が長くなる。従って、これらのトレードオフの関係を考慮した多目的公職選挙ポスター掲示問題 [8] の提案も重要である。

謝 辞

本稿で使用した千葉県野田市におけるポスター掲示場の位置情報は、千葉県野田市選挙管理委員会よりご提供いただきました。記して感謝します。また、実際のポスター掲示作業に関する状況をご教示いただいた、野田市議会議員中村裕介氏に感謝します。

なお、本研究の一部は、JSPS 科研費 JP22J12396, JP19K04907, JP22K04602, JP19K04395, JP21H03514, JP22K18419 の助成を受けた。

文 献

- [1] 池口徹, “公職選挙ポスター掲示問題について,” 信学技報, Vol.122, No. 373, pp. 52–57, 2023.
- [2] <https://www.gurobi.com/>
- [3] 郭豊愷, 對馬帆南, 足立淳, 松浦隆文, 木村貴幸, 池口徹, “公職選挙ポスター掲示問題に対する発見的解法の開発,” 2023 年電子情報通信学会 総合大会, N-1-9, 発表予定, 2023 年 3 月.
- [4] 杜培軍, 張海榮, 冷海龍等翻訳, 地理空間分析: 原理、技術と軟件工具 (第二版), 中国語, 電子工業出版社, 2009.
- [5] T. Bektas, “The multiple traveling salesman problem: an overview of formulations and solution procedures,” *Omega*, Vol. 34, No. 3, pp. 209–219, 2006.
- [6] 星野聖, 木村貴幸, 池口徹, “時間枠制約付き配送計画問題に対するカオスダイナミックスを用いたメタヒューリスティック解法,” 電子情報通信学会論文誌, Vol. 90-A, No. 5, pp. 431–441, 2007.
- [7] E. Taillard, et al., “A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with soft time windows,” *Transportation science*, Vol. 31, No. 2, pp. 170–186, 1997.
- [8] T. Lee and J. Ueng, “A study of vehicle routing problems with load-balancing,” *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, Vol. 29, No. 10, pp. 646–658, 1999.

画像式光電脈波に対するリアプノフ指数の算出

中山 裕文[†] スヴィリドヴァ ニーナ^{†,††} 池口 徹[†]

[†] 東京理科大学 工学部 情報工学科 〒125-0051 東京都葛飾区新宿 6-3-1

^{††} 東京大学 国際高等研究所 ニューロインテリジェンス国際研究機構 〒113-0033 東京都文京区本郷 7-3-1

E-mail: [†]nakayama@hisenkei.net, ^{†,††}nina@hisenkei.net, [†]tohru@rs.tus.ac.jp

あらまし 光電脈波とは、光を皮膚表面に照射した際の光の反射量の変化を計測した心血管系の生体信号である。光電脈波の計測により、心拍数、血圧、血中酸素飽和度などの多様な情報を得ることができる。光電脈波の生成メカニズムには非線形力学系の特徴が存在すると考えられている。そのため、非線形時系列解析を光電脈波に適用する研究も行われており、肉体及び精神的な健康指標として利用できることも示唆されている。一方、画像式光電脈波法と呼ばれる、LED ライトを光源、カメラを受光体とした擬似的な光電脈波計測装置とすることで、皮膚表面を撮影した動画から脈波を推定する手法が近年注目されている。画像式光電脈波法により、光電脈波と同様に心拍数、血圧などを計測可能である。画像式光電脈波での計測に必要な機材は、スマートフォンなどの市販のカメラデバイスのみであるという特徴がある。本報告では、画像式光電脈波が光電脈波の有する非線形力学系の特徴を捉えることができるのかを調査する。まず、光電脈波と画像式光電脈波を同時計測し、両脈波に対して遅延座標系への変換によるアトラクタの再構成を行うことで解軌道の構造を解析した。次に、再構成したアトラクタより最大リアプノフ指数を算出することで軌道不安定性を定量的に評価した。その結果、光電脈波と画像式光電脈波の解軌道は再帰構造をなすこと、さらには、最大リアプノフ指数が正の値となること、従って画像式光電脈波は光電脈波と同様に、カオス力学系の有する軌道不安定性を有することがわかった。

キーワード 非線形力学、リアプノフ指数、光電脈波、画像式光電脈波

Calculation of Lyapunov Exponent for Imaging Photoplethysmogram

Hirofumi NAKAYAMA[†], Nina SVIRIDOVA^{†,††}, and Tohru Ikeguchi[†]

[†] Faculty of Engineering, Department of Information and Computer Technology, Tokyo University of Science
6-3-1 Nijuku, Katsushika-ku, Tokyo, 125-0051 Japan

^{††} International Research Center for Neurointelligence, The University of Tokyo
7-3-1 Hongo Bunkyo-ku, Tokyo, 113-0033 Japan

E-mail: [†]nakayama@hisenkei.net, ^{†,††}nina@hisenkei.net, [†]tohru@rs.tus.ac.jp

Abstract Photoplethysmogram is a biological signal of the cardiovascular system that measures changes in the amount of light reflected when light irradiates skin surface, and provides information such as heart rate, blood pressure, and blood oxygen saturation. It has been suggested that photoplethysmograms have nonlinear, possibly chaotic, dynamical characteristics by applying nonlinear time series analysis to photoplethysmogram. The results also suggests that physiological and mental health indicators can be extracted. On the other hand, a method called imaging photoplethysmography, in which LED light is used as a light source and a camera as a receiver, has recently been introduced to estimate pulse waves from video images taken from the skin surface. Although the imaging photoplethysmography is used to calculate heart rates and blood pressures in a similar way to the photoplethysmogram, it requires only simple and commercially available camera devices such as smartphones for measurement. In this report, we investigate whether the imaging photoplethysmogram can capture nonlinear, possibly chaotic, dynamical characteristics of the photoplethysmogram. First, we measured the photoplethysmogram and the imaging photoplethysmogram simultaneously. These trajectories in the phase space were reconstructed in the time delay coordinate system. Next, the largest Lyapunov exponent was estimated to quantitatively evaluate orbit instability, or one of the essential characteristics of deterministic chaos. The results showed that the reconstructed trajectories of the photoplethysmogram and imaging photoplethysmogram have recurrence structure and that the largest Lyapunov exponents of the imaging photoplethysmogram exhibit the positive value which indicates that the imaging photoplethysmogram has orbital instability.

Key words Nonlinear dynamics, Lyapunov exponent, Photoplethysmogram, Imaging Photoplethysmogram

1. はじめに

光電脈波 (Photoplethysmogram, 以下, PPG) とは, 光を皮膚表面に照射した際の光の反射量の変化を計測した心血管系の生体信号である. PPG からは, 心拍数, 血圧, 血中酸素飽和度などの心血管系に関する多様な情報を得ることができる [1]. PPG の計測方法は安価で非侵襲であることから, 近年ではスマートウォッチをはじめとした様々なウェアラブルデバイスに適用されている. また, 非線形時系列解析 [2] を PPG データに適用する研究も行われており, PPG はカオスの振る舞いを示すことが明らかになっている [3]~[6]. 例えば, 文献 [3] では, PPG の有する非線形力学的特徴が精神的な健康指標として利用できることが示唆されている.

一方, 画像式光電脈波 (imaging photoplethysmogram, 以下, iPPG) 法と呼ばれる皮膚表面を撮影した動画から脈波を推定する手法が近年導入されている [7]. iPPG 法では, LED ライトを光源, カメラを受光体とした擬似的な PPG 計測装置とすることで, 動画から心血管系に関する情報を測定する. iPPG 法では, PPG と同様に心拍数や血圧などが算出可能であり, 測定に必要な機材はスマートフォンなどの市販のカメラデバイスのみであるという特徴がある [8].

本研究では, iPPG データに対して PPG データと同様に非線形時系列解析の観点から, 健康指標への応用可能性を検討することを目的とする. そのためには, まず, iPPG データがどこまで PPG データの特徴を捉えられているのかを明らかにする必要がある [9]. そこで本報告では, 安静状態の健康な被験者から計測した iPPG データに対して非線形時系列解析を適用することで, iPPG データの示す特徴を解析し, PPG データを解析した結果と比較する. 具体的には, PPG データと iPPG データの両者を遅延座標系へ変換 [10], [11] することで再構成状態空間における軌道を定性的に評価する. さらに再構成アトラクタに対して, 最大リアプノフ指数 (Largest Lyapunov Exponent, 以下, LLE) を推定 [12] し, 得られた結果を比較検討した.

2. データ取得実験

PPG データは, 脈波センサ (東京デバイス株式会社) を用いて計測した. 計測機器のサンプリング周波数は 409.6Hz である. また, iPPG データは, 第 6 世代の iPad mini (Apple Inc.) を用いて動画撮影した. 動画の各フレームの解像度は 1920×1080 画素, フレームレートは 240fps のスローモーション設定で撮影した.

被験者は, 東京理科大学の学生のうち 20 代の心臓疾患を持たない健康な男女 10 名である. 「東京理科大学における人を対象とする生命科学・医学系研究に関する倫理規程」に従って, 被験者に対して実験に関するインフォームドコンセントを実施した. 25°C に保たれた静かな室内で, 安静にした状態で約 5 分のデータを 1 人あたり 2 回計測した. 利き手の人差し指を iPad mini のカメラに押し当てて動画を撮影し, 同じ手の中指から PPG データを同時計測した. また実験を行うにあたり, 事前に血圧計を使用して, 被験者の血圧と心拍数を記録し正常値であ

るかを確認した.

3. 解析手法

3.1 iPPG 時系列データの算出 [13],[14]

撮影された動画から, iPPG データを算出する手順を図 1 に示す. まず, 動画をフレームに分割し, 各フレームに対して ROI (Region of Interest) を指定する. 次に, 指定した ROI において RGB 画像ごとの平均画素値を計算する. これを全フレームに対して行うことで, 色画像ごとの平均画素値時系列を得る. R 画像より作成した平均画素値時系列に対して, 0.65~4Hz のバンドパスフィルタを適用し iPPG データとする. PPG データと iPPG データのサンプリング周波数が異なるため, 本報告では, PPG データと iPPG データにダウンサンプリングを適用し, サンプリング周波数を 120Hz に統一した.

図 2 に, 被験者 1 の 1 回目取得した PPG データ $P(t)$ と iPPG データ $V(t)$ を示す.

3.2 遅延座標系への再構成

脈波の振る舞いを生み出したと考えられる非線形力学系の全状態変数を同時に観測することは容易ではない. 本報告における計測でも 1 次元の PPG データ, iPPG データが観測されるのみである. このような場合は, 観測された時系列データから高次元空間における非線形力学系のアトラクタを再構成することが必要となる [2], [10], [11]. 本報告では, 式 (1) に示す, 再構成次元 m , 遅れ時間 τ とした遅延座標系を用いることで, 観測された 1 次元時系列データ $x(t) (t = 1, 2, 3, \dots, n)$ を m 次元ベクトル $\boldsymbol{v}(t)$ へ変換する.

$$\boldsymbol{v}(t) = (x(t), x(t+\tau), \dots, x(t+(m-1)\tau)) \quad (1)$$

また, 以下の解析では, PPG データでは少なくとも 4 次元以上でアトラクタの再構成を行う必要がある [3] ことから, $m = 4$ とする. また, 自己相関関数の値が最初に $1 - 1/e$ 以下になる時刻を遅れ時間 τ とした [12].

3.3 LLE の算出

ある非線形力学系に関して, わずかに異なる初期値を与えた 2 つの解軌道を考える. 軌道間の距離が指数関数的に増大すると仮定したとき, 時間とともに解軌道の差が伸びていく系の応答は軌道不安定であるという. この決定論的カオスの持つ特徴の 1 つである軌道不安定性はリアプノフ指数により定量化できる. 一般に LLE が正であれば, その系はカオス応答を示していることになる. 本研究では, LLE を文献 [12] の方法で算出した.

以下に文献 [12] によるリアプノフ指数の算出手法の概略を示す. (1) による再構成アトラクタの点 $\boldsymbol{v}_j$ とその近傍点 $\boldsymbol{v}_{\hat{j}}$ を探索する. ただし $\hat{j}$ に関して, 時系列の平均周期よりも $|j - \hat{j}|$ が大きくなるという制約を加えた. 次に, $\boldsymbol{v}_j$ と $\boldsymbol{v}_{\hat{j}}$ 間の i ステップ経過後の拡大距離は $d_j(i) = \|\boldsymbol{v}_{j+i} - \boldsymbol{v}_{\hat{j}+i}\|$ と表せる. ここで, $\|\boldsymbol{v}_{j+i} - \boldsymbol{v}_{\hat{j}+i}\|$ は 2 点 $\boldsymbol{v}_{j+i}$, $\boldsymbol{v}_{\hat{j}+i}$ のユークリッド距離である. この $d_j(i)$ の平均値 $d(i)$ は式 (2) で表せる.

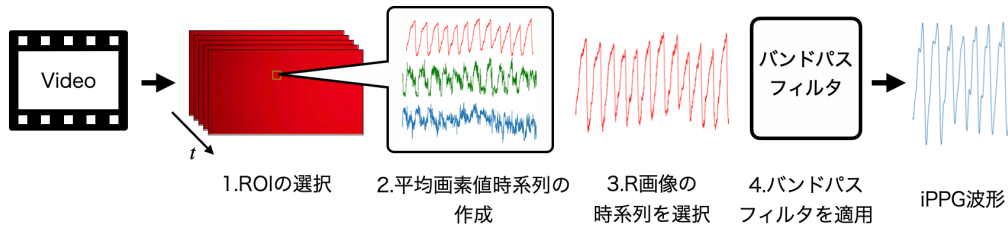
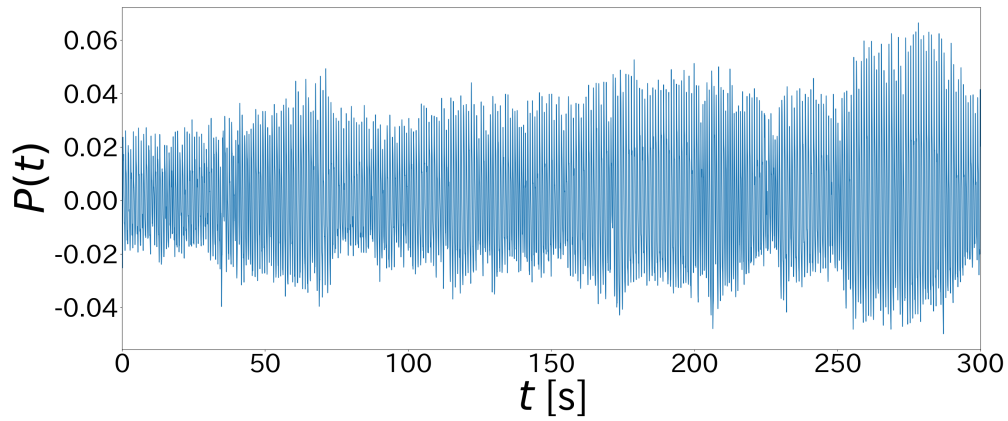
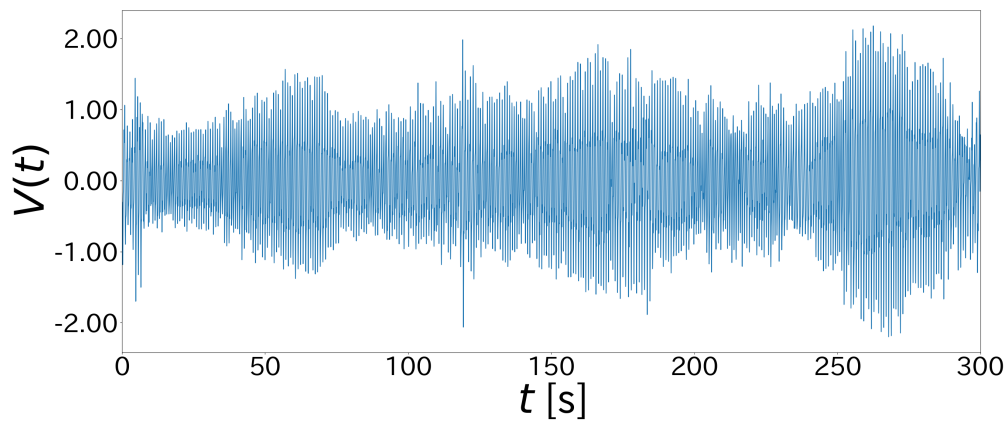


図1 動画から iPPG データを算出する手順



(a)



(b)

図2 解析対象の時系列. (a) PPG データ, (b) iPPG データ.

$$d(i) = \frac{1}{N-i} \sum_{j=1}^{N-i} \|\mathbf{v}_{j+i} - \mathbf{v}_{j+i}\| \quad (2)$$

ただし, N は再構成アトラクタの軌道上のデータの数である. この平均拡大距離 $d(i)$ がべき乗則に従って指数関数的に増加していくと仮定すると

$$d(i) \sim e^{\lambda i} \quad (3)$$

すなわち

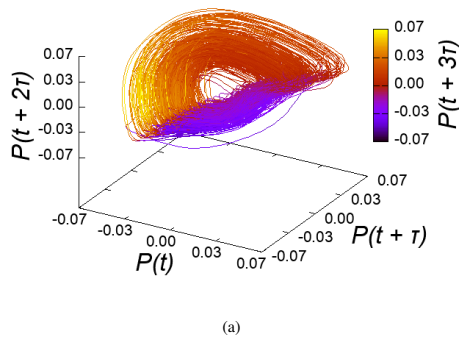
$$\ln d(i) \sim \lambda i \quad (4)$$

となる. 時系列のサンプリング間隔を Δt としたとき, 経過時間 $i\Delta t$ と平均拡大距離の自然対数 $\ln d(i)$ のグラフにおける直線

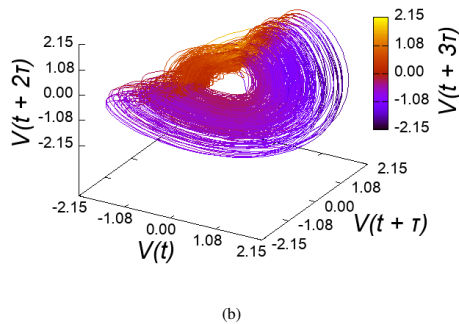
の傾き λ を LLE の推定値とする.

4. 解析結果

被験者 1 の 1 回目, 被験者 4 の 1 回目取得したデータを 4 次元の遅延座標系で再構成した結果を図 3, 4 に示す. ただし, 4 次元目の値は色により表現した. 図 3, 4 におけるカラーバーが 4 次元目の値を表している. また, 遅れ時間 τ は自己相関関数の値が最初に $1 - 1/e$ 以下になる時刻とした. 図 3 の PPG データでは $\tau = 12$, iPPG データでは $\tau = 11$ である. 図 4 では両者とも $\tau = 9$ である. 図 3, 4 の (a), (b) を見ると PPG データ, iPPG データの両者とも解軌道は有界な空間内に留まる

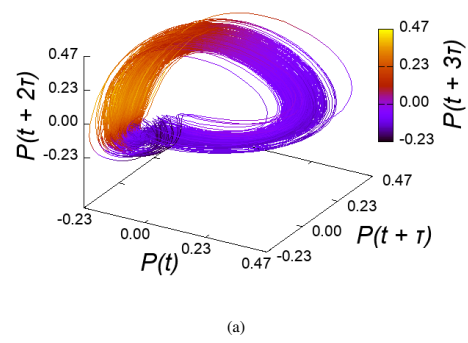


(a)

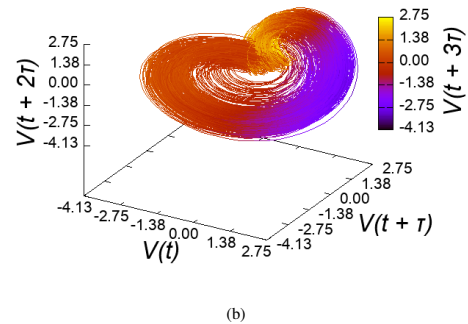


(b)

図3 被験者1の1回目に取得したデータを再構成した結果。(a) PPG データ ($\tau = 12$), (b) iPPG データ ($\tau = 11$).



(a)



(b)

図4 被験者4の1回目に取得したデータを再構成した結果。(a) PPG データ ($\tau = 9$), (b) iPPG データ ($\tau = 9$).

こと、再帰的構造を有していることがわかる。

図5, 6に, 被験者1の1回目, 被験者2の1回目に取得したデータでの経過時間 $i\Delta t$ と微小変位の平均拡大距離の自然対数 $\ln d(i)$ の関係を示す。図5, 6において, 傾きの変化が一定となる領域から推定した直線を示している。この直線の傾きより, 被験者1の1回目に取得した PPG データの LLE の値は 0.5342, 被験者2の1回目に取得した PPG データの LLE の値は 0.5483 となった。この結果は, 従来の結果 [3],[9] と同様に, PPG データが決定論的カオスであることを示すものである。一方, 被験者1の1回目に取得した iPPG データの LLE の値は 0.5483, 被験者2の1回目に取得した iPPG データの LLE の値は 0.4549 となった。

また, 全被験者の PPG データと iPPG データより推定した LLE の頻度分布を図7に示す。図7より PPG, iPPG 両者の LLE の全てが正の値であることが分かる。したがって, iPPG データを用いることで, PPG データが本来有するカオスの特徴の中で, 少なくとも軌道不安定性は捉えることができていると考えられる。

次に, LLE の数値の平均に関して PPG データと iPPG データに差があるのかを, 2 標本 t 検定を用いて検討した。帰無仮説を「PPG と iPPG のリアプノフ指数に差はない」, 対立仮説を「PPG と iPPG のリアプノフ指数に差がある」とし, 有意水準 5% の両側検定を行った。さらに, LLE の数値の分布に関して PPG データと iPPG データに差があるのかを, コルモゴロフ-ス

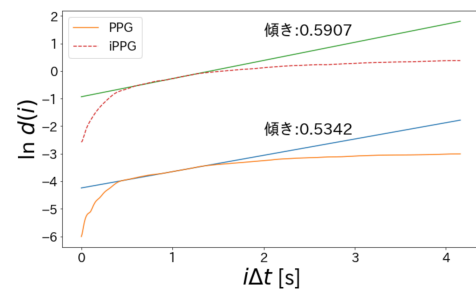


図5 被験者1の1回目に取得したデータでの $\ln d(i)$ と $i\Delta t$ の関係

ミルノフ (Kolmogorov-Smirnov, 以下, KS) 検定を用いて検討した。KS 検定においても, 帰無仮説を「PPG と iPPG のリアプノフ指数に差はない」, 対立仮説を「PPG と iPPG のリアプノフ指数に差がある」とし, 有意水準 5% の検定を行った。仮設検定の結果, どちらの検定も帰無仮説は棄却されず, LLE の数値の平均及び分布に関して, PPG と iPPG に有意に差があるとは言えないということが分かった。

5. ま と め

本報告では, iPPG データが PPG データの有する非線形力学系の特徴を捉えることができているのか調査した。まず, PPG データと iPPG データを同時計測し, 両データに対して遅延座標系への変換によるアトラクタの再構成を行うことで解軌道の

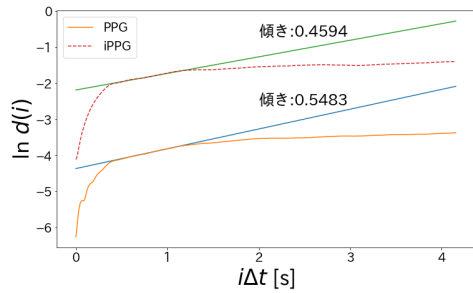


図6 被験者2の1回目に取得したデータでの $\ln d(i)$ と $i\Delta t$ の関係

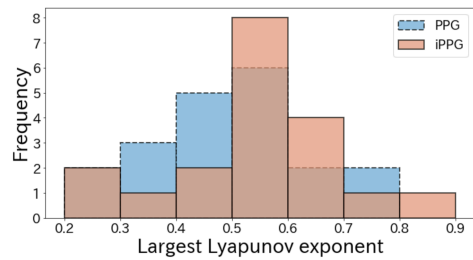


図7 全被験者で算出した LLE の頻度分布

構造を解析した。次に、再構成したアトラクタに対し LLE を算出することで軌道不安定性を定量的に評価した。さらに、算出した両データの LLE の差について t 検定及び KS 検定を行った。その結果、PPG データと iPPG データの解軌道は再帰的となっていること、また、LLE の値から PPG データ及び iPPG データは少なくとも軌道不安定性を有すること、さらには、LLE の値に関して PPG データと iPPG データの間には差がないことを明らかにした。

決定論的カオスの有する特徴は、軌道不安定性のみならず、アトラクタの自己相似性、長期予測不能性など多様である。すなわち、LLE 以外の指標を用いて iPPG データの特徴を定量的に評価することは今後の課題として重要である。

謝 辞

本研究の一部は、JSPS 科研費 (No. JP19K14589, JP20H05921, JP20H00596, JP21H03514, JP22K18419) の援助を受けて行われた。

文 献

- [1] J. Allen, "Photoplethysmography and its application in clinical physiological measurement," *Physiological Measurement*, Vol. 28, No. 3, pp. R1–R39, 2007.
- [2] 池口徹, 山田泰司, 小室元政, カオス時系列解析の基礎と応用, 合原一幸 (編), 産業図書株式会社, 2000.
- [3] I. Tsuda, T. Tahara, and H. Iwanaga, "Chaotic pulsation in human capillary vessels and its dependence on mental and physical conditions," *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 2, No. 2, pp. 313–324, 1992.
- [4] N. Sviridova and K. Sakai, "Human photoplethysmogram: new insight into chaotic characteristics," *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 77, pp. 53–63, 2015.
- [5] N. Sviridova, T. Zhao, K. Aihara, K. Nakamura, and A. Nakano, "Photoplethysmogram at green light: Where does chaos arise from?," *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 116, pp. 157–165, 2018.
- [6] N. Sviridova, T. Zhao, A. Nakano, and T. Ikeguchi, "Photoplethysmogram Recording Length: Defining Minimal Length Requirement from Dynamical Characteristics," *Sensors*, Vol. 22, No. 14, p. 5154, 2022.
- [7] A. A. Kamshilin, E. Nippolainen, I. S. Sidorov, P. V. Vasilev, N. P. Erofeev, N. P. Podolian, and R. V. Romashko, "A New Look at the Essence of the Imaging Photoplethysmography," *Scientific Reports*, Vol. 5, No. 1, pp. 1–9, 2015.
- [8] K. Matsumura and T. Yamakoshi, "iPhysioMeter: A new approach for measuring heart rate and normalized pulse volume using only a smartphone," *Behavior Research Methods*, Vol. 45, No. 4, pp. 1272–1278, 2013.
- [9] N. Sviridova, V. Savchenko, M. Savchenko, K. Aihara, K. Okada, and T. Zhao, "Reconstructed dynamics of the imaging photoplethysmogram," *2018 40th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC)*, pp. 2969–2972, 2018.
- [10] F. Takens, "Detecting strange attractors in turbulence," *Dynamical Systems of Turbulence*, Vol. 898, pp. 366–381, 1981.
- [11] T. Sauer, J. A. Yorke, and M. Casdagli, "Embedology," *Journal of Statistical Physics*, Vol. 65, pp. 579–616, 1991.
- [12] M. T. Rosenstein, J. J. Collins, and C. J. De Luca, "A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets," *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Vol. 65, No. 1, pp. 117–134, 1993.
- [13] T. T. Islam, M. S. Ahmed, M. Hassanuzzaman, A. Bin, A. Syed, and T. Rahman, "Blood glucose level regression for smartphone PPG signals using machine learning," *Applied Sciences*, Vol. 11, No. 2, p. 618, 2021.
- [14] F. Haugg, M. Elgendi, and C. Menon, "Effectiveness of Remote PPG Construction Methods: A Preliminary Analysis," *Bioengineering*, Vol. 9, No. 10, p. 485, 2022.

マーク付点過程間の因果性検出

澤田 和弥[†] 島田 裕^{††} 池口 徹^{†,††}

[†] 東京理科大学 大学院工学研究科 情報工学専攻 〒125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1
^{††} 埼玉大学 大学院理工学研究科 数理電子情報部門 〒338-8570 埼玉県さいたま市桜区下大久保 255
^{†††} 東京理科大学 工学部 情報工学科 〒125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1
E-mail: [†]sawada@hisenkei.net

あらまし 本稿では、非線形力学系に対する埋め込み定理に基づいた因果性検出の従来手法をマーク付点過程に拡張した手法を提案する。提案手法はマーク付点過程のマーク時系列とイベント間隔 (Inter-event interval, 以下 IEI) 時系列をそれぞれ相互予測し、その予測精度により因果性を検出する。従来手法から提案手法への拡張は、マーク付点過程のマーク時系列と IEI 時系列の 2 次元時系列から力学系を再構成すること、マーク付点過程のインデックスの時間的マッチングをイベント発生タイミングで行うことで実現した。提案手法を結合 Lorenz 方程式から生成した時系列の局所極大値を抽出することで得たマーク付点過程に対して適用し、有効性を検証した。その結果、両方向結合、片方向結合、結合なしの全ての場合で、正確に因果性検出できることを確認した。

キーワード 力学系再構成, 埋め込み定理, 遅延座標系, マーク付点過程, 因果性検出

Detecting causality for marked point processes

Kazuya SAWADA[†], Yutaka SHIMADA^{††}, and Tohru IKEGUCHI^{†,††}

[†] Department of Information and Computer Technology, Graduate school of Engineering,
Tokyo University of Science
Nijuku 6-3-1, Katsushika-ku, Tokyo, 125-8585, Japan
^{††} Department of Information and Computer Sciences, Graduate School of Science and Engineering,
Saitama University
255 Shimo-Okubo, Sakura-ku, Saitama-shi, Saitama 338-8570, Japan
^{†††} Department of Information and Computer Technology, Faculty of Engineering,
Tokyo University of Science
Nijuku 6-3-1, Katsushika-ku, Tokyo, 125-8585, Japan
E-mail: [†]sawada@hisenkei.net

Abstract In this report, by modifying conventional causality detection method for nonlinear dynamical systems, we propose a causality detection method for marked point processes based on the embedding theorem. In the proposed method, we mutually predict the time series of the marked values and the inter-event intervals (IEIs) obtained from the marked point process, and detect causality based on the prediction accuracies. The proposed method is composed of reconstructing the dynamical system from the two-dimensional time series generated by the time series of the marked values and IEIs, and of performing temporal matching of the indices by using the event occurrence timing on the marked point process. We verified the effectiveness of the proposed method by applying it to the marked point process obtained by extracting the local maxima of the time series generated by the coupled Lorenz systems. The results suggest that the proposed method can accurately detect causality in all cases of bidirectional coupling, unidirectional coupling, and non-coupling.

Key words reconstructing dynamical system, embedding theorem, delay-coordinate system, marked point process, detecting causality

1. はじめに

観測したデータから因果関係を特定することは工学のみならず、生物学、化学、経済学等のさまざまな分野で重要である。このような背景から、因果関係を特定、検出する手法が数多く提案されている。例えば、時系列データに対する因果性検出手法として、Granger causality (GC) [1], transfer entropy (TE) [2] などが用いられている。しかし、これらの手法には問題点があることも指摘されている [3]。例えば、GC は予測精度に基づいて因果性を検出する手法であるが、適切な予測モデルを構築する必要があり、モデルフリーな手法ではない。また、GC を用いた因果性の検出では変数の独立性が重要であり、時系列データの正規性と因果関係の線形性の仮定が必要となる。すなわち、現実世界に偏在する非線形力学系のような非線形な因果性を持つ系には GC は有効でない場合が多い。一方、TE は、情報理論に基づく優れた因果性検出手法であり、GC のような時系列データの正規性や因果関係の線形性の仮定を必要としない。しかし、TE は正確な確率分布の推定に多くの時系列データを必要とし、因果関係に遅延が生じた場合は計算時間が長くなる。

これらの問題を解決するため、非線形力学系から観測した時系列データに対して特に有効な convergent cross mapping (CCM) [3] と呼ばれる因果性検出手法が提案されている。CCM は埋め込み定理 [4] に基づいた因果性検出手法であり、観測した時系列データを in-sample に相互予測して得られた予測精度に基づき因果性を検出する。CCM は予測モデルを必要とせず、状態空間が再構成できれば、任意の観測時系列に対してモデルフリーに因果性を検出できる非常に強力な手法である。また、CCM は真の因果性と偽の因果性とを区別することができる [3]。

一方、我々が観測可能なデータは等間隔にサンプリングされる時系列データだけでなく、イベントの発生でしか観測値が得られないマーク付点過程の場合も多い。例えば、経済取引のタイミングと取引値、地震の発生タイミングとマグニチュードなどがある。このように現実世界に偏在するマーク付点過程に対する因果性検出手法を開発できれば、新たな知見を得ることも可能である。しかし、マーク付点過程に対する高精度な因果性検出手法はいまだ開発されていない。

本稿では、CCM をマーク付点過程に拡張した因果性検出手法を提案する。提案手法は、イベント間隔からの状態空間再構成定理 [5]~[8], 2次元時系列からの状態空間再構成 [9], [10] を応用したマーク時系列と IEI 時系列の2次元時系列からの状態空間の再構成可能性 [11] に基づき、CCM を拡張する。しかし、従来の CCM においては、時系列の時間インデックスの時間的なマッチングも必要であるため、マーク時系列、IEI 時系列を時間インデックスの順に対応付けただけでは適用は困難となる。物理的な時刻とのずれが生じるためである。そこで本稿では、マーク時系列、IEI 時系列のインデックスのマッチングをイベントタイミングに基づいて行うことでこの問題を克服した。

数値実験において、マーク付点過程は結合 Lorenz 方程式 [12] から観測した時系列の極大値を抽出することで生成した [13]。両方向結合、片方向結合、結合なしとして生成したマーク付点

過程に対して提案手法を適用し、提案手法の有効性を検証した結果を報告する。

2. マーク付点過程に対する因果性検出手法

マーク付点過程に対する因果性検出の提案手法について説明する。簡単のため、図 1 のように 2 つのマーク付点過程を観測した場合を考える。図 1 の $S_x(n), M_x(n), T_x(n)$ は変数

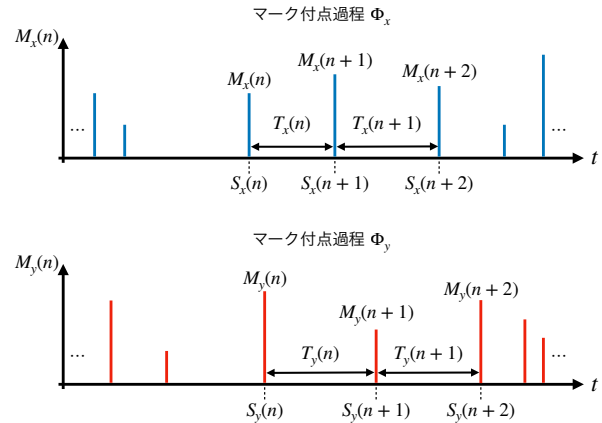


図 1 観測した 2 つのマーク付点過程の例。

x から得られるマーク付点過程の n 番目のイベントタイミング、マーク値、IEI であり、 $T_x(n) = S_x(n+1) - S_x(n)$ で定義できる。 $S_y(n), M_y(n), T_y(n)$ は変数 y から得られるマーク付点過程の n 番目のイベントタイミング、マーク値、IEI であり、 $T_y(n) = S_y(n+1) - S_y(n)$ で定義できる。また、変数 x から得られるマーク付点過程を Φ_x 、変数 y から得られるマーク付点過程を Φ_y と定義する。ここで、CCM は観測時系列を in-sample に相互予測し、その予測精度に基づいて因果性を検出する。提案手法は、CCM をマーク付点過程に拡張した手法であり、観測したマーク付点過程のマーク時系列と IEI 時系列をそれぞれ相互予測することで因果性検出を行う。本稿では、 Φ_y を用いて $M_x(n)$ と $T_x(n)$ を予測する手順のみを図 2 に示す。図 2 に示す予測手順は以下の (i)~(v) である。

(i) $S_x(n)$ にタイミングが最も近い Φ_y のイベントのマーク値 $M_y(n^*)$ と IEI $T_y(n^*)$ を参照する。ここで、 $S_y(n^*)$ は $S_x(n)$ に最もタイミングが近いマーク付点過程 Φ_y のイベント $S_y(n^*)$ を表し、 n^* は式 (1) で定義できる。

$$n^* \in G_n = \arg \min_{n'} |S_y(n') - S_x(n)| \quad (1)$$

(ii) マーク付点過程 Φ_y のマーク時系列 $M_y(n)$ と IEI 時系列 $T_y(n)$ から式 (2) により状態空間を再構成する。

$$\mathbf{V}_y(n) = (M_y(n), T_y(n), \dots, M_y(n+(m+1)\tau), T_y(n+(m+1)\tau)) \quad (2)$$

ここで、 m は再構成次元の $\frac{1}{2}$ であり、 τ は時間遅れである。次に、参照されたマーク値 $M_y(n^*)$ と IEI $T_y(n^*)$ に対応する再構成状態空間上の時間遅延ベクトル $\mathbf{V}_y(n^*)$ に i 番目に近い時間

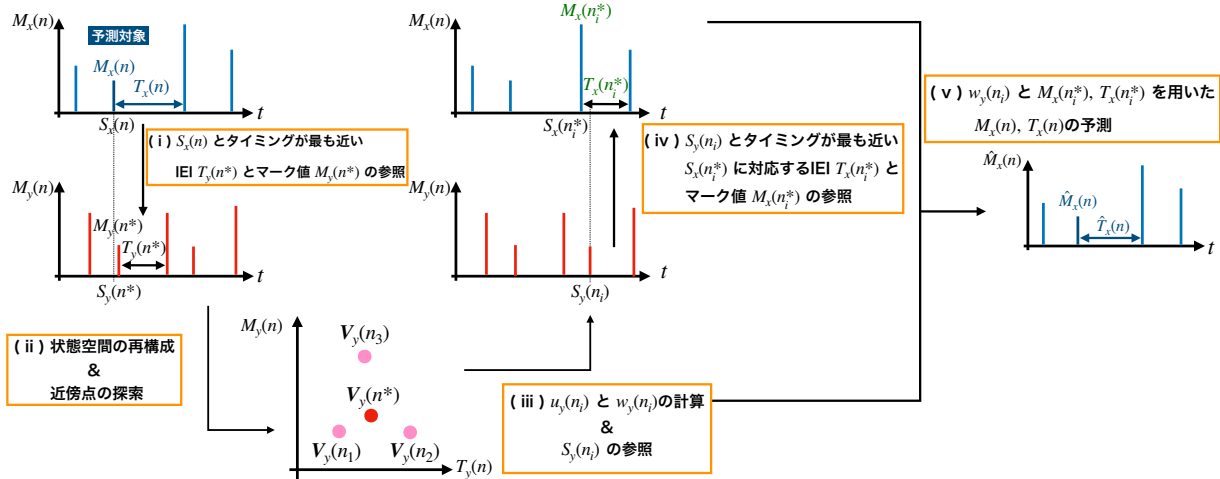


図2 提案手法によるマーク付点過程 Φ_y の情報を用いた $M_x(n)$, $T_x(n)$ の in-sample な予測手順

遅延ベクトル $V_y(n_i)$ ($i = 1, \dots, K$) を探索する．本稿では， $K = 2m + 1$ とする．図2では，再構成次元が $2m = 2$ であるため， $K = 3$ の例を示している．

(iii) まず，探索した近傍点 $V_y(n_i)$ ($i = 1, \dots, K$) から，式(3)により $u_y(n_i)$ を計算する．

$$u_y(n_i) = \exp \left\{ \frac{-d[V_y(n^*), V_y(n_i)]}{d[V_y(n^*), V_y(n_1)]} \right\} \quad (3)$$

ここで， $d[V_y(n^*), V_y(n_i)]$ は $V_y(n^*)$ と $V_y(n_i)$ の間のユークリッド距離である．また，式(3)において， $d[V_y(n^*), V_y(n_1)] = 0$ の場合のみ， $u_y(n_i)$ は式(4)で計算される．

$$u_y(n_i) = \begin{cases} 1 & (i = 1) \\ 0 & (i \neq 1) \end{cases} \quad (4)$$

次に，式(5)により， $u_y(n_i)$ を用いて i 番目の近傍に対応する重み $w_y(n_i)$ を計算する．

$$w_y(n_i) = \frac{u_y(n_i)}{\sum_{j=1}^K u_y(n_j)} \quad (5)$$

また， $S_y(n_i)$ ($i = 1, \dots, K$) を参照する．

(iv) $S_y(n_i)$ にタイミングが最も近い Φ_x のイベント $S_x(n_i^*)$ に対応するマーク値 $M_x(n_i^*)$ と IEI $T_x(n_i^*)$ を参照する．ここで， $S_x(n_i^*)$ は $S_y(n_i)$ に最もタイミングが近いマーク付点過程 Φ_x のイベントを表し， n_i^* は式(6)で定義できる．

$$n_i^* \in G_{n_i} = \arg \min_{n_i'} |S_x(n_i') - S_y(n_i)| \quad (6)$$

(v) 最後に手順(iii)で計算した重み $w_y(n_i)$ と手順(iv)で参照したマーク値 $M_x(n_i^*)$ と IEI $T_x(n_i^*)$ を用いて，式(7)，(8)により，マーク値 $M_x(n)$ と IEI $T_x(n)$ の予測値 $\hat{M}_x(n)$ と $\hat{T}_x(n)$ をそれぞれ計算する．

$$\hat{M}_x(n) = \sum_{i=1}^K w_y(n_i) M_x(n_i^*) \quad (7)$$

$$\hat{T}_x(n) = \sum_{i=1}^K w_y(n_i) T_x(n_i^*) \quad (8)$$

上記の手順(i)~(v)を観測したマーク付点過程 Φ_x の全てのインデックス n に対して行い，予測マーク時系列 $\hat{M}_x(n)$ と予測 IEI 時系列 $\hat{T}_x(n)$ を生成する．

ここで，提案手法と従来の CCM [3] との違いは2つある．1つ目は，相互予測の際のインデックスの時間的マッチングをイベントタイミングに基づいて実現する点である．2つ目は，マーク時系列と IEI 時系列の2次元時系列から状態空間を再構成する点である．

次に，予測したマーク時系列，IEI 時系列と真のマーク時系列，IEI 時系列間の予測精度を計算する．予測精度は従来の CCM の予測精度の評価基準と同様に相互相関係数で行う [3]．マーク付点過程 Φ_y を用いたマーク付点過程 Φ_x の予測マーク時系列 $\hat{M}_x(n)$ と真のマーク時系列 $M_x(n)$ との相互相関係数 $\rho[M_x|\Phi_y]$ は式(9)で定義できる．

$$\rho[M_x|\Phi_y] = \frac{\sum_{n=1}^N (\hat{M}_x(n) - \bar{\hat{M}}_x)(M_x(n) - \bar{M}_x)}{\sqrt{\sum_{n=1}^N (\hat{M}_x(n) - \bar{\hat{M}}_x)^2} \sqrt{\sum_{n=1}^N (M_x(n) - \bar{M}_x)^2}} \quad (9)$$

ここで， N はマーク付点過程のイベント数， $\bar{M}_x$ は $M_x(n)$ の平均， $\bar{\hat{M}}_x$ は $\hat{M}_x(n)$ の平均である．同様に，マーク付点過程 Φ_y を用いたマーク付点過程 Φ_x の予測 IEI 時系列 $\hat{T}_x(n)$ と真の IEI 時系列 $T_x(n)$ との相互相関係数 $\rho[T_x|\Phi_y]$ は式(10)で定義できる．

$$\rho[T_x|\Phi_y] = \frac{\sum_{n=1}^N (\hat{T}_x(n) - \bar{\hat{T}}_x)(T_x(n) - \bar{T}_x)}{\sqrt{\sum_{n=1}^N (\hat{T}_x(n) - \bar{\hat{T}}_x)^2} \sqrt{\sum_{n=1}^N (T_x(n) - \bar{T}_x)^2}} \quad (10)$$

ここで， $\bar{T}_x$ は $T_x(n)$ の平均， $\bar{\hat{T}}_x$ は $\hat{T}_x(n)$ の平均である．予測

対象のマーク付点過程を生成した変数から予測に用いたマーク付点過程を生成した変数へ因果性があり、予測に使用したデータ長が十分長い場合、マーク時系列と IEI 時系列の予測精度は上昇し、収束する。すなわち、変数 x から変数 y へ因果性が存在し、予測に使用したデータ長が十分長い場合、式 (9), (10) で計算した予測精度は上昇し、収束する。この性質を利用することで因果性の有無と方向性を検出することが可能となる。

3. 数理モデル

本節では、マーク付点過程の生成方法とマーク付点過程生成に用いた連続力学系について述べる。

3.1 極大値抽出によるマーク付点過程生成手法

本稿では、任意の連続力学系から得られる時系列の極大値を抽出することで、マーク付点過程を生成する手法 [13] を用いた。極大値抽出によるマーク付点過程の生成方法を図 3 に示す。図 3 において、横軸は時刻 t 、縦軸は連続力学系の状態値である。

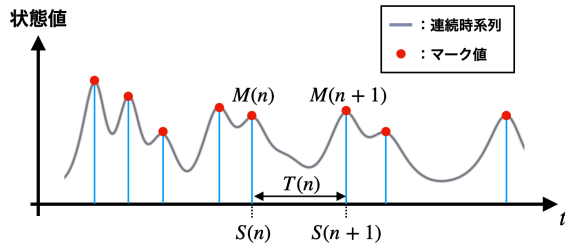


図 3 極大値抽出によるマーク付点過程生成手法

る。グレーの線は連続力学系の時系列であり、 n 番目の極大値をマーク値 $M(n)$ 、そのときの時刻を n 番目のイベント発生タイミング $S(n)$ とする。

3.2 結合 Lorenz 方程式

本稿では、マーク付点過程生成に結合 Lorenz 方程式 [12] を用いた。結合 Lorenz 方程式を式 (11) に示す。

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \sigma_1(y_1 - x_1) + C_{12}(x_2 - x_1), \\ \dot{y}_1 = r_1x_1 - y_1 - x_1z_1, \\ \dot{z}_1 = -b_1z_1 + x_1y_1, \\ \dot{x}_2 = \sigma_2(y_2 - x_2) + C_{21}(x_1 - x_2), \\ \dot{y}_2 = r_2x_2 - y_2 - x_2z_2, \\ \dot{z}_2 = -b_2z_2 + x_2y_2, \end{cases} \quad (11)$$

式 (11) において、 σ_i, r_i, b_i ($i = 1, 2$) は Lorenz 方程式のパラメータ、 C_{ij} ($i, j = 1, 2, i \neq j$) は結合強度のパラメータである。図 4 に結合 Lorenz 方程式の変数間の因果グラフを示す。図 4 に示すように、Lorenz 1 の変数 x_1 と Lorenz 2 の変数 x_2 が結合強度のパラメータ C_{12}, C_{21} によって結合している。

4. 数値実験

従来の CCM 及び CCM をマーク付点過程に拡張した提案手法では、観測したマーク付点過程が同期している場合には因果

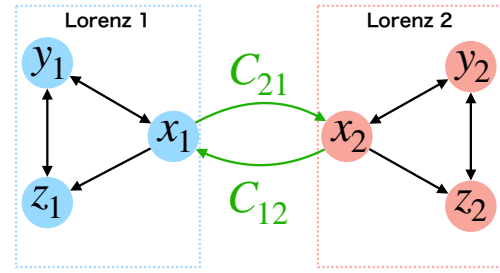


図 4 結合 Lorenz 方程式の変数間の因果グラフ

性検出が正しく行えない。したがって、結合 Lorenz 方程式の結合強度 C_{12}, C_{21} を $0 \leq C_{12}, C_{21} \leq 8.0$ の間で 0.1 刻みで変化させ、 $x_1(t)$ と $x_2(t)$ 、 $y_1(t)$ と $y_2(t)$ 、 $z_1(t)$ と $z_2(t)$ の各変数間の相互相関係数を計算した。結合強度 C_{12}, C_{21} に対する各変数間の相互相関係数を図 5 に示す。図 5 から、直接結合してい

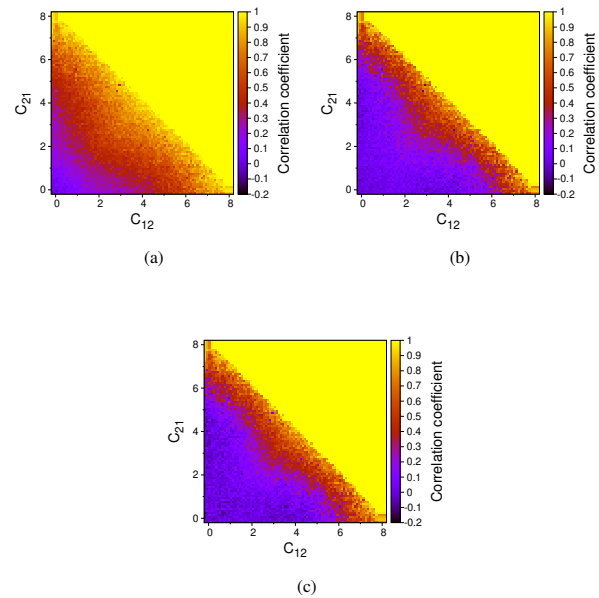
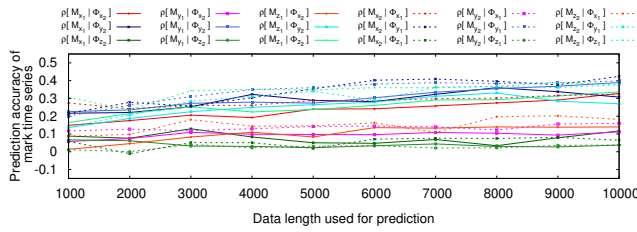


図 5 (a) $x_1(t)$ と $x_2(t)$ の相互相関係数, (b) $y_1(t)$ と $y_2(t)$ の相互相関係数, (c) $z_1(t)$ と $z_2(t)$ の相互相関係数

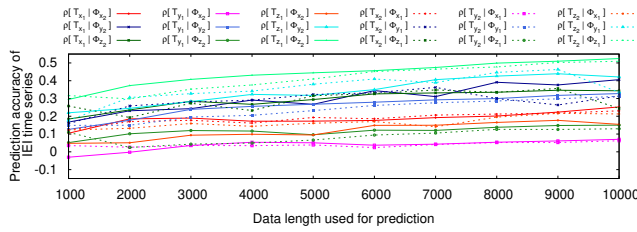
る変数 $x_1(t)$ と $x_2(t)$ の相互相関係数は $y_1(t)$ と $y_2(t)$ の相互相関係数、 $z_1(t)$ と $z_2(t)$ の相互相関係数よりも比較的高いことがわかる。また、およそ $C_{12} + C_{21} \geq 8$ において、どの変数においても相互相関係数は 1 となり、Lorenz 方程式 1 と Lorenz 方程式 2 の振舞いが同期していることがわかった。これらの結果より、以降の実験では、 $C_{12} + C_{21} \geq 8$ のパラメータは使用しないこととした。

次に、式 (11) の結合 Lorenz 方程式から得られるマーク付点過程に対して、提案した因果性検出手法を適用した。結合 Lorenz 方程式のパラメータは、 $\sigma_i = 10$, $b_i = \frac{8}{3}$, $r_i = 28$ とし、結合強度は、 $C_{12} + C_{21} < 8$ の範囲で、(A) 両方向結合の場合 $C_{12} = C_{21} = 1.5$, (B) 片方向結合の場合 $C_{12} = 0, C_{21} = 1.5$, (C) 結合なしの場合 $C_{12} = C_{21} = 0$ とした。また、再構成パラメータ

は $2m = 10$, $\tau = 1$ とした。結合 Lorenz 方程式から得られるマーク付点過程に対して、予測に用いるマーク付点過程の長さを変化させた際の提案手法による予測精度の推移を図 6~8 に示す。図 6 は両方向結合の結果、図 7 は片方向結合の結果、図 8 は結合なしの結果であり、各図の (a) はマーク時系列を予測した結果、(b) は IEI 時系列を予測した結果である。また、横軸は予測に使用したデータ長、縦軸は相互相関係数で計算される予測精度を表しており、凡例の $\rho[M_{\text{target}} | \Phi_{\text{predictor}}]$, $\rho[T_{\text{target}} | \Phi_{\text{predictor}}]$ は、変数 predictor から生成したマーク付点過程 $\Phi_{\text{predictor}}$ を用いて変数 target のマーク付点過程のマーク時系列, IEI 時系列を予測した場合の予測精度を表している。

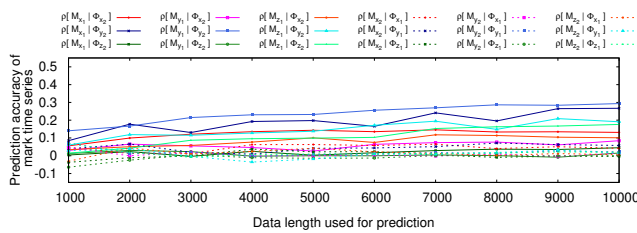


(a) 予測に用いたデータ長とマーク時系列の予測精度の関係

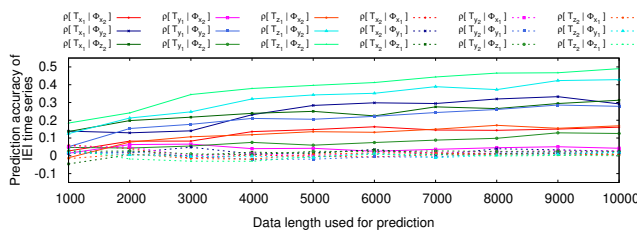


(b) 予測に用いたデータ長と IEI 時系列の予測精度の関係

図 6 結合 Lorenz 方程式から生成したマーク付点過程に提案手法を適用した結果 (両方向結合の場合)

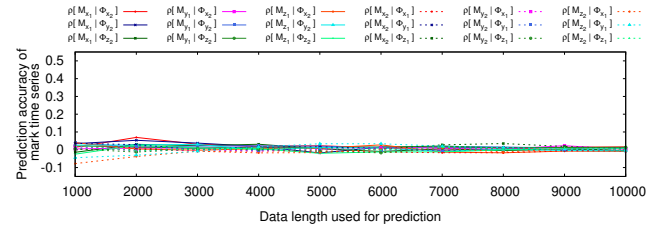


(a) 予測に用いたデータ長とマーク時系列の予測精度の関係

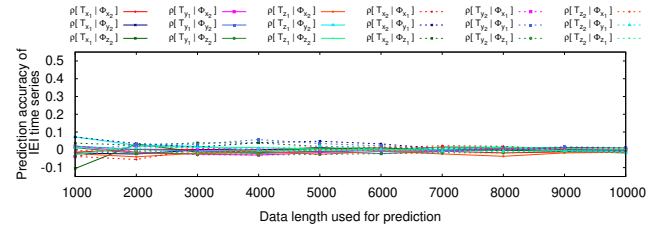


(b) 予測に用いたデータ長と IEI 時系列の予測精度の関係

図 7 結合 Lorenz 方程式から生成したマーク付点過程に提案手法を適用した結果 (片方向結合の場合)



(a) 予測に用いたデータ長とマーク時系列の予測精度の関係



(b) 予測に用いたデータ長と IEI 時系列の予測精度の関係

図 8 結合 Lorenz 方程式から生成したマーク付点過程に提案手法を適用した結果 (結合なしの場合)

図 6 から、両方向結合の場合の予測精度は片方向結合、結合なしの場合の予測精度に比べ、比較的高い値 (最大 0.5 付近の値) に収束している。次に、図 7 から、片方向結合の場合の実線の予測精度は点線の予測精度よりも比較的高い値 (最大 0.3 付近の値) に収束していることがわかる。ここで、実線の予測精度が上昇、収束することは、Lorenz 1 から Lorenz 2 への因果性の存在を示唆する結果であり、点線の予測精度が 0 付近の値に収束することは、Lorenz 2 から Lorenz 1 への因果性が存在しないことを示唆する結果である。これらの結果は、因果性を正しく検出できることを示すものである。また、図 8 から、結合なしの場合の全ての予測精度は 0 付近の低い値に収束しており、因果性が存在しないことを示す結果が得られたと考えられる。

図 6~8 では、Lorenz 1 の各変数 x_1 , y_1 , z_1 と Lorenz 2 の各変数 x_2 , y_2 , z_2 間の因果性をそれぞれ検出した。一方、結合強度 C_{12} , C_{21} で直接結合しているのは変数 x_1 と x_2 であり、Lorenz 1 と Lorenz 2 の間の因果性を評価するためには、個別に計算した各変数間の予測精度を合わせて考える必要がある。そこで、図 6~8 の予測精度を平均化することを考える。具体的には、式 (12), (13) で予測精度を平均化する。

$$\rho_{\text{Mark}}[\text{Lorenz } i | \text{Lorenz } j] = \frac{1}{9} \sum_{p \in L_i} \sum_{q \in L_j} \rho[M_p | \Phi_q] \quad (i, j = 1, 2, i \neq j) \quad (12)$$

$$\rho_{\text{IEI}}[\text{Lorenz } i | \text{Lorenz } j] = \frac{1}{9} \sum_{p \in L_i} \sum_{q \in L_j} \rho[T_p | \Phi_q] \quad (i, j = 1, 2, i \neq j) \quad (13)$$

ここで、式 (12), (13) の L_i は変数の集合を表し、 $L_i = \{x_i, y_i, z_i\}$ である。すなわち、 p, q は変数の集合 L_i の要素 x_i, y_i, z_i を表す。図 9 に予測に用いたデータ長に対する (A) 両方向結合、(B) 片方向結合、(C) 結合なしの場合のそれぞれの平均予測精度の推移の結果を示す。図 9 から、両方向の場合、予

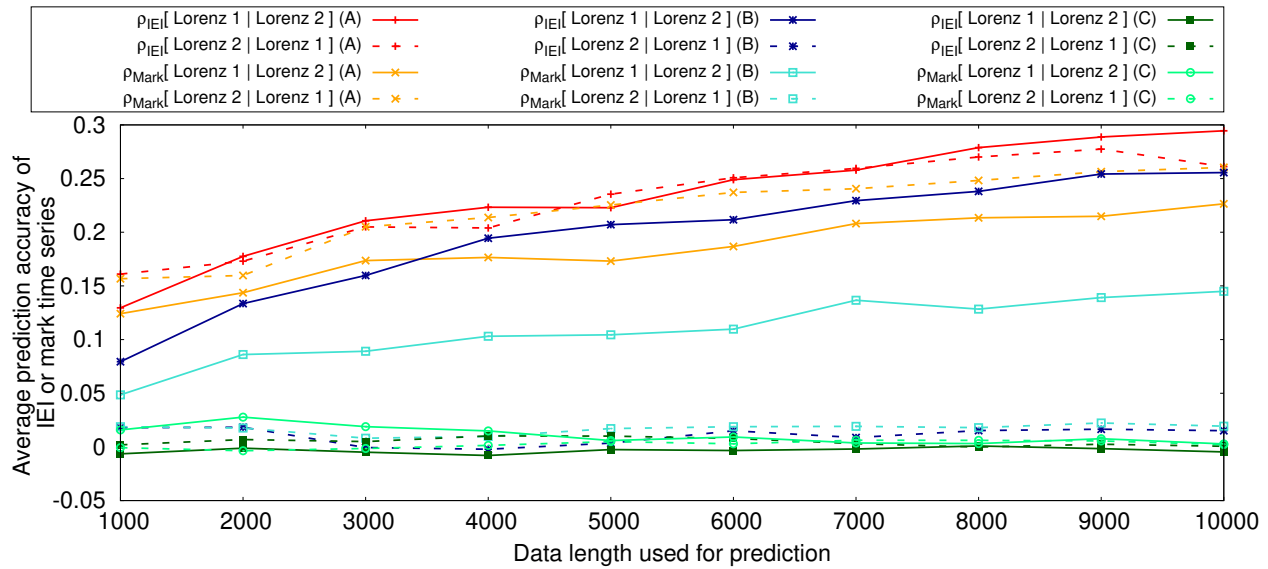


図9 結合 Lorenz 方程式から生成したマーク付点過程に提案手法を適用した際の予測に用いたデータ長と式 (12), (13) で計算した平均予測精度の関係

測に用いるデータ長の増加に伴い4つの平均予測精度は約0.2~0.3の値に上昇している。片方向の場合、Lorenz 2 から生成されるマーク付点過程を用いて Lorenz 1 のマーク付点過程のマーク時系列、IEI 時系列を予測した実線の予測精度 $\rho_{\text{Mark}}[\text{Lorenz 1} | \text{Lorenz 2}]$, $\rho_{\text{IEI}}[\text{Lorenz 1} | \text{Lorenz 2}]$ のみ、予測に用いるデータ長の増加に伴い約0.15~0.25の値に上昇している。結合なしの場合、予測に用いるデータ長の増加に伴い4つの予測精度は0付近の値に収束している。これらの結果から、提案手法はマーク付点過程に対する因果性検出において有効であることがわかった。

5. ま と め

本稿では、埋め込み理論に基づいた因果性検出の従来手法を拡張することで、マーク付点過程に対する因果性検出手法を提案した。提案手法は、マーク付点過程のマーク時系列と IEI 時系列をそれぞれ相互予測し、その予測精度により因果性検出を行う。従来手法から提案手法への拡張は、マーク時系列と IEI 時系列の2次元時系列から状態空間を再構成すること、マーク付点過程のイベントタイミングに基づき、インデックスの時間的なマッチングを行うことの2つの拡張により実現した。数値実験では、両方向結合、片方向結合、結合なしの結合 Lorenz 方程式 [12] から極大値の抽出 [13] により生成したマーク付点過程に対して提案手法の有効性を検証した。数値実験の結果、両方向結合、片方向結合、結合なしの全ての場合で、因果性検出が行えることが示唆された。

謝 辞

本研究の一部は、JSPS 科研費 (Nos. JP22J14621, JP21H03508, JP21K12093, JP20H00596, JP21H03514, JP22K18419) の援助を受けて行われた。

文 献

- [1] C.W. Granger, "Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods," *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, vol. 37, no. 3, pp. 424–438, 1969.
- [2] T. Schreiber, "Measuring information transfer," *Physical Review Letters*, vol. 85, no. 2, pp. 461–464, 2000.
- [3] G. Sugihara, R. May, H. Ye, C.-h. Hsieh, E. Deyle, M. Fogarty, and S. Munch, "Detecting causality in complex ecosystems," *Science*, vol. 338, no. 6106, pp. 496–500, 2012.
- [4] F. Takens, "Detecting strange attractors in turbulence," *Dynamical Systems and Turbulence, Warwick 1980*, pp. 366–381, Springer, 1981.
- [5] T. Sauer, "Reconstruction of dynamical systems from interspike intervals," *Physical Review Letters*, vol. 72, no. 24, pp. 3811–3814, 1994.
- [6] T. Sauer, "Interspike interval embedding of chaotic signals," *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, vol. 5, no. 1, pp. 127–132, 1995.
- [7] T. Sauer, "Reconstruction of integrate-and-fire dynamics," *Nonlinear Dynamics and Time Series*, vol. 11, pp. 63–74, 1997.
- [8] J.P. Huke and D.S. Broomhead, "Embedding theorems for non-uniformly sampled dynamical systems," *Nonlinearity*, vol. 20, no. 9, pp. 2205–2244, 2007.
- [9] T. Sauer, J.A. Yorke, and M. Casdagli, "Embedology," *Journal of Statistical Physics*, vol. 65, nos. 3–4, pp. 579–616, 1991.
- [10] E.R. Deyle and G. Sugihara, "Generalized theorems for nonlinear state space reconstruction," *PLOS ONE*, vol. 6, no. 3, e18295, 2011.
- [11] K. Sawada, Y. Shimada, and T. Ikeguchi, "Possibility of reconstructing nonlinear dynamical system from marked point process," *Journal of Signal Processing*, vol. 25, no. 4, pp. 127–131, 2021.
- [12] V. Anishchenko, A. Silchenko, and I. Khovanov, "Synchronization of switching processes in coupled Lorenz systems," *Physical Review E*, vol. 57, no. 1, pp. 316–322, 1998.
- [13] N. Yabuta and T. Ikeguchi, "Prediction of high-dimensional multivariate information as an amplitude-event dynamical system," *Proceedings of 2007 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications*, pp. 16–19, 2007.

公職選挙ポスター掲示問題について

池口 徹[†]

[†] 東京理科大学工学部 〒125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1

E-mail: [†]tohru@rs.tus.ac.jp

あらまし 公職選挙における選挙活動の一つに、告示日に行われる候補者のポスター掲示がある。通常は、各候補者の選挙スタッフが分担をして、当該選挙事務所からポスター掲示のためにポスター掲示場を周り、担当枚数を貼り終えた後、選挙事務所に戻ってくる。これは、選挙事務所をデポ、ポスター掲示場を顧客と考えれば、配送計画問題の一種と考えることができる。本稿では、この問題を公職選挙ポスター掲示問題として定義し、その最適化解を求めるための手法について議論する。その際、千葉県野田市のポスター掲示場配置を具体例として、経験的に採用されているポスター掲示場のグループ化を用いた場合について、厳密解法と発見的解法の解探索性能について議論する。

キーワード 公職選挙, ポスター掲示, 組合せ最適化, 配送計画問題

On Posting Poster Problem for Public Office Elections

Tohru IKEGUCHI[†]

[†] Faculty of Engineering, Tokyo University of Science 6-3-1 Nijuku, Katsushika-ku, Tokyo, 125-8585 Japan

E-mail: [†]tohru@rs.tus.ac.jp

Abstract One of the election activities in a public office election is the posting of posters for candidates on the day of the public announcement. Usually, election staff members of each candidate share the responsibility of posting posters from the election office to poster boards, and return to the election office after having put up the number of posters they are responsible for. This can be thought of as a type of the Vehicle Routing Problem, in which the election office is the depot and the poster boards are customers. In this report, we define this problem as the Posting Poster Problem for Public Office Election and discuss a method for finding its optimal solution. Specifically, using the real placement of poster boards in Noda City, Chiba Prefecture as an example, we discuss the solution search performance of an exact method and heuristic methods when using the empirically employed grouping for the poster boards.

Key words Public office elections, postings of poster, combinatorial optimization, vehicle routing problem

1. ま え が き

民主主義の根本をなす選挙は、さまざまな要素から構成されている。具体的には、選挙権と被選挙権、選挙の種類、立候補、投票、投票制度、選挙管理期間、選挙人名簿、寄付の禁止、選挙公営、インターネット選挙運動、選挙違反と罰則などである。これらの中でも特に、選挙公営制度は、候補者間の機会均等などのために採用されている重要な制度の一つである。

この選挙公営制度についても、さまざまな区分がある。この区分は選挙の種類(衆議院、参議院などの国政選挙、都道府県知事、都道府県議会議員、市町村長、市町村議会議員などの地方選挙)にも依存するが、例えば、ポスター掲示場の設置、選挙公報の発行、ピラの作成、ポスターの作成、選挙事務所用の立札・看板の作成、選挙運動用自動車等の立札・看板の作成、新聞広告、政見放送など、多岐に渡る。

このような選挙公営制度を含むさまざまな要素に対し、我が国では、公職選挙法[1]によってその詳細が定められている。実際、公職選挙法により、立候補者の選挙運動はさまざまな側面から規制され、また、候補者に対して制約が課されているが、これは日本に特有のものである。

このような制約の中で、候補者たちは、さまざまな選挙活動を行うことになる。本稿では、これらのさまざまな選挙活動の中でも、候補者のポスター掲示に関する問題を取り上げる。立候補の届出は、選挙告示日に行われるが、その場で、各ポスター掲示場での掲示位置が決定する。地方選挙の場合、選挙告示日から投票日までの期間は国政選挙などと比べて短く、市議会選挙、市長選挙の場合は7日間、町村議会選挙、町村長選挙の場合は5日間である。そのため、選挙告示後に立候補した事実を周知すべく、候補者のポスターを急ぎ掲示する必要がある。

一方、選挙管理委員会により、ポスター掲示場の数と位置は定められている。そのため、各候補者の陣営では、どのようにポスター掲示作業を効率的に行うか、すなわち、どのような巡回経路でポスター掲示場を周るかを予め決めておき、立候補の届出後に抽選で行われるポスター掲示場での掲示番号が判明次第、ポスター掲示作業を開始する。具体的には、候補者の選挙事務所スタッフが分担をして、当該選挙事務所からポスター掲示のためにポスター掲示場を周り、担当枚数を貼り終えた後、選挙事務所に戻ってくる。これは、選挙事務所をデポ、ポスター掲示場を顧客と考えれば、配送計画問題の一種と考えることもできる。

そこで本稿では、このような選挙活動におけるポスター掲示作業を、離散最適化問題の一種と捉え、新しい問題として「公職選挙ポスター掲示問題」を提案する。また、どのようにすれば、公職選挙ポスター掲示問題の最適解を得ることができるのか、最適な掲示作業を実現できるか、さらには、現在用いられている経験的な方法はどの程度の性能を有しているのかなどを、千葉県野田市におけるポスター掲示場データを具体的に用いて議論する。

2. データ

本稿では、千葉県野田市におけるポスター掲示場配置の実データを用いることで、公職選挙ポスター問題を議論する。千葉県野田市は、千葉県の北西部に位置し、人口は約 15.2 万人である。図 1 は千葉県野田市におけるポスター掲示場の配置である。これらのデータは、野田市選挙管理委員会から提供されたポスター掲示場配置地図データを元にして、各ポスター掲示場位置の緯度・経度を算出し、これを 2 次元平面に射影することで求めている [2], [3]。

図 1 における数字は投票区の番号である。各番号に対して複数のシンボルが割り当てられているのは、公職選挙法により、ポスター掲示場の総数が一投票区につき 5 以上 10 以内と定められているためである。野田市においても、45 の投票区において 5~10 (平均 7.2)、総数 324 のポスター掲示場がある。また、図 1 中、右下に office とあるのが選挙事務所である。本稿では、千葉県野田市議会議員中村裕介議員の選挙事務所を使用した。

3. 公職選挙ポスター掲示問題

本章では、整数計画問題としての公職選挙ポスター掲示問題を考える。公職選挙ポスター掲示問題では、一つの選挙事務所と複数のポスター掲示場がある。公職選挙ポスター掲示問題では、複数の車両が、選挙事務所から出発し、担当する全てのポスター掲示場の位置において、ポスター掲示を行い、選挙事務所へと戻る。その際、全てのポスター掲示場において当該候補者のポスターが掲示される必要がある。

本稿では、公職選挙ポスター掲示問題において、ポスター掲示場での貼り付け作業に用いられる車両の総移動距離の最小化を考える。すなわち、決定変数として、

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{車両 } k \text{ が第 } i, j \text{ ポスター掲示場の間の経路を通る} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \quad (1)$$

を定義し、

$C = \{0, 1, 2, \dots, n\}$: ポスター掲示場集合、但し、0 は選挙事務所

$K = \{1, 2, \dots, v\}$: 車両の集合

D : 車両の走行距離の最大値

Q : 車両の積載容量の最大値

d_{ij} : 第 i, j ポスター掲示場間の距離

を導入すると、公職選挙ポスター問題の目的関数は、以下のよう

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{i \in C} \sum_{j \in C} d_{ij} x_{ijk} \quad (2)$$

その際、各ポスター掲示場へは 1 台の車両が 1 度のみ訪問できる制約、

$$\sum_{j \in C} \sum_{k \in K} x_{ijk} = 1, \forall i \in C \setminus \{0\} \quad (3)$$

$$\sum_{i \in C} \sum_{k \in K} x_{ijk} = 1, \forall j \in C \setminus \{0\} \quad (4)$$

車両の最大距離と最大積載量に関する制約、

$$\sum_{i \in C} \sum_{j \in C} d_{ij} x_{ijk} \leq D, \forall k \in K \quad (5)$$

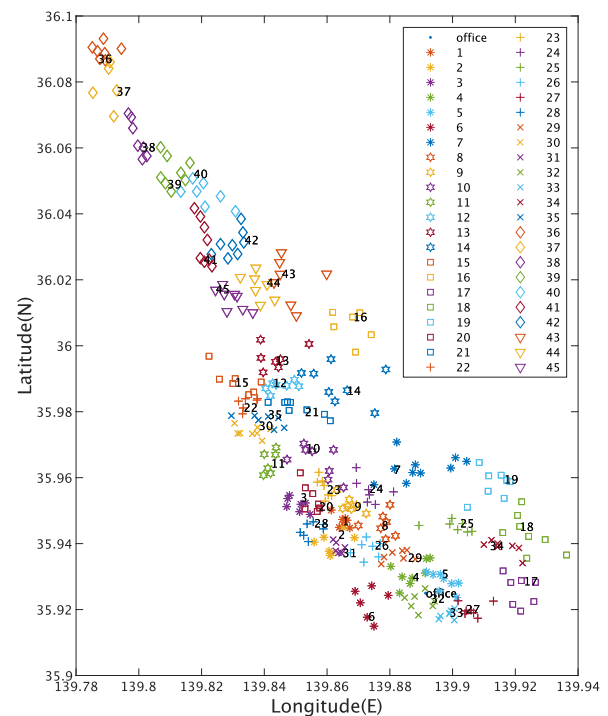


図 1 千葉県野田市におけるポスター掲示場の配置。各数字は投票区の番号を示している。野田市には 45 の投票区がある。

$$\sum_{i \in C} \sum_{j \in C} x_{ijk} \leq Q, \forall k \in K \quad (6)$$

各車両が選挙事務所を出発して再び選挙事務所に戻る制約,

$$\sum_{j \in C \setminus \{0\}} x_{0jk} = 1, \sum_{i \in C \setminus \{0\}} x_{i0k} = 1, \forall k \in K \quad (7)$$

巡回路には選挙事務所が含まれる制約,

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \forall S \subseteq C \setminus \{0\}, |S| \geq 2, \forall k \in K \quad (8)$$

を満たす必要がある。

4. 経験的な巡回路構築法とその性能

すでに述べたように、選挙管理委員会により、ポスター掲示場の位置はあらかじめ定められている。そのため、各候補者の陣営では、どのようにポスター掲示作業を効率的に行うかを、経験的な判断により、あらかじめ決めておく。

公職選挙法により、ポスター掲示場はある一つの投票区に属し、各投票区には5～10のポスター掲示場を割り当てると定められている。そこで、2～4の投票区を一つにまとめ、これらの投票区に属するポスター掲示場が一つのグループに属するとする。ある車両はこのグループに属するポスター掲示場での掲示作業を担当するためポスター掲示場を巡回する。

本稿で用いているグループ分けを図2に示す。図2は、実際に千葉県野田市の市議会選挙で採用されている経験的なグループ分けの例である。各グループに属するポスター掲示場は同じ色、同じシンボルでプロットされている。この経験的なグループ分けでは、12のグループにポスター掲示場が分けられている。

次に、図2で示した各グループ内で、どのようにポスター掲示場を巡回すれば良いかを考える。立候補者は、各選挙事務所に詰めるボランティアスタッフに対して、ポスター掲示を依頼する。依頼されたスタッフは、どのグループを担当するかを確認したのち、ポスター掲示作業を開始する。その場合、最も採用する確率が高いと考えられる戦略は、選挙事務所から最も近いポスター掲示場をまず最初に訪問し、その次は現在いるポスター掲示場から最も近いポスター掲示場に向かうというものであろう。これは、各グループに含まれるポスター掲示場と選挙事務所を都市配置と考えた巡回セールスマン問題において、最近傍法を用いて巡回路を構築することに対応する。図2で示した経験的なグループ分けに対して、この戦略を用いたその結果を図3に示す。

図3を見ると、各巡回路において、多くの交差が存在することがわかる。これは最近傍法を用いているためである。そこで、図3の各巡回路を改善することを考える。具体的には、2-opt法を用いた改善である。結果を図4に示す。

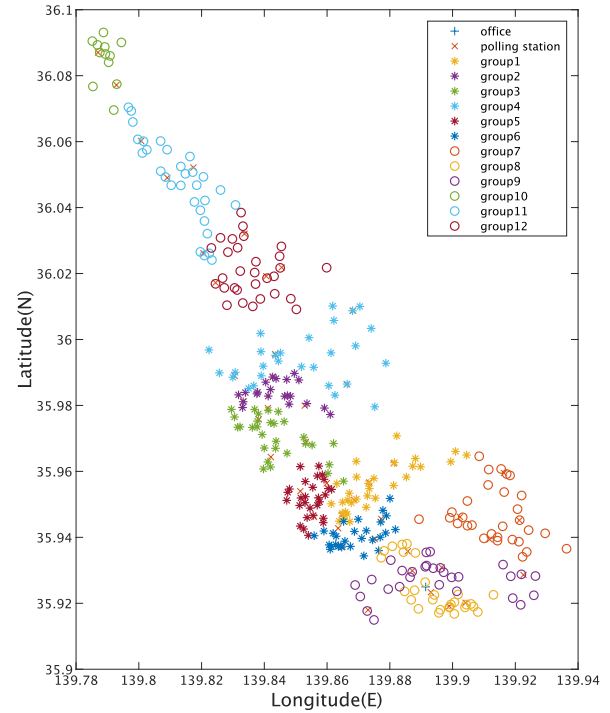


図2 千葉県野田市のポスター掲示場を経験的に12のグループに分けた結果。図中の×は投票所である。

図3の結果と比べると、交差が解消されている。実際、車両12台での総移動距離は、図3の場合302.398[km]、図4の場合283.123[km]となり改善している。これは、6.37%の改善である。

一方、経験的なグループ分けを用いた場合、各グループに入るポスター掲示場の数は最高で31である(表1)。すなわち、一グループ当りのポスター掲示場数はこれに選挙事務所を加えても、各グループにおいては都市数が32の巡回セールスマン問題を解けば良い。この入力サイズであれば、数理最適化ソルバーを用いれば最適巡回路を求めることができる。

そこで、Gurobi Optimizer [4]を用いて、各グループにおける最適巡回路を算出した。結果を図5に示す。この場合の総移動距離は、276.162[km]である。この結果を用いると、図3の最近傍法による巡回路での総移動距離は、Gurobi Optimizerによる総移動距離よりも26.236[km]の増加であり、誤差率は9.5%である。一方、図4の2-optを用いた改善による巡回路での総移動距離は、Gurobi Optimizerによる総移動距離よりも6.9616[km]の増加となり、誤差率は2.52%である。

本稿では、経験的なグループ分けを採用して、車両の総移動距離の最小化を目的関数(式(2))としている。そのため、図5を見ると分かるように、各車両間の移動距離の差が大きい。実際、各グループを担当する車両の移動距離をまとめると表2と

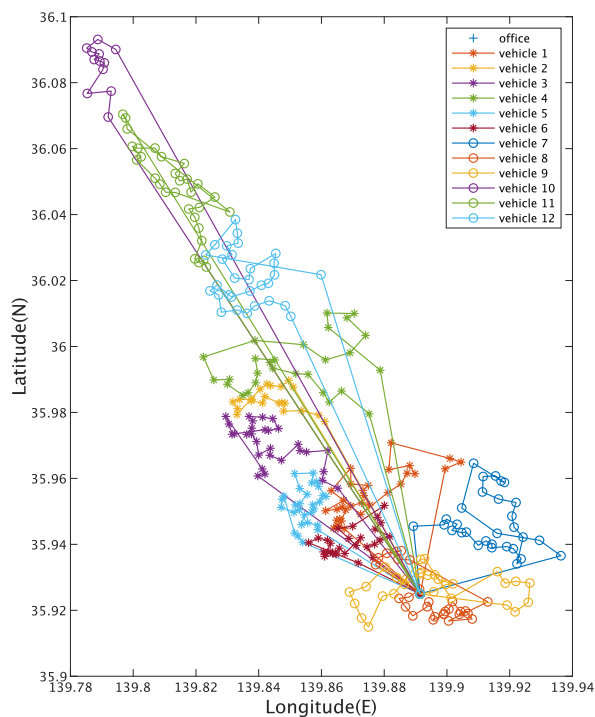


図3 経験的分けた 12 のグループにおいて最近傍法で巡回路を構築した結果

表 1 経験的なグループ分けにおける投票区数とポスター掲示場数

グループ	投票区数	掲示場数
1	4	31
2	3	21
3	4	29
4	4	28
5	4	28
6	4	28
7	4	30
8	4	28
9	4	29
10	2	12
11	4	30
12	4	30
合計	45	324

なる。

この結果を見ると、グループ 1 ～ 9 とグループ 10 ～ 12 の間で差が大きいことが分かる。これは、本稿では、(i) 選挙事務所を野田市の南部地区としたこと、(ii) 1999 年より実施された市町村合併により、旧野田市と旧関宿町が合併して野田市となったことによると考えられる。旧関宿町は野田市の北部にある。グループ 10 ～ 12 は旧関宿町のポスター掲示場を担当するグループであり、野田市の南部にある選挙事務所からは遠方に配置されているためである。

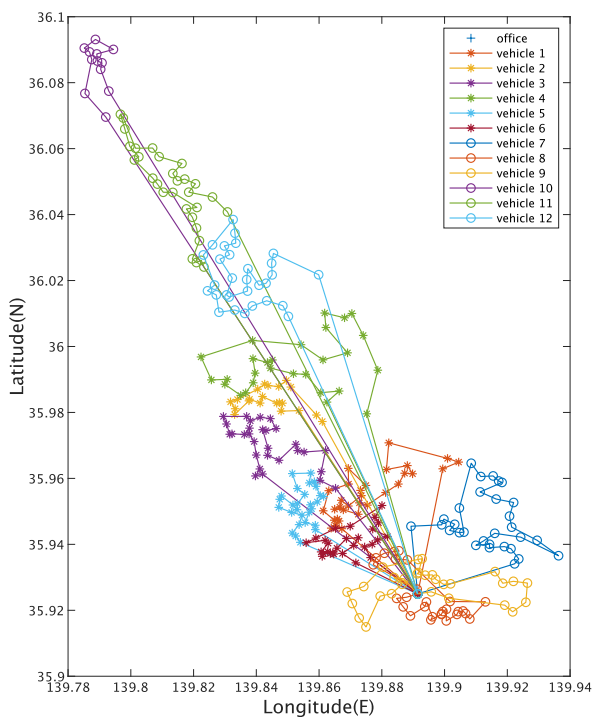


図4 経験的分けた 12 のグループにおいて最近傍法で構築した各巡回路を 2-opt 法で改善した結果。

一方、グループ 1 ～ 9 の間でも総移動距離の差は大きい。すなわち、車両の総移動距離の最小化に注目するだけでなく、各車両の移動距離の偏差を最小化を目的関数とするなど、種々の側面からの検討を行うことが必要である。

表 2 ポスター掲示場を経験的にグループ分けした場合における、各グループを担当する車両の最適な移動距離

グループ番号	移動距離
1	19.127
2	19.950
3	20.264
4	30.519
5	14.596
6	12.317
7	17.720
8	10.511
9	14.840
10	43.065
11	38.779
12	34.474
合計	276.162

5. ま と め

本稿では、公職選挙におけるポスター掲示作業を離散最適化問題の一種と捉えた「公職選挙ポスター掲示問題」を提案した。

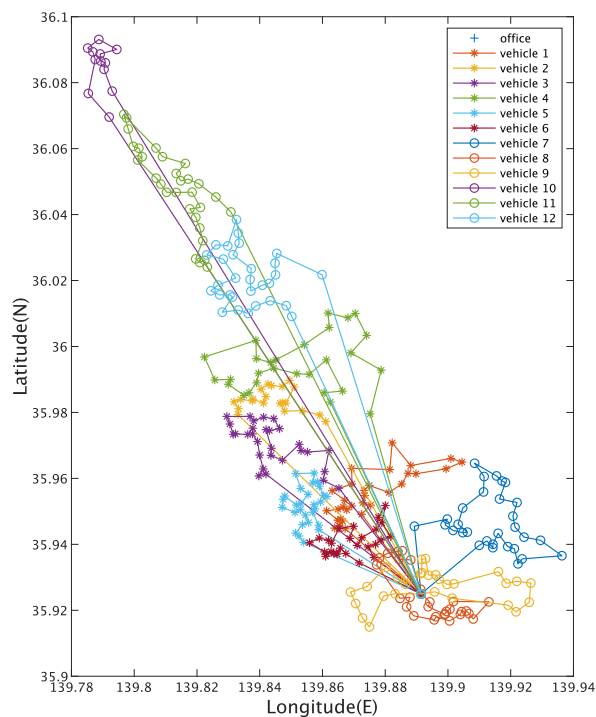


図5 ポスター掲示場を経験的にグループ分けし、そのグループ内で最適解を求めた結果。

その際、千葉県野田市のポスター掲示場の配置を用いて検討を行い、現在用いられている経験的な巡回路構築法がどの程度の性能を有するかを調査した。

その結果、経験的なグループ分けにより、ポスター掲示場を12のグループに分けて作業した場合、一グループに含まれるポスター掲示場数は高々30程度であるため、数理最適ソルバーで最適解を求めることができた。また、ソルバーを用いずに最も近いポスター掲示場から巡回する戦略を用いた場合、10%程度の誤差率となることも分かった。さらに、各グループを担当する車両の移動距離の差が大きくなることも分かった。これらの結果から、以下の項目を今後の課題として考えることができる。

(1) 本稿では、経験的なグループ分けを採用して、車両の総移動距離の最小化を目的関数(式(2))とした。一方、各グループを担当する車両はボランティアである選挙スタッフによるものである。従って、各車両の走行距離をできるだけ均等にすることを目的関数とすることも必要となる。これに加えて、各車両の最大距離の最小化などを目的関数とした検討も必要である。

また、表2でも説明したように、地理的な制約のため、選挙事務所が野田市の南部地区にある場合、野田市の北部にある旧関宿町のポスター掲示場へは車両の移動距離が大きくなる。このような場合、マルチデポ配送計画問題のように、選挙事務所を複数とした公職選挙ポスター掲示問題の拡張問題を考えることも必要となる。

(2) 経験的なグループ分けは、ポスター掲示場の地理的な

配置を考慮せず、あらかじめ選挙管理委員会が設定した選挙区をベースとしている。そのため、図5においても、各巡回路で交差が生じている。これは、図5の解は、大域的な最適解ではないことを示すものである。これを解決するためには、経験的なグループ分けを採用せずに、選挙事務所と324箇所のポスター掲示場を対象とした解法の開発が必要となる。

経験的なグループ分けを採用しない場合でも、厳密解法による最適解の算出は重要である。既に述べたように、公職選挙ポスター掲示問題は、配送計画問題の一種と考えることができる。配送計画問題については、現在、Branch-Cut-and-Price法[6],[7]が強力な解法として知られており、これらの手法が公職選挙ポスター掲示問題にどの程度有効となるのかなどを議論することが必要である。

一方、経験的なグループ分けを採用しない場合に、ヒューリスティック解法、メタヒューリスティック解法などの近似解法を用いる戦略も必要である。配送計画問題などでしばしば採用されるCROSS-exchange[5]をベースとした解法についてはすでに取り組んでおり、別途報告予定[2],[3]である。

(3) 本稿では、選挙管理委員会から提供されたポスター掲示場配置地図データを元にして、各ポスター掲示場位置の緯度・経度を算出し、これを2次元平面に射影した距離データに変換して検討を行った。その際、第*i*番目のポスター掲示場と第*j*番目のポスター掲示場の間の距離コストは対称性があるとした。しかし、現実の距離コストは非対称である。従って、道路のどちら側にポスター掲示場が設置されているかも考慮した、非対称公職選挙ポスター掲示問題に対する解法の開発も重要である。

(4) 公職ポスター掲示問題は、配送計画問題の一種と捉えることができるが、配送計画問題とは異なる側面がある。それは、顧客に相当するポスター掲示場は固定されているということである。一方、デポに相当する選挙事務所は立候補者数分あることから、それぞれの選挙事務所に対して、公職ポスター掲示問題を解くことができる。

また、これを発展させ、ポスター掲示場配置が与えられた場合に、どこに選挙事務所を設置するのが最適かという問題を考えることも可能である。

(5) 本稿では、千葉県野田市でのポスター掲示場の配置を例として導入し、市議会議員選挙として議論を進めた。千葉県野田市では、選挙区が一つ新たに設置されることが決まっており、これによりポスター掲示場数も増加する。新たな配置による検討が必要である。

また、各自治体のポスター掲示場の配置は、市町村議会選挙のみならず、市町村長選挙、県議会議員選挙、県知事選挙、衆議院議員選挙、参議院議員選挙でも用いられる。このため、本研究での結果をこれらの種々の選挙に応用することも重要である。

謝 辞

本稿の内容についてご議論いただいた日本工業大学木村貴幸准教授、松浦隆文准教授、数値計算についてご協力いただいた著者の研究室の大学院生郭豊愷氏に感謝します。

本稿で使用した千葉県野田市におけるポスター掲示場の位置情報は、千葉県野田市選挙管理委員会よりご提供いただきました。記して感謝します。また、実際のポスター掲示作業に関する状況をご教示いただいた、野田市議会議員 中村裕介氏に感謝します。

なお、本研究の一部は、JSPS 科研費 JP20H00596, JP21H03514, JP22K18419 の助成を受けました。

文 献

- [1] 昭和二十五年法律第百号 公職選挙法,
<https://elaws.e-gov.go.jp/document?lawid=325AC10000000100>
- [2] 郭豊愷, 對馬帆南, 足立淳, 松浦隆文, 木村貴幸, 池口徹, “公職選挙ポスター掲示問題に対する発見的解法の開発,” 2023 年電子情報通信学会総合大会, 発表予定, 2023 年 3 月.
- [3] 郭豊愷, 對馬帆南, 足立淳, 松浦隆文, 木村貴幸, 池口徹, “minmax 型の目的関数を用いた公職選挙ポスター掲示問題の解法,” 電子情報通信学会 非線形問題研究会, 発表予定, 2023 年 3 月.
- [4] <https://www.gurobi.com/>
- [5] Éric Taillard, Philippe Badeau, Michel Gendreau, François Guertin, Jean-Yves Potvin, “A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows,” *Transportation Science*, Vol.31, No.5, pp.170–186, 2001.
- [6] Diego Pecin, Artur Pessoa, Marcus Poggi, Eduardo Uchoa, “Improved branch-cut-and-price for capacitated vehicle routing,” *Mathematical Programming Computation*, Vol.9, pp.61–100, 2017.
- [7] Artur Pessoa, Ruslan Sadykov, Eduarodo Uchoa, “Enhanced Branch-Cut-and-Price algorithm for heterogeneous fleet vehicle routing problems,” *European Journal of Operational Research*, Vol.270, Issue 2, pp.530–544, 2018.
- [8] Eduarodo Uchoa, Diego Pecin, Artur Pessoa, Marcus Poggi, Thibaut Vidal, “New benchmark instances for the Capacitated Vehicle Routing Problems,” *European Journal of Operational Research*, Vol.270, Issue 3, pp.845–858, 2017.

再帰性定量化分析における最小斜め線長さの影響に関する調査

スヴィリドヴァ ニーナ^{†,‡} 池口 徹[†]

[†] 東京理科大学 工学部 情報工学科 〒125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1

[‡] 東京大学 国際高等研究所 ニューロインテリジェンス国際研究機構 〒113-0033 東京都文京区本郷 7-3-1

E-mail: nina.svr@rs.tus.ac.jp, tohru@rs.tus.ac.jp

あらまし リカレンスプロット (RP) は、複雑な多次元システムのダイナミクスを 2 次元の 2 値画像として可視化するものである。RP に対する再帰性定量化分析では、種々の RP の構造的特徴を定量化することができる。様々な実時系列の非線形ダイナミクスを調べるために、これらの方法が使用されている。しかし、再帰性定量化分析には、その結果に影響を与える可能性のある様々なパラメータが含まれている。これらのパラメータの中で RP 上の最小斜め線の長さに関する調査はほとんど行われていない。我々は既に再帰性定量化分析の決定性指標を計算する際の最小斜め線長を変えることで、ノイズのないデータとノイズのあるデータを差別化できる可能性があることを示している。しかし、以前の研究では決定性指標のみを用いており、他の再帰性定量化分析指標にも最小斜め線長もパラメータとして含まれている。そこで本報告では、最小斜め線長をパラメータとした場合の決定性指標、平均斜め線長およびエントロピーの調査を行った。その結果、調査した 3 つの指標はいずれも、ノイズのないデータとノイズのあるデータを定性的に差別化できる可能性があることが示された。さらに、決定性指標を用いることで、データに含まれているノイズレベルを定量的に評価できることも示された。

キーワード 非線形力学、リカレンスプロット、再帰性定量化分析、最小斜め線長さ

Study on Minimal Diagonal Line Length Effect on Recurrence Quantification Analysis

Nina SVIRIDOVA^{†,‡} and Tohru Ikeguchi[†]

[†] Faculty of Engineering, Department of Information and Computer Technology, Tokyo University of Science, 6-3-1

Niiijuku, Katsushika-ku, Tokyo, 125-8585 Japan

[‡] International Research Center for Neurointelligence, The University of Tokyo,

7-3-1 Hongo Bunkyo-ku, Tokyo, 113-0033 Japan

E-mail: nina.svr@rs.tus.ac.jp, tohru@rs.tus.ac.jp

Abstract The recurrence plot visualizes the complex multidimensional system's dynamics as a two-dimensional binary image. Applied to it, recurrence quantification analysis provides statistics of the recurrence plot structures, such as diagonal lines. Various applied studies used these powerful methods to investigate experimental nonlinear time series dynamics. However, recurrence quantification analysis includes different parameters that might affect its results. While some of these parameters are well studied, others, such as the minimal diagonal line length of the recurrence plot, are still not well investigated. Our previous study found that varying minimal diagonal line length in calculating the determinism index of the recurrence quantification analysis may provide qualitative characteristics to differentiate noise-free and noise-induced data. However, the previous study used only the determinism index, while other recurrence quantification analysis measures also include minimal diagonal line length as a parameter. Also, only qualitative difference was found, without any attempt to quantify it. In this report, we furthered our previous study by additional examination of the determinism index trends and investigation of the recurrence quantification analysis' average diagonal line length and entropy, which include minimal diagonal line length as a parameter. Results demonstrated that all three investigated indexes have the potential to provide qualitative differentiation of the noise-free and noisy data. Additionally, the possibility of utilizing the determinism index for quantitative differentiation of the noise levels in data was found.

Keywords Nonlinear dynamics, recurrence plot, recurrence quantification analysis, minimal diagonal line length

1. Introduction

Nonlinear time series analysis methods, such as the recurrence plot (RP), which visualizes nonlinear dynamics as a two-dimensional image, and recurrence quantification analysis (RQA) [1] calculating statistics of the RP structures, allow investigation of dynamical characteristics hidden in the data. RP and RQA were applied in various studies investigating the nonlinear dynamics of the experimental data. However, some RQA limitations and choices of parameters used for its index calculations are still not thoroughly investigated. One of such parameters is the minimal diagonal line length used as a calculation parameter in the estimation of the determinism, average predictability time, and entropy in the RQA. There are only a few studies investigating this parameter choice. Thus, the study [2] demonstrated that the shortest possible length equal to two is the best for distinguishing the different types of dynamics in the same system. Nevertheless, in our previous study [3], we found that there might be a potential for distinguishing the noise levels in the data by varying the minimal diagonal line length in the determinism index estimation by RQA. However, our previous study was limited to the determinism index investigation, leaving other indexes involving minimal diagonal line length undiscussed.

This study aims to continue the investigation of the effect of the minimal diagonal line length choice on the results of determinism, mean prediction time, and entropy estimation by RQA and to further investigate the possibility of identifying noise levels in data by varying minimal diagonal line length.

2. Materials and Methods

2.1. Data

Similar to our previous studies [3, 4], time series generated from the Rössler model [5] were used in this study. The model is described as follows:

$$\begin{cases} \dot{x} = -y - z, \\ \dot{y} = x + ay, \\ \dot{z} = b + z(x - c), \end{cases}$$

where parameters $a = 0.2$, $b = 0.2$, and $c = 5.7$ correspond to the chaotic dynamics. The Rössler system was numerically solved by the 4th-order Runge-Kutta method with step size 0.001. To imitate real-world experimental data, we created noisy data. Thus, on every iteration of the numerical simulation additive dynamical noise component was added to the solution as $\theta\gamma_i$, where γ_i is the i -th component of the uniform random noise vector and θ is the

noise scaling parameter, $\theta = 0$ was used for generating noise-free original data and $\theta = 0.05, 0.1, 0.15, 0.3$ for noisy data. The resulting time series of x variable was subsampled with a factor of 5. Part of the obtained noise-free and noise-induced time series is shown in Fig. 1.

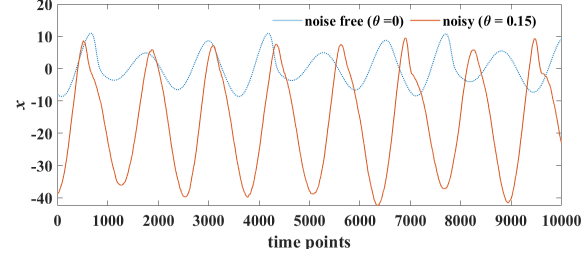


Fig. 1. Original and noise induced ($\theta = 0.15$) x -variable time series generated from the chaotic Rössler model.

2.2. Analysis

In this study, time series of original and noisy x -variable generated from the chaotic Rössler system were used for analysis. As the construction of the RP requires information of the trajectory in the phase-space, the time delay embedding technique [6], [7] was applied to obtain possible dynamics from a single-variable time series $\{x_i\}_{i=1}^S$ that consists of S observation points. For this time series the time-delay reconstructed trajectory in m -dimensional phase space can be calculated as

$$X_j = (x_j, x_{j+\tau}, x_{j+2\tau}, \dots, x_{j+(m-1)\tau}),$$

where $j=1, \dots, S-(m-1)\tau$ and τ is a time lag. The time lag applied in this study was $\tau = 60$.

Based on the obtained time-delay-reconstructed trajectory the RP was calculated as follows[1]:

$$R_{i,j}(\varepsilon) = \begin{cases} 0, & \text{if } \|\vec{X}_i - \vec{X}_j\| > \varepsilon \\ 1, & \text{if } \|\vec{X}_i - \vec{X}_j\| < \varepsilon \end{cases}$$

where ε is the threshold that defines the size of the neighborhood within which neighborhood points are searched.

The RQA was performed next. In this study, among different RQA indexes, the following indexes that include minimal diagonal line length, $l_{\min}$, parameter were estimated for the variable $l_{\min}$.

Determinism, D , is one of the most important properties of a dynamical system can be estimated in RQA as:

$$D = \frac{\sum_{l=l_{\min}}^N lP(\varepsilon, l)}{\sum_{l=1}^N lP(\varepsilon, l)},$$

where $P(\varepsilon, l)$ is a histogram of diagonal lines of length l defined as

$$P(\varepsilon, l) = \sum_{i,j=1}^N \left(1 - R_{i-1,j-1}(\varepsilon)\right) \left(1 - R_{i+1,j+1}(\varepsilon)\right) \prod_{k=0}^{l-1} R_{i+k,j+k}(\varepsilon).$$

The average diagonal line length, L , is referred as the

mean prediction time of the dynamical system and it is defined as

$$L = \frac{\sum_{l=l_{\min}}^N lP(\epsilon, l)}{\sum_{l=l_{\min}}^N P(\epsilon, l)}.$$

Entropy, E , is one of the RQA measures frequently used in applied studies, and it estimates the complexity of the RP with respect to the diagonal lines and can be calculated as:

$$E = - \sum_{l=l_{\min}}^N p(l) \ln p(l),$$

where $p(l) = P(\epsilon, l)/N_l$ is the estimated probability to find a diagonal line of length l in the RP, and N_l is the number of diagonal lines.

3. Results

First, we reconstructed possible dynamics in the 3-dimensional phase space for the noise-free and noise-induced time series dynamics. Then, we constructed its RPs with a side size of 50,000 points. Finally, we calculated RQA's D , L , and E measures with variable $l_{\min}$. The $l_{\min}$ varied from conventionally used 2-points long to 50-points long, chosen as the 0.1% of the RP size. Figures 2, 3, and 4 show a semilogarithmic plot of the D , L , and E index, respectively, calculated for noise-free and noisy time series with variable $l_{\min}$.

4. Discussion

The study aimed to further our investigation of the $l_{\min}$ parameter effect on the RQA results and to examine whether variable $l_{\min}$ can address such an important problem as differentiation between noise-free and noisy data, as well as estimating the noise levels in the data.

Results of the determinism estimation for the variable $l_{\min}$ shown in Fig. 2 demonstrate a nearly linear trend in curves decrease with the line angle significantly different for different levels of noise induced in the data. Thus, for the line fitted to the curve corresponding to the noise-free data ($\theta = 0$) absolute value of the angle is relatively close to zero: 0.1328° , while the absolute value of the angle corresponding to noisy data gradually increases with the noise level increase, and, for example, for the $\theta = 0.15$ noise level it reaches the value of 12.1228° .

Results corresponding to the average diagonal line length demonstrated in Fig. 3 point toward the possibility that curves corresponding to the noise-induced data converge as the level of noise increases. Finally, the results obtained for the RQA's entropy index in Fig. 4 clearly demonstrate different trends for the noise-free ($\theta = 0$) and

slightly noisy data ($\theta = 0.05$) versus curves corresponding to greater levels of noise ($\theta = 0.1$ and $\theta = 0.15$).

Observed results suggest that by varying RQA's $l_{\min}$ parameter, it might be possible to obtain qualitative characteristics that allow differentiating noise-free and slightly noisy data from data with greater levels of noise based on the curve trends corresponding to average diagonal line length and entropy. Moreover, the results demonstrated in Fig. 2 point toward the possibility of estimating quantitatively data's noise level based on the angle value of the line fitted to the determinism index curve on the semilogarithmic plot.

It is important to notice that in the current report only several noise levels were used, as well as, the data were limited to the Rössler model; therefore, a further detailed study involving a variety of noise levels and different dynamical systems is required.

Acknowledgement

This work was partially supported by the JSPS KAKENHI Grant Numbers JP19K14589, JP20H05921, JP20H00596, JP21H03514, and JP22K18419.

References

- [1] N. Marwan et al., "Recurrence plots for the analysis of complex systems," *Physics Reports*, vol. 438, no. 5, pp. 237–329, 2007.
- [2] B. Babaei et al., "Selection of minimal length of line in recurrence quantification analysis," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 395, pp. 112–120, 2014.
- [3] N. Sviridova and T. Ikeguchi, "Detecting Determinism in Noisy Time Series with Variable Minimal Diagonal Line Length in Recurrence Quantification Analysis," in *Proceedings of International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications 2022*, 2022, pp. 180–183.
- [4] N. Sviridova et al., "Photoplethysmogram Recording Length: Defining Minimal Length Requirement from Dynamical Characteristics," *Sensors*, vol. 22, 5154, 2022.
- [5] O. E. Rössler, "An equation for continuous chaos," *Physics Letters A*, vol. 57, no. 5, pp. 397–398, 1976.
- [6] F. Takens, "Detecting strange attractors in turbulence," in *Dynamical Systems and Turbulence, Warwick 1980*, Berlin, Heidelberg, 1981, pp. 366–381.
- [7] T. Sauer et al., "Embedology," *Journal of Statistical Physics*, vol. 65, no. 3, pp. 579–616, 1991.

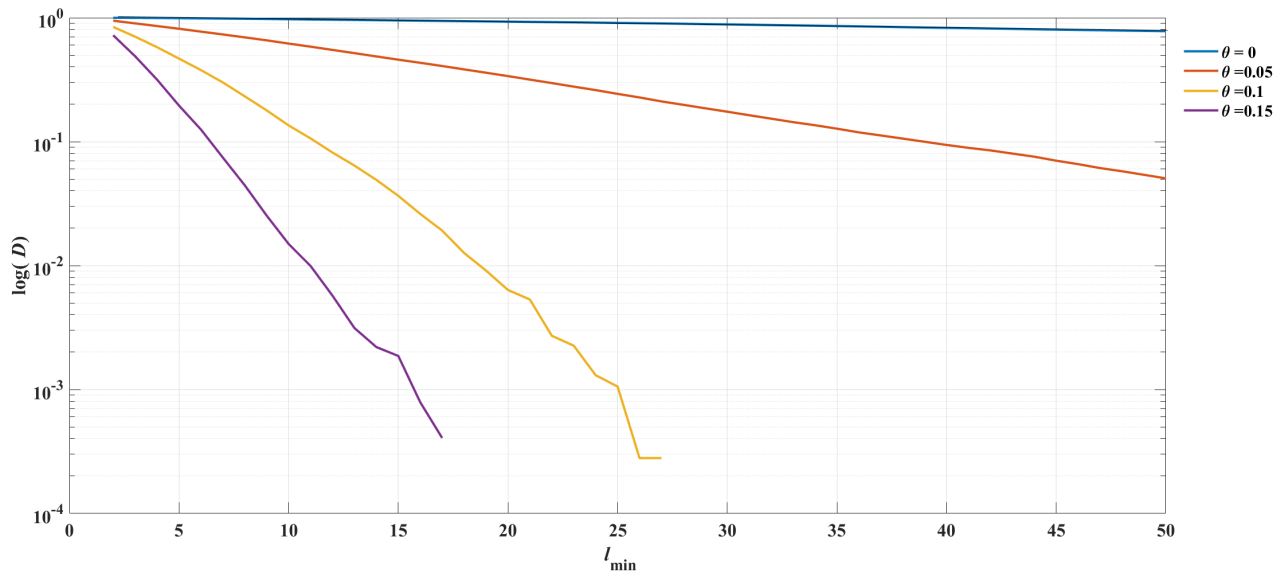


Fig. 2. Semilogarithmic plot of RQA's determinism index (D) calculated for noise-free ($\theta = 0$) and noisy data ($\theta = 0.05, 0.1, 0.15$) with variable minimal diagonal line length ($l_{\min}$) parameter.

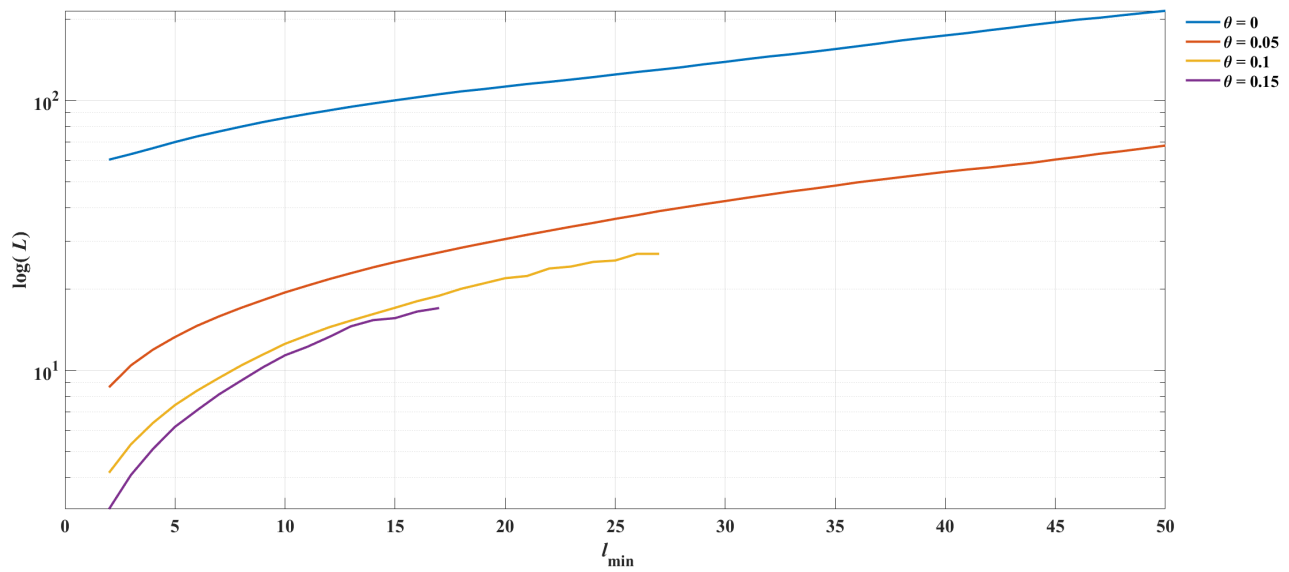


Fig. 3. Semilogarithmic plot of RQA's average diagonal line length (L) calculated for noise-free ($\theta = 0$) and noisy data ($\theta = 0.05, 0.1, 0.15$) with variable minimal diagonal line length ($l_{\min}$) parameter.

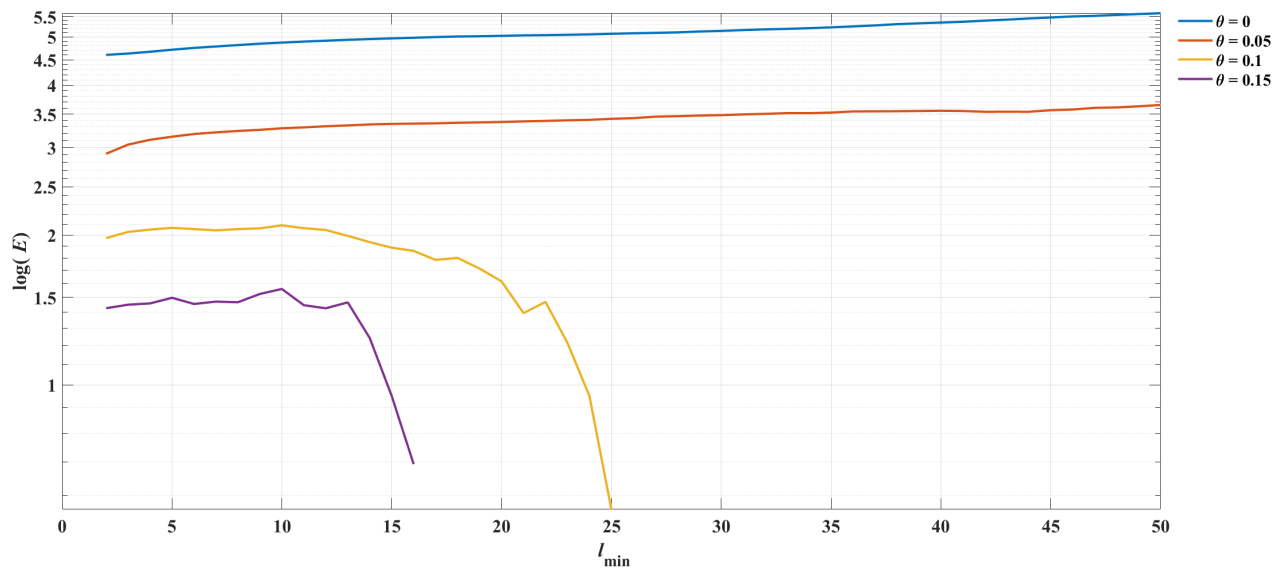


Fig. 4. Semilogarithmic plot of RQA's entropy index (E) calculated for noise-free ($\theta = 0$) and noisy data ($\theta = 0.05, 0.1, 0.15$) with variable minimal diagonal line length ($l_{\min}$) parameter.

正規化再帰性定量化分析による最小時系列長の定義

スヴィリドヴァ ニーナ^{†,‡} 池口 徹[†]

[†] 東京理科大学 工学部 情報工学科 〒125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1

[‡] 東京大学 国際高等研究所 ニューロインテリジェンス国際研究機構 〒113-0033 東京都文京区本郷 7-3-1

E-mail: nina.svr@rs.tus.ac.jp, tohru@rs.tus.ac.jp

あらまし 時系列解析に必要な最小限の時系列長を推定することは、多くの応用研究において重要な課題である。我々は既に、再帰性定量化分析を用いた生体信号の動的特性解析に必要な最小時系列長を推定する手法について報告した。しかし、リカレンスプロットのサイズに依存する指標である最長対角線の長さや平均対角線の長さへの適用は困難であること、仮に適用できたとしてもその適用範囲は限定的であることを明らかにしている。本報告では、この2つの指標をリカレンスプロットサイズで正規化することで、従来の結果を改善することを試みる。その結果、正規化によって最長対角線長および平均対角線長推定値の相対誤差が増加することが示された。この結果は、最長対角線長および平均対角線長が、リカレントプロット最大サイズに比べ著しく短い場合の結果であり、より長い対角線を有するデータについてさらなる検討が必要であることを示すものである。

キーワード 非線形力学、リカレンスプロット、再帰性定量化分析、時系列長

Towards Defining Minimal Time Series Length for Normalized Recurrence Quantification Analysis

Nina SVIRIDOVA^{†,‡} and Tohru IKEGUCHI[†]

[†] Faculty of Engineering, Department of Information and Computer Technology, Tokyo University of Science, 6-3-1
Nijuku, Katsushika-ku, Tokyo, 125-8585 Japan

[‡] International Research Center for Neurointelligence, The University of Tokyo,
7-3-1 Hongo Bunkyo-ku, Tokyo, 113-0033 Japan

E-mail: nina.svr@rs.tus.ac.jp, tohru@rs.tus.ac.jp

Abstract Estimating the minimal required time series length is an important problem in many applied studies. In our previous study, recurrence quantification analysis applied to the recurrence plot was used to estimate the minimal required length that preserves specific dynamical properties of the biomedical signal. However, recurrence plot size-dependent measures, the longest diagonal line length and the average diagonal line length, were found to be nonapplicable or of limited applicability. In this technical report, these two measures were normalized by the recurrence plot size in an attempt to improve our previous results. Obtained results demonstrated that the normalization would yield an increase in the relative error of the longest diagonal line length and the average diagonal line length estimation. However, these results were obtained for the time series with the longest diagonal line length and the average diagonal line length significantly shorter compared with the maximal recurrent plot size used in this study; therefore, further investigation for the data with longer diagonal lines was found to be necessary.

Keywords Nonlinear dynamics, recurrence plot, recurrence quantification analysis, time series length

1. Introduction

In various scientific fields unveiling dynamical properties of observed complex nonlinear phenomena remains one of the essential problems. Multiple methods and tests have been developed to extract fractions of useful information. However, proper analysis of experimental data is often hampered by various observed data-related limitations. Thus, observed time series length is one of the factors that may significantly affect both the choice of the analysis methods and the overall analysis results. Being a significant factor for the consequent analysis, the time series length often cannot be made sufficiently long due to the various limitations imposed on the experiment settings, which are especially demanding when biological signals are observed. Therefore, it is essential to have a toolkit that can be used to estimate minimal acceptable requirements for the time series length that would guarantee reliable analysis results.

In our previous study [1] the recurrence quantification analysis (RQA) applied to the recurrence plots (RP) [2] was used to determine minimal time series length that would preserve certain properties of the signal generated from well-known chaotic Rössler model [3] and the photoplethysmographic signal. Results obtained in [1] demonstrated that a relatively short time series of investigated data could be used to correctly estimate such RQA measures as determinism and the entropy. However, for two measures based on the recurrence plot diagonal line length calculation, i.e., the longest diagonal line length and the average diagonal line length, results demonstrated that these measures respectively either cannot be used for the minimal time series length estimation (i.e., cannot be correctly estimated from a short time series) or require significantly longer time series compared with the determinism and the entropy. However, these measures involve estimating the diagonal line length, which is directly limited by the size of the RP. Thus, the longest diagonal lines cannot be longer than the RP side size. Therefore, it is natural to assume that the correct estimation of these two measures is needed to be done concerning the RP size. Thus, normalization by the RP size might improve the reliability of the diagonal line length analysis results for short time series.

This study aims to investigate the effect of the RP size normalization on the results of the RQA's longest diagonal line length and the average diagonal line length measures estimation for the short time series, and, therefore, to clarify whether these normalized measures can be used for

the minimal time series length estimation.

2. Materials and Methods

2.1. Data

Similar to the previous study [1], time series generated from the Rössler model [3] were used in this study. The model is described as follows:

$$\begin{cases} \dot{x} = -y - z, \\ \dot{y} = x + ay, \\ \dot{z} = b + z(x - c), \end{cases}$$

where parameters $a = 0.2$, $b = 0.2$, and $c = 5.7$ correspond to the chaotic dynamics. The Rössler system was numerically solved by the 4th-order Runge-Kutta method with step size 0.001. To create noisy data, on every iteration of the numerical simulation additive dynamical noise component was added to the solution as $\theta\gamma_i$, where θ is the noise scaling parameter varying from 0 for noise-free case to 0.125, with the increase step 0.05, γ_i is the i -th component of the uniform random noise vector. The resulting time series of x variable was subsampled with a factor of 5. Obtained noise-free and noise-induced time series were used in this study; part of noise-free and noise-induced time series is shown in Fig. 1.

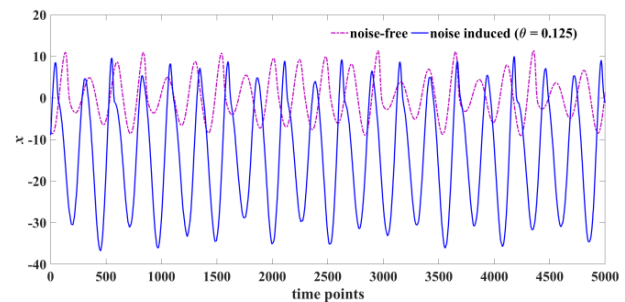


Fig. 1. The x -variable time series generated from the chaotic Rössler model induced with and without dynamical noise.

2.2. Analysis

To simulate a situation similar to dealing with the experimental data, with only a limited number of system variables observed, in this study, only the x -variable generated from the chaotic Rössler system was used for analysis. However, many nonlinear time series methods require information on the dynamics' trajectory in phase space. Therefore, a technique called time delay embedding [4], [5] is applied to obtain possible dynamics from a limited number of observed variables. For single-variable time series $\{x_i\}_{i=1}^S$ that consists of S observation points, the time-delay reconstructed trajectory in m -dimensional phase space can be calculated as

$$X_j = (x_j, x_{j+\tau}, x_{j+2\tau}, \dots, x_{j+(m-1)\tau}),$$

where $j=1, \dots, S-(m-1)\tau$ and τ is a time lag. The used time lag was $\tau = 60$.

Neighborhood information of the time-delay-reconstructed trajectory can be used to create the RP, which visualizes the system's dynamics as a two-dimensional binary plot. RP is calculated as follows:

$$R_{i,j}(\varepsilon) = \begin{cases} 0, & \text{if } \|\vec{X}_i - \vec{X}_j\| > \varepsilon \\ 1, & \text{if } \|\vec{X}_i - \vec{X}_j\| < \varepsilon \end{cases}$$

where ε is the threshold that defines the size of the neighborhood within which neighborhood points are searched. If the point X_i is located within the sphere with the radius of ε with the center in point X_j , then we plot (i,j) -pixel on the RP.

RP visualizes the dynamical system as a 2-dimensional image, and based on the system's characteristics RP demonstrates unique patterns; however, it can provide only a qualitative characteristic of the system dynamics. To get insights into the system properties quantitatively, one can apply RQA, which helps to get a quantitative evaluation of various properties of the dynamical system based on the statistics of the RP's recurrence points. Among different RQA indexes, the indexes that directly use the length of the diagonal lines can be dependent on the RP size. Therefore, the effect of normalization by the RP size on the following diagonal line-based measures was investigated in this study.

The longest diagonal line length characterizes the exponential trajectory divergence of the trajectory segments, which is an important measure of the chaotic time series. In the RQA, the longest diagonal line length in the RP can be expressed as

$$L_{\max} = \max(\{l_i\}_{i=1}^{N_l}),$$

where $N_l = \sum_{l \geq l_{\min}} P(\varepsilon, l)$ expresses the total number of diagonal lines in the RP of the length at least $l_{\min}$, which is equal to two in this study, and $P(\varepsilon, l)$ is a histogram of diagonal lines of length l defined as

$$P(\varepsilon, l) = \sum_{i,j=1}^N (1 - R_{i-1,j-1}(\varepsilon)) (1 - R_{i+1,j+1}(\varepsilon)) \prod_{k=0}^{l-1} R_{i+k,j+k}(\varepsilon).$$

As the $L_{\max}$ value is directly limited by the size of the RP, in this study RP size normalized value was used:

$$L_{\max,n} = L_{\max}/N,$$

where N is the RP size.

Average diagonal line length is the RQA measure that can be used to estimate the mean prediction time of the dynamical system. The average diagonal line length can be calculated as

$$L = \frac{\sum_{l=l_{\min}}^N l P(\varepsilon, l)}{\sum_{l=l_{\min}}^N P(\varepsilon, l)}.$$

As L uses information of all diagonal lines, the longer lines may also be shortened due to the RP size limitation; therefore, similar to the $L_{\max}$ case, L is normalized by the RP size as

$$L_n = L/N.$$

3. Results

First, noise-free and noise-induced time series dynamics were reconstructed in the 3-dimensional phase space. Figure 2 demonstrated 50,000 points long time-delay reconstructed trajectory for noise-free (Fig.2 (a)) and noise-induced time series (Fig. 2 (b)) of chaotic Rössler system x -variable. Then, the RPs were calculated for noise-free and noise-induced time series with variable RP size from $N = 1,500$ to $N = 50,000$ points. Figure 3 demonstrates an example of the RP corresponding to the 10,000-point long time series segment. For the obtained RPs $L_{\max}$, $L_{\max,n}$, L , and L_n were calculated. Figure 5 (a) and (b) demonstrates results for $L_{\max}$, $L_{\max,n}$ and L , L_n , respectively, calculated for the noise-free and noisy ($\theta = 0.125$) time series.

4. Discussion

Results shown in Fig. 4 demonstrated that although the RP size may directly limit the $L_{\max}$ and L length, normalization by the RP size does not improve the reliability of these RQA measures calculation for short time series. Therefore, normalized values cannot be used for time series length estimation. Calculated relative error increased for short time series with normalization because the $L_{\max}$ and L length is not reaching even closely to the maximal RP size for investigated data, as shown in Fig. 5.

This study investigated the possibility of improving results reported in the study [1] by RP size normalization of RQA's $L_{\max}$ and L measures which can be limited by the RP size. The obtained results demonstrated that normalization caused an increase in the relative error of the investigated measure estimation. This is partially due to the much shorter length of the $L_{\max}$ and L compared to the RP size. Therefore, additional investigation of the normalization effect on the $L_{\max}$ and L estimation for short time series needs to be done for the time series with $L_{\max}$ compatible with RP size.

Acknowledgement

This work was partially supported by the JSPS KAKENHI Grant Numbers JP19K14589, JP20H05921, JP20H00596, JP21H03514, and JP22K18419.

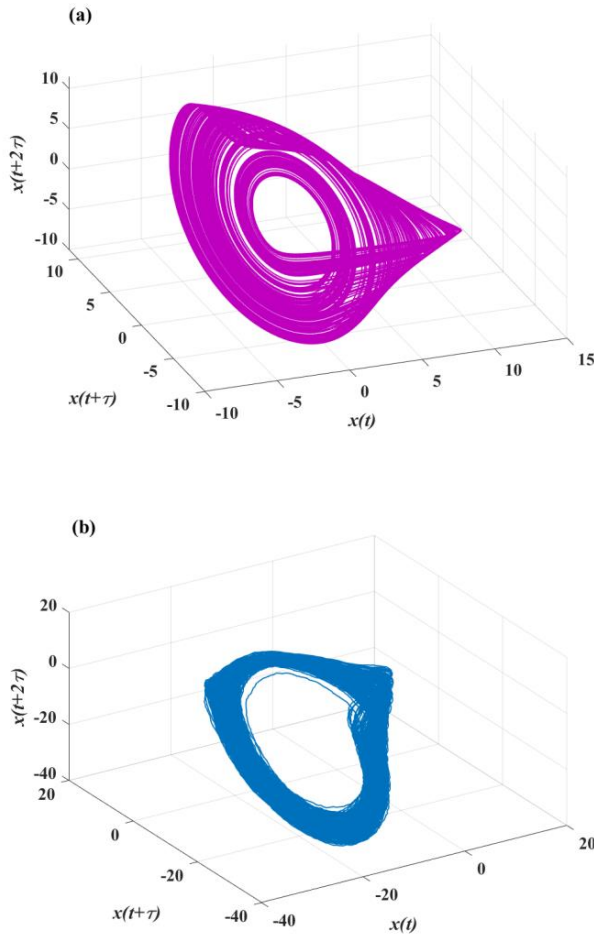


Fig. 2. A 50,000 points long time-delay reconstructed trajectory for (a) noise-free and (b) noise-induced chaotic Rössler system x -variable.

References

- [1] N. Sviridova et al., “Photoplethysmogram Recording Length: Defining Minimal Length Requirement from Dynamical Characteristics,” *Sensors*, vol. 22, no. 14, 5154, 2022.
- [2] N. Marwan et al., “Recurrence plots for the analysis of complex systems,” *Physics Reports*, vol. 438, no. 5, pp. 237–329, 2007.
- [3] O. E. Rössler, “An equation for continuous chaos,” *Physics Letters A*, vol. 57, no. 5, pp. 397–398, 1976.
- [4] F. Takens, “Detecting strange attractors in turbulence,” in *Dynamical Systems and Turbulence, Warwick 1980*, Berlin, Heidelberg, 1981, pp. 366–381.
- [5] T. Sauer, J. A. Yorke, and M. Casdagli, “Embedology,” *J Stat Phys*, vol. 65, no. 3, pp. 579–616, 1991.

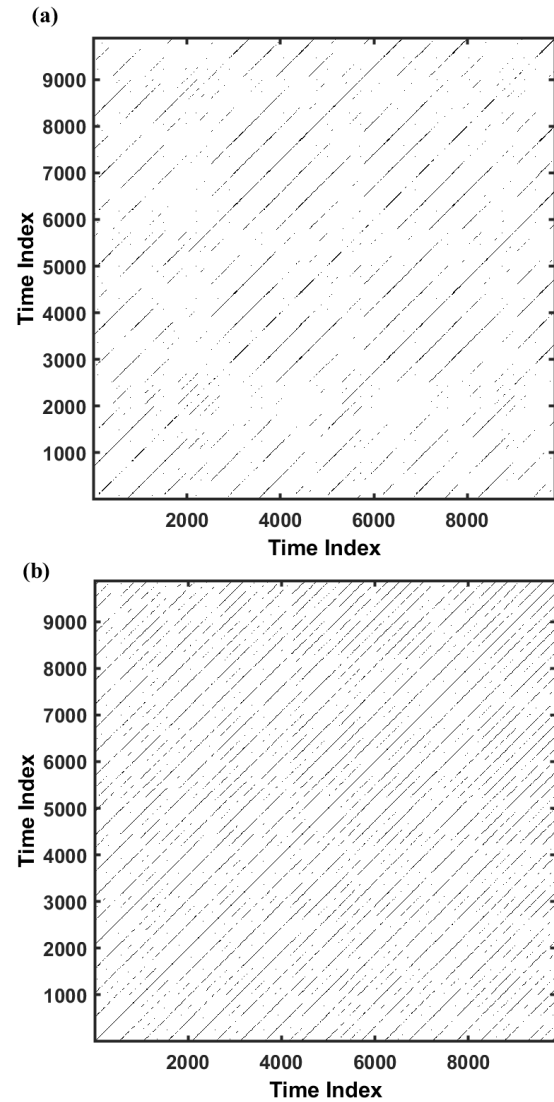


Fig. 3. An example of the RP corresponding to (a) noise-free and (b) noisy ($\theta = 0.125$) time series.

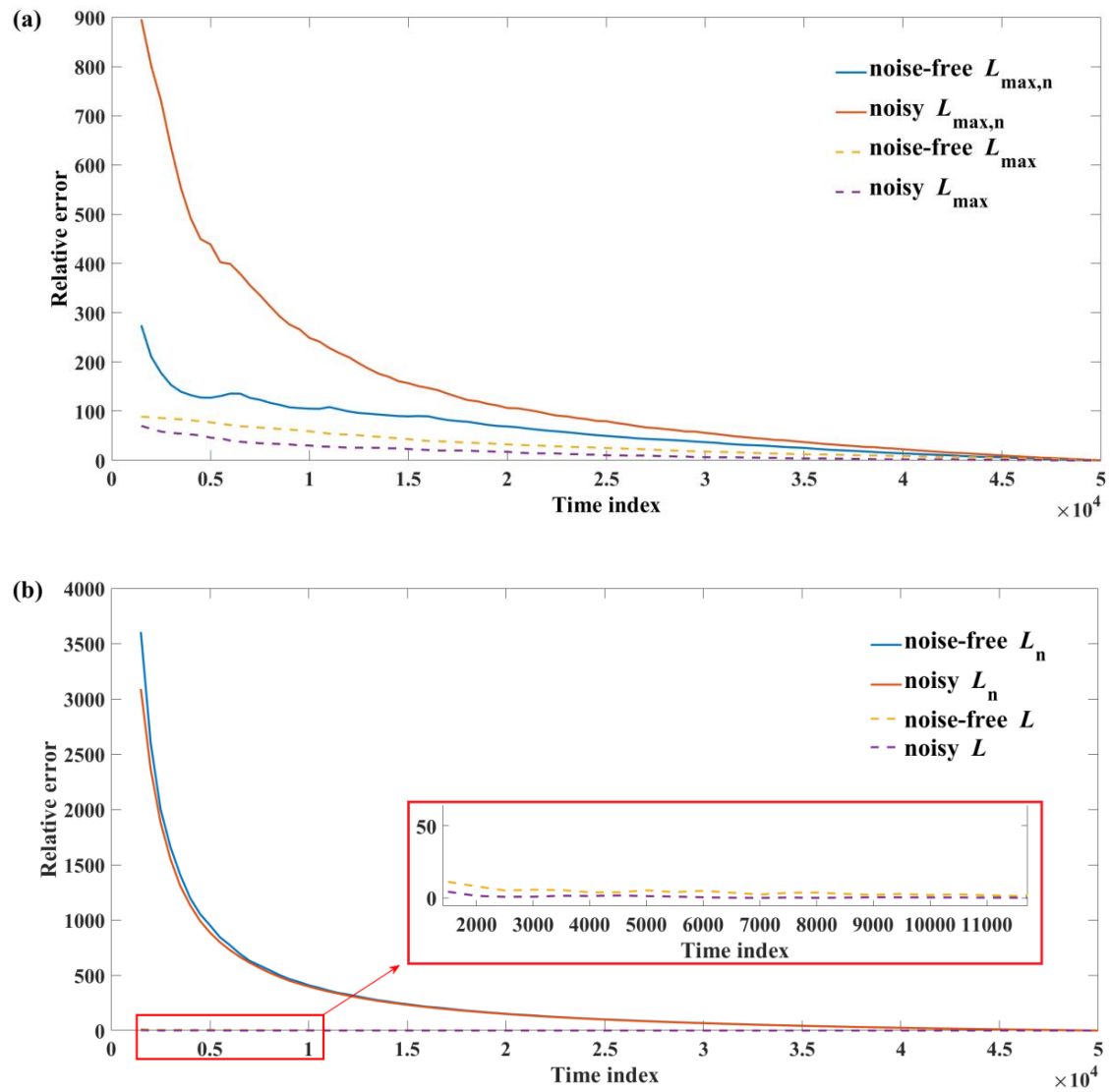


Fig. 4. The results of (a) $L_{\max}$, $L_{\max,n}$ and (b) L , L_n , calculated for the noise-free and noisy ($\theta = 0.125$) time series.

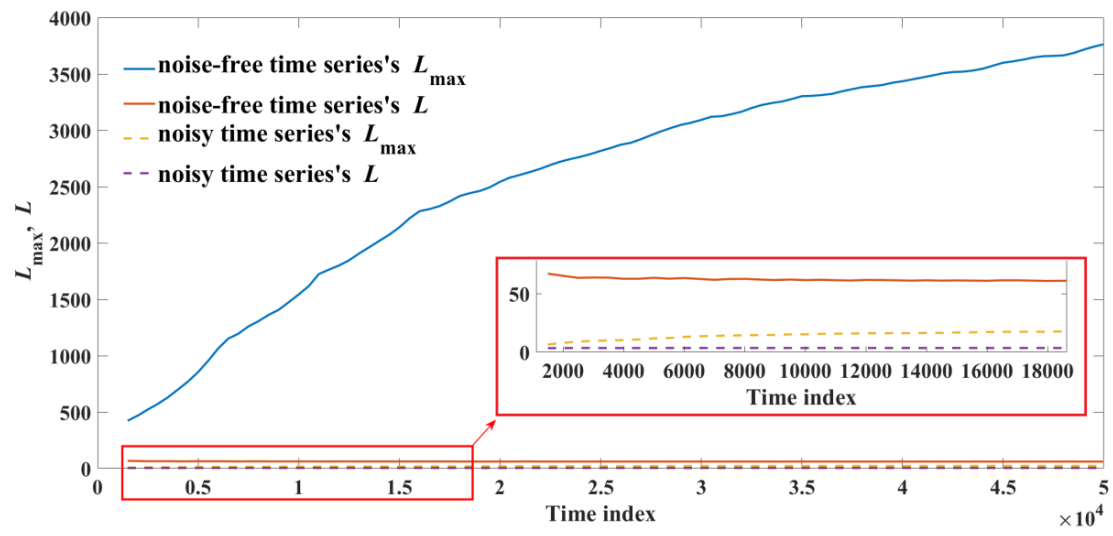


Fig. 5. The results of $L_{\max}$ and L , calculated for the noise-free and noisy ($\theta = 0.125$) time series.

カオス応答を示す Izhikevich ニューロンの発火率を用いた 共通入力のリ構成

野村 亮太[†] 藤原寛太郎^{††} 池口 徹^{†††}

[†] 早稲田大学人間科学学術院 〒359-1192 埼玉県所沢市三ヶ島 2-579-15

^{††} 東京大学ニューロインテリジェンス国際研究機構 〒113-0033 東京都文京区本郷 7-3-1

[†] 東京理科大学大学院工学研究科 〒125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1

E-mail: [†]nomuraryota@waseda.jp, ^{††}kantaro@g.ecc.u-tokyo.ac.jp, ^{†††}tohru@rs.tus.ac.jp

あらまし 通常、現実のシステムは他のシステムからの入力を受けているが、これらの入力を直接的に観察することは困難である。システムの出力の情報だけから未知の入力（以下、「共通入力」と呼ぶ）の情報が得られれば、システム自体に影響を及ぼすことなく、システム相互の関係を推定できる。我々は既に、重畳リカレンスプロットと呼ばれる手法を用いることで、ニューロンの発火率の時間変化だけから印加された共通入力を再構成できることを示している。しかし、カオス応答を示すニューロンを用いた場合には、再構成の精度は低く、改善が必要であった。そこで本稿では、カオス応答を示すニューロンのダイナミクスが内部ノイズを有する場合を検討した。ガウスノイズの標準偏差により内部ノイズの強度を操作し、再構成精度のノイズ依存性を調べた。その結果、標準偏差が小さいときにはノイズはほとんど影響を及ぼさなかったが、標準偏差が 100 以上では再構成の誤差が 10 % 未満の高い精度が得られた。現実の多くのシステムは内部ノイズを有している。本研究の結果は、重畳リカレンスプロットを用いた再構成手法が、カオス応答を示すニューロンを含め、点過程を出力とする様々な力学系に応用可能であることを示すものである。

キーワード 重畳リカレンスプロット, カオス, 分岐, 力学系

Reconstructing Common Inputs using Firing Rates of Izhikevich Neuron Model

Ryota NOMURA[†], Kantaro FUJIWARA^{††}, and Tohru IKEGUCHI^{†††}

[†] Faculty of Human Sciences, Waseda University 2-579-15, Mikashima, Tokorozawa, Saitama, 359-1192 Japan

^{††} International Research Center for Neurointelligence, The University of Tokyo
7-3-1, Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo, 113-0033 Japan

[†] Faculty of Engineering, Tokyo University of Science 6-3-1, Nijuku, Katsushika-ku, Tokyo 125-8585 Japan

E-mail: [†]nomuraryota@waseda.jp, ^{††}kantaro@g.ecc.u-tokyo.ac.jp, ^{†††}tohru@rs.tus.ac.jp

Abstract Inputs to real systems, received from other systems, are often unobservable. The relationship among various systems can be inferred without actually disturbing the systems, provided information about the unknown input (“common input”) can be obtained from the outputs of the systems. We have already proposed a method of superposed recurrence plot to reconstruct a common input with temporal change of firing rates (output) of neurons. However, for neurons with chaotic responses, the reconstruction accuracy was not high. In this study, neurons with chaotic responses with dynamical noise were analyzed. The noise intensity was manipulated by the standard deviation of the Gaussian noise, and the dependency of the reconstruction accuracy on the noise was investigated. The results showed that noises with small standard deviations had little effect on the reconstruction accuracy, while at large standard deviation high reconstruction accuracy with errors less than 10% was achieved. Real-world systems are generally exposed to noises, and thus these results suggest that the reconstructing method using superposed recurrence plots can be applied to various dynamical systems that are observed as point processes, including neurons with chaotic responses.

Key words recurrence plot, chaos, bifurcation, dynamical system

1. ま え が き

現実のシステムは他のシステムからの入力を受けているが、これらの入力を直接的には観察できないことが多い。もし、システムの出力の情報だけから未知の入力である共通入力の情報が得られれば、システム自体に影響を及ぼすことなく、システム相互の関係を推定できる。我々は既に、Izhikevich ニューロンモデルが、Chattering, Regular Spiking, Fast Spiking など、様々な応答をする場合において、その発火率の情報だけを用いて共通入力を再構成できることを報告している [1]。この研究では、同一の発火特性でわずかな個体差を有するニューロン群を用いた場合だけでなく、発火率のベースラインが異なるニューロンが混在する場合でも、共通入力の変動に対して適切な時間スケールで発火率時系列を観察することにより、共通入力を再構成できることを示している。

しかし、カオス応答を示すニューロンを用いた場合には、入力の振幅がピークを示す部分は概ね正しく再構成できたが、それ以外の時刻の振幅は不正確であった。このため、定量的に評価した再構成の精度も高くはなかった。そこで本稿では、カオス応答を示すニューロンを用いて振幅まで再構成できる条件を検討することを目的とする。

その一つの条件として、カオス応答を示す Izhikevich ニューロンに内部ノイズが存在する場合を想定した。生物学的な力学系は、通常は確率ノイズにさらされているため、内部ノイズを付与した場合に再構成精度が高まれば、本手法を適用できる対象がより広がると考えられる。具体的には、ニューロンの振る舞いを数値計算をする際に、各時刻において独立した正規ノイズを膜電位の状態値に加法的に印加する。その上で、再構成精度の正規ノイズのばらつきの大きさ (標準偏差) に対する依存性を検討する。

2. 方 法

2.1 共通入力の再構成手順

本研究では、次の手順で共通入力を再構成した [1]。まず、パラメータの違いで個体差を表現した複数のニューロン群を準備する。相互結合がないこれらのニューロン群に対して、別の力学系から生成した時系列を共通入力として印加する。この出力として、一定の幅の時間窓内の発火数をカウントすることで、各時刻の発火率を算出する。この発火率時系列を用いて、ニューロンごとにリカレンスプロット (RP) を作成する。ニューロンごとのダイナミクスを均衡させるために、各ピクセルの画素が少なくとも 1 つの RP において黒く塗られている時には黒く塗り、それ以外の場合には白く塗るという操作によって重畳リカレンスプロット (SRP) を作成する。SRP には、共通入力の再構成に必要な、多次元状態空間内での各時刻における状態間の距離情報が含まれている。そこで、SRP が有する状態間の距離情報に対して古典的多次元尺度構成法を適用し、相対的な位置関係を時系列に沿って再構成することで、ニューロンに与えられた共通入力の振幅を得る。

2.2 RP および SRP の定義

Takens [2] の埋め込み定理は、一定の条件の下で、1 次元の観測変数の時系列だけから多次元のシステムのダイナミクスを再構成できることを示している。その過程では、1 次元の観測変数のある時刻における値とそこからある時間経過したときの観測変数の値の組みを、多次元の遅れ時間座標内の 1 点に変換する。たとえば、時変する観測変数の値 $q(t)$ を 3 次元の遅れ時間座標系に変換する場合には、一定の時間間隔 τ を用いることで、状態 $\phi_t = (q(t), q(t+\tau), q(t+2\tau))$ と表現できる。

時刻 i および j における状態値のペア ϕ_i と ϕ_j のノルムが、閾値 ϵ より小さければ両者は近傍に再帰したと判断して、これらの状態に対応する画素 (i, j) に 1 を与え、それ以外の場合には 0 を与える。この操作で定義されるリカレンス行列 [3] が、

$$R_{ij}(\epsilon) = \Theta(\epsilon - \|\phi_i - \phi_j\|), \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

である。ここで、 N は観測変数の総数であり、 $\Theta(\cdot)$ は、評価する値が 0 より小さければ 1 を返し、それ以外では 0 を返す Heaviside ステップ関数である。RP はこの行列を 2 次元にプロットしたものである。

つまり、RP は状態 ϕ_i に状態 ϕ_j が再帰するという各ニューロンが有するダイナミクスを反映する。それゆえ、発火率時系列を用いて作成した RP も、ニューロン間で互いに異なっている。だが、ニューロン群に一斉に共通入力に印加されると、ニューロン固有のダイナミクスに共通入力の影響が加わり、その結果として、各ニューロンの発火率から作成される RP も互いに類似したものになる。複数の RP のパターンの共通性が共通入力の情報に対応するので、個々の RP の画素 (i, j) の点よりも、複数の RP における画素 (i, j) の点の和集合を用いた方が、共通入力の良い推定が得られる [4]。

画素 (i, j) における点の和集合の要素が少なくとも 1 つあれば 1 をそれ以外では 0 を返すという操作で定義される重畳リカレンス行列は、

$$SRP_{ij}^{x^{(1), \dots, n}}(\epsilon_{x^{(1)}}, \dots, \epsilon_{x^{(n)}}) = \text{sgn} \left(\sum_{k=1}^n R_{ij}^{x^{(k)}}(\epsilon_{x^{(k)}}) \right), \quad (2)$$

$$i, j = 1, \dots, N,$$

と表すことができる [1]。ここで、 n はシステムの総数、 $x^{(k)}$ はそれぞれ出力 $x(t)$ を有する k 番目のシステム、 $R_{ij}^{x^{(k)}}$ が $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)}$ と名付けられたシステムの観測変数に対する k 番目の RP、 $\epsilon_{x^{(k)}}$ は k 番目の RP で用いられた閾値である。式 (2) において、 $\text{sgn}(\cdot)$ は、入力が 0 より大きければ 1 を、0 ならば 0 を、0 より小さければ -1 を返す符号関数である。なお、本稿では全ての $\epsilon_{x^{(k)}}$ について、 i と j の組み合わせ総数の下位 10% がプロットされるように設定した。

2.3 数値実験の条件

2.3.1 ニューロンモデルとそのパラメータ

ニューロンの挙動を記述する数理モデルとして、Izhikevich モデルを使用した。このモデルは、計算コストが低く、パラメータを変化させることで、多様な分岐構造が発現し、その結果、

質的に異なる発火パターンを再現できる。Izhikevich ニューロンモデルは、 v と u をそれぞれ膜電位および回復変数として、

$$\begin{cases} \dot{v} = 0.04v^2 + 5v + 140 - u + I_v(t) + \xi(t), \\ \dot{u} = a(bv - u), \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{if } v \geq 30, \begin{cases} v \leftarrow c, \\ u \leftarrow u + d, \end{cases}$$

と表される。すなわち、膜電位の値が 30 [mV] を超えた場合に、 v および u をリセットする。また、 a から d は発火パターンを変化させるパラメータである。

ここでニューロンに与える共通入力 $I_v(t)$ は、先行研究 [1], [5] に基づき、Duffing 方程式

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -0.05y - x^3 + 7.5 \cos t. \end{cases} \quad (4)$$

の第一変数 x の時系列を用いた。遷移状態として最初の 2,000 ステップを捨て、それ以降の値を共通入力としてニューロンに与えた。

SRP を用いて共通入力を再構成した先行研究 [1] と同様、カオス応答を示すニューロンのパラメータとして、 $0.018 \leq a \leq 0.022$, $0.198 \leq b \leq 0.202$, $a = 0.2$, $b = 2$, $c = -56$, $d = -16$ を用いた。これらのパラメータのうち、 a および b について 0.0005 ずつ増加させて、81 個のニューロンを準備した。このニューロンに対して、強い負の入力を与えることで、カオス応答が観察される。そこで、先行研究 [5] を参考に、 $-99 \leq I_v(t) \leq -96$ の範囲に変換した共通入力を印加した。

また、対照群として比較する Chattering ニューロンのパラメータについても、先行研究 [1] と同様に、 $0.018 \leq a \leq 0.022$, $0.198 \leq b \leq 0.202$, $c = -50$, $d = 2$ とし、 a および b を 0.0005 ずつ増加させた 81 個のニューロンを用いた。この場合には、 $6 \leq I_v(t) \leq 10$ の範囲に変換した共通入力を印加した。

2.3.2 ガウシアンノイズの生成

本研究では、振幅の再構成精度を高める条件の一つとして、共通入力の再構成に用いるシステムに内部ノイズが存在する場合を想定した。共通入力とは別に、ノイズとして各時刻において平均 $\mu = 0$ 、標準偏差 σ の正規乱数を 1 つ生成し、4 次のルンゲ・クッタ法を用いて数値計算を行う際に、加法的に印加した。まず、Mersenne twister 法で一様乱数を生成し、これを用いて Box-Muller 法により正規乱数を生成した。すなわち、 X , Y を独立した一様乱数とすると、標準正規乱数 Z は

$$Z(t) = \sqrt{-2 \log X} \sin 2\pi Y \quad (5)$$

である。この乱数を用いて各時刻におけるガウシアンノイズを

$$\xi(t) = \mu + Z(t)\sigma \quad (6)$$

で計算した。このガウシアンノイズを、式 (3) の通り、膜電位の状態値に加えた。

2.3.3 発火率を計算する時間窓

発火率を求める際のパラメータについては、先行研究でより

良い精度が得られた時間窓幅 $w = 500$ [ms]、時間窓の移動インターバル $s = 50$ [ms] を用いた。

2.4 状態ネットワークと最短距離

共通入力の再構成においては、二つの時刻における状態が再帰し、近傍に存在するか否かが重要である。状態空間内の二つの点が隣接するか否かを定量するために、Hirata et al. [4] は、RP で示される状態間の距離に基づく相対的な距離ネットワークを用いた。もし、状態空間の二つの点が隣接していれば、各点の周辺にある点 (状態) をより多く共有していると考えられる。そこで、RP から得られる情報のうち、状態 ϕ_i に隣接する状態の集合 S_i と状態 ϕ_j に隣接する状態の集合 S_j を考えた。ここで、 S_i と S_j の和集合の要素数に対する積集合の要素数の割合を近傍の程度を評価し、1 から減算することで、距離の指標とした [4]。すなわち、

$$w(i, j) = 1 - \frac{|S_i \cap S_j|}{|S_i \cup S_j|}, \quad (7)$$

である。ここで、 $w(i, j)$ は ϕ_i と ϕ_j 間の距離であり、ネットワークにおける枝の重みである。式 (7) の $\cap$ と $\cup$ はそれぞれ積集合および和集合を取る操作、 $|\cdot|$ は集合の要素数を表す。もし、 ϕ_i と ϕ_j が完全に一致すれば、和集合の要素数と積集合の要素数は等しくなる。それに対して、十分に離れた時には共有される点はなくなり積集合の要素数は 0 になる。したがって、状態空間内の二つの点の相対的な位置関係に基づいて、 $w(i, j)$ は 0 から 1 の間の値をとる。ここで得られた、 $w(i, j)$ を枝の重みとするネットワークを作成し、相対的な位置関係を同定するために、ネットワークで表現された状態間の最短距離を求め、古典的な多次元尺度構成法を適用した。

3. 結 果

印加したガウシアンノイズの標準偏差を変化させて再構成した共通入力とオリジナルの共通入力を図 1 に示す。図 1 より、再構成された時系列とオリジナルの共通入力とのずれは、ガウシアンノイズの標準偏差 σ が大きい場合に小さくなることが読み取れる。ただし、ノイズの標準偏差が大きい場合 ($\sigma = 400$) には、発火率が 3,000 – 4,000 [Hz] と極端に高い状態になっている。これは、瞬間的に強いノイズが入ったことにより、カオス応答を示すニューロンのダイナミクスが通常の軌道から大きく外れ、頻繁に発火する状態に遷移したためだと考えられる。これは、当初想定した実験条件からは逸脱しており、再構成自体は可能であったものの、再構成精度の解釈については、注意が必要であることを示すものである。

次に、再構成された共通入力の誤差を定量的に評価するために、各条件ごとに RMSE ε を算出した。この結果を、図 2 に示す。カオス応答するニューロンを用いた場合、ノイズの標準偏差が小さい場合には、 $\varepsilon = 0.30$ 程度であったのに対して、ノイズの標準偏差が $\sigma = 100$ および $\sigma = 400$ の場合には、 $\varepsilon = 0.09$ 程度であった。このことから、カオス応答するニューロンを用いた場合には、ノイズを印加することにより、再構成精度が高まることが確認された。

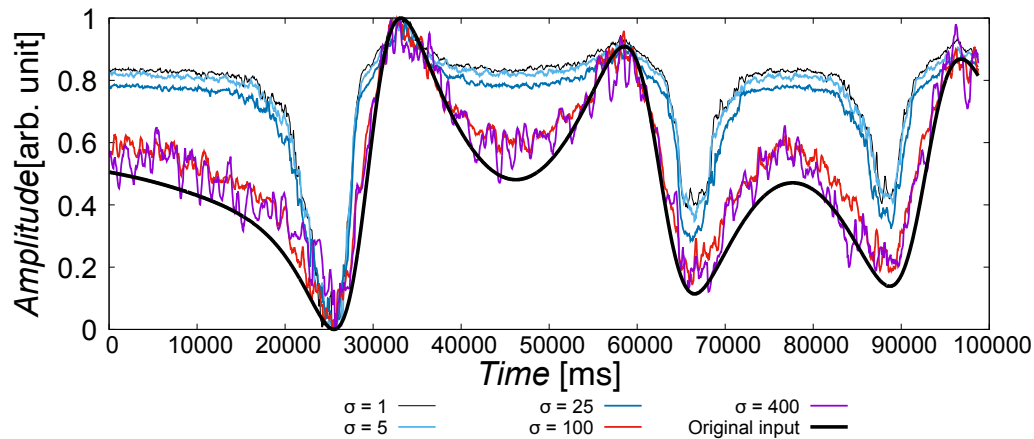


図1 オリジナルの共通入力およびカオス応答ニューロンの発火率から再構成された共通入力。波形を比較できるように、再構成した共通入力の時系列を $[0, 1]$ の範囲で正規化している。

一方、対照実験として Chattering ニューロンの発火率を用いて共通入力を再構成した場合には、ノイズの標準偏差が大きくなるにつれて RMSE は短調増加を示し、再構成精度は低下していた (図 2)。

カオス応答を示すニューロンと Chattering ニューロン、それぞれにノイズを印加したとき、再構成精度の変化パターンが異なっていた理由を検討するために、共通入力の再構成に用いた SRP をそれぞれ図 3 および図 4 に示す。

まず、図 3 からわかるように、カオス応答を示すニューロンの発火率を用いた場合、ノイズの標準偏差が大きい条件では SRP 上の黒くプロットされた領域が小さくなり、相対的にオリジナルの時系列から作成した RP と形状が類似する傾向がみられた。これとは対照的に、Chattering ニューロンの発火率を用いた場合には、図 4 に示した通り、ノイズの標準偏差が大きくなるにしたがって、SRP 上の白くプロットされた領域に新たに黒くプロットされる点が増えていた。

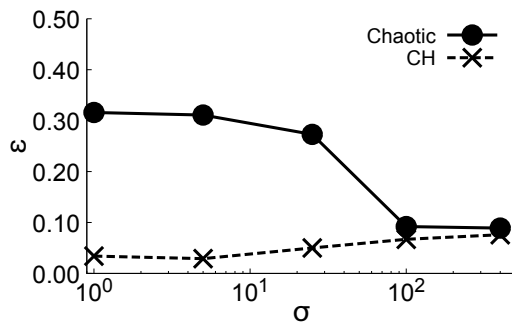


図2 正規ノイズの標準偏差 σ と RMSE ε の関係。

4. 考 察

カオス応答を示すニューロンの場合、内部ノイズを印加することにより再構成精度が改善された。これに加えて、一定入力に対して発火率が一定であるニューロンについても、ノイズの影響下でも $\varepsilon < 0.10$ に収まっていた。このとき、再構成に用いた SRP は、カオス応答するニューロンの場合には、内部ノイズの印加によりオリジナルの共通入力から作成された RP に近づ

くのに対して、Chattering ニューロンの場合には差異が生じていた。このことが、ノイズを印加することで再構成精度が改善するか、悪化するかを決定していた。この結果には、カオス応答を示すニューロンに対してノイズを印加すると、発火パターンのカオス性を低減することが影響したと考えられる。

従来、ノイズによって非線形応答を示すシステムの周期性が誘導される Coherence Resonance が知られている [6]。これと同様に、本研究でもノイズを印加したことでカオス性が低減し、ニューロンの応答が周期的になった可能性がある。この場合、複数のニューロンが一貫して共通入力の影響を受けることになる。それゆえ、ニューロン間に共通の発火パターンが生じ、結果として再構成精度が高まったのだと考えられる。これに対して、一定入力に対して一定の発火率を示す Chattering ニューロンでは、印加されたノイズが膜電位の摂動として状態を変動させるので、ノイズの標準偏差が大きくなるにつれて、発火タイミングに差異が生じ、再構成精度は低下したと解釈できる。

本稿では印加する内部ノイズとして白色ガウシアンノイズを用いたが、有色ノイズのようにトレンドを有するノイズを用いた場合、そのパラメータが再構成精度にどのように影響するかについては、今後検討が必要である。

5. 結 論

SRP 法は、システムの詳細に関わらず共通入力を再構成できたことから、この手法は確率的ノイズにさらされている多くのシステムに対して幅広く適用できると考えられる。本研究で用いた発火率は、発火タイミングの点過程から算出したものである。それゆえ発火率以外にも、同様に点過程から算出される時系列データの解析にも利用できると考えられる。例えば、瞬目を一定の時間窓幅で観測した自発性瞬目率 (spontaneous blink rate) [7] や 1 分あたりの R 波の生起回数である心拍数 [8] などはその候補となる。共通して与えられる入力それ自体を直接には観察できないシステムを対象に、非侵襲的に共通入力を再構成できる SRP 法は、心理学や認知科学の分野における新たな研究手法として活用が期待される。

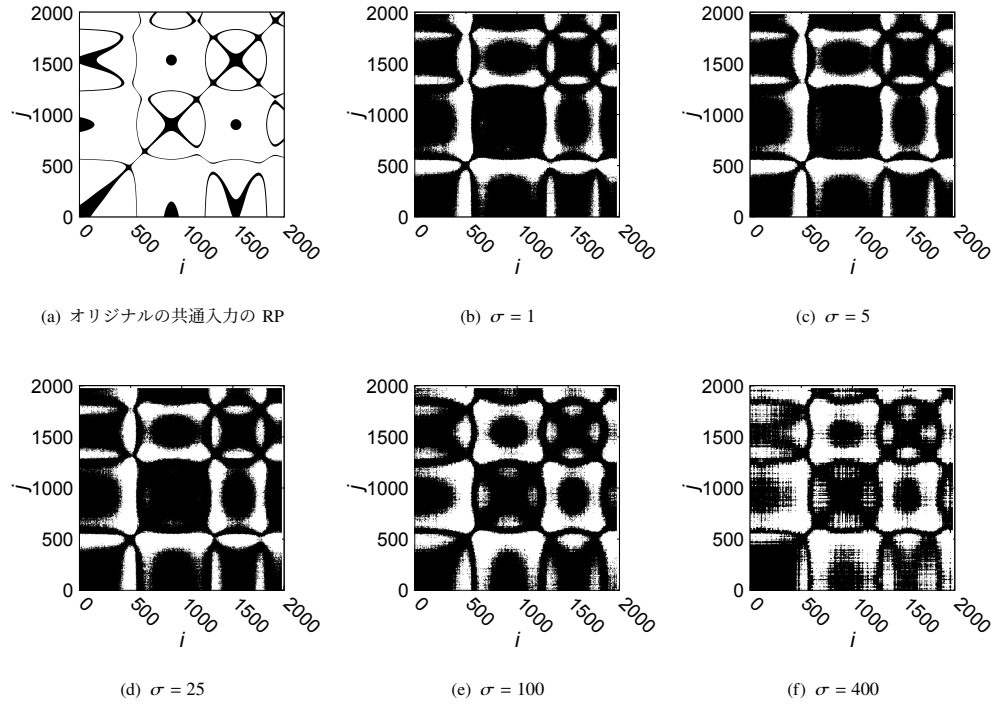


図3 オリジナルの共通入力の RP および正規乱数を加えた場合の SRP (カオス応答ニューロン).
 オリジナルの共通入力の RP は, 時間窓の移動インターバルに合わせて 50[ms] ごとに取得
 したデータを用いて作図した.

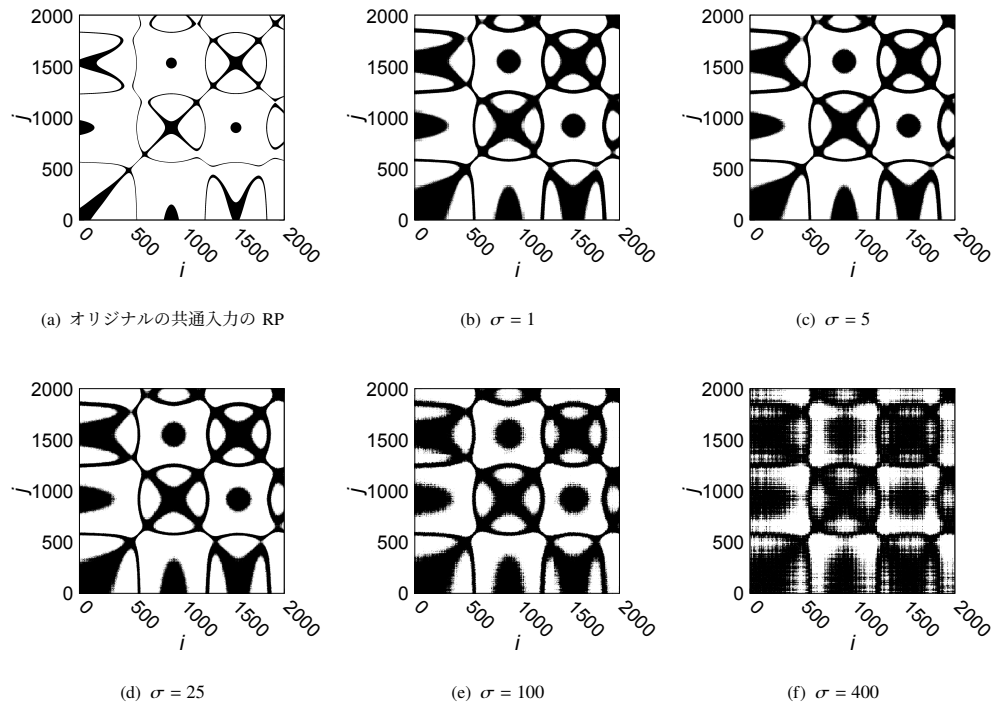


図4 オリジナルの共通入力の RP および正規乱数を加えた場合の SRP (Chattering ニューロン).
 オリジナルの共通入力の RP は, 時間窓の移動インターバルに合わせて 50[ms] ごとに取得
 したデータを用いて作図した.

なお、本研究の一部は、科学研究費助成事業基盤研究 (C) (17K00348, 18KT0076, 21K12093), 基盤研究 (B)(21H03514), 基盤研究 (A)(20H00596), 挑戦的研究 (開拓) (22K18419), ムーンショット型研究開発基金補助金 (JPMJMS2021) の助成を受けた。

文 献

- [1] R. Nomura, K. Fujiwara, and T. Ikeguchi, “Superposed recurrence plots for reconstructing a common input applied to neurons,” *Physical Review E*, vol.106, no.3, p.034205, 2022.
- [2] F. Takens, “Detecting strange attractors in turbulence,” *Dynamical Systems and Turbulence*, Warwick 1980, eds. by D. Rand and L.-S. Young, pp.366–381, Springer Berlin Heidelberg, 1981.
- [3] N. Marwan, M.C. Romano, M. Thiel, and J. Kurths, “Recurrence plots for the analysis of complex systems,” *Physics Reports*, vol.438, no.5-6, pp.237–329, 2007.
- [4] Y. Hirata, S. Horai, and K. Aihara, “Reproduction of distance matrices and original time series from recurrence plots and their applications,” *The European Physical Journal Special Topics*, vol.164, no.1, pp.13–22, 2008.
- [5] 藤原寛太郎, 黒河徳大, 山田泰司, 池口 徹, “リカレンスプロットを用いたニューロンへの入力信号の検出,” *日本神経回路学会誌*, vol.21, no.2, pp.79–86, 2014.
- [6] B. Lindner, J. Garcia-Ojalvo, A. Neiman, and L. Schimansky-Geier, “Effects of noise in excitable systems,” *Physics Reports*, vol.392, no.6, pp.321–424, 2004.
- [7] R. Nomura and S. Maruno, “Rapid serial blinks: An index of temporally increased cognitive load,” *PLOS ONE*, vol.14, no.12, p.e0225897, 2019.
- [8] T. Henriques, M. Ribeiro, A. Teixeira, L. Castro, L. Antunes, and C. Costa-Santos, “Nonlinear methods most applied to heart-rate time series: A review,” *Entropy*, vol.22, no.3, p.309, 2020.

バイクシェアリングシステム利用履歴のテンポラルネットワーク解析

對馬 帆南[†] 池口 徹^{†,††}

[†] 東京理科大学 大学院工学研究科 情報工学専攻 〒125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1

^{††} 東京理科大学 工学部 情報工学科 〒125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1

E-mail: [†]honami@hisenkei.net, ^{††}tohru@rs.tus.ac.jp

あらまし 近年、バイクシェアリングシステムの利用履歴データが公開されており、データ解析による自転車の需要予測などの研究が行われている。我々もこれまで、バイクシェアリングシステムにおける再配置作業の効率的な戦略や、利用履歴データを点過程として解析する研究に取り組んできた。本報告では、ワシントン D.C., ニューヨークのバイクシェアリングシステムの利用履歴データを使用し、自転車を借りたポートを始点、返却したポートを終点とした無向重みありのテンポラルネットワークとして捉え、スペクトル距離と古典的多次元尺度構成法を用いて解析した結果を報告する。数値実験の結果、ワシントン D.C. の BSS の利用パターンは平日と週末で異なる特徴を有するが、ニューヨークの BSS の利用パターンには平日と週末で差がなく、周期的なパターンが見られないことを確認した。

キーワード バイクシェアリングシステム, テンポラルネットワーク, スペクトル距離, 古典的多次元尺度構成法

Temporal network analysis on usage history of bicycle sharing system

Honami TSUSHIMA[†] and Tohru Ikeguchi^{†,††}

[†] Department of Information and Computer Technology, Graduate School of Engineering,
Tokyo University of Science

6-3-1 Nijuku, Katsushika-ku, Tokyo, 125-8585 Japan

^{††} Department of Information and Computer Technology, Faculty of Engineering,
Tokyo University of Science

6-3-1 Nijuku Katsushika-ku, Tokyo, 125-8585 Japan

E-mail: [†]honami@hisenkei.net, ^{††}tohru@rs.tus.ac.jp

Abstract In recent years, usage history of bicycle sharing system (BSS) has been publicly available, and studies on analyzing the BSS data and predicting the demand of bicycles have been conducted. We have also addressed on efficient strategies for rebalancing bicycles using vehicles and on the analysis of usage history data as point processes. In this article, we report the analysis results of a undirected and weighted temporal network created from usage history of BSS data in Washington D.C. and New York, with the port where the bicycle was rented as the start node and the port where the bicycle was returned as the end node. In the analysis, we used spectral distance and classical multidimensional scaling methods. Numerical experiments show that BSS usage patterns on weekdays and weekends in Washington D.C. were characterized differently, while no difference between weekday and weekend bicycle usage patterns exist in New York BSS.

Key words bicycle sharing system, temporal network, spectral distance, classical multidimensional scaling

1. ま え が き

交通渋滞緩和, 排気ガス削減, ラストワンマイル問題の解消が期待できる利便性の高い交通システムとしてバイクシェアリングシステム (Bicycle Sharing System, 以下 BSS) が世界中のさまざまな都市で導入されている。BSS

とは、街中にポートと自転車が設置され、利用者は自転車を借りたポートとは異なるポートに自転車を返却することが可能なサービスである。日本では、ドコモ・バイクシェア [1], HELLO CYCLING [2] などが導入されている。ドコモ・バイクシェアの 2011 年度における利用回数は約 4 万回であったが、2019 年度には約 1,000 万回に

増加していることが報告されている [3]。また、自転車のレンタルサービスのみならず、電動キックボードのレンタルも可能なサービスが 2020 年より LUUP により導入されている [4]。自転車、電動キックボードなどのシェアリングサービスは、今後も通勤、通学、日常生活、さらには災害時など幅広い用途で利用されることが見込まれている。

BSS では、好きな時間に好きなポートで自転車の貸出、返却が可能であるというメリットがある一方、自転車が一方通行ばかりに利用されてしまうと自転車を借りることができないポート、自転車を返却できないポートが発生してしまう。この問題を解決するため、実際の BSS では自転車回収車を用いて自転車が超過しているポートで自転車を回収し、自転車が不足しているポートに自転車を補充する再配置作業が行われている。この回収車の効率的な巡回経路を求めめるため、短時間で高性能な巡回経路を探索するアルゴリズムの開発に関する研究は盛んに行われている。

例えば、ドコモ・バイクシェアでは、過去の BSS の利用履歴データ、人口統計データ、気象データなどの情報を用いて需要予測モデルを作成し [5]、得られた結果を用いて、自転車が超過・不足する見込みのあるポート推定を行い、再配置作業を行う回収車の巡回経路の決定する研究が行われている [3]。数値実験の結果、各ポートで発生する自転車の超過・不足を 0.4%~25% 改善することが報告されている。

我々も、複数の自転車回収車の効率的な自転車再配置経路を決定するために multiple-Vehicle Bike Sharing System Routing Problem (mBSSRP) を提案し、この問題に対する発見的解法を提案した [6]。しかし、mBSSRP には回収車の容量制約や制限時間制約などの制約条件があるため、一部の問題例に対して実行可能解が得られない課題があった。そこで我々は、mBSSRP の一部の制約条件を取り除き、それらの違反量を目的関数に加えた multiple-Vehicle Bike Sharing System Routing Problem with Soft constraints (mBSSRP-S) と、この問題に対する解法の提案をした [7]。しかし、mBSSRP-S では、mBSSRP の実行可能解のみならず、実行不可能解へも遷移しながら解探索を行うため、ポート数が増加するにつれて計算時間も増加する問題があった。そこで我々はさらに、mBSSRP-S の解の性能を維持しながら計算時間を削減する方法を提案した。数値実験の結果、ポート数が増加しても性能を維持しながら計算時間を削減することに成功した [8]。

効率的な BSS の再配置作業戦略を提案するためには、再配置作業の効率的なアルゴリズムの開発だけでなく、BSS の利用履歴データの解析も重要である。そこで我々

は、アメリカの 4 都市 (ボストン、ワシントン D.C., ニューヨーク、シカゴ) の BSS の利用履歴データを点過程と捉えることで解析を行い、各ポートの自転車の貸出と返却のイベント発生パターンがどのように振る舞うかを、ラストプロット、変動係数、局所変動係数を用いて調査した [9]。数値実験の結果、平日と週末の利用パターンに差がないことなどを明らかにしている。

一方、BSS の利用履歴データ解析は点過程として扱う場合だけではなく、自転車を借りたポートを始点、返却したポートを終点としたテンポラルネットワークとして解析することも重要である。文献 [10] では、次数中心性、媒介中心性を調査した結果を報告している。しかし、ネットワークの状態が時々刻々変化するテンポラルネットワークの解析には、ネットワーク中心性などの指標の時間変化を解析するだけではなく、テンポラルネットワークの時間変化を状態の推移と捉えた、より直接的な解析が必要である。

そこで本稿では、BSS の利用履歴データをテンポラルネットワークとして扱い、ネットワークの時間発展ダイナミクスの解析を行う。テンポラルネットワークの解析では、Masuda らがスペクトルグラフ距離と階層的クラスタリングを組み合わせた解析手法を人と人とのコンタクトデータに対して適用している [11]。数値実験の結果、Copenhagen の大学のコンタクトデータは平日と週末で異なる状態値を持つことが示されている。また、澤田らは、テンポラルネットワークの時間発展における状態間の距離をハミング距離を用いて算出し、得られた距離行列に対して古典的多次元尺度構成法 (CMDs) を適用する解析手法を提案している [12]。数値実験の結果、フランスの高校のコンタクトデータには再帰性があることを報告している。

本稿では、BSS の利用履歴をテンポラルネットワークと捉え、ワシントン D.C. とニューヨークのデータに対して、スペクトル距離と CMDs を組み合わせた解析手法を用いた結果を報告する。数値実験の結果、ワシントン D.C. の BSS の利用パターンは平日と週末では異なる特徴を有するが、ニューヨークの BSS の利用パターンには平日と週末で差がなく、周期的なパターンが見られないことを確認した。

2. スペクトル距離と古典的多次元尺度構成法 (CMDs) を用いたテンポラルネットワーク解析

本稿では、2019 年 8 月の 1 ヶ月分のワシントン D.C. [13]、ニューヨーク [14] の BSS の利用履歴データを解析した結果を報告する。利用履歴データには、自転車を借りた

ポートの ID と日時, 返却したポートの ID と日時, ユーザーの属性が含まれている. 自転車を借りたポートを始点 s , 返却したポートを終点 e , ポート s と e 間の利用回数 $n_{se}(= n_{es})$ を重みとした無向重みありネットワークとして考える.

スペクトル距離と CMDS を用いた解析の流れを図 1 に示す. BSS の利用履歴データをテンポラルネットワークの観点から解析するために, まず, 時間幅を 1 日とした時間窓により BSS の利用履歴データを分割し, 第 k 日目のネットワークの隣接行列 A_k を得る. 次に, 分割後のネットワーク間の距離を測る. 距離指標には非正規化スペクトル距離を使用する [11]. 非正規化スペクトル距離を求めるために, はじめに, 第 k 日目の正規化ラプラシアン行列 L'_k を求める (式 (1)).

$$L'_k = D_k^{-1/2} L_k D_k^{-1/2} \quad (1)$$

ここで, D_k は i 番目の対角要素が隣接行列 A_k のノード i の次数に等しい対角行列, L_k はラプラシアン行列であり, 式 (2) で定義される.

$$L_k = D_k - A_k \quad (2)$$

次に第 k 日目のネットワークの正規化ラプラシアン行列 L'_k の i 番目の固有値 ($\lambda_1^{(k)} = 0 \leq \lambda_2^{(k)} \leq \dots \leq \lambda_N^{(k)}$, N はポート数である), を求める. 式 (3) で定義される非正規化スペクトル距離によって第 k 日目と第 l 日目の距離を求める.

$$d_{kl} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (\lambda_{N+1-i}^{(k)} - \lambda_{N+1-i}^{(l)})^2} \quad (3)$$

最後に得られた距離行列に対して, CMDS を適用し, 1 次元の時系列信号を得る [15].

3. 数値実験

本稿ではワシントン D.C. [13] とニューヨーク [14] の BSS データを使用する. 各 BSS のポート数は, 565 と 794 である. 図 2 に非正規化スペクトル距離を用いて算出した距離行列の結果を示す. 縦軸と横軸は日付, カラーバーは距離の値である. 2019 年 8 月の週末は, 3, 4 日, 10, 11 日, 17, 18 日, 24, 25 日, 31 日である. 図 2 (a) より, ワシントン D.C. の BSS は平日と週末に分けられていることがわかる. 一方, 図 2 (b) のニューヨークの BSS では平日と週末に差は無いことがわかる.

次に, 非正規化スペクトル距離から得られた距離行列に対して, CMDS を適用して得られた時系列信号 [15] を図 3 に示す. 横軸は, 日付, 縦軸は時系列の値, オレンジ色の丸は週末 (3, 4 日, 10, 11 日, 17, 18 日, 24, 25 日, 31 日) を示す. 図 3 (a) より, ワシントン D.C. は週末にピー

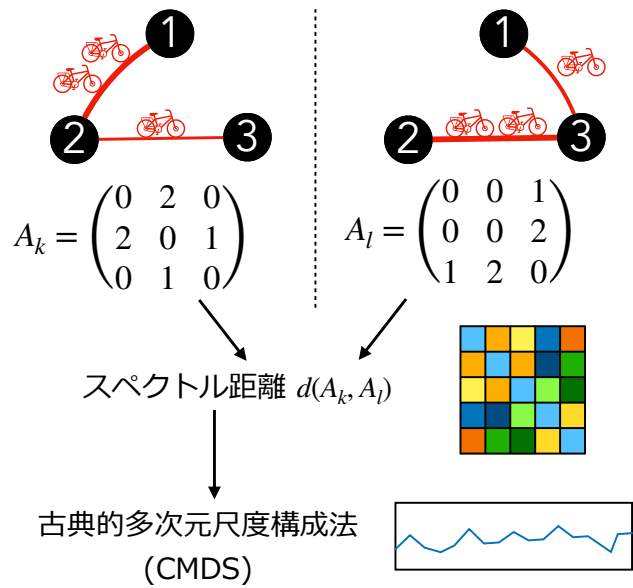


図 1 スペクトル距離と CMDS を用いた解析の流れ

クを持つ周期的な時系列が得られるが, 図 3 (b) のニューヨークの結果からは, 週末にピークを持たないことがわかった.

4. スペクトル距離と CMDS を用いたテンポラルネットワーク解析手法とこれまでの解析手法との比較

本稿では, スペクトル距離と CMDS を用いて BSS の利用履歴データをテンポラルネットワークと捉え, 解析を行った. 本節では 3 節で使用したデータについて, 他の解析手法を適用した場合の結果と比較を行う.

表 1 に本稿で得られた解析結果, これまでの解析手法との比較を示す. 表 1 の 1 行目は実験対象の都市, 2 行目は BSS の利用履歴データを点過程として捉え, ラスタプロット, 変動係数, 局所変動係数を用いて解析した結果 [9] である. 3 行目は今回の結果, 4 行目はスペクトル距離と階層的クラスタリングを組み合わせた解析手法 [11] の結果である.

4.1 BSS 利用履歴を点過程として捉えた場合の解析結果との比較

BSS の利用履歴データを点過程として捉えた場合, 平日と週末の利用パターンに差はなく, 共に規則的ではない結果が得られている [9]. 一方, 本稿で示したように BSS の利用履歴をテンポラルネットワークとして捉えた場合, ワシントン D.C. は週末にピークを持つ周期的な時系列が得られるが, ニューヨークは週末にピークを持つ周期的な時系列を持たないことがわかった. ワシントン D.C. のデータについては, テンポラルネットワークとし

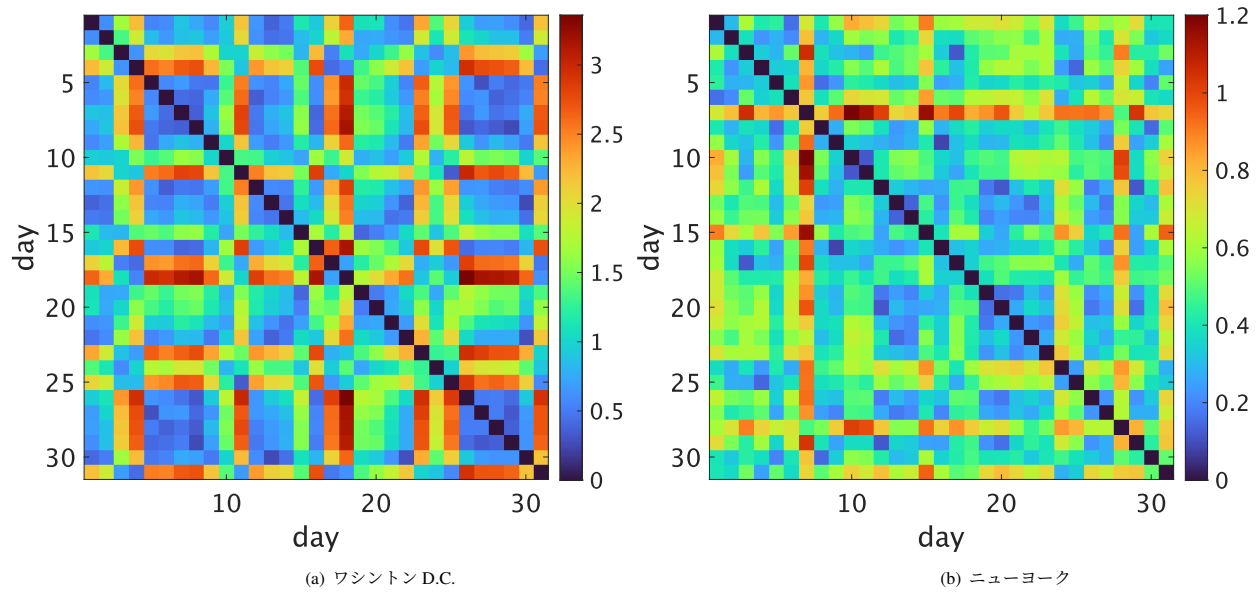


図2 非正規化スペクトル距離

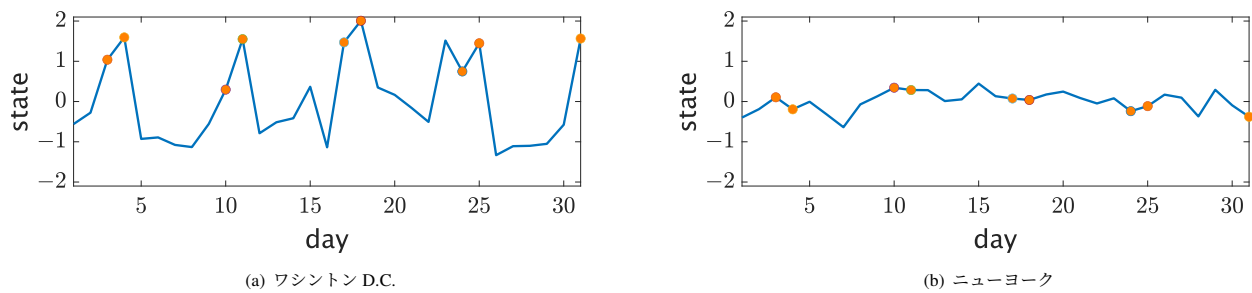


図3 CMDs を適用した結果

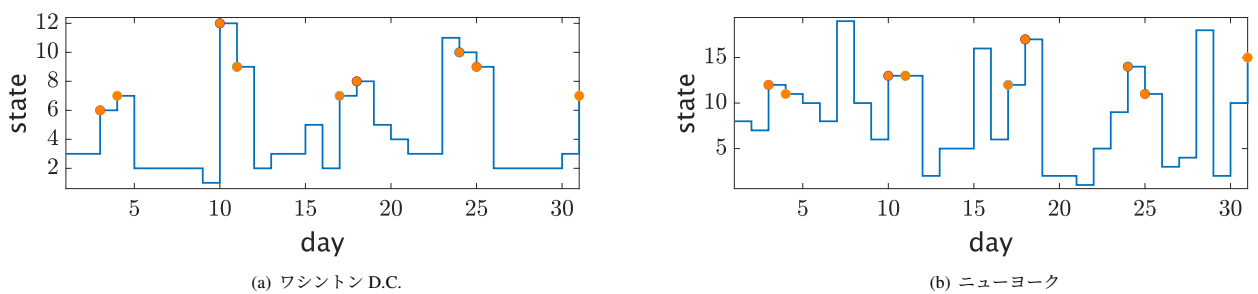


図4 階層的クラスタリングを適用した結果

て捉えることで、点過程として捉えた解析結果からは見出すことができなかった利用パターンを明らかにすることができたと考えられる。

4.2 スペクトル距離と階層的クラスタリングを用いた解析手法との比較

BSS の利用履歴データをテンポラルネットワークとして捉えるが、解析手法が異なる場合の比較を行う。表 1

の4行目はスペクトル距離と階層的クラスタリングを組み合わせた解析手法[11]の結果を示す。スペクトル距離と階層的クラスタリングを組み合わせた手法では、システムの変化は複数の状態に分類される。文献[11]では、小学校のコンタクトデータを使用した場合、昼食の時間帯とそれ以外、大学のコンタクトデータを使用した場合は、平日と週末で異なる状態値を持つことを報告している。

本稿で用いたBSSデータに対してスペクトル距離と階層的クラスタリングを用いる手法[11]を適用した結果を図4に示す。横軸は、日付、縦軸は状態値、オレンジ色の丸は週末(3, 4日, 10, 11日, 17, 18日, 24, 25日, 31日)を示す。図4より、ワシントンD.C.は12の状態値、ニューヨークは19の状態値に分類される特徴が得られることがわかった。図3(a)と図4(a)より、ワシントンD.C.のBSSデータについては、階層的クラスタリング、CMDsのいずれを用いた場合でも、平日と週末で異なる特徴を有する結果となることがわかる。一方、図3(b)と図4(b)のニューヨークのBSSについて、CMDsを用いた場合は、状態の変化が小さいという特徴を持つが、階層的クラスタリングでは、ワシントンD.C.よりも多くの状態値を持つ結果が得られた。

これらの結果より、BSSの利用履歴を点過程として捉えた場合、両方の都市に対して同様の傾向の結果が得られたが、テンポラルネットワークとして捉えた場合では、ワシントンD.C.、ニューヨークで異なる傾向の結果が得られることがわかった。また、ワシントンD.C.のデータについて、スペクトル距離と階層的クラスタリングを組み合わせた解析手法、スペクトル距離とCMDsを組み合わせた解析手法の両方について、ワシントンD.C.のBSSデータは平日と週末で異なる特徴があることを定性的に確認することができた。以上をまとめると、自転車が貸出・返却されるタイミングは平日、週末共に規則的ではないが、ワシントンD.C.では貸出された自転車が返却されるパターンは平日と週末では異なる特徴を有すること、ニューヨークのBSSの利用パターンには平日と週末で差がなく、周期的なパターンが見られない。

5. ま と め

本稿では、BSSの利用履歴データをテンポラルネットワークと捉え、ワシントンD.C.とニューヨークのBSSデータに対して、スペクトル距離とCMDsを用いて解析した結果を報告した。数値実験の結果、ワシントンD.C.のBSSデータは平日と週末では異なる特徴を有することがわかった。一方、ニューヨークのBSSデータは、自転車の利用パターンには平日と週末で差がなく、周期的なパターンは見られないことを確認した。

ニューヨークのBSSの自転車の利用パターンに特徴が見られなかったのは、気象状況やイベント、空きポートの状況などの要因の存在が考えられる。したがって、今後はBSSの利用履歴データ以外にも、気象データやイベントなどにも考慮しながら解析を行うことが重要である。

謝辞 本研究の一部はJSPS科研費JP22J12396, JP20H000596, JP21H03514, JP22K18419の助成を受けたものである。

文 献

- [1] docomo bike share Official Site. <https://docomo-cycle.jp>.
- [2] HELLO CYCLING Official Site. <https://www.hellocycling.jp>.
- [3] 石黒 慎, 三村 知洋, 川崎 仁嗣, 深澤 佑介, 室住 篤子, “ドコモ・バイクシェアにおけるAIを活用した自転車の再配置作業最適化の取り組み,” *NTT DOCOMO テクニカル・ジャーナル*, vol. 28, no. 4, pp. 22–30, 2021.
- [4] LUUP Official Site. <https://luup.sc>.
- [5] Tomohiro Mimura, Shin Ishiguro, Satoshi Kawasaki, and Yusuke Fukazawa, “Bike-Share Demand Prediction using Attention based Sequence to Sequence and Conditional Variational AutoEncoder,” *Proceedings of the 3rd ACM SIGSPATIAL International Workshop on Prediction of Human Mobility*, pp. 41–44, 2019.
- [6] Honami Tsushima, Takafumi Matsuura, and Kenya Jin’no, “Local search method for multiple-vehicle bike sharing system routing problem,” *Journal of Signal Processing*, vol. 22, no. 4, pp. 157–160, 2018.
- [7] Honami Tsushima, Takafumi Matsuura, and Tohru Ikeguchi, “Strategy for Exploring Feasible and Infeasible Solution Spaces to Solve a Multiple-Vehicle Bike Sharing System Routing Problem,” *Applied Sciences*, vol. 11, no. 16, 7749, 2021.
- [8] Honami Tsushima, Takafumi Matsuura, and Tohru Ikeguchi, “Searching Strategies with Low Computational Costs for Multiple-Vehicle Bike Sharing System Routing Problem,” *Applied Sciences*, vol. 12, no. 5, 2675, 2022.
- [9] Honami Tsushima, and Tohru Ikeguchi, “Statistical analysis of usage history of bicycle sharing systems,” *Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE*, vol. E13-N, no. 2, pp. 355–360, 2022.
- [10] Aizhan Tlebalidinova, Aliya Nugumanova, Yerzhan Baiburin, Zheniskul Zhantassova, Markhaba Karmenova, and Andrey Ivanov, “Temporal Network Approach

表1 今回の結果 (スペクトル距離と CMDS を用いたテンポラルネットワーク解析手法) とこれまでの解析手法との比較.

	ワシントン D. C.	ニューヨーク
点過程 (ラストプロット, 変動係数, 局所変動係数) [9]	平日と週末の利用パターンに差はない	
本稿 (スペクトルグラフ距離, CMDS)	週末と平日で特徴が異なる	週末と平日で特徴はない
テンポラルネットワーク (スペクトル距離, 階層的クラスタリング) [11]	状態数 12	状態数 19

to Explore Bike Sharing Usage Patterns,” *Proceedings of VEHTS 2020 - 6th International Conference on Vehicle Technology and Intelligent Transport Systems*, pp. 129–136, 2020.

- [11] Naoki Masuda and Petter Holme, “Detecting sequences of system states in temporal networks,” *Scientific Reports*, Vol. 9, No. 1, pp. 1–11, 2019.
- [12] 澤田 和弥, 池口 徹, “テンポラルネットワークの時間発展ダイナミクス,” 2022 年電子情報通信学会 NOLTA ソサイエティ大会, NLS-38, 2022.
- [13] Capital Bikeshare system data.
<https://www.capitalbikeshare.com/system-data>.
- [14] Citi Bike system data. <https://ride.citibikenyc.com/system-data>.
- [15] Yoshito Hirata, Shunsuke Horai, and Kazuyuki Aihara, “Reproduction of distance matrices and original time series from recurrence plots and their applications,” *The European Physical Journal Special Topics*, vol. 164, no. 1, pp. 13–22, 2008.

スパイク間隔からの力学系再構成によるスパイク列間の因果性検出

澤田 和弥[†] 島田 裕^{††} 池口 徹^{†,†††}

[†] 東京理科大学 大学院工学研究科 情報工学専攻 〒125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1

^{††} 埼玉大学 大学院理工学研究科 数理電子情報部門 〒338-8570 埼玉県さいたま市桜区下大久保 255

^{†††} 東京理科大学 工学部 情報工学科 〒125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1

E-mail: [†]sawada@hisenkei.net

あらまし 本稿では、遅延座標系による力学系再構成を応用した非線形因果性検出手法をスパイク列などの点過程に拡張した手法を提案する。観測時系列を遅延座標系により再構成したアトラクタの情報を用いて相互予測を行い、その予測精度により因果性を検出する従来手法を、スパイク列の発火時刻を考慮することで、点過程への直接の適用を可能にした。また、予測精度により因果性を検出する際に、twin surrogate 法を用いて検定を行った。神経細胞の数理モデルから生成した2つのニューロンのスパイク列に対して提案手法を適用した結果、両方向結合、片方向結合の場合は、提案手法により正しく因果性を検出することを確認した。

キーワード 非線形時系列解析, 因果性, 点過程, スパイク列, Twin surrogates

Detecting causality for spike trains based on reconstructing dynamical systems from inter-spike intervals

Kazuya SAWADA[†], Yutaka SHIMADA^{††}, and Tohru IKEGUCHI^{†,†††}

[†] Department of Information and Computer Technology, Graduate school of Engineering,
Tokyo University of Science

Niijuku 6-3-1, Katsushika-ku, Tokyo, 125-8585, Japan

^{††} Department of Information and Computer Sciences, Graduate School of Science and Engineering,
Saitama University

255 Shimo-Okubo, Sakura-ku, Saitama-shi, Saitama 338-8570, Japan

^{†††} Department of Information and Computer Technology, Faculty of Engineering, Tokyo University of Science

E-mail: [†]sawada@hisenkei.net

Abstract In this report, by modifying a nonlinear method of detecting causality, we propose a method of detecting causality for point processes, such as spike trains, based on nonlinear dynamical systems theory. We modified a previous method of detecting causality based on the accuracy of mutual prediction using information on attractors reconstructed from observed time series through the time-delay coordinate system by applying the possibility of reconstructing dynamical systems from the inter-spike intervals and by considering the firing times. We also used twin surrogate data for significance test of prediction accuracy. We applied the proposed method to spike trains of two neurons generated from a mathematical neuron model and investigated its effectiveness. As a result, we confirmed that the proposed method correctly detects causality when neurons are bidirectionally or unidirectionally coupled.

Key words Nonlinear time series analysis, Causality, Point process, Spike train, Twin surrogates

1. はじめに

観測された時系列のみから高精度で因果関係を検出する手法の開発は重要である。実際、経済活動、自然現象、神経活動、遺伝子発現制御機構など、複雑なダイナミクスの背後にあるシス

テムの性質を明らかにするために、因果性検出手法が用いられている [1]~[3]。また、因果性検出の精度はシステムを構成するネットワーク構造に依存するため、ネットワーク構造推定に因果性検出手法を応用し、因果性検出の精度とネットワーク構造の関係を明らかにしようとする研究も行われている [4], [5]。

このように、因果性検出手法の応用範囲は広く、時系列のみから因果性検出手法は数多く提案されているが、解決すべき問題点も残されている。例えば、相関行列を用いたネットワーク構造の推定 [6] は最も基本的な手法の一つであるが、相関は必ずしも因果関係を意味しない。実際、疑似相関なども因果関係として偽検出してしまう場合も多く、相関行列を用いたネットワーク構造の推定は困難である。また、伝統的な因果性検出手法としては、Granger causality (GC), Transfer Entropy (TE) とそれらの修正法が提案されている [7]~[9]。しかし、これらの手法にも様々な問題点があることが指摘されている。例えば、GC は予測精度に基づいて因果関係を検出する手法であるため、適切な予測モデルの構築が必要である。すなわち、モデルフリーな因果性検出手法ではない。また、GC による因果性検出では変数の独立性が重要であり、時系列データの正規性と因果関係の線形性を仮定している。したがって、実世界に偏在する非線形力学系のような非線形な因果性を持つ系に対しては、GC が有効でない可能性が指摘されている [10]。一方、TE は GC のような仮定を必要とせず、情報理論に基づいた因果性検出が可能である。しかし、TE による因果性検出においては、確率分布の生成に多くのデータが必要となる、因果関係に時間遅延が含まれる場合には、計算時間がさらに長くなるなどの欠点がある。

これらの問題を解決するために、非線形力学系から得られる比較的短いデータに対しても因果性検出可能な convergent cross mapping (CCM) と呼ばれる手法が提案されている [10]。CCM は、非線形力学系理論に基づく因果性検出手法であり、時系列データから遅延座標系により状態空間を再構成し [11],[12], in-sample な相互予測精度によって因果関係を検出する。CCM は、予測モデルの生成は不要であり、状態空間の再構成が可能であれば、観測時系列に対してモデルフリーで因果性検出することができる強力な手法である。また、状態空間を再構成し、時系列の相互予測精度に基づく CCM の拡張手法として、Cross Map Smoothness [3] や Partial Cross Mapping [13] が提案されている。

これらの手法は、サンプリング間隔が等間隔な時系列データにのみ適用可能である。一方、神経活動のスパイク列、地震、経済活動などのサンプリング間隔が等間隔ではないマーク付点過程を観測する場合も多い [14]~[17]。このように、点過程データは現実世界に偏在しているが、点過程データに対する因果性解析手法の基盤は十分ではない。

本研究では、非線形力学系理論に基づく点過程データに対する因果性検出手法を開発することを目的とする。特に本稿では、非線形力学系理論に基づく因果性検出手法である CCM の枠組みを点過程データに拡張する。CCM では観測時系列から状態空間を再構成する必要があるが、点過程データのイベント間隔から状態空間が再構成できることは既に示されている [18],[19]。すなわち、CCM の枠組みを援用して、点過程データから因果性検出することは可能であると考えられる。しかし、一般に点過程データのイベントタイミングは異なるため、2つの状態空間における時間的対応関係が必須となる CCM を直接適用す

ることは困難である。そこで、スパイク列の発火時間を考慮することでスパイク間隔 (ISI) に CCM を適用し、スパイク列のみから因果性検出する手法を提案する。さらに、提案手法を結合ニューロンモデルから生成されたスパイク列に適用し、その有効性を検証した結果を報告する。

2. スパイク列の生成モデル

数値実験において、スパイク列の生成には Izhikevich ニューロンモデルを使用した [20]。また、ニューロン間の結合には、化学的シナプス結合と電気的シナプス結合の2種類があるが、電気的シナプス結合である gap junction により結合する Izhikevich モデルを用いた。gap junction により結合する i 番目の Izhikevich ニューロンの応答は、式 (1) によって定義される [21]。

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_i = 0.04\varphi_i^2 + 5\varphi_i + 140 - \psi_i + I_i + \sum_{i \neq j, j=1}^N \lambda_{ij}(\varphi_j - \varphi_i) \\ \dot{\psi}_i = a_i(b_i\varphi_i - \psi_i) \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 $\varphi_i \geq 30$ のとき、式 (2) で φ_i, ψ_i はリセットされる。

$$\begin{cases} \varphi_i \leftarrow c_i \\ \psi_i \leftarrow \psi_i + d_i \end{cases} \quad (2)$$

式 (1), (2) において、 φ_i, ψ_i は、ニューロン i の膜電位、回復変数、 I_i はニューロン i への外部入力であり、 a_i, b_i, c_i, d_i はニューロン i のパラメータである。 λ_{ij} はニューロン j からニューロン i への結合強度であり、 N はニューロン数である。また、式 (2) で膜電位 φ_i, ψ_i がリセットされた時刻にスパイクを発生させ、スパイク列を生成した。

3. 解析手法

3.1 提案手法 (スパイク列に対する因果性検出手法)

本節では、CCM を拡張した多次元スパイク列間の因果性検出手法について述べる。CCM は決定論的非線形力学系から生成された時系列データ間の因果関係を検出するための有効な手法である。しかし、CCM はサンプリング間隔が等間隔な時系列データに適用可能な手法であり、サンプリング間隔が不規則なスパイク列のような点過程には適用できない。そこで我々は、CCM を拡張してスパイク列間の因果性検出する手法を提案した。ここで、簡単のため図 1 のように 2 つのスパイク列を観測する場合を考える。図 1 のように、 i 番目のニューロンの n 番目の発火時刻を $S_i(n)$ ($n \geq 1$) と定義すると、 i 番目のニューロンの n 番目のスパイク間隔 (ISI) は、 $T_i(n) = S_i(n+1) - S_i(n)$ で定義できる。提案手法においてはまず、ISI の時系列から式 (3) のように時間遅延ベクトルを生成する。

$$V_i(n) = (T_i(n), T_i(n+\tau), \dots, T_i(n+(m-1)\tau)) \quad (3)$$

その後、ISI 時系列から再構成された状態空間の近傍情報に基づいて、ISI 時系列を相互に予測する。ここで、式 (3) の m は再構成次元、 τ は時間遅れである。

CCM では、再構成状態空間上の近傍点の距離情報から重み

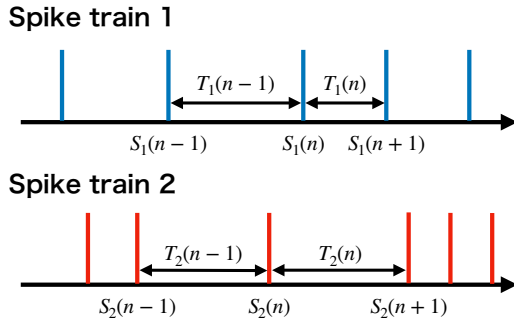


図1 観測した2つのスパイク列の例。\$S_i(n)\$, \$T_i(n)\$ は、\$i\$ 番目のニューロンの \$n\$ 番目の発火時間とスパイク間隔 (ISI) である。

を計算する。その後、計算された重みを用いて、in-sample な相互予測を行い、予測精度から因果関係を検出する。本稿では、スパイク列 1 の ISI である \$T_1(n)\$ を \$T_2(n)\$ を用いて予測する場合についてのみ記述する。ここで、\$T_1(n)\$ の予測時系列を \$\hat{T}_1(n)\$ とすると、\$\hat{T}_1(n)\$ は式 (4) で計算される。

$$\hat{T}_1(n) = \sum_{i=1}^K w_2((n^*)_i) T_1((\eta_i)^*) \quad (4)$$

ここで、\$*\$ の意味は後述の式 (8) で説明する。式 (4) において、\$K\$ は ISI 時系列を予測するために用いる近傍点数である。数値実験では、オリジナルの CCM のアルゴリズムと同様に \$K = m + 1\$ を使用した。次に、\$w_2((n^*)_i)\$ は式 (5) で定義される。

$$w_2((n^*)_i) = \frac{u_2((n^*)_i)}{\sum_{j=1}^K u_2((n^*)_j)} \quad (5)$$

ここで、\$w_2((n^*)_i)\$ は再構成状態空間における時間遅延ベクトル \$\mathbf{V}_2(n^*)\$ の \$i\$ 番目の近傍から計算された重みである。また、式 (5) の \$u_2((n^*)_i)\$ は、式 (6) で定義される。

$$u_2((n^*)_i) = \exp \left\{ \frac{-d[\mathbf{V}_2(n^*), \mathbf{V}_2((n^*)_i)]}{d[\mathbf{V}_2(n^*), \mathbf{V}_2((n^*)_1)]} \right\} \quad (6)$$

ここで、\$d[\mathbf{V}_2(n^*), \mathbf{V}_2((n^*)_i)]\$ は、\$\mathbf{V}_2(n^*)\$, \$\mathbf{V}_2((n^*)_i)\$ 間のユークリッド距離である。\$\mathbf{V}_2((n^*)_i)\$ は、再構成状態空間上での \$\mathbf{V}_2(n^*)\$ の \$i\$ 番目の近傍ベクトルである。また、\$d[\mathbf{V}_2(n^*), \mathbf{V}_2((n^*)_1)] = 0\$ の場合、\$u_2((n^*)_i)\$ は式 (7) で定義する。

$$u_2((n^*)_i) = \begin{cases} 1 & (i = 1) \\ 0 & (i \neq 1) \end{cases} \quad (7)$$

提案手法の手順をまとめるために、提案手法における in-sample な相互予測の流れを図 2 に示す。図 2 に示すように、\$T_2(n)\$ を用いて \$T_1(n)\$ を予測する場合の手順は次の (i)~(v) で記述される。
(i) \$T_1(n)\$ を予測するために、\$S_1(n)\$ に対してスパイクタイミングが最も近い \$S_2(n^*)\$ に対応する ISI \$T_2(n^*)\$ を参照する。すなわち、\$n^*\$ は式 (8) で計算される。

$$n^* \in G_n = \arg \min_{n'} |S_2(n') - S_1(n)| \quad (8)$$

\$n^*\$ はスパイク列 1 の \$S_1(n)\$ に対して、スパイクタイミングが最も近いスパイク列 2 のスパイクのインデックス集合 \$G_n\$ の要素である。ただし、\$G_n\$ の要素が 2 つ存在する場合には、インデックスが小さいものを用いる。

(ii) 再構成状態空間上で、\$\mathbf{V}_2(n^*)\$ の \$i\$ 番目の近傍ベクトルである \$\mathbf{V}_2((n^*)_i)\$ を同定する。

(iii) 式 (5), (6) を用いて \$u_2((n^*)_i)\$ と重み \$w_2((n^*)_i)\$ を計算する。また、\$i\$ 番目の近傍ベクトルの時刻に対応するスパイク列 2 のスパイク \$S_2((n^*)_i)\$ を参照する。

(iv) \$S_2((n^*)_i)\$ の発火時刻に最も近いスパイク列 1 のスパイクに対応する ISI \$T_1((\eta_i)^*)\$ を参照する。ここで、\$(n^*)_i = \eta_i\$ であり、\$*\$ の意味は、手順 (i) での式 (8) と同様である。すなわち、参照元のスパイクに発火時刻が最も近い参照先のスパイクのインデックスを意味する。

(v) 手順 (iii) で計算した重み \$w_2((n^*)_i)\$ と手順 (iv) で参照した \$T_1((\eta_i)^*)\$ を用いて、式 (4) により \$\hat{T}_1(n)\$ を求める。

上記の手順を全ての ISI に対して行い、ISI の予測時系列を生成する。ISI 時系列の予測精度は、オリジナルの CCM [10] と同様に、実際の ISI 時系列 \$T_1(n)\$ と式 (4) で得られる予測 ISI 時系列 \$\hat{T}_1(n)\$ の相関係数 \$\rho[T_1|T_2]\$ により評価する。\$\rho[T_1|T_2]\$ は式 (9) で定義される。

$$\rho[T_1|T_2] = \frac{\frac{1}{S} \sum_{n=1}^S (\hat{T}_1(n) - \bar{\hat{T}}_1(n)) (T_1(n) - \bar{T}_1(n))}{\sqrt{\frac{1}{S} \sum_{n=1}^S (\hat{T}_1(n) - \bar{\hat{T}}_1(n))^2} \sqrt{\frac{1}{S} \sum_{n=1}^S (T_1(n) - \bar{T}_1(n))^2}} \quad (9)$$

ここで、\$S\$ は時系列の長さであり、\$\bar{T}_1(n)\$ は \$T_1(n)\$ の平均値、\$\bar{\hat{T}}_1(n)\$ は \$\hat{T}_1(n)\$ の平均値である。スパイク列を生成したニューロン間に因果関係が存在し、影響を受けるニューロンの ISI を用いて影響を与えるニューロンの ISI を予測した場合、データ長の増加に伴い、ISI 時系列の予測精度は上昇し、収束する。この特性を利用して、因果関係を検出することができる。

3.2 サロゲートデータを用いた予測精度の検定

高い信頼度で因果関係を検出するためには、CCM における相互予測によって得られた予測精度が統計的に有意であるかどうかを検証する必要がある。一般に、非線形時系列解析における指標の有意性検定には、サロゲートデータ法が用いられる。サロゲートデータ法には様々な種類があり、どのような性質を検定するかによって使い分ける必要がある。

CCM による因果関係の検出には twin surrogate (TS) 法 [22] が適していると考えられているため [23], 本論文では因果性の検定に TS 法を用いる。TS 法とは、リカレンスプロット (RP) [24], [25] に基づき、非線形力学系としての性質を失うことなく、時系列の時間的同期性を破壊したサロゲートデータを生成する手法である。因果関係は時間的な同期性が重要である。即ち、時間的同期性が破壊されたサロゲートデータを用いることで、真の時系列における時間的因果関係の存在を検定できる。以下、TS 法を用いたサロゲートデータの生成手順を記述する。

(i) 観測時系列 (本稿では ISI 時系列) から RP を生成する。RP は \$R_{i,j} = \Theta(\delta - d(\mathbf{x}(i), \mathbf{x}(j)))\$ により生成する。ここで、\$R_{i,j}\$

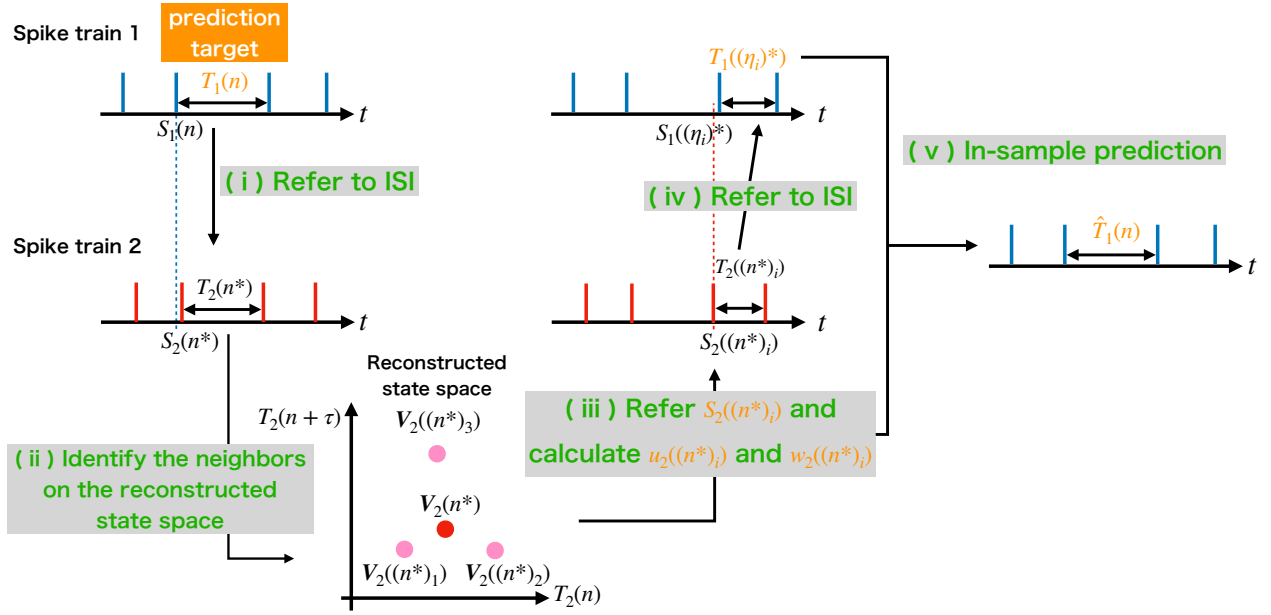


図2 提案手法におけるスパイク列に対する in-sample な相互予測の手順.

は RP 上の第 (i, j) 画素を表し, Θ はヘビサイド関数, δ は閾値, $\mathbf{x}(i)$ は観測時系列から再構成したベクトル, $d(\mathbf{x}(i), \mathbf{x}(j))$ は $\mathbf{x}(i)$ と $\mathbf{x}(j)$ のユークリッド距離である. 本稿において, 閾値 δ は $d_{\max}$ を $d(\mathbf{x}(i), \mathbf{x}(j))$ の最大値として $\delta = d_{\max} p$ で決定する. p は最大距離 $d_{\max}$ に対する割合である.

(ii) 手順 (i) で生成した RP における “twin” を同定する. ここで, twin とは, RP 上で入れ替えを行っても見分けがつかない列または行に対応する再構成ベクトルのことを意味する. すなわち, $R_{i,k} = R_{j,k}$ ($k = 1, \dots, M$) を満たす再構成ベクトル $\mathbf{x}(i)$ と $\mathbf{x}(j)$ は twin となる. TS 法では, RP 上において画素値が全く同じ列または行を特定し, それに対応する再構成ベクトルを入れ替える.

(iii) s 個目の twin surrogate データの i 番目のベクトルを $\mathbf{x}^s(i)$ と定義し, その初期ベクトル $\mathbf{x}^s(1)$ を $\mathbf{x}(i)$ ($i = 1, \dots, M$) からランダムに選択する. すなわち, $i = 1, 2, \dots, M$ の中から l が選択された場合, $\mathbf{x}^s(1) = \mathbf{x}(l)$ である.

(iv) 次に, ある j 番目のサロゲートデータのベクトルが $\mathbf{x}^s(j) = \mathbf{x}(m)$ で与えられている場合, twin の有無により次の 2 種類の操作のいずれかを行う. もし, $\mathbf{x}(m)$ が twin を持たない場合, $\mathbf{x}^s(j+1) = \mathbf{x}(m+1)$ とする. すなわち, 現在のベクトルが twin を持たない場合は, $\mathbf{x}(m)$ の次のベクトルに遷移することを意味する. 一方, $\mathbf{x}(m)$ が twin を持つ場合, $\mathbf{x}^s(j+1) = \mathbf{x}(m+1)$ もしくは, $\mathbf{x}^s(j+1) = \mathbf{x}(m_p+1)$ を等確率で選択する. ここで, $\mathbf{x}(m_p)$ は $\mathbf{x}(m)$ の p 個目の twin である.

(v) twin surrogate データの長さが M になるまで, 手順 (iv) を繰り返す. また, twin surrogate データの長さが M になる以前にベクトルの最終要素 $\mathbf{x}(M)$ に到達し, かつ最終ベクトル $\mathbf{x}(M)$ が twin を持たない場合は操作を終了し, 手順 (iii) からやり直す.

4. 数値実験

本稿では, 式 (1) において, $N = 2$ とし, (A) 両方向結合, (B) 片方向結合, (C) 結合なしの 3 パターンの結合形態に対して, 提案手法を適用した. ここで, 3 種類の結合形態において式 (1) で用いたパラメータを表 1 に示す.

表 1 数値実験で用いた式 (1) のパラメータ.

	a_i	b_i	c_i	d_i	I_i	λ_{12}	λ_{21}
(A)	0.03	0.3	-55	2	10	0.06	0.06
(B)	0.2	2	-56	-16	-99	0	0.02
(C)	0.02	0.498	-47.6	2	10	0	0

また, 式 (1) の解軌道は刻み幅 0.01 の Runge-Kutta 法で計算し, 100,000 ステップを過渡状態として除外後, 提案手法における相互予測では ISI の時系列長を 1,000 から 1,000 刻みで 5,000 まで変化させた. 式 (3) を用いた ISI 時系列の再構成では, 再構成次元 $m = 5$, 時間遅れ $\tau = 1$ とした. 実験条件 (A)~(C) で得られるスパイク列に対して提案手法を適用した結果と TS 法により生成したスパイク列に対して提案手法を適用した結果を図 3 (a)~(c) に示す. ここで, TS 法では ISI 時系列からサロゲートデータを 5 つ生成し, 真のスパイク列, ISI 時系列を用いてサロゲート ISI 時系列を予測した. また, TS 法の閾値決定のためのパラメータ p は $p = 0.1$ とした. 図 3 の横軸は提案手法適用の際の ISI 時系列の長さであり, 縦軸は ISI 時系列の予測精度である. さらに, $\rho[T_i|T_j]$ はニューロン j のスパイク列, ISI 時系列を用いてニューロン i の ISI 時系列を予測した際の予測精度である. 同様に, $\rho[T^s_i|T_j]$ はニューロン j のスパイク列, ISI 時系列を用いてニューロン i の ISI 時系列の twin surrogate データを予測した際の予測精度の最大値と最小値の範囲を示している.

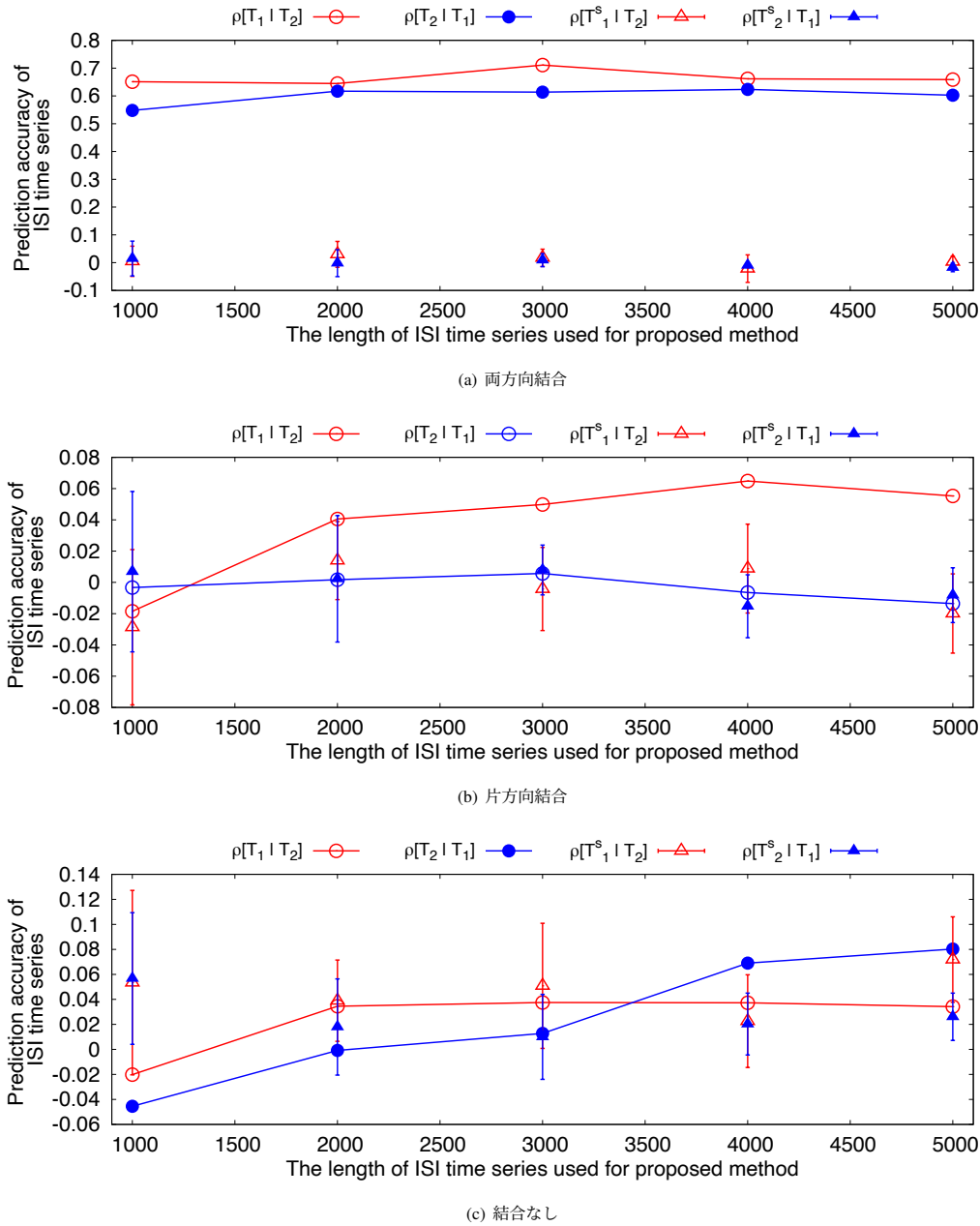


図3 時系列長を変化させた際の提案手法による ISI 時系列の予測精度の推移。

図3 (a) から、両方向結合の場合には、 $\rho[T_1|T_2]$, $\rho[T_2|T_1]$ のどちらも 0.5~0.8 程度の値であり、サロゲートデータの予測精度 $\rho[T^s_1|T_2]$, $\rho[T^s_2|T_1]$ の範囲に比べて大きな値となっている。これは、両方向の因果性を示唆する結果である。次に、図3 (b) を見ると、 $\rho[T_1|T_2]$ は時系列長の増加に伴って上昇しており、サロゲートデータの予測精度の範囲にも入っていない。一方で、 $\rho[T_2|T_1]$ は時系列長の増加に伴い、サロゲートデータの範囲に収束している。これらの結果はニューロン1からニューロン2への因果性を示唆するものである。最後に、図3 (c) の予測精度 $\rho[T_1|T_2]$ はサロゲートデータの範囲に入っているため、ニューロン1からニューロン2への因果性が存在しないことを示唆する結果である。一方、 $\rho[T_2|T_1]$ はサロゲートデータより高い予測精度となっており、因果性がないにもかかわらず

ず、ニューロン2からニューロン1への因果性の存在を検出する結果となった。これは、式(1)のニューロン1, 2とも同じパラメータであり、結合していないにもかかわらず、ダイナミクスが同じになってしまうため、予測精度が高くなってしまうことが原因だと考えられる。実際、図4に(C)結合なしの場合のニューロン1, 2のISI時系列とISI時系列から式(3)を用いて3次元状態空間に $\tau=1$ で再構成したアトラクタを示す。図4 (a) から、 $T_1(n)$, $T_2(n)$ のどちらも 0~1,500 の間で変動し、稀に 2,500 程度まで状態値が上昇していることが確認できる。また、図4 (b) から、アトラクタの軌道はどちらも類似したものになっている。これらの結果から、結合していない場合でも、ニューロンのパラメータが同じであることに起因してダイナミクスが類似していると言える。

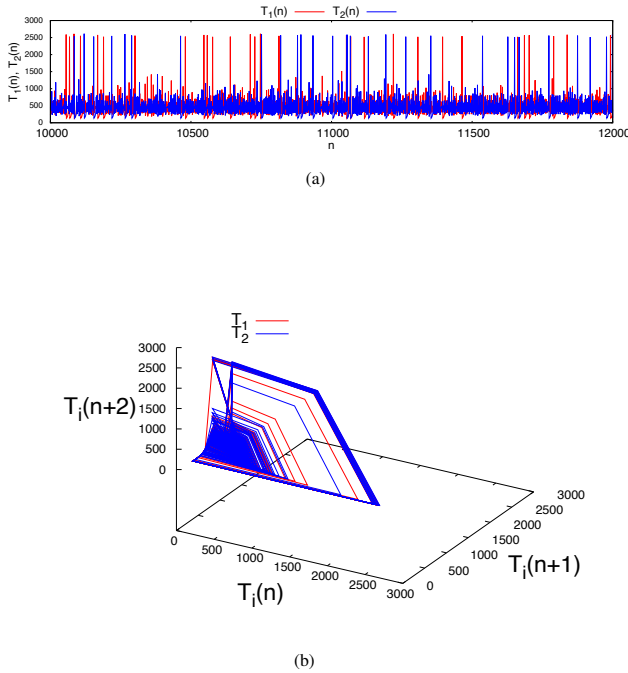


図 4 2つのニューロンが結合していない場合の (a) ISI 時系列 $T_1(n)$, $T_2(n)$, (b) ISI 時系列から再構成したアトラクタ ($m = 3$, $\tau = 1$)

5. ま と め

本稿では、非線形力学系理論に基づき、時系列データのみから因果性検出する従来手法 [10] を点過程データ、特に神経細胞のスパイク列に適用可能なように拡張した手法を提案した。具体的には、スパイク列の発火時間を考慮して ISI 時系列に従来手法を適用する手法を提案した。また、提案手法では、ISI 時系列の相互予測精度に基づいて因果性を検出するが、予測精度の有意性の検定には、twin surrogate 法を導入した。

数値実験では、2 ニューロン間の gap junction 結合が両方向結合の場合、片方向結合の場合、及び結合なしの場合の 3 つのケースに対して因果性検出を行い、提案手法の有効性を検証した。その結果、両方向結合、片方向結合の場合は正しく因果性を検出できた。一方、結合なしの場合は、2 ニューロンのパラメータが同一なことからダイナミクスが類似し、因果性が存在しないにもかかわらず、因果性を検出する結果となった。

謝 辞

本研究の一部は、JSPS 科研費 (No. JP22J14621, JP20H00596, JP21H03514, JP21H03508, JP22K18419) の援助を受けて行われた。

文 献

[1] S.K. Stavroglou, A.A. Pantelous, H.E. Stanley, and K.M. Zuev, “Hidden interactions in financial markets,” *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol.116, no.22, pp.10646–10651, 2019.
 [2] Y. Hirata, J.M. Amigó, Y. Matsuzaka, R. Yokota, H. Mushiaki, and K. Aihara, “Detecting causality by combined use of multiple methods: Climate and brain examples,” *PLOS ONE*, vol.11, no.7, e0158572, 2016.

[3] H. Ma, K. Aihara, and L. Chen, “Detecting causality from nonlinear dynamics with short-term time series,” *Scientific Reports*, vol.4, no.1, pp.1–10, 2014.
 [4] K. Sawada, Y. Shimada, and T. Ikeguchi, “Network structure detection using convergent cross mapping on multivariate time series,” *Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE*, vol.11, no.4, pp.422–432, 2020.
 [5] R.A. García, A.C. Martí, C. Cabeza, and N. Rubido, “Small-worldness favours network inference in synthetic neural networks,” *Scientific Reports*, vol.10, no.1, pp.1–10, 2020.
 [6] V.M. Eguiluz, D.R. Chialvo, G.A. Cecchi, M. Baliki, and A.V. Apkarian, “Scale-free brain functional networks,” *Physical Review Letters*, vol.94, no.1, 018102, 2005.
 [7] C.W. Granger, “Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods,” *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, vol.37, no.3, pp.424–438, 1969.
 [8] T. Schreiber, “Measuring information transfer,” *Physical Review Letters*, vol.85, no.2, pp.461–464, 2000.
 [9] Z. Li and X. Li, “Estimating temporal causal interaction between spike trains with permutation and transfer entropy,” *PLOS ONE*, vol.8, no.8, e70894, 2013.
 [10] G. Sugihara, R. May, H. Ye, C. Hsieh, E. Deyle, M. Fogarty, and S. Munch, “Detecting causality in complex ecosystems,” *Science*, vol.338, no.6106, pp.496–500, 2012.
 [11] F. Takens, “Detecting strange attractors in turbulence,” *Dynamical Systems and Turbulence, Warwick 1980*, pp.366–381, Springer, 1981.
 [12] T. Sauer, J.A. Yorke, and M. Casdagli, “Embedology,” *Journal of Statistical Physics*, vol.65, no.3–4, pp.579–616, 1991.
 [13] S. Leng, H. Ma, J. Kurths, Y.-C. Lai, W. Lin, K. Aihara, and L. Chen, “Partial cross mapping eliminates indirect causal influences,” *Nature Communications*, vol.11, no.1, pp.1–9, 2020.
 [14] H. Suzuki, K. Aihara, J. Murakami, and T. Shimozawa, “Analysis of neural spike trains with interspike interval reconstruction,” *Biological Cybernetics*, vol.82, no.4, pp.305–311, 2000.
 [15] L. Telesca and M. Lovullo, “Analysis of seismic sequences by using the method of visibility graph,” *Europhysics Letters*, vol.97, no.5, 50002, 2012.
 [16] H. Pratiwi, L.S. Rini, and I.W. Mangku, “Marked point process for modelling seismic activity (case study in sumatra and java),” *Journal of Physics: Conference Series*, pp.1–9, 2018.
 [17] Y. Hirata and K. Aihara, “Timing matters in foreign exchange markets,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol.391, no.3, pp.760–766, 2012.
 [18] T. Sauer, “Reconstruction of dynamical systems from interspike intervals,” *Physical Review Letters*, vol.72, no.24, pp.3811–3814, 1994.
 [19] T. Sauer, “Interspike interval embedding of chaotic signals,” *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, vol.5, no.1, pp.127–132, 1995.
 [20] E.M. Izhikevich, “Simple model of spiking neurons,” *IEEE Transactions on neural networks*, vol.14, no.6, pp.1569–1572, 2003.
 [21] K. Naiki, Y. Shimada, K. Fujiwara, and T. Ikeguchi, “Chaotic responses and chaos synchronization in Izhikevich neuron model,” *IEICE*, vol.J100-A, no.5, pp.195–204, 2017.
 [22] M. Thiel, M.C. Romano, J. Kurths, M. Rolf, and R. Kliegl, “Twin surrogates to test for complex synchronisation,” *Europhysics Letters*, vol.75, no.4, pp.535–541, 2006.
 [23] S.-I. Nakayama, A. Takasuka, M. Ichinokawa, and H. Okamura, “Climate change and interspecific interactions drive species alternations between anchovy and sardine in the western north pacific: detection of causality by convergent cross mapping,” *Fisheries Oceanography*, vol.27, no.4, pp.312–322, 2018.
 [24] J.-P. Eckmann, S.O. Kamphorst, and D. Ruelle, “Recurrence plots of dynamical systems,” *Europhysics Letters*, vol.4, no.9, pp.973–977, 1987.
 [25] N. Marwan, M.C. Romano, M. Thiel, and J. Kurths, “Recurrence plots for the analysis of complex systems,” *Physics Reports*, vol.438, nos.5–6, pp.237–329, 2007.

スペクトル距離を用いたテンポラルネットワークの 非線形ダイナミクスの解析

伊藤 大河[†] 澤田 和弥^{††} 對馬 帆南^{††} 池口 徹^{†,††}

[†] 東京理科大学 工学部 情報工学科 〒125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1

^{††} 東京理科大学 大学院工学研究科 情報工学専攻 〒125-8585 東京都葛飾区新宿 6-3-1

E-mail: †ito@hisenkei.net

あらまし 本稿では、フランスの小学校と高校で計測されたコンタクトデータをテンポラルネットワークとして捉え、スペクトル距離と古典的多次元尺度構成法 (CMDs) を用いて解析を行った結果を報告する。まず、コンタクトデータを一定の時間窓に分割することで、テンポラルネットワークを作成する。次に、各時間窓におけるネットワーク間の距離をスペクトル距離を用いて算出し、距離行列を作成した。最後に、作成した距離行列に CMDs を適用することで得た 1 次元の時系列に対し、時間遅れ座標系を用いたアトラクタの再構成により、コンタクトデータのダイナミクスを解析した。その結果、再構成アトラクタの軌道には再帰性があること、即ち、CMDs から得た時系列はテンポラルネットワークの状態変化を捉えられることが分かった。さらに、時間窓の幅が小さい場合、各時間窓のネットワークにコンタクトの大域的なダイナミクスが反映されないこと、従って、適切な時間窓幅の大きさを選択する必要があることが分かった。

キーワード テンポラルネットワーク, スペクトル距離, 古典的多次元尺度構成法, 遅延座標系

Analysis on nonlinear dynamics of temporal networks using spectral distance

Taiga ITO[†], Kazuya SAWADA^{††}, Honami TSUSHIMA^{††}, and Tohru IKEGUCHI^{†,††}

[†] Department of Information and Computer Technology, Faculty of Engineering, Tokyo University of Science
6-3-1 Nijuku, Katsushika-ku, Tokyo, 125-8585 Japan

^{††} Department of Information and Computer Technology, Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science
6-3-1 Nijuku, Katsushika-ku, Tokyo, 125-8585 Japan

E-mail: †ito@hisenkei.net

Abstract In this report, we used spectral distance and classical multidimensional scaling (CMDs) to extract the state change of temporal networks, using actual contact data measured in elementary and high schools in France. First, temporal networks are created by dividing the contact data into fixed time windows. Next, the distance between networks in each time window was calculated using the spectral distance, and a distance matrix was created. Finally, the attractors were reconstructed using time-delayed coordinates for the one-dimensional time series obtained by applying CMDs to the created distance matrix. Numerical experiments show that by setting the appropriate size of the time window, trajectories in reconstructed state space exhibit recurrence structures, which means that the time series obtained from CMDs can capture changes in the state of the temporal network. We also found that when the width of the time windows is small, the network of each time window does not reflect the global dynamics of the contacts, and therefore, an appropriate size of time window must be selected.

Key words temporal network, spectral distance, classical multidimensional scaling, delay coordinate system

1. はじめに

交友関係、神経回路網など、現実中存在するネットワークの多くは、時間とともに状態が変化するテンポラルネットワークである[1]。文献[1]では、Sociopatterns[2]が提供するフランスの小学校のコンタクトデータ、ケンブリッジ大学のコンピュータ研究所に所属する学生のコンタクトデータ、マサチューセッツ工科大学の学生のコンタクトデータ、コペンハーゲンの大学生のコンタクトデータをテンポラルネットワークとして捉え、スペクトル距離と階層的クラスタリングを用いて解析を行っている。我々も既に、Sociopatterns[2]の提供するフランスの高校で計測されたコンタクトデータをテンポラルネットワークとして捉え、ネットワークの時間変化をハミング距離と古典的多次元尺度構成法（以下、CMDS）[3]を用いた解析結果を報告した[4]。

ハミング距離は隣接行列間の差を評価するのみで、実際のネットワーク構造の差異を厳密に反映することは困難である。文献[1]ではスペクトル距離がテンポラルネットワークのダイナミクスの抽出に有効であることが示されている。一方、文献[1]ではネットワーク間の距離構造を、階層的クラスタリングにより複数の状態に割り当てることで、状態遷移時系列を得ている。しかし、クラスタリングにより抽出された状態遷移時系列の解像度は低い。ここで、距離行列に対してCMDSを用いれば、より詳細なネットワークの時間変化を捉えることが可能だと考えられる。

そこで本稿では、フランスの小学校と高校のコンタクトデータをテンポラルネットワークとして捉え、スペクトル距離とCMDSを用いて解析した結果を報告する。

2. コンタクトデータ

本稿では、Sociopatterns[2]が提供する2009年10月のフランスの小学校のコンタクトデータと、2011年12月の高校のコンタクトデータを解析対象とした。コンタクトデータには、コンタクトした生徒、教師のIDとその時間が記録されている。小学校のコンタクトデータの計測は2日間行われ、生徒232名、教師10名の合計242名、総コンタクト数は125,773のデータである。また、高校のコンタクトデータの計測は4日間行われ、生徒118名、教師8名の合計126名、総コンタクト数は28,561のデータである。これらのコンタクトの計測にはRFIDタグが用いられている[5]。RFIDタグは、無線通信によって装着した人同士の接近性を検出するものであり、1~1.5メートル以内に近づかなければコンタクトしたとみなさないように調整されている。このときのコンタクトの時間解

像度は20秒である。

3. 解析手法

図1に解析の手順を示す。まず、コンタクトデータを τ 秒の時間窓に分割し、第 i 番目の時間窓においてネットワーク G_i を作成する。ネットワーク G_i は、コンタクト数を重みとしたネットワークである。本稿では、 $\tau = 300, 600, 900, 1200$ とした。また、図1の $t_{\max}$ は時間窓の数を表す。次に、ネットワーク G_i と G_j 間の距離を計算し、距離行列を作成する。ネットワーク間の距離には、正規化スペクトル距離と非正規化スペクトル距離を用いる[6]。スペクトル距離は、ネットワークを定義する固有値の比較に基づいた距離である。ここで、正規化スペクトル距離と非正規化スペクトル距離を用いるために、正規化ラプラシアン行列を求める。 G_i の隣接行列を A_i とすると、 A_i に対するラプラシアン行列 L_i を式(1)のように定義する。

$$L_i = D_i - A_i \quad (1)$$

ここで、 D_i は l 番目の対角要素がノード l の次数に等しい対角行列である。また、正規化ラプラシアン行列 L'_i を L_i を用いて式(2)のように定義する。

$$L'_i = D_i^{-\frac{1}{2}} L_i D_i^{-\frac{1}{2}} = I - D_i^{-\frac{1}{2}} A_i D_i^{-\frac{1}{2}} \quad (2)$$

ここで、 I は単位行列である。 N をノード数とし、いずれのラプラシアン行列 L_i 、 L'_i についても固有値は $\lambda_1(G_i) = 0 \leq \lambda_2(G_i) \leq \dots \leq \lambda_N(G_i)$ とする。距離行列を作成するにあたり、本稿では式(2)の L'_i を算出し、その固有値を求め、非正規化スペクトル距離と正規化スペクトル距離を計算した。非正規化スペクトル距離 $d'(i, j)$ は式(3)のように定義する。

$$d'(i, j) = \sqrt{\sum_{k=1}^{n_{\text{eig}}} (\lambda_{N+1-k}(G_i) - \lambda_{N+1-k}(G_j))^2} \quad (3)$$

ただし、 $\lambda_{N+1-k}(G_i)$ はネットワーク G_i のラプラシアン行列の大きい方から k 番目の固有値である。 n_{eig} は距離計算で考慮する固有値の数であり、本稿では、 $n_{\text{eig}} = N$ である。また、正規化スペクトル距離 $d(i, j)$ は式(4)のように定義する。

$$d(i, j) \quad (4)$$

$$= \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n_{\text{eig}}} (\lambda_{N+1-k}(G_i) - \lambda_{N+1-k}(G_j))^2}{\max \left(\sum_{k=1}^{n_{\text{eig}}} (\lambda_{N+1-k}(G_i))^2, \sum_{k=1}^{n_{\text{eig}}} (\lambda_{N+1-k}(G_j))^2 \right)}}$$

距離行列を作成した後、距離行列にCMDSを適用し、

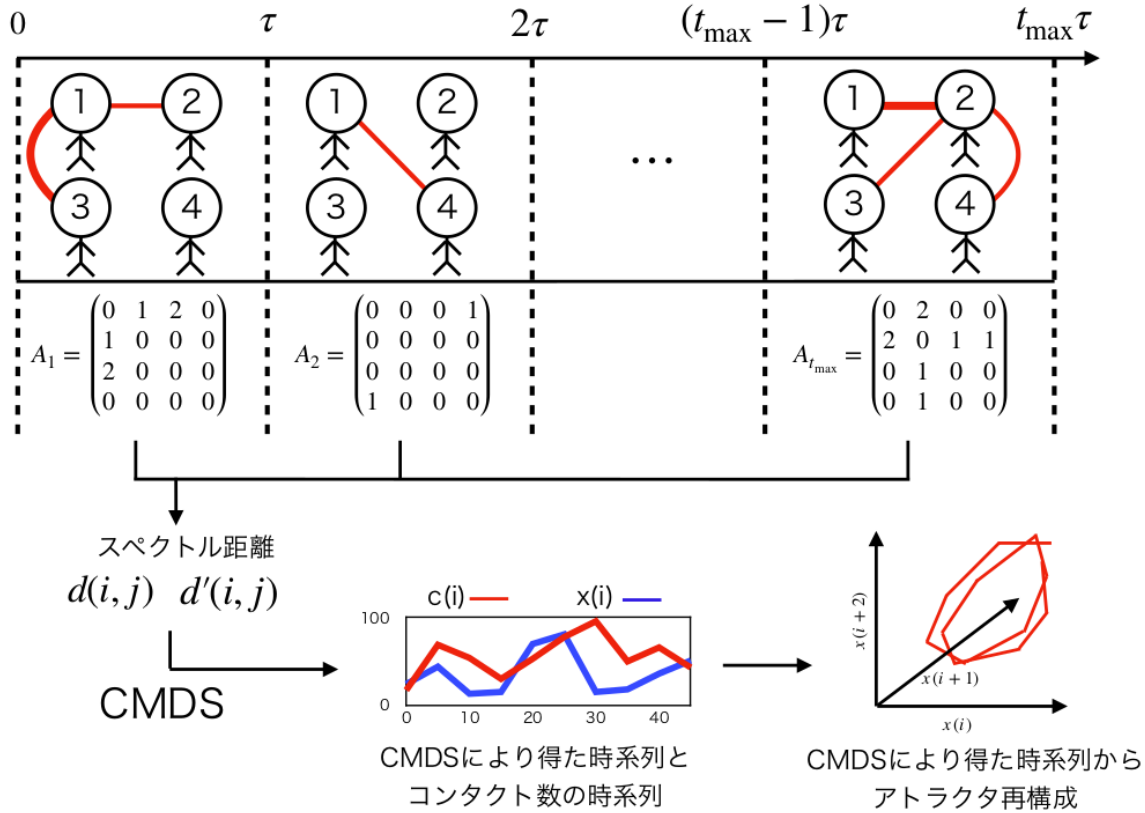


図1 テンポラルネットワークの解析の流れ

1次元の時系列信号を得る [7]. ここで, 正規化スペクトル距離から得られる時系列信号を $x(i)$, 非正規化スペクトル距離から得られる時系列信号を $x'(i)$ とする. また, コンタクト数の時系列を $c(i)$ とする. 最後に, CMDS によって得た 1 次元時系列から遅延座標系によるアトラクタの再構成を行う [8]. 時系列 $y(t)$ を式 (5) を用いて遅延座標系に変換することで, アトラクタを再構成できることが知られている [9].

$$v(t) = (y(t), y(t + \tau), \dots, y(t + (m - 1)\tau)) \quad (5)$$

ここで, m は再構成次元, τ は時間遅れである. 本稿では, $y(t)$ として $x(i), x'(i)$ を用い, $m = 3, \tau = 1$ とした.

4. 数値実験

図 2, 図 3 にコンタクトデータから生成した

(i) 距離行列

(ii) 距離行列に CMDS を適用して得た時系列とコンタクト数の時系列

(iii) CMDS を適用して得た時系列から再構成した 3 次元状態空間におけるアトラクタ

を示す. 各時間窓の結果に対して, 左の図が非正規化スペクトル距離を用いた結果であり, 右の図が正規化スペクトル距離を用いた結果である.

図 2 (a)~(d) に小学校のコンタクトデータを解析した

結果を示す. 図 2 (b)~(d) では距離行列の値が大きくなる時間帯が同様であることが分かる. 一方, 図 2 (a) は全体的に距離行列の値が小さく, 図 2 (b)~(d) と比較すると距離行列の値が大きくなる時間帯でネットワークの状態が分けられていない. 図 2 (a)~(d) の (ii) の $x(i)$ 及び $x'(i)$ の推移から見ても, 図 2 (b)~(d) は距離行列の値が大きくなっている時間帯は $x(i), x'(i)$ の推移が山なりになっているのに対し, 図 2 (a) は図 2 (b)~(d) の山なりになっている時間帯とは異なる時間帯でも時系列の推移が山なりになっている時間帯がある. これは, 時間窓幅 τ が小さい場合, 局所的な状態変化のみが反映されるため, 各時間窓におけるネットワークの小さな差異の影響を強く受けることにより状態変化が大きく揺らぐためである. このことから, 時間窓幅 τ の大きさを適切に設定することが, ネットワークの本質的なダイナミクスを捉えるために必要だと考えられる.

一方, 図 2 (a)~(d) の (iii) を見ると, 遅延座標系により再構成した軌道に一定の再帰性が見られる. 特に図 2 (b)~(d) では, 大きく分けて 3 つの円のような構造が確認できる. これは, 距離行列の値が高い時間帯, 低い時間帯, 両者の中間の時間帯に大別されているからである. この結果は, 小学校のテンポラルネットワークから生成した距離行列に対して CMDS を適用することで得た時系

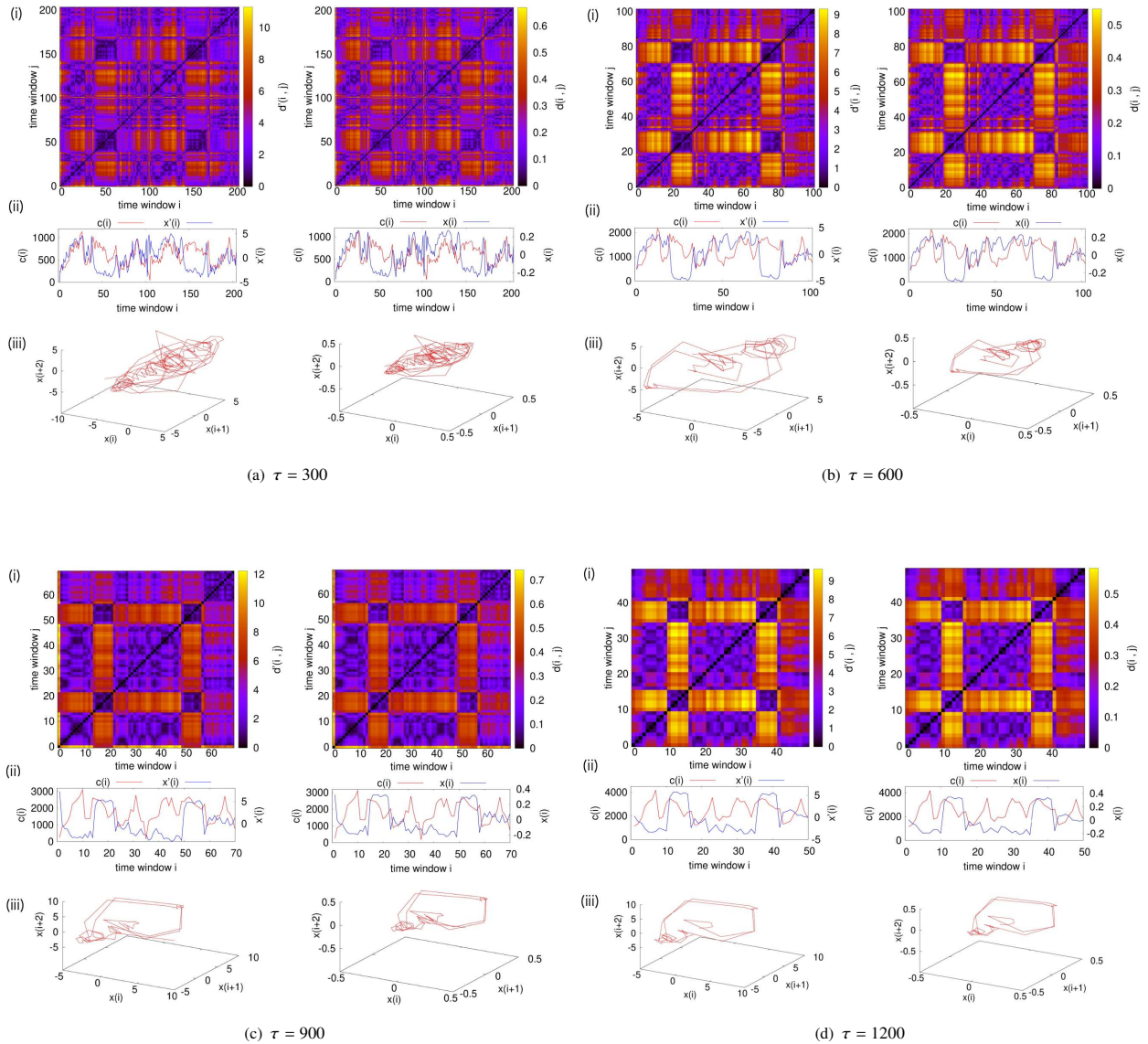


図2 時間窓幅 τ を (a) 300, (b) 600, (c) 900, (d) 1200 とした場合の小学校のコンタクトデータにおける (i) 距離行列, (ii) 距離行列に CMDS を適用して得た時系列とコンタクト数の時系列, (iii) CMDS を適用して得た時系列から再構成した 3 次元状態空間におけるアトラクタ

列より再構成されたアトラクタの軌道には再帰性があることを示唆するものである。

次に、図 3 (a)～(d) に高校のコンタクトデータを解析した結果を示す。いずれの図においても、正規化スペクトル距離を用いた結果のほうが非正規化スペクトル距離を用いた結果よりも、距離行列の値の高低差が顕著に表れている。図 3 (a)～(d) の (ii) から、非正規化スペクトル距離を用いた結果の $x'(i)$ よりも、正規化スペクトル距離を用いた $x(i)$ の推移の方が距離行列の値の変化と対応していることが分かる。また、高校のコンタクトデータも、時間窓幅 τ が小さい場合、状態変化が大きく揺らいでいることが確認できる。即ち、高校のコンタクトデータの場合も時間窓幅 τ の大きさを適切に設定する必要がある。

さらに、図 3 (a)～(d) の (iii) を見ると、高校のコンタクトデータも小学校のコンタクトデータと同様に、アトラクタの軌道に一定の再帰性が見られる。高校のコンタクトデータの場合は、大きく分けて 2 つの円のような構造が確認できる。これは、距離行列の値が高い時間帯とそれ以外の時間帯に大別されているためである。これらの結果も、高校のテンポラルネットワークから生成した距離行列に対して CMDS を適用することで得た時系列より再構成されたアトラクタの軌道にも再帰性の存在を示唆するものである。

以上から、テンポラルネットワークを時間窓に分ける際には、適切な τ の大きさを設定する必要があるといえる。また、時間窓幅 τ の大きさを変化させ、適切な大き

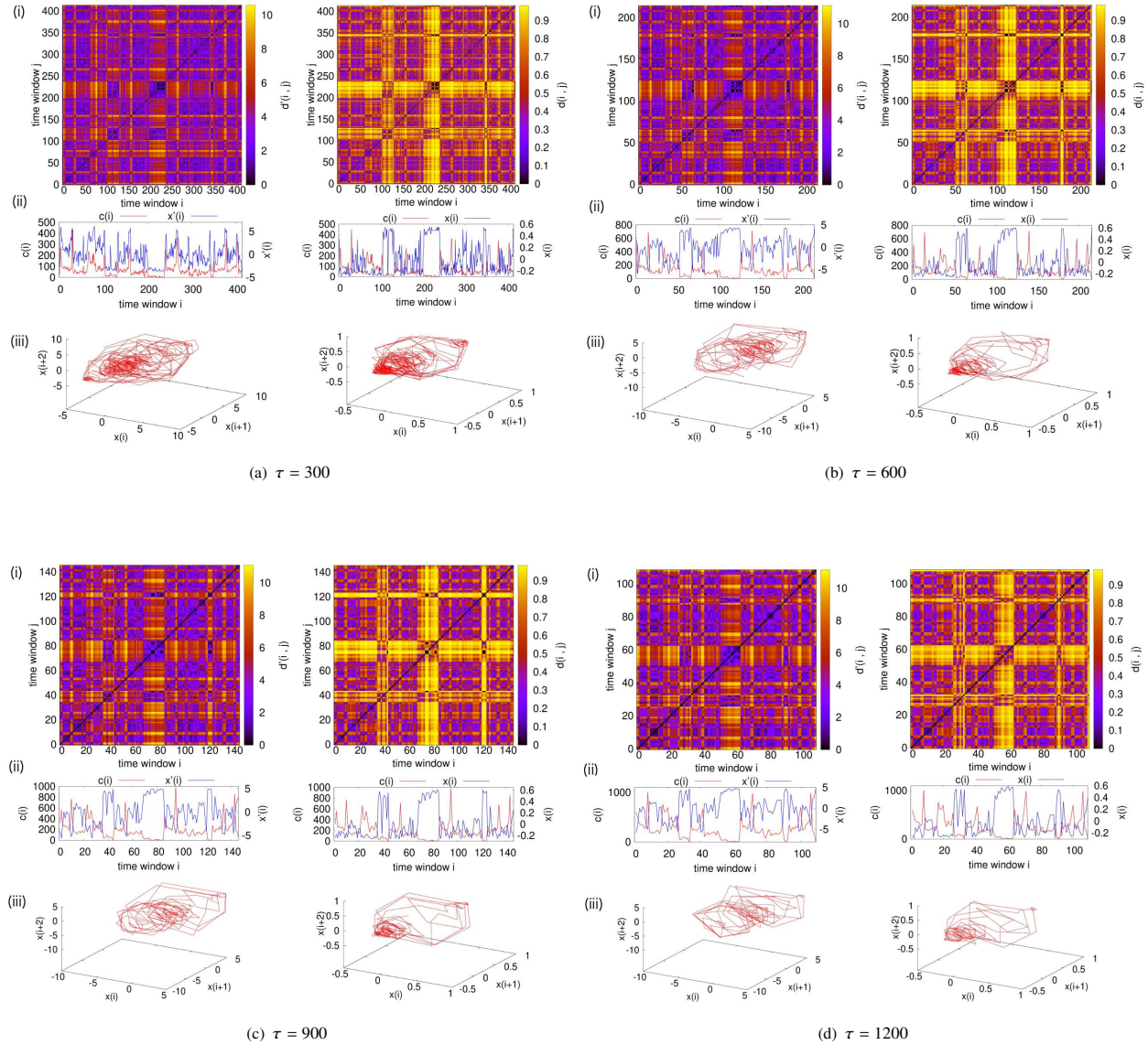


図3 時間窓幅 τ を (a) 300, (b) 600, (c) 900, (d) 1200 とした場合の高校のコンタクトデータにおける (i) 距離行列, (ii) 距離行列に CMDS を適用して得た時系列とコンタクト数の時系列, (iii) CMDS を適用して得た時系列から再構成した 3 次元状態空間におけるアトラクタ

さの τ を選択した結果, テンポラルネットワークからスペクトル距離と CMDS を用いて抽出した時系列は, テンポラルネットワークのダイナミクスを定量的に捉えることができていると考えられる. さらに, アトラクタの軌道には再帰性があることから, 小学校と高校のコンタクトパターンには隠れた再帰構造が示唆される.

5. ま と め

本稿では, 小学校と高校の実際のコンタクトデータをテンポラルネットワークとして捉え, 時間窓の大きさを変えてスペクトル距離と CMDS を用いて解析を行った. その結果, コンタクトデータを時間窓に分割する際には, その大きさ τ を適切に設定する必要があることが分かつ

た. また, 時間窓幅 τ の大きさを変更して数値実験をした結果, CMDS から得た時系列はテンポラルネットワークの状態変化を捉えることができること, さらには, 時系列から再構成したアトラクタから, コンタクトのパターンには再帰性があることが確認できた.

謝辞 本研究の一部は, JSPS 科研費 (No. JP22J14621, JP22J12396, JP20H00596, JP21H03514, JP22K18419) の援助を受けて行われた.

文 献

- [1] Naoki Masuda and Petter Holme, “Detecting sequences of system states in temporal networks,” *Scientific Reports*, Vol. 9, No. 1, pp. 1–11, 2019.
- [2] Sociopatterns: <http://www.sociopatterns.org> (最終閲覧

日 2022/05/27).

- [3] John C. Gower, “Some distance properties of latent root and vector methods used in multivariate analysis,” *Biometrika*, Vol. 53, Nos. 3–4, pp. 325–338, 1966.
- [4] 澤田 和弥, 池口 徹, テンポラルネットワークの時間発展ダイナミクス, 2022 年 電子情報通信学会 NOLTA ソサイエティ大会, NLS–38, 2022.
- [5] Lorenzo Isella, Mariateresa Romano, Alain Barrat, Ciro Cattuto, Vittoria Colizza, Wouter Van den Broeck, Francesco Gesualdo, Elisabetta Pandolf, Luncilla Ravà, Caterina Rizzo, and Alberto Eugenio Tozzi, “Close encounters in a pediatric ward: measuring face-to-face proximity and mixing patterns with wearable sensors,” *PLOS ONE*, Vol. 6, No. 2, e17144, 2011.
- [6] Richard C Wilson and Ping Zhu, “A study of graph spectra for comparing graphs and trees,” *Pattern Recognition*, Vol. 41, No. 9, pp. 2833–2841, 2008.
- [7] Yoshito Hirata, Shunsuke Horai, and Kazuyuki Aihara, “Reproduction of distance matrices and original time series from recurrence plots and their applications,” *The European Physical Journal Special Topics* Vol. 164, No. 1, pp. 13–22, 2008.
- [8] Tim Sauer, James A. Yorke, and Martin Casdagli, “Embedology,” *Journal of Statistical Physics*, Vol. 65, No. 3, pp. 579–616, 1991.
- [9] Floris Takens, “Detecting strange attractors in turbulence,” *Dynamical Systems and Turbulence*, Vol. 898, pp. 366–381, 1981.

公職選挙ポスター掲示問題に対する発見的解法の開発

A heuristic method for solving posting poster problem for public office election

郭 豊愷¹ 對馬 帆南¹ 足立 淳² 松浦 隆文² 木村 貴幸² 池口 徹¹

東京理科大学¹

日本工業大学²

1 まえがき

公職選挙では、選挙告示後、立候補者の情報を有権者に早く伝えるために、選挙スタッフは複数の車両を用いて短時間でポスターの掲示作業を終える必要がある。我々は既に千葉県野田市のポスター掲示問題に関して、現職議員が提案したポスター掲示場のグループ（以下、経験的なグループ）分けを用いた場合の最適経路 [1] を汎用ソルバーを用いて算出した。その結果、グループ内での最短巡回経路を得ることはできたが、巡回経路間の交差が多く、経験的なグループを用いる戦略は最適ではないことも明らかとなった。そこで本稿では、ポスター掲示経路の総移動距離を削減するための発見的な解法を提案し、その性能を調査したので報告する。

2 公職ポスター掲示問題に対する発見的解法

提案解法では最遠挿入法 [2] を用いて初期経路を構築する。構築した経路を CROSS-Exchange[3] または r CROSS-Exchange を用いて局所最適解が得られるまで改善する。CROSS-Exchange と r CROSS-Exchange による経路更新方法を図 1 に示す。

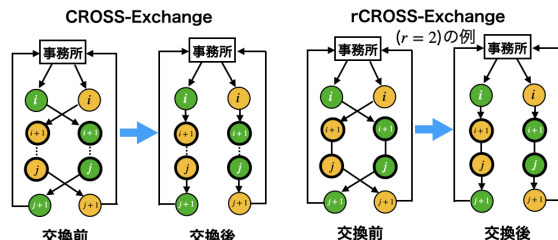


図 1 CROSS-Exchange と r CROSS-Exchange の例

CROSS-Exchange では、まず、黄色と緑色の経路から 2 つの掲示場 i と j ($i \leq j$) を選ぶ。このとき、 i と j の次の掲示場をそれぞれ $i+1$, $j+1$ とする。次に、黄色と緑色の経路における部分経路 $(i+1) \sim j$ を交換した際に、実行可能かつ総移動距離が最も減少する場合、これらの部分経路を交換する。一方、 r CROSS-Exchange は黄色と緑色の経路から交換する部分経路の掲示場数を r に固定する。 r CROSS-Exchange は、CROSS-Exchange の近傍の一部のみを探索するため、計算時間の削減が可能となる。CROSS-Exchange または r CROSS-Exchange で解を改善した後、2-opt 法を用いて巡回経路内で経路長を改善する。

3 数値実験・結果

千葉県野田市の公職選挙ポスター掲示場の位置情報に対して、提案解法の有効性を調査した。配置

データは 1 つの選挙事務所と 324 ヶ所のポスター掲示場から構成されている。掲示場 i の経緯度座標を (λ_i, φ_i) としたとき、掲示場 i と j の距離を $2R \sin^{-1} \sqrt{\sin^2 \frac{|\varphi_i - \varphi_j|}{2} + \cos \varphi_i \cos \varphi_j \sin^2 \frac{|\lambda_i - \lambda_j|}{2}}$ で算出した。ここで R は地球の平均半径である。車両は 12 台、各車両の最大移動距離は選挙事務所から最遠の掲示場までの距離の 2.7 倍、各車両のポスター最大積載枚数は 30 枚に設定した。また、 r CROSS-Exchange を適用する際 $1 \leq r \leq 30$ とした。結果を表 1 に示す。

表 1 実験結果

手法	総移動距離 [km]	改善率
経験的なグループでの最適解 [1]	276.162	-
最遠挿入法	279.474	-1.2%
最遠挿入法+CROSS-Exchange+2-opt	241.254	12.6%
最遠挿入法+ r CROSS-Exchange+2-opt	255.869	7.3%

表 1 の結果は経験的なグループによる最適解 [1] を基準としたときの各手法の改善率である。表 1 より、経験的なグループによる最適解と最遠挿入法の総移動距離はほぼ同じである。一方、経験的なグループによる最適解と比較して、最遠挿入法+CROSS-Exchange+2-opt と最遠挿入法+ r CROSS-Exchange+2-opt の総移動距離は短い。また、最遠挿入法+CROSS-Exchange+2-opt の総移動距離が最も短い。

4 まとめ

本稿では、公職選挙ポスター掲示問題 [1] に対する発見的な解法を提案した。数値実験の結果、CROSS-Exchange または r CROSS-Exchange と 2-opt を用いた発見的な解法は、経験的なグループによる最適解 [1] に比べて総移動距離が短くなることがわかった。

本稿で使用した千葉県野田市におけるポスター掲示場の位置情報は、千葉県野田市選挙管理委員会よりご提供いただきました。記して感謝します。また、実際のポスター掲示作業に関する状況をご教示いただいた、野田市議会議員 中村裕介氏に感謝します。なお、本研究の一部は、JSPS 科研費 JP22J12396, JP19K04907, JP22K04602, JP19K04395, JP21H03514, JP22K18419 の助成を受けた。

参考文献

- [1] 池口, 公職選挙ポスター掲示問題について, 非線形問題研究会, 2023 年 1 月発表予定。
- [2] Solomon, *Oper. Res.*, 35(2), 254–265, 1987.
- [3] Taillard, et al., *Transp. Sci.*, 31(2), 170–186, 1997.

スパイク列に対する因果性検出における再構成次元の影響

Effect of reconstruction dimension on causality detection for spike trains

澤田和弥¹

Kazuya Sawada

島田裕²

Yutaka Shimada

池口徹^{1,3}

Tohru Ikeguchi

東京理科大学大学院 工学研究科¹

埼玉大学 工学部²

東京理科大学 工学部³

1 はじめに

観測可能な時系列データの多くは点過程データとして表現される。典型的なものとして、経済取引、地震活動、神経発火がある。これらの観測した点過程データから、その背後にあるシステムのダイナミクスを理解することは重要である。具体的には、システムの各素子から観測された点過程データのみから、素子間の繋がり、因果関係を特定することは、ダイナミクスを理解する一助となる。我々はすでに、点過程データ、特に神経スパイク列に対する因果性検出手法を提案している [1]。提案手法は、等間隔にサンプリングされる時系列データへの因果性検出手法 [2] を点過程に拡張した手法である。具体的には、観測したスパイク列の発火間隔 (Inter-spike interval, 以下 ISI) の時系列から力学系を再構成する技術 [3] と ISI 時系列の時間インデックスの対応付けにより点過程への拡張を実現している。提案手法には、力学系を再構成する際のパラメータ (再構成次元, 時間遅れ) が存在し、これらのパラメータを適切に設定する必要がある。本稿では、再構成次元が提案手法を用いた因果性検出精度に与える影響を調査した結果を報告する。

2 スパイク列の生成

本稿では、式 (1) で表される gap junction で結合した Izhikevich モデル [4, 5] を用いて、因果性検出の対象となるスパイク列を生成した。

$$\begin{cases} \dot{v}_i = 0.04v_i^2 + 5v_i + 140 - u_i + I_i + \sum_{i \neq j, j=1}^N w_{ij}(v_j - v_i) \\ \dot{u}_i = a_i(b_i v_i - u_i) \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 $v_i \geq 30$ のとき、 $v_i \leftarrow c_i$, $u_i \leftarrow u_i + d_i$ にリセットされる。スパイク列はリセットされた時刻に生成されるとした。式 (1) は刻み幅 0.01 とした 4 次の Runge-Kutta 法により数値的に解き、100,000 ステップを過渡状態として除外した後のスパイク列を用いた。ただし本稿では、 $N = 2$ とし、パラメータは、 $a_i = 0.03$, $b_i = 0.3$, $c_i = -55$, $d_i = 2$, $I_i = 10$, $w_{12} = 0.05$, $w_{21} = 0.05$ ($i = 1, 2$) とした。すなわち、2 つのニューロンが両方向に結合している。

3 数値実験

式 (1) によって生成した 2 つのスパイク列に対して提案手法を適用した。ニューロン 1, 2 の ISI 時系列 T_1, T_2 を用いてニューロン 2, 1 の ISI 時系列を相互に予測し、その予測精度 $\rho[T_1|T_2]$, $\rho[T_2|T_1]$ に基づいて因果性検出を行った。ここで、 $\rho[T_i|T_j]$ ($i, j = 1, 2$) は T_j を用いて予測した T_i と実際の T_i の間の相関係数である。本実

験では、ニューロンは互いに結合しているため、十分な ISI 時系列長を用いた場合 $\rho[T_1|T_2]$, $\rho[T_2|T_1]$ はどちらも高い値に収束することが期待される。ISI 時系列長 L を $L = 5,000, 10,000$, 時間遅れを 1 とし、再構成次元 m を 3~10 まで変化させた際の $\rho[T_1|T_2]$, $\rho[T_2|T_1]$ を図 1 に示す。図 1 から、 $\rho[T_1|T_2]$, $\rho[T_2|T_1]$ とともに、 $L = 10,000$

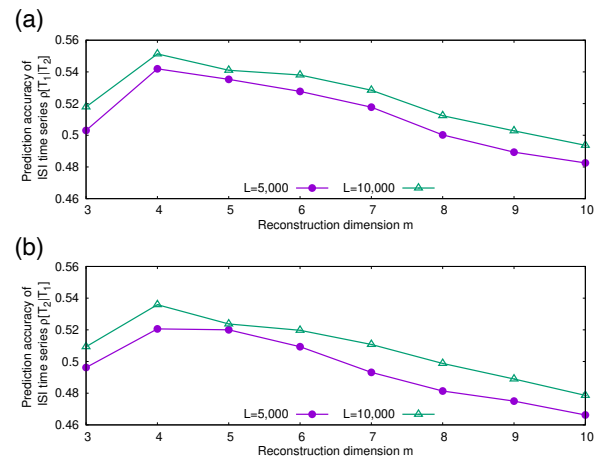


図 1 再構成次元 m と予測精度の関係。(a) $\rho[T_1|T_2]$, (b) $\rho[T_2|T_1]$ ($L = 5,000, 10,000$).

の予測精度の方が $L = 5,000$ の予測精度よりも高いことがわかる。したがって、時系列長の増加に伴い予測精度は上昇したことが確認できる。また、 $m = 4$ のときに予測精度は最大値を取っており、再構成次元は 4 が適切であることもわかった。

4 まとめ

本稿では、再構成次元が提案手法を用いた因果性検出精度に与える影響を調査した。その結果、両方向に結合する 2 つの Izhikevich ニューロンに対しては、再構成次元が 4 のときに予測精度が最大となり、適切な再構成次元であることがわかった。

本研究の一部は、JSPS 科研費 (No. JP22J14621, JP20H00596, JP21H03514, JP21H03508, JP21K12093, JP22K18419) の援助を受けて行われた。

参考文献

- [1] 澤田 他, 信学技報, **122**, 145, 48–53, 2022.
- [2] G. Sugihara et al., *Science*, **338**, 6106, 496–500, 2012.
- [3] T. Sauer, *Phys. Rev. Lett.*, **72**, 24, 3811–3814, 1994.
- [4] E.M. Izhikevich, *IEEE TNN*, **14**, 6, 1569–1572, 2003.
- [5] 内木 他, 信学論 A, **J100-A**, 5, 195–204, 2017.

周期入力に対する Izhikevich ニューロンモデルの応答 —カオスニューロンの場合—

Responses of the Izhikevich Neuron Model to Periodic Inputs
—In Case of Chaotic Neurons—

塚本陽太¹
Yota Tsukamoto

對馬帆南¹
Honami Tsushima

池口徹^{1,2}
Tohru Ikeguchi

東京理科大学 大学院工学研究科¹
Graduate School of Engineering, Tokyo University of Science

東京理科大学 工学部²
Faculty of Engineering, Tokyo University of Science

1 はじめに

我々は既に, Izhikevich ニューロンモデル [1] が regular spiking, fast spiking, intrinsically bursting および chattering 応答を呈する際の正弦波入力に対する応答を調査している [2–7]. 本稿では, Izhikevich ニューロンモデルがカオス応答を呈する際の正弦波入力に対する応答を調査したので報告する.

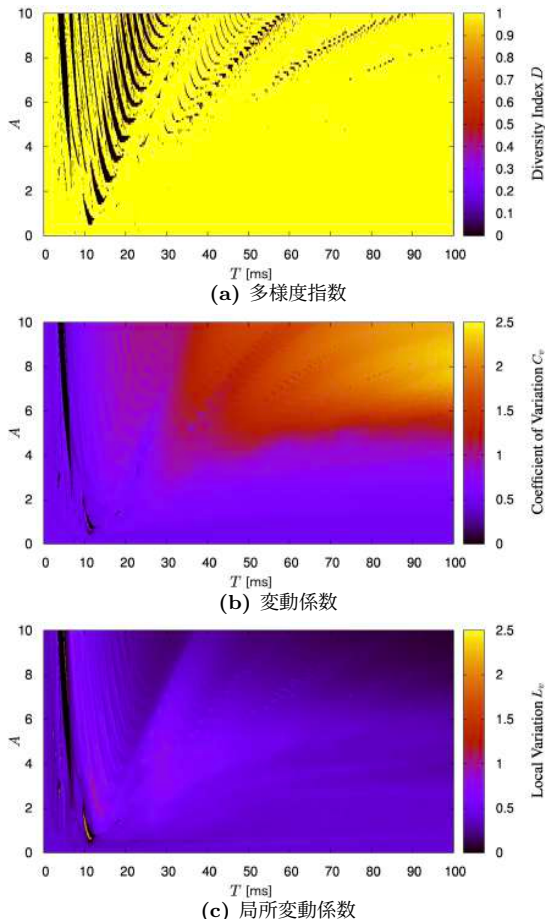


図 1: カオス応答を呈する Izhikevich ニューロンモデルに周期入力を印加した際の応答と周期入力の周期, 振幅の関係

2 数値実験

Izhikevich ニューロンモデル [1] のカオス応答のパラメータは $a = 0.2, b = 2.0, c = -56, d = -16, I = -99$ を用いた [12]. 正弦波入力を $I(t) = I + A \sin \frac{2\pi}{T}t$ とする. 本稿では, 発火時間間隔 (ISI) の定量化指標である,

多様度指数 [8,9], 変動係数, 局所変動係数 [10,11] を用いる. 多様度指数 D は, 異なる値をとる ISI の個数を ISI の総数で除した値であり, 周期応答ならば $D \approx 0$, 非周期応答ならば $D \approx 1$ となる. 変動係数 C_v と局所変動係数 L_v はいずれも ISI のばらつきを定量化した指標である. C_v は ISI の分布のみを反映するのに対し, L_v は ISI の順序にも依存する. ニューロンの応答が局所的には周期的に近いが大域的には変調されていた場合, C_v は高い値となるのに対し, L_v は低い値を保つ.

直流成分を $I = -99$ とし, 周期 T [ms] と振幅 A を変化させ, 応答の ISI から各指標を算出した結果を図 1 に示す. 図 1(a) より, $D \approx 0$ の周期応答と $D \approx 1$ の非周期応答の領域が存在することが分かる. また, 図 1(b) より, 非周期応答であっても ISI のばらつきが極めて小さい領域 ($A < 5$) とばらつきが大きい領域 ($A > 5$) の 2 つが存在する. しかし, 図 1(c) に示すようにいずれの領域でも L_v は低い. よって, 振幅 A に応じて ISI のばらつきは大きく変化するものの, 外部入力である正弦波による変調の影響は A によらず大きいということが示唆された.

3 まとめ

本稿では, Izhikevich ニューロンモデルがカオス応答を呈する際のパラメータを用いて, 正弦波入力に対する応答を調査した. ISI に着目した解析により, 正弦波入力の周期および振幅によって, 周期応答と非周期応答の両者が観測されること, 非周期応答にも ISI のばらつきが大きい応答と小さい応答が存在することが分かった.

本研究の一部は, JSPS 科研費 JP22J12396, JP20H00596, JP21H03514, JP22K18419 の助成を受けた.

参考文献

- [1] Izhikevich, *IEEE TNN*, 14(6), 1569–1572, 2003.
- [2] Tsukamoto et al., *NOLTA, IEICE*, 13(2), 367–372, 2022.
- [3] Tsukamoto et al., *Proc. of NLSW2021*, NLSW-54, 2021.
- [4] 塚本 他, 電子情報通信学会総合大会, N-1-16, 2022.
- [5] 塚本 他, 電子情報通信学会 NOLTA ソ大, A-9, 2022.
- [6] Tsukamoto et al., submitted to *NOLTA, IEICE*, 2022.
- [7] Tsukamoto et al., *Proc. of NOLTA2022*, B2L-E-03, 2022.
- [8] 杉浦 他, 信学技報, 113(116), 43–48, 2013.
- [9] 内木 他, 信学論 A, J100-A(5), 195–204, 2017.
- [10] Shinomoto et al., *Neural Computation*, 15(12), 2823–2842, 2003.
- [11] Shinomoto et al., *Journal of Neurophysiology*, 94(1), 567–575, 2005.
- [12] Izhikevich, *IEEE Transactions on Neural Networks*, 15(5), 1063–1070, 2004.

スペクトル距離を用いた バイクシェアリングシステムの利用履歴解析

Analysis on usage history of bicycle sharing system using spectral distance

對馬 帆南
Honami Tsushima

池口 徹
Tohru Ikeguchi

東京理科大学
Tokyo University of Science

1 まえがき

交通渋滞緩和、排気ガス削減、ラストワンマイル問題の解消が期待できる利便性の高い交通システムとしてバイクシェアリングシステム (Bicycle Sharing System, 以下 BSS) が注目されている。BSS は、自転車を借りたポートとは異なるポートに返却が可能のため、ポート間で自転車台数に過不足が生じる問題がある。この問題を解決するため、自転車回収車を用いて短時間で効率的に再配置作業を行う手法の提案を行っている [1, 2, 3]。さらに我々は、BSS の実際の利用履歴データを点過程と捉えることで解析を行い、平日と週末の利用パターンに差がないことなどを明らかにした [4]。本稿では、BSS の利用履歴をテンポラルネットワークと捉え、スペクトル距離を用いて解析を行った結果を報告する。

2 スペクトル距離を用いた BSS の利用履歴解析

本稿では、2019 年 8 月のワシントン D.C. [5] の BSS の利用履歴データを使用する。利用履歴データには、自転車を借りたポートの ID と日時、返却したポートの ID と日時が含まれている。自転車を借りたポートを始点 i 、返却したポートを終点 j 、ポート i と j 間の利用回数 $n_{ij}(=n_{ji})$ とした無向重みありネットワークとして考える。BSS の利用履歴をテンポラルネットワークの観点から解析するために、まず、BSS のデータを 1 日とした時間窓により分割し、第 k 日目のネットワーク $G^{(k)}$ を得る (図 1)。次に、分割後のネットワーク間の距離を測る。距離指標には正規化スペクトル距離と非正規化スペクトル距離を使用する [6]。

3 数値実験・結果

本稿では 565 ポートの利用履歴情報を使用した。図 2 に非正規化スペクトル距離を用いた場合の結果を示す。正規化スペクトル距離を使用した場合も同様の結果が得られた。縦軸と横軸は日付、カラーバーは距離の値である。2019 年 8 月の週末は、3, 4 日, 10, 11 日, 17, 18 日,

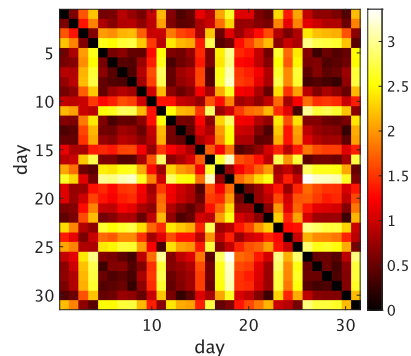


図 2 非正規化スペクトル距離

24, 25 日, 31 日である。図 2 の結果より、平日と週末に分けられていることがわかる。BSS の利用履歴データを点過程として解析し、8 月の C_V 値, L_V 値を算出した場合、平日と週末の利用パターンに差はなく共に規則的ではない [4]。これを、テンポラルネットワークとして捉え、スペクトル距離を用いて解析すると平日と週末で異なる結果となる。これらの結果は、自転車が貸出・返却されるタイミングは平日、週末共に規則的ではないが、貸出された自転車が返却されるパターンは平日と週末では異なることを示唆するものである。

4 まとめ

本報告では、2019 年 8 月のワシントン D.C. の BSS の利用履歴をテンポラルネットワークとして捉え、スペクトル距離を用いて解析を行った。数値実験の結果、平日と週末とは異なるダイナミクスを有すること、貸出・返却タイミングを点過程データとして捉えた解析とは異なる特徴を有することが明らかとなった。なお、本研究の一部は、JSPS 科研費 JP22J12396, JP20H00596, JP21H03514 の助成を受けた。

参考文献

- [1] H. Tsushima, et al., *J. of Signal Processing*, 22(4), 157–160, 2018.
- [2] H. Tsushima, et al., *Appl. Sci.*, 11(16), 7749, 2021.
- [3] H. Tsushima, et al., *Appl. Sci.*, 12(5), 2675, 2022.
- [4] H. Tsushima, et al., *NOLTA, IEICE*, 13(2), 355–360, 2022.
- [5] Capital Bikeshare system data.
<https://www.capitalbikeshare.com/system-data>.
- [6] N. Masuda, et al., *Sci. Rep.*, 9(1), 1–11, 2019.

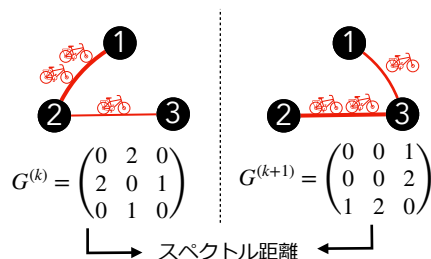


図 1 スペクトル距離を用いた解析の流れ (ポート数 3)

スペクトルグラフ距離と古典的多次元尺度構成法を用いたテンポラルネットワークの解析

Analysis of temporal networks using spectral graph distance and classical multidimensional scaling

伊藤 大河
Taiga Ito

澤田 和弥
Kazuya Sawada

對馬 帆南
Honami Tsushima

池口 徹
Tohru Ikeguchi

東京理科大学
Tokyo University of Science

1 はじめに

交友関係、神経回路網など、現実には存在するネットワークの多くは、時間とともに状態が変化するテンポラルネットワークである [1]。我々は既に、Sociopatterns[2] の提供するフランスの高校で計測されたコンタクトデータをテンポラルネットワークとして捉え、ネットワークの時間変化をハミング距離と古典的多次元尺度構成法 (以下、CMDS)[3] を用いて解析をした [4]。しかし、ハミング距離は隣接行列間の差を反映するのみで、実際のネットワーク構造の差異を厳密に反映することは困難である。そこで本稿では、スペクトル距離と CMDS を用いてテンポラルネットワークを解析した結果を報告する。

2 コンタクトデータ

本稿では、Sociopatterns [2] が提供する 2009 年のフランスの小学校の実際のコンタクトデータを解析対象とした。計測は 2 日間行われ、生徒 232 名、教師 10 名の合計 242 名、総コンタクト数は 125,773 である。コンタクトデータには、コンタクトした生徒、教師の ID とその時間が記録されている。また、コンタクトの計測には RFID タグが用いられており、コンタクトの時間解像度 (計測時間窓幅) は 20 秒である。

3 解析手法

はじめに、コンタクトデータを 1,200 秒の時間窓に分割し、第 i 番目の時間窓において累積ネットワーク $G^{(i)}$ を作成する。次に、累積ネットワーク $G^{(i)}$ と $G^{(j)}$ 間の距離を計算し、距離行列を作成する。その際、正規化スペクトル距離 $d(i, j)$ と非正規化スペクトル距離 $d'(i, j)$ を用いる [5]。さらに、距離行列に CMDS を適用し、1 次元の時系列信号 $x(i)$, $x'(i)$ を得る。最後に、CMDS によって得た 1 次元時系列から遅延座標系によるアトラクタの再構成 [6] を行う。

4 数値実験

コンタクトデータから生成した距離行列、CMDS を適用して得られた時系列 $x(i)$, $x'(i)$ とコンタクト数の推移 $c(i)$, $c'(i)$ 、CMDS を用いて得られた時系列からアトラクタを再構成した結果を図 1 に示す。図 1 の左は非正規化スペクトル距離を用いた結果、右は正規化スペクトル距離を用いた結果である。図 1(a) より、いずれのスペクトル距離においても 12 時から 14 時の時間帯で距離行列の値が大きくなっており、ランチタイムとそれ以外の時間に分かれていることが確認できる。また、図 1(b) より、距離行列の値が大きくなっている時間帯で、CMDS から得た時系列の推移が山なりになっている。即ち、CMDS から得た時系列は小学校のコンタクトネット

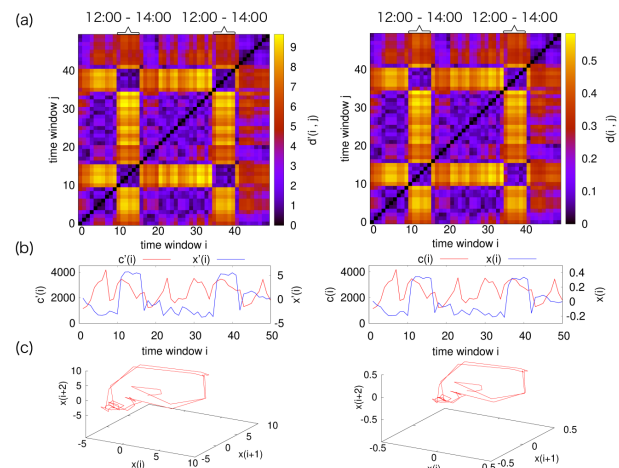


図 1 (a) 距離行列, (b) 距離行列に CMDS を適用して得た時系列とコンタクト数の時系列, (c) CMDS を適用して得た時系列から再構成した 3 次元状態空間におけるアトラクタ

ワークのダイナミクスの変化を定量的に捉えることができていると考えられる。さらに、図 1(c) より、CMDS から得た時系列から再構成されたアトラクタの軌道には再帰性があることも確認できる。これらの結果は、小学校のコンタクトパターンには隠れた再帰構造が存在することを示唆するものである。

5 まとめ

本稿では、小学校のコンタクトデータから生成したテンポラルネットワークを対象にスペクトル距離と CMDS を用いて解析を行った結果を報告した。数値実験の結果、CMDS から得た時系列はネットワークの状態変化を捉えることができること、また時系列から、再構成したアトラクタからコンタクトには再帰性があることが確認できた。なお、本研究の一部は、JSPS 科研費 (No. JP22J14621, JP22J12396, JP20H00596, JP21H03514) の援助を受けて行われた。

参考文献

- [1] N. Masuda et al., *Sci. Rep.*, **9**(795): 1–11, 2019.
- [2] Sociopatterns: <http://www.sociopatterns.org> (最終閲覧日 2022/05/27).
- [3] J. C. Gower, *Biometrika*, **53**(3–4): 325–338, 1966.
- [4] 澤田 和弥, 他, NOLTA ソサイエティ大会, NLS-38, 2022.
- [5] R. C. Wilson et al., *Pattern Recognition*, **41**(9): 2833–2841, 2008.
- [6] T. Sauer et al., *J. Stat. Phys.*, **65**(3): 579–616, 1991.

神経スパイク列に対する因果性検出に関する検討

On causality detection for neural spike trains

澤田 和弥¹

Kazuya Sawada

島田 裕²

Yutaka Shimada

池口 徹¹

Tohru Ikeguchi

東京理科大学¹

埼玉大学²

1 はじめに

観測時系列データのみから非線形システムに内在する因果関係を検出することは重要な課題である。実際、因果性検出手法を用いて、生態系、経済活動、自然現象、神経活動、遺伝子制御ネットワークなどを複雑ダイナミクスの観点から解析することも可能となっている [1-4]。一方、我々が観測するデータは、等間隔サンプリングされた時系列データではなく、地震、経済取引のタイミング、神経細胞のスパイク列などのような点過程である。しかし、現在提案されている非線形因果性検出手法 [1, 2] の多くは点過程に対する適用が困難である。即ち、点過程に対する非線形因果性検出手法の開発は重要な非線形問題である。我々はすでに、スパイク列間隔 (ISI) からのアトラクタ再構成 [5] と時間的対応関係に着目した点過程に対する非線形因果性検出手法を提案している [6, 7]。その結果、提案手法は 2 ニューロン間の因果性検出に対して有効であることを示した。本稿では、疑似相関が発生するような結合形態に対して、提案手法の有効性を検討した結果を報告する。

2 gap junction により結合する Izhikevich モデル

スパイク列の生成は、gap junction により結合する Izhikevich ニューロン: $\dot{v}_i = 0.04v_i^2 + 5v_i + 140 - u_i + \sum_{j=1}^N w_{ij}(v_j - v_i)$, $\dot{u}_i = a_i(b_i v_i - u_i)$ を用いた [8]。

ここで、 $v_i \geq 30$ のとき、 $v_i \leftarrow c_i$, $u_i \leftarrow u_i + d_i$ として v_i , u_i はリセットされる。 v_i , u_i は、ニューロン i の膜電位、回復変数、 I_i はニューロン i への外部入力であり、 a_i , b_i , c_i , d_i はニューロン i のパラメータである。 w_{ij} はニューロン j からニューロン i への結合強度である。また、 N はニューロン数であり、本稿では $N = 3$ とした。提案手法では、スパイク列と ISI 時系列を用いて因果性検出をするため、ニューロン i の n 回目の発火時刻を $S_i(n)$ ($n \geq 1$)、ISI を $T_i(n) = S_i(n+1) - S_i(n)$ と定義した。

3 スパイク列に対する因果性検出手法

提案手法 [6] の元となる手法 [1] では、観測済みの時系列間の相互予測を行い、時系列長を増加させた際の予測精度の収束により因果性の存在を判定する。例えば、変数 X から Y に因果関係がある場合、 Y の時系列の再構成状態空間での近傍点は、 X の時系列の再構成状態空間でも近傍である可能性が高く、時系列長の増加に伴い、予測の正確性が上昇するというアイデアに基づいている。提案手法においては、ISI 時系列長を増加させた際の相互予測精度の高い値への収束により因果性検出

する。また、予測の際には、ISI から状態空間を再構成する。その後、発火時刻が最も近い ISI ベクトルの再構成状態空間上での近傍情報を用いて予測を行う [6, 7]。

4 数値実験

本稿では、 $a_i = 0.2$, $b_i = 2$, $c_i = -56$, $d_i = -16$, $I_i = -99$ ($1 \leq i \leq 3$)、ニューロン 1 からニューロン 2, 3 への結合強度を $w_{21} = w_{31} = 0.1$ とし、その他の結合強度 w_{ij} は全て 0 とした。また、Izhikevich ニューロンモデルの解軌道は刻み幅を 0.01 とした Runge-Kutta 法で算出し、100,000 ステップを過渡状態として除外後、ISI 時系列長 1,000 から 3,000 刻みで 10,000 まで使用した。予測の際の再構成状態空間の次元を 10、時間遅れを 1 とし予測した結果を図 1 に示す。図 1 において、 $\rho[T_i|T_j]$ はニューロン j の ISI を用いてニューロン i の ISI を予測した場合の予測精度である。図 1 をみると、

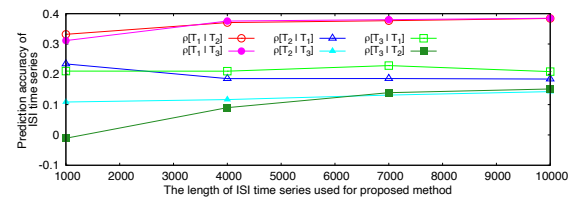


図 1 スパイク列に対する因果性検出の提案手法を用いた際の時系列長に対する予測精度の結果

ニューロン 2, 3 からニューロン 1 を予測した場合の予測精度は時系列長とともに上昇し、0.4 程度の値に収束している。一方、他の 4 つの予測精度は 0.1~0.2 程度の値に収束している。これらはニューロン 1 からニューロン 2, 3 への因果性の存在を示唆する結果であり、疑似相関が発生するような結合形態においても提案手法による因果性検出は有効であることがわかった。

なお、本研究の一部は JSPS 科研費 (No. JP22J14621, JP20H00596, JP21H03514, JP21H03508) の援助を受けて行われた。

参考文献

- [1] G. Sugihara et al., *Science*, **338**(6106): 496–500, 2012.
- [2] H. Ma et al., *Sci. Rep.*, **4**(1): 1–10, 2014.
- [3] Y. Hirata et al., *PLOS ONE*, **11**(7): e0158572, 2016.
- [4] S. K. Stavroglou et al., *PNAS*, **116**(22): 10646–10651, 2019.
- [5] T. Sauer, *Phys. Rev. Lett.*, **72**(24): 3811–3814, 1994.
- [6] 澤田 和弥 他, 信学ソ大, N-1-12, 2019.
- [7] 澤田 和弥 他, 信学総大, N-1-9, 2020.
- [8] 内木 楓 他, 信学論, **J100-A**(5): 195–204, 2017.

学位論文

画像式光電脈波の非線形時系列解析

中山裕文 (池口徹 教授, Nina Sviridova 助教)

1 はじめに

光電脈波 (Photoplethysmogram, 以下, PPG) とは, 光を皮膚表面に照射した際の光の反射量の変化を計測した心血管系の生体信号である. PPG データからは, 心拍数, 血圧, 血中酸素飽和度などの心血管系に関する情報を得ることができる [1]. 安価で非侵襲な計測方法であることから, 近年ではスマートウォッチをはじめとした様々なウェアラブルデバイスに応用されている. また, 非線形時系列解析 [2] を PPG データに適用する研究も行われており, PPG の有する非線形力学的特徴が精神的な健康指標として利用できることが示唆されている [3].

一方近年, 画像式光電脈波 (imaging photoplethysmogram, 以下, iPPG) 法と呼ばれる皮膚表面を撮影した動画から脈波を推定する手法も導入されている [4]. LED ライトを光源, カメラを受光体とした擬似的な PPG 計測装置とすることで, 動画から心血管系に関する情報を測定する. iPPG 法では, PPG と同様に心拍数や血圧などが算出可能であり, 測定に必要な機材はスマートフォンをはじめとした市販のカメラデバイスのみであるという特徴がある [5].

本論文では, iPPG データに対して PPG データと同様に非線形時系列解析の観点から, 健康指標への応用ができないかという課題を検討することを目的とする. そのためには, まず, iPPG データがどこまで PPG データの特徴を捉えられているのかを明らかにする必要がある [6]. そこで本論文では, 安静状態の健康な被験者を対象に得られた iPPG データに対して非線形時系列解析を行い, iPPG データの示す特徴を調査し, PPG データを解析した結果と比較する. 具体的には, PPG データと iPPG データの両者を遅延座標系へ変換することで, 最大リアプノフ指数 (Largest Lyapunov Exponent, 以下, LLE) を算出し, 得られた結果を比較検討した.

2 データ取得実験

PPG データは, 脈波センサ (東京デバイス株式会社) を用いて計測した. 計測機器のサンプリング周波数は 409.6Hz である. また, iPPG データ用の動画は第 6 世代の iPad mini (Apple Inc.) を用いて撮影した. 解像度は 1920×1080 画素, フレームレートは 240fps のスローモーション設定で撮影された. 被験者は, 東京理科大学の学生のうち 20 代の心臓疾患を持たない健康な男女 10 名である. 「東京理科大学における人を対象とする生命科学・医学系研究に関する倫理規程」に従って, 被験者に対して実験に関するインフォームドコンセントを実施した. 25°C に保たれた静かな室内で, 安静にした状態で約 5 分のデータを 1 人あたり 2 回計測した. 利き手の人差し指をカメラに押し当てて動画を撮影し, 同じ手の中指から PPG データを計測した. また実験を行うにあたり, 事前に血圧計を使用して, 被験者の血圧と心拍数を記録し正常値であるかを確認した.

3 解析手法

3.1 iPPG 時系列データの算出

iPPG を算出するにあたって, 文献 [7, 8] を参考にした. 撮影された動画から, iPPG データを算出する手順を図 1 に示す. まず動画をフレームに分割し, 各フレームに対して ROI (Region of Interest) を指定する. 次に, 指定した ROI において RGB 画像ごとの平均画素値を計算する. これを全フレームに対して行うことで, 色画像ごとの平均画素値時系列を得る. R 画像より作成した平均画素値時系列に対して, 0.65~4Hz のバンドパスフィルタを適用し iPPG データとする. PPG データと iPPG

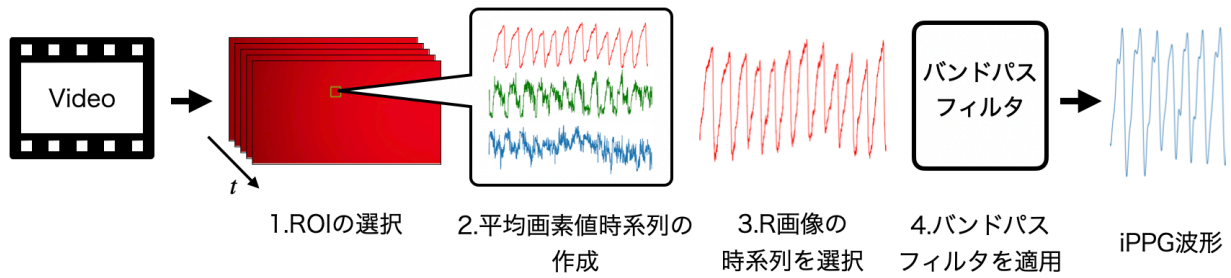


図 1: 動画から iPPG データを算出する手順

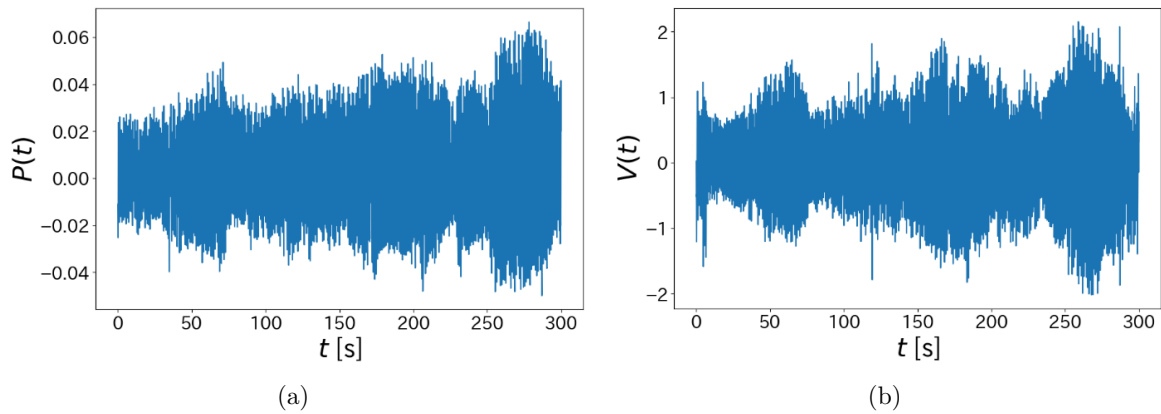


図 2: 解析対象の時系列 (a) PPG データ (b) iPPG データ

データのサンプリング周波数が異なるため、本論文では、PPG データと iPPG データにダウンサンプリングを適用し、サンプリング周波数を 120Hz に統一した．図 2 に、被験者 1 の 1 回目取得した PPG データ $P(t)$ と iPPG データ $V(t)$ を示す．

3.2 遅延座標系への再構成

脈波の振る舞いを生み出したと考えられる非線形力学系の全状態変数を同時に観測することは容易ではない．本論文における計測でも 1 次元の PPG データ，iPPG データが観測されるのみである．このような場合は、観測された時系列データから高次元空間における非線形力学系のアトラクタを再構成することが必要となる [2]．本論文では、観測された 1 次元時系列データ $x(t) (t = 1, 2, 3, \dots, n)$ の再構成次元を m ，遅れ時間を τ とした遅延座標系へと変換し再構成を行った．PPG データでは少なくとも 4 次元以上でアトラクタの再構成を行う必要がある [3] ことから、 $m = 4$ とした再構成を行った．また、自己相関関数の値が最初に $1 - 1/e$ 以下になる時刻を遅れ時間 τ とした [9]．

3.3 LLE の算出

ある非線形力学系に関して、わずかに異なる初期値を与えた 2 つの解軌道を考える．軌道間の距離が指数関数的に増大すると仮定したとき、時間とともに解軌道の差が伸びていく系の応答は軌道不安定であるという．この決定論的カオスの持つ特徴の 1 つである軌道不安定性はリアプノフ指数により定量化できる．一般に LLE が正であれば、その系はカオス応答を示していることになる．本論文では、LLE を文献 [9] の方法で求めた．再構成アトラクタの点 X_j とその近傍点 $X_{\hat{j}}$ を探索する．ただし $\hat{j}$ に関して、時系列の平均周期よりも $|j - \hat{j}|$ が大きくなるという制約を加えた．次に、 X_j と $X_{\hat{j}}$ 間の i ステップ経過後の拡大距離は $d_j(i) = \|X_{j+i} - X_{\hat{j}+i}\|$ と表せる．ここで、 $\|X_{j+i} - X_{\hat{j}+i}\|$ は

2点 X_{j+i} , $X_{\hat{j}+i}$ のユークリッド距離である．この $d_j(i)$ の平均値 $d(i)$ は式 (1) で表せる．

$$d(i) = \frac{1}{N-i} \sum_{j=1}^{N-i} \|X_{j+i} - X_{\hat{j}+i}\| \quad (1)$$

ただし， N は再構成アトラクタの軌道上のデータの数である．この平均拡大距離 $d(i)$ がべき乗則に従って指数関数的に増加していくと仮定すると $d(i) \sim e^{\lambda i}$ ，すなわち， $\ln d(i) \sim \lambda i$ となる．そこで，時系列のサンプリング間隔を Δt としたとき，経過時間 $i\Delta t$ と平均拡大距離の自然対数 $\ln d(i)$ のグラフにおける直線の傾き λ を LLE の推定値とする．

4 解析結果

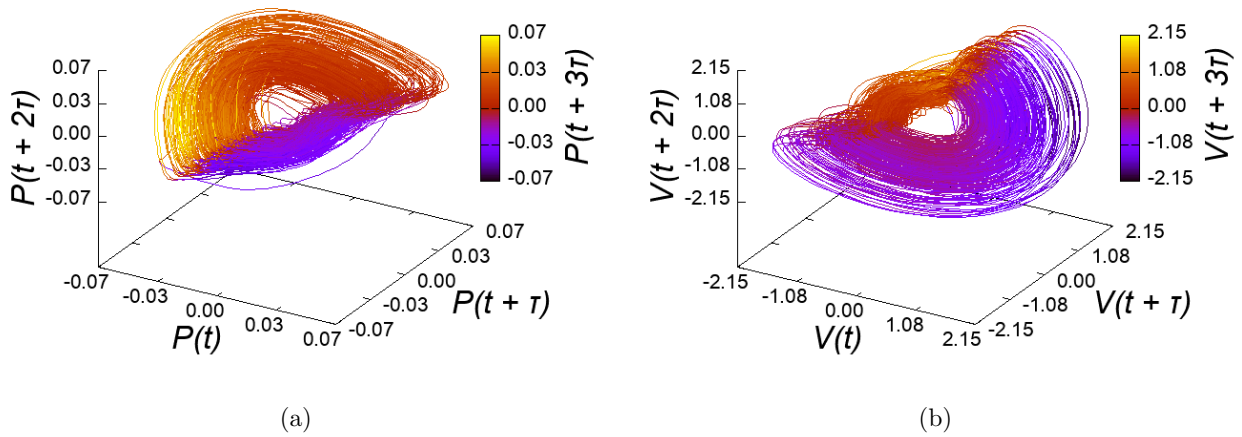


図 3: $m = 4$ の遅延座標系で再構成した結果 (a) PPG データ ($\tau = 12$) (b) iPPG データ ($\tau = 11$)

4次元の遅延座標系で再構成した結果を図3に示す．ただし，4次元目の値は色により表現した．図3のカラーバーは4次元目の値を表している．また，遅れ時間 τ は自己相関関数の値が最初に $1 - 1/e$ 以下になる時刻としたところ，PPG データが $\tau = 12$ ，iPPG データが $\tau = 11$ となった．図3 (a), (b) を見ると PPG データ，iPPG データの両者とも解軌道は空間内に留まっており再帰的構造を有しているといえる．図4に経過時間 $i\Delta t$ と微小変位の平均拡大距離の自然対数 $\ln d(i)$ の関係を示す．図4において，傾きの変化が一定となる領域から推定した直線を示している．図4における直線部分の傾きより，被験者2の1回目取得した PPG データでは，LLE の値は 0.5483 となった．この結果は，従来の結果 [3,6] と同様に，PPG データが決定論的カオスであることを示すものである．一方，被験者2の1回目取得した iPPG データでは LLE の値は 0.4594 となった．また，全被験者で LLE を計算したところ，PPG，iPPG 両者の LLE の全てが正の値であること，さらには，その平均値は PPG を用いた場合が 0.4961，iPPG を用いた場合が 0.5597 となることを確認した．全ての被験者に対して LLE の値が正であることから，iPPG データを用いることで，PPG データが本来有するカオスの特徴の中で，少なくとも軌道不安定性は捉えることができていると考えられる．

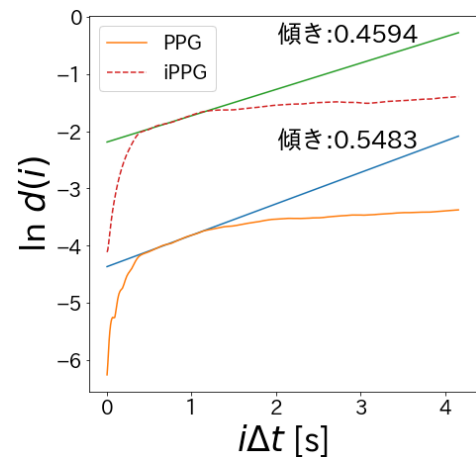


図 4: $\ln d(i)$ と $i\Delta t$ の関係

5 まとめと今後の課題

本論文では、iPPG データが PPG データの有する決定論的カオスの特徴を捉えられているのか調査した。まず、PPG データと iPPG データを計測し、両データに対して遅延座標系への変換を行うことで解軌道の構造を確認した。次に、LLE を算出して軌道不安定性について定量的な評価を行った。その結果、PPG データと iPPG データの解軌道は再帰的となっていること、さらには LLE の値から PPG データ及び iPPG データは少なくとも軌道不安定性を有することがわかった。

今後の課題として、LLE 以外の指標を用いて iPPG データが決定論的カオスかを定量的に評価することで、軌道不安定性以外の決定論的カオスが有する特徴に関する調査が必要である。

参考文献

- [1] J. Allen, “Photoplethysmography and its application in clinical physiological measurement,” *Physiological Measurement*, Vol. 28, No. 3, pp. R1–R39, 2007.
- [2] 池口徹, 山田泰司, 小室元政, カオス時系列解析の基礎と応用, 合原一幸 (編), 産業図書株式会社, 2000.
- [3] I. Tsuda, T. Tahara, and H. Iwanaga, “Chaotic pulsation in human capillary vessels and its dependence on mental and physical conditions,” *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 2, No. 2, pp. 313–324, 1992.
- [4] A. A. Kamshilin, E. Nippolainen, I. S. Sidorov, P. V. Vasilev, N. P. Erofeev, N. P. Podolian, and R. V. Romashko, “A New Look at the Essence of the Imaging Photoplethysmography,” *Scientific Reports*, Vol. 5, No. 1, pp. 1–9, 2015.
- [5] K. Matsumura and T. Yamakoshi, “iPhysioMeter: A new approach for measuring heart rate and normalized pulse volume using only a smartphone,” *Behavior Research Methods*, Vol. 45, No. 4, pp. 1272–1278, 2013.
- [6] N. Sviridova, V. Savchenko, M. Savchenko, K. Aihara, K. Okada, and T. Zhao, “Reconstructed dynamics of the imaging photoplethysmogram,” *2018 40th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC)*, pp. 2969–2972, 2018.
- [7] T. T. Islam, M. S. Ahmed, M. Hassanuzzaman, A. Bin, A. Syed, and T. Rahman, “Blood glucose level regression for smartphone PPG signals using machine learning,” *Applied Sciences*, Vol. 11, No. 2, 618, 2021.
- [8] F. Haugg, M. Elgendi, and C. Menon, “Effectiveness of Remote PPG Construction Methods: A Preliminary Analysis,” *Bioengineering*, Vol. 9, No. 10, p. 485, 2022.
- [9] M. T. Rosenstein, J. J. Collins, and C. J. De Luca, “A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets,” *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Vol. 65, No. 1, pp. 117–134, 1993.

発表文献

- [P1] 中山裕文, スヴィリドヴァニーナ, 池口徹, “画像式光電脈波に対するリアプノフ指数の推定,” 電子情報通信学会 非線形問題研究会 発表予定, 2023 年 3 月.

古典的多次元尺度構成法を用いたテンポラルネットワークの解析

伊藤大河 (池口徹 教授 , Nina Sviridova 助教)

1 はじめに

近年、技術の進歩に伴い、大規模なデータを扱えるようになったことで、ネットワークの分野が注目されている。ネットワークとは、頂点とそれらを結び付ける枝の集合である。私たちの身の回りには、人間関係、神経回路網、WWW などさまざまなネットワークが存在する。これらのネットワークを解析対象とする複雑ネットワーク理論の分野は、1998 年のスモールワールドネットワーク研究、1999 年のスケールフリーネットワーク研究を皮切りに盛んに行われてきた [1, 2]。しかし、これらの解析で対象とされたネットワークは、主として、ネットワーク構造が時間とともに変化しない静的なネットワークである。

一方、現実のネットワークの多くは、時間とともにネットワーク構造が変化するテンポラルネットワークである。現在、テンポラルネットワークに関する研究もさかんに進められている [3]。文献 [4] では、Sociopatterns [5] が提供するコンタクトデータを対象に、スペクトル距離と階層的クラスタリングを用いた解析が行われており、スペクトル距離がネットワーク間距離を定義するのに適していることが示されている。また、階層的クラスタリングでネットワークを複数の状態に分類することで、テンポラルネットワークのダイナミクスを解析できることが示されている。しかし、階層的クラスタリングは、分割するクラスタ数を適切に設定する必要がある。この問題を解決する手段として、古典的多次元尺度構成法 (classical multidimensional scaling, 以下, CMDS) [6] と呼ばれる方法が存在する。文献 [7] では、時系列の時間ステップごとの状態値の差から生成した距離データに CMDS を適用することで、元の時系列をほぼ再現可能なことが示されている。

そこで本研究では、ネットワーク間距離をスペクトル距離で計算し、CMDS を用いてネットワークの状態遷移時系列を得るテンポラルネットワークの解析手法を提案する。提案した解析手法を用いることで、テンポラルネットワークのダイナミクスを捉えられることを確認した。

2 テンポラルネットワークの解析

2.1 提案手法

本論文で提案するテンポラルネットワークの解析手法を以下に示す (図 1)。

1. テンポラルネットワークデータを w 秒の時間窓に分割し、各時間窓におけるネットワーク G_i を作成する。
2. 時間窓間のネットワーク構造の差をスペクトル距離で計算し、距離行列を作成する。本論文では、非正規化スペクトル距離 (式 (1)) と正規化スペクトル距離 (式 (2)) の 2 つの指標を計算した。

$$d'(i, j) = \sqrt{\sum_{k=1}^N (\lambda_{N+1-k}(G_i) - \lambda_{N+1-k}(G_j))^2} \quad (1)$$

$$d(i, j) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (\lambda_{N+1-k}(G_i) - \lambda_{N+1-k}(G_j))^2}{\max \left(\sum_{k=1}^N (\lambda_{N+1-k}(G_i))^2, \sum_{k=1}^N (\lambda_{N+1-k}(G_j))^2 \right)}} \quad (2)$$

ここで、 N は頂点数、 $\lambda_{N+1-k}(G_i)$ は G_i の正規化ラプラシアン行列 $L_i = I - D_i^{-\frac{1}{2}} A_i D_i^{-\frac{1}{2}}$ の最大固有値から k 番目の固有値である。また、 I は単位行列、 D_i は次数対角行列、 A_i は G_i の隣接行列である。

3. 距離行列に CMDS を適用し、1 次元時系列を得る [7]。

2.2 CMDS

CMDSとは、距離情報のみから元のデータ間の位置関係を復元する手法である．まず、距離行列 D に中心化行列 $H = I - \frac{1}{W}J$ をかけることで、行列 $B = -\frac{1}{2}HD^2H$ を求める． W は時間窓数、 J は要素全てが 1 の行列である．次に、行列 B を $B = V\Lambda V^T = XX^T$ と固有値分解する．ここで、 Λ は固有値、 V は固有ベクトル、 X は座標ベクトルを並べた行列で T は転置を表す．この座標ベクトルの中から、最大固有値に対応する座標ベクトルを 1 次元時系列とする．本論文では、CMDS により得られる時系列と文献 [4] で用いられた階層的クラスタリングにより得られる時系列の比較を行った．

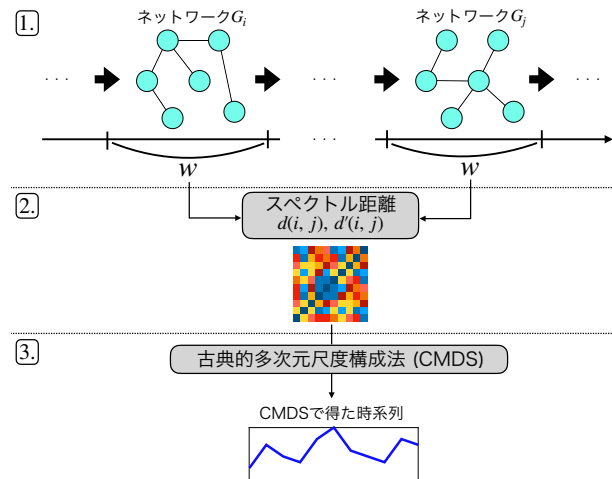


図 1: テンポラルネットワーク解析の提案手法

2.3 アトラクタ再構成

力学系のアトラクタ再構成には、時系列から時間遅れ座標系への変換がよく用いられる [8]．時間遅れ座標系への変換とは、得られた時系列 $y(t)$ を式 (3) により変換し、ベクトル $\mathbf{v}(t)$ を得ることである．

$$\mathbf{v}(t) = (y(t), y(t + \tau), \dots, y(t + (m - 1)\tau)) \quad (3)$$

m は再構成次元、 τ は時間遅れである．式 (3) による変換を行うことで、アトラクタを再構成できることは既に知られている [9]．

3 結果

本論文では、表 1 に示すコンタクトデータ [5] のテンポラルネットワークを対象として解析を行った．ここでは、実験参加者数、総コンタクト数が最も多いフランスの小学校のコンタクトデータを解析した結果を図 2 に示す．

表 1: テンポラルネットワークデータの概要

データ	時期・期間	実験参加者数	総コンタクト数
フランスの小学校	2009 年 10 月 (2 日間)	242	125,773
フランスの高校	2011 年 12 月 (4 日間)	126	28,561
リヨンの病院	2010 年 12 月 (5 日間)	75	32,424
マラウイ共和国の農村	2019 年 12 月～2020 年 1 月 (14 日間)	86	102,293

図 2(a)～(d) では、左図が非正規化スペクトル距離を用いた結果、右図が正規化スペクトル距離を用いた結果である．また、図 2 の (ii) は、 $c(i)$ がコンタクト数の時系列、 $x'(i)$ 、 $x(i)$ が CMDS により得た時系列を示している．図 2(a)～(d) の (i)(ii) より、距離行列の数値が高くなっている時間で、CMDS で得た時系列も大きく変化していることがわかる．したがって、CMDS で得た時系列には、ネットワークの構造の変化が反映されているといえる．図 2 の (iii) の階層的クラスタリングにより得た時系列をみると、図 2(d) の (iii) は時系列の推移が、距離行列の数値が高い時間とそうでない時間の 2 状態を遷移していることがわかる．一方、図 2(a), (c) の (iii) は時系列がほとんど変化しておらず、図 2(b) の (iii) は非正規化スペクトル距離の場合は複数の状態に分割されているが、正規化スペクトル距離の場合は 2 状態に分割されている．

このように、階層的クラスタリングは最終的なクラスタ数を決定するなどの操作が必要であるため、適切な方法でクラスタ数を決めなければ時系列を得られない可能性がある．一方、CMDS はク

ラスタ数の決定や閾値の設定の必要がなく、距離行列のみから時系列を得ることが可能であり、パラメータに依存しない時系列生成手法である。よって、CMDSはテンポラルネットワークのダイナミクスをより正確に捉える手法として適していることが示唆される。

さらに、図2の(iv)より、CMDSで得た時系列から再構成したアトラクタに再帰性があることが確認できる。小学校は授業時間等が定められているため、児童、教師のコンタクトパターンが再帰的であると考えられる。このコンタクトパターンが図2(iv)のアトラクタに現れたことが示唆される。

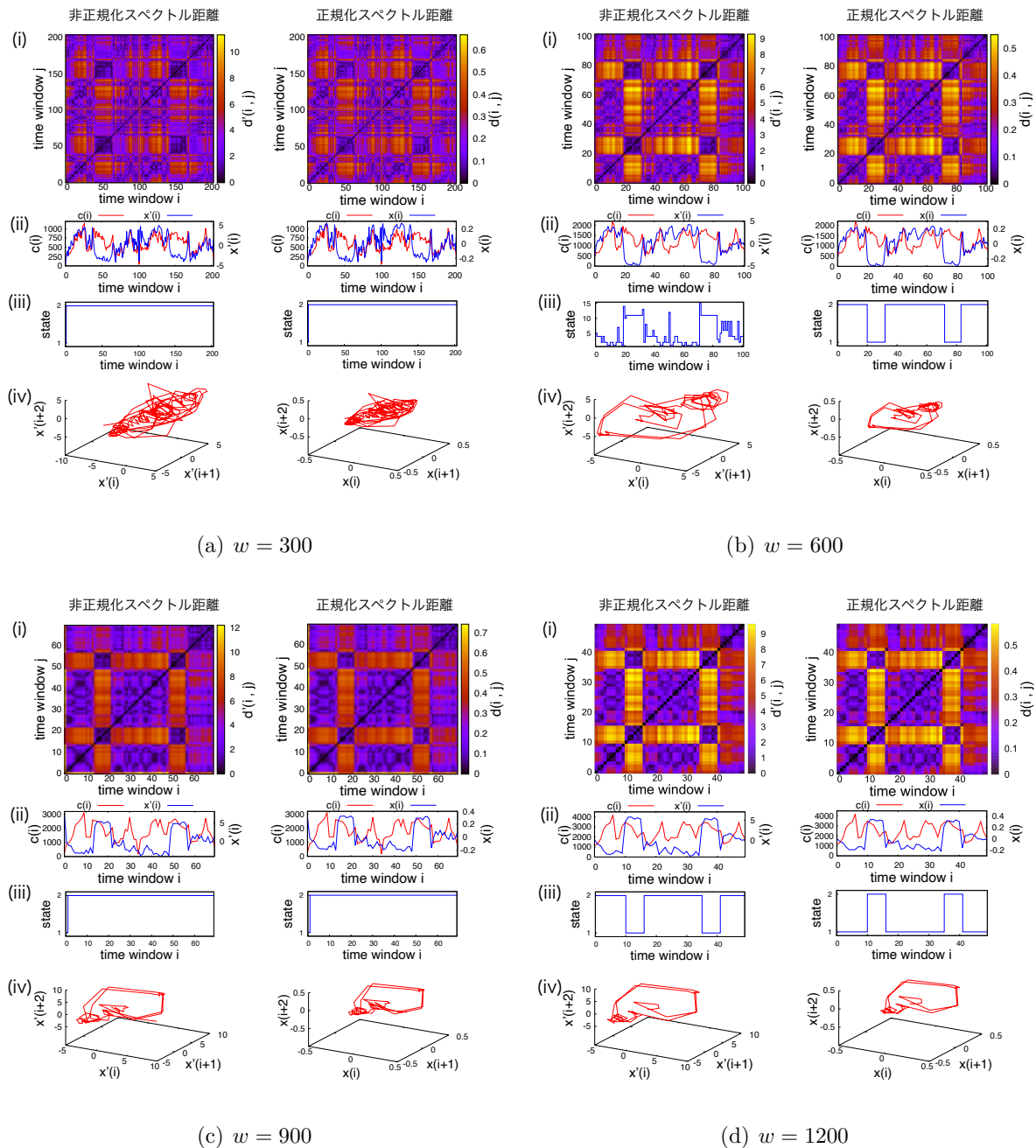


図 2: 時間窓幅 w を (a) 300, (b) 600, (c) 900, (d) 1,200 秒としたときのフランスの小学校のコンタクトデータの解析結果. (i) 距離行列, (ii) コンタクト数の時系列と CMDS により得た時系列, (iii) 階層的クラスタリングにより得た時系列, (iv) 再構成アトラクタ

4 まとめ

本研究では、コンタクトデータに対してスペクトル距離と CMDS を用いたテンポラルネットワークの解析を行った。解析の結果、CMDS により得た時系列がコンタクトのテンポラルネットワークのダイナミクスを捉えられていることがわかった。また、CMDS で得た時系列から再構成したアトラクタより、人間のコンタクトパターンには再帰構造があることが示唆された。CMDS は階層的クラスタリングと比較して、クラスタ数の決定や閾値の設定をせずにネットワークの状態遷移を観測可能である。すなわち、本研究の提案手法は、テンポラルネットワークのダイナミクス捉える手法としてより適していることを示すものである。

本研究では、スペクトル距離で算出した距離行列に対して CMDS を適用し時系列を得た。ユークリッド距離で算出した距離行列に対して CMDS を適用することで得た時系列が元の時系列を再現可能なことは証明されているが、スペクトル距離の場合の正当性は評価されていない。したがって、スペクトル距離の場合に CMDS により得た時系列が元の時系列を正しく再現可能かの調査が必要である。

参考文献

- [1] D. J. Watts and S. H. Strogatz, “Collective dynamics of ‘small-world’ networks,” *Nature*, Vol. 393, No. 6684, pp. 440–442, 1998.
- [2] A. L. Barabási and R. Albert, “Emergence of scaling in random networks,” *Science*, Vol. 286, No. 5439, pp. 509–512, 1999.
- [3] P. Holme and J. Saramäki, “Temporal networks,” *Physics Report*, Vol. 519, No. 3, pp. 97–125, 2012.
- [4] N. Masuda and P. Holme, “Detecting sequences of system states in temporal networks,” *Scientific Reports*, Vol. 9, No. 1, pp. 1–11, 2019.
- [5] Sociopatterns: <http://www.sociopatterns.org> (最終閲覧日 2022/08/20).
- [6] J. C. Gower, “Some distance properties of latent root and vector methods used in multivariate analysis,” *Biometrika*, Vol. 53, Nos. 3–4, pp. 325–338, 1966.
- [7] Y. Hirata, S. Horai, and K. Aihara, “Reproduction of distance matrices and original time series from recurrence plots and their applications,” *The European Physical Journal Special Topics*, Vol. 164, No. 1, pp. 13–22, 2008.
- [8] T. Sauer, J. A. Yorke, and M. Casdagli, “Embedology,” *Journal of Statistical Physics*, Vol. 65, No. 3, pp. 579–616, 1991.
- [9] F. Takens, “Detecting strange attractors in turbulence,” *Dynamical Systems and Turbulence*, Vol. 898, pp. 366–381, 1981.

発表文献

- [P1] 伊藤大河, 澤田和弥, 對馬帆南, 池口徹, “スペクトル距離を用いたテンポラルネットワークの非線形ダイナミクスの解析,” 電子情報通信学会 技術研究報告書, Vol. 122, No. 145, CCS2022–39, pp. 66–71, 2022.
- [P2] 伊藤大河, 澤田和弥, 對馬帆南, 池口徹, “スペクトルグラフ距離と古典的多次元尺度構成法を用いたテンポラルネットワークの解析,” 2022 年電子情報通信学会ソサイエティ大会, N–1–18, 2022.

バイクシェアリングシステムの利用履歴データのネットワーク解析

豊田 真之 (池口 徹 教授, Nina Sviridova 助教)

1 はじめに

バイクシェアリングシステム (Bicycle Sharing System, 以下 BSS) とは, あるポートで自転車を借りた後, それ以外のポートで自転車を返却することができるシステムである. 日本ではドコモ・シェアリング [1], HELLO CYCLING [2], LUUP [3] などの BSS がある. BSS により, 交通渋滞の緩和, 排気ガスの削減の実現が期待されている. しかし, 自転車があるポートに集中し, 別のポートに自転車がなくなってしまうと, 自転車の利用ができなくなることがある. それを防ぐためには, 回収車を用いた自転車の再配置が必要である [4].

一方, 効率的な再配置方法を提案するために, 実際の BSS の利用履歴データの解析が行われている [5, 6]. 文献 [6] では, BSS の利用履歴データをテンポラルネットワークとして捉え, スペクトル距離と古典的多次元尺度構成法 (classical multidimensional scaling, 以下 CMDS [8]) を組み合わせた方法 [7] を用いている. その際, BSS の利用履歴データを 1 日の時間幅に分割することで解析しているが, 再配置が 1 日複数回行われる場合, 時間をより細かく分けて解析する必要がある.

そこで本論文では, 2019 年 8 月のワシントン D.C. における BSS の利用履歴データを 1 日の時間幅でネットワークを生成する場合と, 利用履歴データを 3 時間の時間幅に分けてネットワークを生成する場合について検討した. その際, スペクトル距離と CMDS を用いる手法 [6, 7] を用いて解析した. さらに, CMDS の状態値と利用回数の相関係数, CMDS の固有値の寄与率を求めた. 解析の結果, [6] の手法で解析すると CMDS の状態値にのみ周期性があったこと, 3 時間ごとに分けて解析すると利用回数にも周期性がある時間帯があることがわかった.

2 正規化スペクトル距離と CMDS を用いた BSS の解析

BSS の利用履歴データの解析の流れを図 1 に示す. BSS の利用履歴データには, 自転車が貸し出された日時とポート, 返却された日時とポート, 自転車を使用した人の属性が記載されている. まず, 貸し出されたポートを頂点 s , 返却されたポートを頂点 f とし, 頂点 s, f の間で自転車が利用された回数 m_{sf} を重みとした無向重み付きネットワークを生成する. [6] では, 1 日の利用履歴ごとにネットワークを生成し, k 日目のネットワークの隣接行列 A_k と k' 日目のネットワークの隣接行列 $A_{k'}$ を得る. 次に, ネットワーク間の距離を, 正規化スペクトル距離 [9] を用いて算出する. 正規化スペクトル距離を求めることで得た距離行列に対して

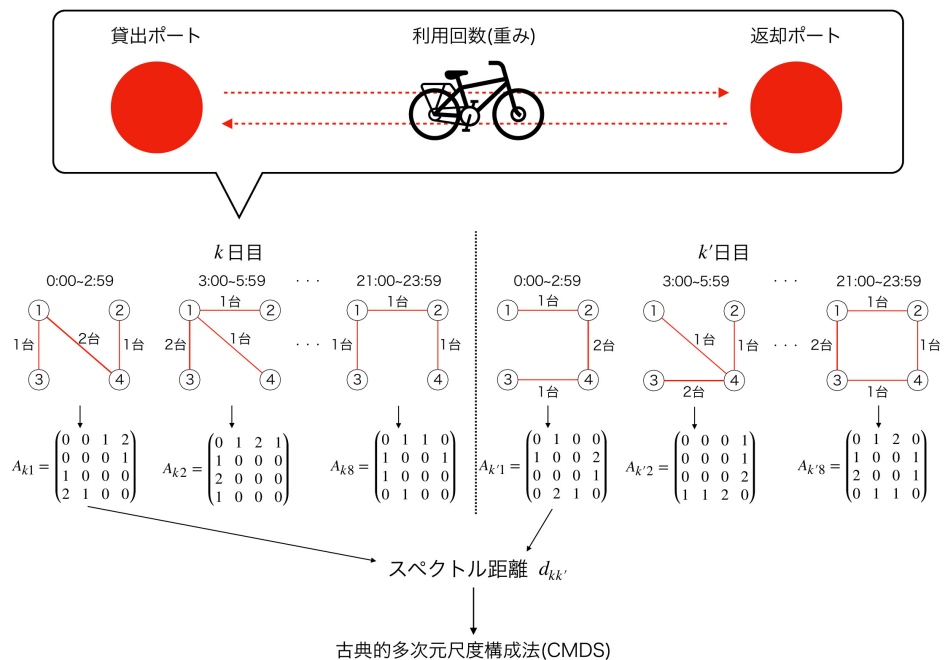


図 1: BSS の利用履歴データの解析の流れ

列 A_k と k' 日目のネットワークの隣接行列 $A_{k'}$ を得る. 次に, ネットワーク間の距離を, 正規化スペクトル距離 [9] を用いて算出する. 正規化スペクトル距離を求めることで得た距離行列に対して

CMDSを適用する[8]. 本研究では, 1日の利用履歴を, 自転車が借りられた時刻が0時から3時まで, 3時から6時まで, ..., 21時から24時までの8つの時間帯に分ける. 1日分の利用履歴を3時間ごとに分けることにより, k 日目の j 番目の時間帯のネットワークの隣接行列 A_{kj} ($j = 1, 2, \dots, 8$), k' 日目の同じ時間帯のネットワークの隣接行列 $A_{k'j}$ を得る. [6, 7]と同様に, ネットワーク間の距離を正規化スペクトル距離を用いて算出し, 得られた距離行列に対してCMDSを適用する.

また, CMDSを適用する際に, ネットワーク間の距離情報がどの程度正しく復元されたかを調査するために, CMDSを適用した際に求められる固有値の累積寄与率 $r_c(i)$ を求める. $r_c(i)$ を求めるには, CMDSを計算する際に求める二重中心化行列 B の固有値 $\Lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ ($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$) を用いる. i 番目の累積寄与率 $r_c(i)$ は, Λ の成分 $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ の合計に対する, 1番大きい固有値 λ_1 から i 番目に大きい固有値 λ_i までの合計の割合で, 式(1)のように求める.

$$r_c(i) = \frac{\sum_{j=1}^i \lambda_j}{\sum_{j=1}^n \lambda_j} \quad (1)$$

寄与率 $r_c(i)$ が高いと, 1番目から i 番目までの固有値がBSSの情報をより多く保持しているといえる.

3 解析結果

3.1 利用履歴データを1日の時間幅で解析した場合

2019年8月のワシントンD.C.[10]におけるBSSの利用履歴データを1日の時間幅に分割し, 各日のネットワーク間距離を正規化スペクトル距離を用いて算出し, 距離行列を求めた. また, 各日のネットワークを時系列として見るために, CMDSの状態値を求めた. さらに, 各日のBSSの利用回数を求めた. ワシントンD.C.の2019年8月の利用履歴データから求めた距離行列, CMDSの状態値, 利用回数を図2に示す. 図2の上の距離行列の縦軸と横軸は日付である. 図2の下の実線の横軸が日付, 縦軸が利用回数であり, 破線の横軸が日付, 縦軸がCMDSの状態値であり, グラフ内の帯は土日祝日である. また, 利用回数とCMDSの自己相関係数を図3に示す. 実線が利用回数, 破線がCMDSの状態値の自己相関係数である. 図2より, CMDSの状態値は平日が小さく, 休日が大きいのので, 平日と休日で周期性があるように見えるが, 利用回数は平日と休日に変化が小さく周期性はあるようには見えない. 図3より, CMDSの状態値の自己相関係数は7日分, 14日分, 21日分ずらしたときに高くなっているので, 周期7の周期性があることを確認できるが, 利用回数の方は周期性が確認できない. また, 図2のCMDSの状態値と利用回数の相関係数の絶対値は0.503であり, 相関関係は弱いことがわかった.

3.2 利用履歴データを3時間ごとに分けて解析した場合

次に, 2019年8月のワシントンD.C.におけるBSSの利用履歴データを3時間ごとに分けて, 同じ時間帯に借りられたデータからネットワークを生成する. 得られたネットワーク間距離を正規化スペクトル距離を用いて算出し, 距離行列を求めた. また, 各日の3時間ごとのネットワークを時系列として見るために, CMDSの状態値を求めた. さらに, 各日の3時間ごとのBSSの利用回数を求めた. ワシントンD.C.の2019年8月の3時間ごとの距離行

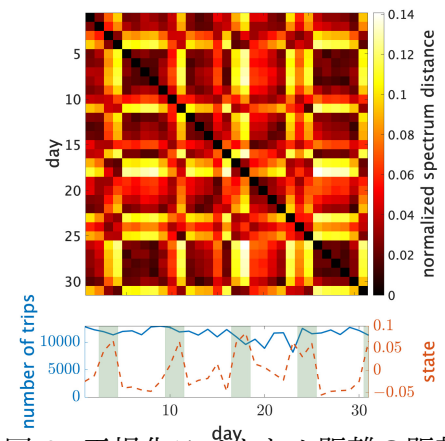


図2: 正規化スペクトル距離の距離行列, CMDSの状態値, 利用回数

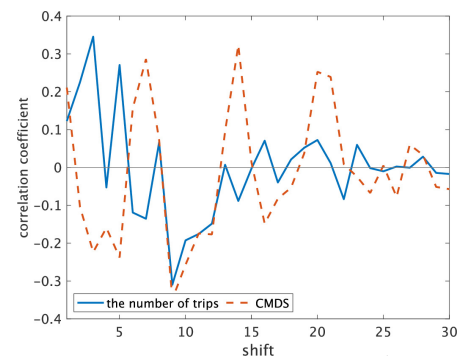


図3: 利用回数, CMDSの状態値の自己相関係数

列, CMDS の状態値, 利用回数を図 4 に示す. 図 4 の上の距離行列の縦軸と横軸は日付である. 図 4 の下の実線の横軸が日付, 縦軸が利用回数であり, 破線の横軸が日付, 縦軸が CMDS の状態値であり, グラフ内の帯は土日祝日である.

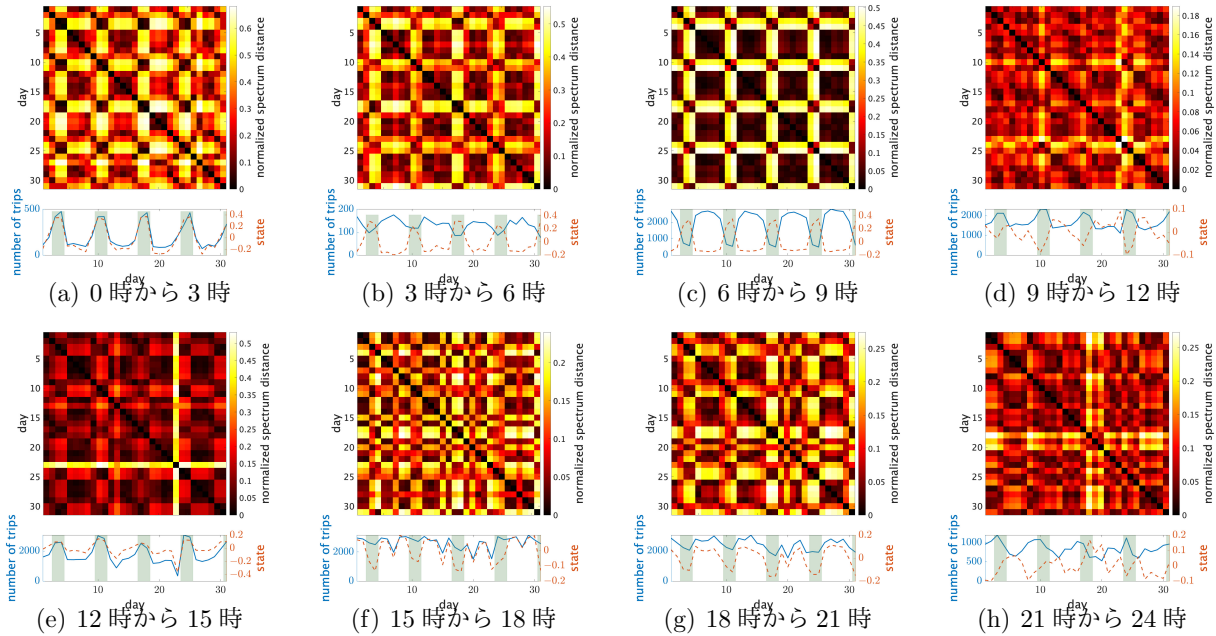


図 4: 3時間ごとの正規化スペクトル距離の距離行列, CMDS の状態値, 利用回数

図 4 より, 利用回数の変化の度合いが図 2 より大きくなっており, CMDS の状態値とほぼ重なっているグラフもあることがわかった. また, 0時から3時まで(図 4(a)), 6時から9時まで(図 4(c))の利用回数は, 平日と休日での周期性が特に強いことがわかった. 一方, 15時から18時まで(図 4(f)), 21時から24時まで(図 4(h))の利用回数は, 平日と休日での周期性が弱いことがわかった. ここで, 6時から9時までの利用回数と CMDS の状態値の自己相関係数を図 5 に示す. 図 5 において, 横軸はずらした日数, 縦軸は自己相関係数であり, 実線が利用回数, 破線が CMDS の状態値の自己相関係数である. 図 5 より, 利用回数の自己相関係数は7日分, 14日分, 21日分ずらしたときに高くなった. CMDS の状態値は7日分, 14日分, 21日分ずらしたときに高くなった. これより, どちらも周期7の周期性があることを確認できた.

3時間ごとの CMDS の状態値と利用回数の相関係数の絶対値を図 6 に示す. 図 6 において, 横軸は時間帯, 縦軸はそれぞれの時間帯の相関係数の絶対値である. 図 6 より, 平日と休日での周期性が特に強かった0時から3時まで, 6時から9時までの相関係数の絶対値が非常に高く, CMDS の状態値が利用回数と同じように変化していた. 一方, 平日と休日での周期性が弱かった15時から18時まで, 21時から24時までの相関係数の絶対値が低く, CMDS の状態値の変化と利用回数の変化が異なることが示された.

3時間ごとに分けた場合の CMDS の固有値の累積寄与率を図 7 に示す. 図 7 において, 横軸は i , 縦軸は大きい順に1番目から i 番目までの累積寄与率である. また, 変化が大きい $0 \leq i \leq 10$ の部

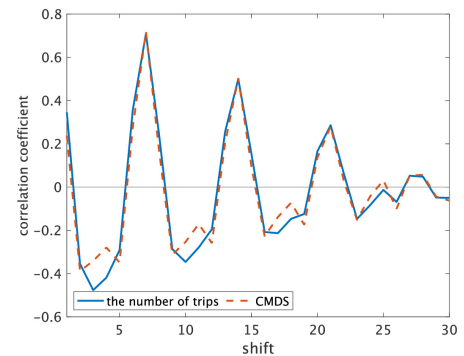


図 5: 6時から9時までの利用回数, CMDS の状態値の自己相関係数

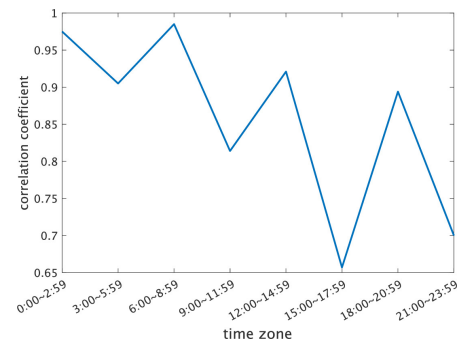


図 6: 3時間ごとの CMDS の状態値と利用回数の相関係数の絶対値

分を示している。

図7より、最大固有値の寄与率が0.9以上であった時間帯は6時から9時までと18時から21時までであり、それ以外の時間帯のCMDSの状態値はネットワークの情報が最大固有値だけでは足りないことが示された。また、6時から9時までの最大固有値の寄与率が特に高い。これはCMDSの状態値にはネットワーク間距離の情報が正しく復元されていたといえるので、相関係数の絶対値が大きかったという結果と合わせると、この時間帯の移動規則は利用回数を見れば十分である可能性が高いと考えられる。

4 まとめ

本研究では、2019年8月のワシントンD.C.におけるBSSの利用履歴データをネッ

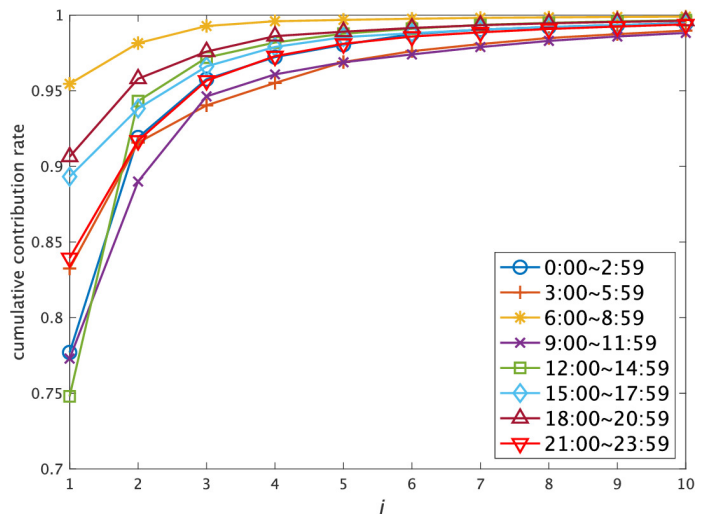


図 7: 3時間ごとに分けた場合のCMDSの固有値の累積寄与率

トワークと捉えて解析した。1日の時間幅の利用履歴データと3時間ごとに分けた後の利用履歴データに対して、正規化スペクトル距離を求めて距離行列を作成した。さらに、CMDSを適用し、CMDSの状態値と利用回数の相関係数、累積寄与率を求めた。解析の結果、1日の時間幅で解析すると、CMDSの状態値には平日と休日の周期性が見られたが、利用回数との相関係数の絶対値が小さかったため、移動規則において利用回数だけでは得られない情報がネットワーク解析によって得られたと考えられる。一方、3時間ごとに分けて解析すると、CMDSの状態値および利用回数の周期性が強く、移動規則は利用回数を見ればわかる時間帯と、CMDSの状態値および利用回数の周期性が弱く、利用回数だけでは得られない情報が移動規則に含まれている時間帯があると考えられる。

参考文献

- [1] ドコモ・シェアリング Official Site. <https://docomo-cycle.jp> 最終閲覧日：2022年12月27日。
- [2] HELLO CYCLING Official Site. <https://www.hellocycling.jp> 最終閲覧日：2022年12月27日。
- [3] LUUP Official Site. <https://luup.sc> 最終閲覧日：2022年12月27日。
- [4] Honami Tsushima, Takafumi Matsuura and Tohru Ikeguchi, “Strategy for Exploring Feasible and Infeasible Solution Spaces to Solve a Multiple-Vehicle Bike Sharing System Routing Problem,” *Applied Sciences*, Vol. 11, No. 16, 7749, 2021.
- [5] Honami Tsushima and Tohru Ikeguchi, “Statistical analysis of usage history of bicycle sharing systems,” *Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE*, Vol. E13-N, No. 2, pp. 355–360, 2022.
- [6] 對馬 帆南, 池口 徹, “バイクシェアリングシステム利用履歴のテンポラルネットワーク解析,” 信学技報, Vol. 122, No. 145, pp. 54–59, 2022.
- [7] 伊藤 大河, 澤田 和弥, 對馬 帆南, 池口 徹, “スペクトル距離を用いたテンポラルネットワークの非線形ダイナミクスの解析,” 信学技報, Vol. 122, No. 145, pp. 66–71, 2022.
- [8] Yoshito Hirata, Shunsuke Horai and Kazuyuki Aihara, “Reproduction of distance matrices and original time series from recurrence plots and their applications,” *The European Physical Journal Special Topics*, Vol. 164, pp. 13–22, 2008.
- [9] Naoki Masuda and Petter Holme, “Detecting sequences of system states in temporal networks,” *Scientific Reports*, Vol. 9, No. 795, pp. 1–11, 2019.
- [10] Capital Bikeshare, System Data, <https://ride.capitalbikeshare.com/system-data> 最終閲覧日：2022年9月29日。

文語体と口語体から生成した言語ネットワークの調査

中川直也 (池口 徹 教授 , Nina Sviridova 助教)

1 はじめに

近年、複雑ネットワークの観点から言語に関する研究が盛んに行われている．具体的には、単語を頂点とし、隣接する単語間に枝を結び、文章をネットワークとして捉えることで、単語の繋がりを定量化することができる．それらのネットワークに評価指標を用いることで、言語から生成したネットワーク構造の特徴について解析することができる [1]．また、評価指標を用いることで、異なる言語間のネットワーク構造を比較することができる [2, 3]．しかし、複雑ネットワーク理論を応用した言語の研究において、対象となるデータは多くの場合、文語体で記述されたものであり、口語体の文書データを対象とした研究は十分に行われていない．そこで本研究では、文語体と口語体の文書データからそれぞれネットワークを生成し、それらのネットワーク構造を比較した．その結果、文語体から生成したネットワークと口語体から生成したネットワーク構造に違いがあることがわかった．

2 言語ネットワークの生成方法

本研究では、文書データに対して共起関係から言語ネットワークを生成した．具体的には、文章中の単語を原形に変換し、隣接して出現した単語の原形間に枝を張ることによって生成した．また、隣接したとみなす単語の数を共起数と呼び、共起数を m とする．以下の手順 1~4 の手順で、 $m = 1$ である文章から言語ネットワークを生成した例を図 1 に示す．

1. 文書データに対して形態素解析を行い、各単語の原形に頂点番号を付ける．また、原形が同じであった場合でも、品詞が異なっている場合は別の頂点としてみなしている．
2. 隣接している単語に対応する頂点番号間に前から後ろへと有向の枝を張る．
3. 「、」及び「。」などの記号に繋がっている枝を削除する．
4. 文書データの中で関係性が低い枝を削除する．具体的には、全ての単語に対する、単語 i, j の出現確率を Π_i, Π_j 、 i から j への枝を e_{ij} 、全ての枝に対する e_{ij} の出現確率を Π_{ij} とする．このとき $\Pi_{ij} < \Pi_i \times \Pi_j$ を満たすとき、枝を削除する．

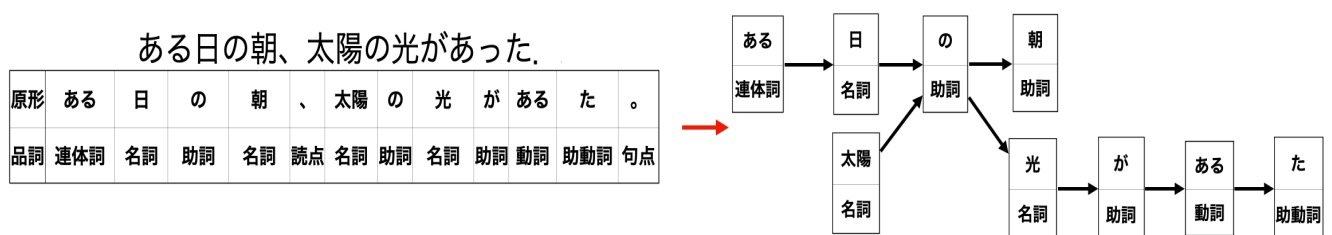


図 1: $m = 1$ である文章から言語ネットワークを生成した例

手順 1~3 で言語ネットワークを生成し、論文 [1] で提案されている手順 4 を加えることで、偶然共起した枝を削除でき、より関係性が高い単語間の枝だけをネットワークに残すことができる．

3 ネットワーク評価指標

3.1 クラスタ係数

クラスタ係数とは、三角形構造を持つ割合のことであり、クラスタ係数が高いほどネットワーク内に三角形構造が多く存在することを示している．論文 [2] では論文 [4] で提案されている有向ネットワークにおけるクラスタ係数を言語ネットワークで使用している．使用されているクラスタ係数は 4 種類存在し、図 2 は 4 種類の三角形構造、(i) Cycle, (ii) Middleman, (iii) In, (iv) Out である．

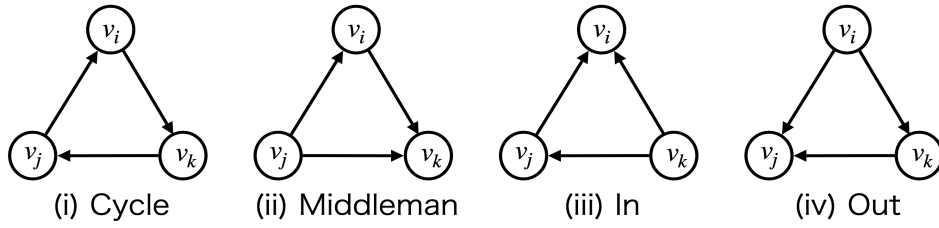


図 2: 有向ネットワークにおける 4 種類の三角形構造

頂点 i を v_i とする. v_i を中心としたとき, 図 2 の (i)~(iv) のクラスタ係数をそれぞれ C_i^{cyc} , C_i^{mid} , C_i^{in} , C_i^{out} とする. (i) ~ (iv) の構造を持つクラスタ係数は以下で定義される.

$$C_i^{cyc} = \frac{T_i^{cyc}}{k_i^{in} k_i^{out} - k_i^{bid}} \quad C_i^{mid} = \frac{T_i^{mid}}{k_i^{in} k_i^{out} - k_i^{bid}}$$

$$C_i^{in} = \frac{T_i^{in}}{k_i^{in}(k_i^{in} - 1)} \quad C_i^{out} = \frac{T_i^{out}}{k_i^{out}(k_i^{out} - 1)}$$

ここで, T_i^{cyc} , T_i^{mid} , T_i^{in} , T_i^{out} は, v_i を中心としたときに, ネットワークに存在する図 2 の (i)~(iv) の三角形構造の数を示している. また, 頂点数が n のネットワークにおいて, v_i から v_j への枝が存在するとき $e_{ij} = 1$, 存在しないとき $e_{ij} = 0 (i \neq j)$ とする. このとき, v_i に入ってくる枝の数 k_i^{in} は $k_i^{in} = \sum_{j=1}^n e_{ji}$, v_i から出ていく枝の数 k_i^{out} は $k_i^{out} = \sum_{j=1}^n e_{ij}$, v_i と v_j の間の両方向の枝 k_i^{bid} は $k_i^{bid} = \sum_{j=1}^n e_{ij} e_{ji}$ とする. また, C_i^{cyc} , C_i^{mid} , C_i^{in} , C_i^{out} は v_i におけるクラスタ係数であり, これらを全ての頂点で求め, 平均することで, それぞれのクラスタ係数 $C^{cyc(O)}$, $C^{mid(O)}$, $C^{in(O)}$, $C^{out(O)}$ を得る. また, 本研究では, 元の言語ネットワークをランダム化ネットワークを生成し, クラスタ係数を正規化する. 具体的には, ランダム化ネットワークの各クラスタ係数を $C^{cyc(R)}$, $C^{mid(R)}$, $C^{in(R)}$, $C^{out(R)}$ とすると, $C^{cyc} = C^{cyc(O)} / C^{cyc(R)}$, $C^{mid} = C^{mid(O)} / C^{mid(R)}$, $C^{in} = C^{in(O)} / C^{in(R)}$, $C^{out} = C^{out(O)} / C^{out(R)}$ として正規化を行う.

3.2 平均頂点間距離

頂点数が n のネットワークにおいて, 任意の v_i と v_j との最短距離を $d(i, j)$ とする. 任意の v_i に対して, 全ての v_j ($j = 1, 2, \dots, n$) への $d(i, j)$ を求め, $L_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n d(i, j)$ として L_i を計算する. 全ての v_i に対して L_i を求め, それらの平均を $L^{(O)}$ とする. クラスタ係数と同様に, ランダム化ネットワークを生成し, 正規化を行う. ランダム化ネットワークの平均頂点間距離を $L^{(R)}$ とすると, $L = L^{(O)} / L^{(R)}$ として正規化を行う. 言語ネットワークにおける L は単語間の距離を示しており, L が小さいほど単語間の距離が近いことを示している.

4 言語ネットワークの解析

本研究では, 文語体の文書データとして, 青空文庫 [5] に掲載されている作品を作者毎にまとめた文書データ, 口語体の文書データとして, 名大会話コーパス [6] を使用している. 本研究では, 単語数が多い作者の文書データで調査を行うために, 総単語数が 30,000 語より多い作者の文書データに対して調査を行なった. また, 青空文庫の中には漢文のみで書かれた作品が存在するが, 漢文で書かれた作品は除いた. その結果, 青空文庫に収録される作者で解析対象とした人数は 357 人となった. また, 口語体の文書データとして使用している名大コーパスの総単語数は 1,018,358 である. 青空文庫から選んだ 357 人の作者の文語体の文書データ, 名大コーパスの口語体の文書データから $m = 1, 2$ でネットワークを生成し, ランダム化ネットワークで正規化した各クラスタ係数の比較を行なった結果を図 3 に示している. また, 図 3 は, 357 の文語体の文書データのクラスタ係数の平均値と 95% 信頼区間, 口語体のクラスタ係数を示している.

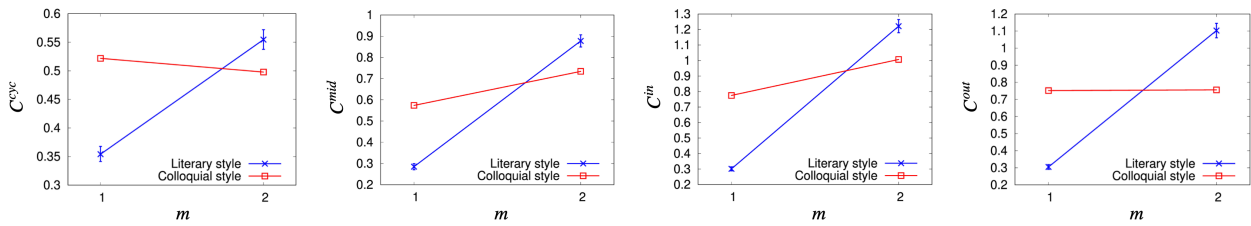
図 3: $m = 1, 2$ での文語体、口語体の各クラスタ係数

図3より、 $m = 1, 2$ のどちらの場合でも、口語体のクラスタ係数が、文語体のクラスタ係数の95%信頼区間に入っていないことがわかる。また、クラスタ係数の大きさが $m = 1, 2$ で逆転していることがわかる。このことから、二つのネットワークの三角形構造には違いがあると考えられる。そこで、この違いが何に起因しているものかについて考える必要がある。ここで、文法規則は品詞による制約がある。したがって、三角形構造を形成している各頂点の品詞のパターンに違いがあると考えた。そこで、三角形構造を形成している品詞パターンの割合上位5位、3頂点の中で2頂点以上が名詞であった割合について調査した結果を表1, 2に示す。また、文語体の値は357のデータの平均値である。

表 1: 文語体のネットワークで三角形構造を形成する品詞パターンの割合

(a) $m = 1$ の品詞パターンの割合

順位	品詞パターン (順不同)	割合
1 位	名詞・名詞・助詞	17.5%
2 位	名詞・動詞・助詞	12.1%
3 位	名詞・助詞・助詞	10.6%
4 位	名詞・助詞・形容詞	5.1%
5 位	名詞・助動詞・助詞	5.0%
名詞が2頂点以上ある割合		24.0%

(b) $m = 2$ の品詞パターンの割合

順位	品詞パターン (順不同)	割合
1 位	名詞・名詞・助詞	19.4%
2 位	名詞・動詞・助詞	13.0%
3 位	名詞・助詞・助詞	7.6%
4 位	名詞・名詞・名詞	4.7%
5 位	名詞・名詞・動詞	4.4%
名詞が2頂点以上ある割合		35.6%

表 2: 口語体のネットワークで三角形構造を形成する品詞パターンの割合

(a) $m = 1$ の品詞パターンの割合

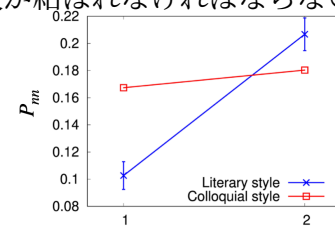
順位	品詞パターン (順不同)	割合
1 位	名詞・名詞・助詞	10.4%
2 位	名詞・動詞・助詞	9.7%
3 位	名詞・名詞・動詞	5.1%
4 位	名詞・助詞・助動詞	3.9%
5 位	名詞・助詞・助詞	3.7%
名詞が2頂点以上ある割合		29.0%

(b) $m = 2$ の品詞パターンの割合

順位	品詞パターン (順不同)	割合
1 位	名詞・動詞・助詞	12.7%
2 位	名詞・名詞・助詞	11.7%
3 位	名詞・名詞・動詞	7.6%
4 位	名詞・助詞・助詞	4.7%
5 位	名詞・名詞・名詞	3.8%
名詞が2頂点以上ある割合		31.1%

表1, 表2より、 $m = 1, 2$ のどちらの場合でも、文語体、口語体で三角形構造を形成する品詞パターン上位5位には違いがあることがわかる。また、名詞が2頂点以上ある割合が、 $m = 1$ のとき、口語体の方が文語体に比べて高いのに対して、 $m = 2$ のとき、文語体の方が口語体に比べて高い結果になっており、図3のクラスタ係数の大きさが逆転する現象と一致している。この結果から、三角形構造の中で名詞が2頂点以上の割合がクラスタ係数に影響を与えられとされる。また、名詞が2頂点以上で三角形構造を形成するためには、名詞同士にも枝が結ばなければならないため、名詞同士の枝について注目する必要があると考えた。

図4に名詞と名詞の枝の割合を示している。図中の P_{nn} は名詞と名詞の枝の割合であり、文語体は357のデータの平均値と95%信頼区間を示している。図4より、 $m = 1$ のとき、口語体の P_{nn} が文語体の P_{nn} より高くなり、 $m = 2$ のとき、文語体の P_{nn} が口語

図 4: $m = 1, 2$ での名詞と名詞の枝の割合

体の P_{nn} より高くなった．日本語では，名詞や動詞など，辞書的に意味を持つ単語を内容語と呼び，助詞や助動詞など，内容語の関係性を示す単語を機能語と呼ぶ．また，日本語の文章は，内容語に機能語が繋がる構造が連続することで構成され [4]，文章で表現する文語体はこれに従っていると言える．例えば，内容語である名詞と機能語である助詞が名詞・助詞・名詞のように連続して出現した場合， $m = 1$ のとき，名詞と助詞に枝が結ばれて，名詞同士に枝が結ばれることはない．しかし， $m = 2$ のとき，助詞だけでなく名詞同士でも枝を結ぶことができる．よって，図 4 のように，文語体のデータでは， $m = 2$ のとき， $m = 1$ のときと比べて P_{nn} が高くなっていると考えられる．一方，口語体では会話の流れや相手の理解を期待して，機能語が抜け落ちることで，例えば，文語体で名詞・助詞・名詞であったものが，名詞・名詞になることが多くなると考えられる．その場合， $m = 1$ のときでも名詞同士で枝を結ぶことができる．その結果，内容語に機能語が繋がる構造が連続する文語体に比べて， $m = 1$ のときに文語体よりも P_{nn} が高く， $m = 1$ のときから P_{nn} が高いため， $m = 2$ にしても P_{nn} にあまり変化が見られなかったと考えられる．

図 5 に $m = 1, 2$ のときの正規化した平均頂点間距離 L を文語体，口語体で比較した結果を示している．図 5 より， $m = 1$ のとき，口語体の L が文語体の L より低く， $m = 2$ のとき，文語体の L が口語体の L より低くなっている．図 4 より， $m = 1$ のとき，口語体では，助詞が抜け落ちることで，名詞から名詞への枝が多く結ばれるため，助詞を媒介して他の単語と結びつく文語体に比べて，単語間の距離が小さくなり， L が小さくなったと考えられる．一方，図 4 より， $m = 2$ のとき，文語体の P_{nn} が口語体の P_{nn} より高くなり，より多くの名詞同士が助詞を媒介せずにつながることで，文語体の L が口語体の L よりも小さくなる結果になっていると考えられる．図 3, 4, 5, 表 1, 2 の結果より，文語体と口語体のネットワーク構造には違いがあることがわかった．また，これらのネットワーク構造の違いは，文語体と口語体の特徴が起因していると考えられる．具体的には，共起数を変化させることで，図 4 のように，名詞同士の枝の割合が変化することで，ネットワーク構造が変化すると考えられる．

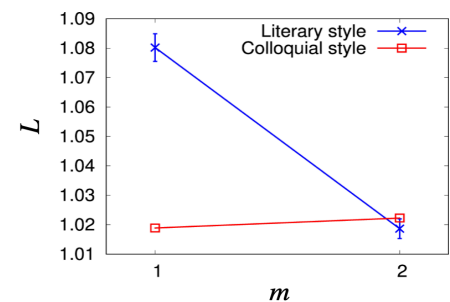


図 5: $m = 1, 2$ での平均頂点間距離

5 まとめと今後の課題

本研究では，文語体と口語体の文書データからネットワークを生成し，クラスタ係数や平均頂点間距離などを用いてネットワーク構造の違いについて調査を行なった．その結果，二つのネットワーク構造には違いがあることがわかった．また，本研究では，枝に重みをつけていないが，重みをつけることで単語間の繋がりをより詳細に反映することができる．したがって，今後の課題として，文書データから重み付有向ネットワークを作成し，より詳細な調査を行うことが必要である．

参考文献

- [1] Ramon Ferrer I Cancho and Richard V Solé, “The small world of human language,” *Proceedings of the Royal Society of London. Series B: Biological Sciences*, Vol. 268, No. 1482, pp. 2261–2265, 2001.
- [2] Yutaka Shimada, Mayumi Tatara, Kantaro Fujiwara, and Tohru Ikeguchi, “Formation mechanisms of local structures in language networks,” *Europhysics Letters*, Vol. 127, No. 5, 56,003, 2019.
- [3] Kihei Magishi, Tomoko Matsumoto, Yutaka Shimada, and Tohru Ikeguchi, “Investigation of the structural features of word co-occurrence networks with increasing numbers of connected words,” *Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE*, Vol. 13, No. 2, pp. 343–348, 2022.
- [4] Giorgio Fagiolo, “Clustering in complex directed networks,” *Physical Review E*, Vol. 76, No. 2, 26107, 2007.
- [5] 青空文庫 <https://www.aozora.gr.jp> (最終閲覧日: 2022 年 12 月 12 日).
- [6] 名大会話コーパス <https://mmsrv.ninjal.ac.jp/nucc/> (最終閲覧日: 2022 年 12 月 12 日).
- [7] 寺村秀夫, “日本語のシンタクスと意味 第 I 巻,” くろしお出版 (1982).

学習方法の変更に伴うヘブ学習則と時空間学習則の比較

藤島康平 (池口徹 教授 , Nina Sviridova 助教)

1 はじめに

脳神経系における情報処理はニューロンと呼ばれる細胞によって行われている．ニューロン同士はシナプスによって結合している．ニューロンは，電気信号を生成 (以下，発火) し，シナプスを介して他のニューロンに情報を伝達している．ニューロン間の結合の強さを示すシナプス荷重が大きいほど出力ニューロンは発火しやすくなる．シナプス荷重の変化則を学習則と呼ぶ．複数のニューロンを結合したニューラルネットワークの数理モデルを用いることで，学習に基づくシナプス荷重の変化を計算機上で実験することができる．これにより，どのようにシナプス荷重が変化するかを調査することで，脳における情報処理原理を明らかにすることが可能となる．

これまでに，様々な学習則が提案されている．例えば，入力ニューロンと出力ニューロンが同時に発火したときにシナプス荷重が増強されるヘブ学習則 (以下，HBLR)[1]，入力ニューロン間における発火の同時性によってシナプス荷重が変化するとき空間学習則 (The Spatiotemporal Learning Rule, 以下，STLR)[2] などである．HBLR と STLR について，入力パターンの分離能力，学習結果，シナプス荷重分布などが調査されている [3, 4]．ここで，文献 [3, 4] では，時空間的な入力パターンを与えてこれらの学習則の特性を調査している．しかし，入力を与える順番を変更せず入力パターンを与えた続けた際の空間パターンの分離能力について HBLR と STLR の間でどのような違いが生じるかはまだ明らかにされていない．

そこで本論文では，入力を与える順番を変更せずに入力パターンを与えた場合の HBLR と STLR による学習時のシナプス荷重の変化を調査することで，これらの学習則間の差異を評価することを試みた．その際，学習後入力パターンを与えた際に生じる出力パターンの統計的特徴も調査した．

2 ニューラルネットワーク

本論文で使用した，1層フィードフォワードニューラルネットワークを図1に示す．このネットワークは N 個のニューロンから構成されている． i は出力ニューロン， j は入力ニューロンのインデックスであり，時刻 t における i, j 間のシナプス荷重を $w_{ij}(t)$ とする．本論文では，シナプス荷重の初期値を $0 \leq w_{ij}(0) \leq 1$ の一様乱数とした．出力 $y_i(t)$ と入力 $x_j(t)$ は 0 または 1 の値をとり，1 が発火を表す．時刻 t における入力ベクトル $\mathbf{X}(t)$ を $\mathbf{X}(t) = (x_1(t), \dots, x_j(t), \dots, x_N(t))$ ，出力ニューロン i における重みベクトル $\mathbf{W}_i(t)$ を $\mathbf{W}_i(t) = (w_{i1}(t), \dots, w_{ij}(t), \dots, w_{iN}(t))$ ，出力ベクトル $\mathbf{Y}(t)$ を $\mathbf{Y}(t) = (y_1(t), \dots, y_i(t), \dots, y_N(t))$ と定義する．このとき，時刻 t におけるニューロン i の内部状態 $s_i(t)$ は式 (1) で表される．

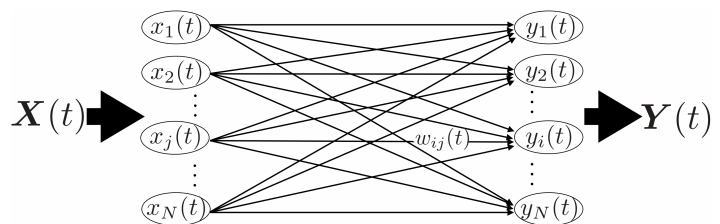


図 1: 1層フィードフォワードニューラルネットワーク

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^N w_{ij}(t)x_j(t) = \mathbf{W}_i(t)\mathbf{X}(t) \quad (1)$$

また、時刻 t における出力 $y_i(t)$ は式 (2) で表される.

$$y_i(t) = \begin{cases} 1 & s_i(t) \geq \eta \\ 0 & s_i(t) < \eta \end{cases} \quad (2)$$

式 (2) において、 η は発火の閾値である.

3 入出力パターン

本論文では、入力ベクトル $\mathbf{X}(t)$ を入力パターン、出力ベクトル $\mathbf{Y}(t)$ を出力パターンと呼ぶ. 実験で使用する空間パターンを図 2 に示す. まず、 l 番目の要素が 1 で他の要素が 0、要素数が 20 の行ベクトル P_l ($l = 1, 2, \dots, 20$) と P_l から 0 と 1 を反転させたベクトル $\bar{P}_l$ ($l = 1, 2, \dots, 20$) を作成する. 次に、 $A_l = (P_l, P_l, P_l, \bar{P}_l, \bar{P}_l, \bar{P}_l)$ ($l = 1, 2, \dots, 20$) により、1 行 120 列の空間パターンを作る. これにより、任意の m, n ($= 1, 2, \dots, 20, m \neq n$) に対して A_m と A_n のハミング距離が 12 となる空間パターンを作成できる. ただし、 $N = 120$ である. 本論文では、ニューラルネットワークの学習時に呈示する入力パターン $\mathbf{X}(t)$ を $\mathbf{X}(t) \in \{A_1, A_2, \dots, A_{20}\}$ とした. その際、 $\mathbf{X}(t) = A_p, (t \equiv p \bmod 20)$ とした.

$$\begin{aligned} & \text{要素数 20} \\ P_l &= (0, 0, \dots, 1, \dots, 0) \\ \bar{P}_l &= (1, 1, \dots, 0, \dots, 1) \\ & \text{要素のインデックス } 1, 2, \dots, l, \dots, 20 \\ A_l &= (P_l, P_l, P_l, \bar{P}_l, \bar{P}_l, \bar{P}_l) \\ &= (0, 0, 0, \dots, 1, 1) \\ & \text{要素数 } 20 \times 6 = 120 \end{aligned}$$

図 2: 空間パターンの作成方法

4 学習則

HBLR[1] では、入力ニューロンと出力ニューロンの両方が発火している場合にシナプス荷重が増強される. HBLR におけるシナプス荷重の更新は式 (3) で定義される. ここで、 Δw は $w_{ij}(t)$ の変化量である.

$$w_{ij}(t+1) = \begin{cases} w_{ij}(t) + \Delta w & x_j(t) = 1 \wedge y_i(t) = 1 \\ w_{ij}(t) & x_j(t) = 0 \vee y_i(t) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

STLR[2] では、入力ニューロン間における発火の同時性によってシナプス荷重が変化する. 入力ニューロン j から出力ニューロン i へ情報が送られたときに、他の入力ニューロンが同時にどれくらい発火したかを表す値として、空間的一致性 $I_{ij}(t)$ を導入する. N が十分大きいとき、 $I_{ij}(t)$ は式 (4) で表される.

$$I_{ij}(t) = w_{ij}(t)x_j(t)s_i(t) \quad (4)$$

シナプス荷重の更新は式 (5) で定義される. ここで、 θ_1 は減弱の閾値、 θ_2 は増強の閾値である.

$$w_{ij}(t+1) = \begin{cases} w_{ij}(t) - \Delta w & I_{ij}(t) \leq \theta_1 \\ w_{ij}(t) & \theta_1 < I_{ij}(t) < \theta_2 \\ w_{ij}(t) + \Delta w & \theta_2 \leq I_{ij}(t) \end{cases} \quad (5)$$

式 (5) において、 $w_{ij}(t)$ は時間発展に伴い値が変化する. この変化を正規化した値を $\tilde{w}_{ij}(t)$ とする.

$$\tilde{w}_{ij}(t) = \frac{w_{ij}(t) - \min w(t)}{\max w(t) - \min w(t)} \quad (6)$$

ここで、 $w_{ij}(t)$ の最大値が $\max w(t)$ 、最小値が $\min w(t)$ 、 $0 \leq \tilde{w}_{ij}(t) \leq 1$ である．さらに、 $\tilde{w}_{ij}(t)$ と $\tilde{w}_{ij}(t+1)$ の差の和 d_t を

$$d_t = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |\tilde{w}_{ij}(t) - \tilde{w}_{ij}(t+1)| \quad (7)$$

で定義し、学習が収束しているかを定量化する．

本論文では、複数の入力をニューラルネットワークに与えて学習させた後、学習済みのニューラルネットワークに入力を与えることで出力の取得を行うという2ステップの実験を行った．文献 [3, 4] の学習方法を図3、本論文の学習方法を図4に示す．文献 [3, 4] では $t = 5$ まで学習させるとき、 $t = 1$ から $t = 4$ までの入力を並び替えて24通りの出力を得て、 $t = 1$ から $t = 5$ までの全体の時空間的な入力パターンの分離性能を調査している．本論文では、時間的な要素のない空間的な入力パターンの分離能力を調査するため、入力は並び替えずに1通りの入力パターンで $t = 10^3$ まで学習し、学習後に空間パターン A_l ($l = 1, 2, \dots, 20$) を与えることで出力を得た．ニューロン数 120 でお互いのハミング距離が 12 となる空間パターンは 20 個しか存在しないので、新たに与える入力パターンは 20 個とした．

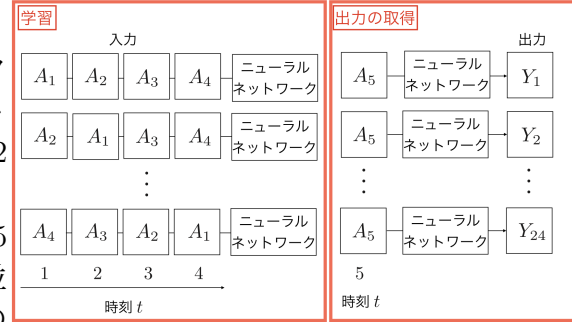


図 3: 文献 [3, 4] の学習方法

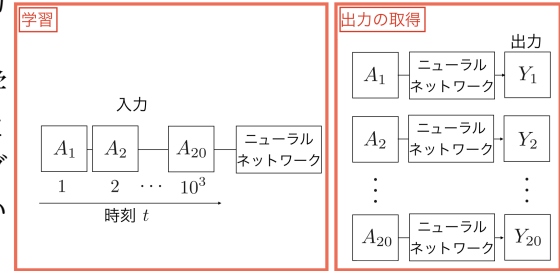


図 4: 本論文の学習方法

5 結果

本論文では、HBLR, STLR を用いて、学習時刻 $t = 1, \dots, 10^3$ で学習を行い、各 t におけるシナプス荷重 $w_{ij}(t)$ の構造を調査した．また、学習済みのネットワークに新たに A_1 から A_{20} の 20 個の空間パターンを入力パターンとして与えたときの、 η の変化に伴う異なる出力パターンの個数を確認することで、入力パターンの分離能力を調査した．

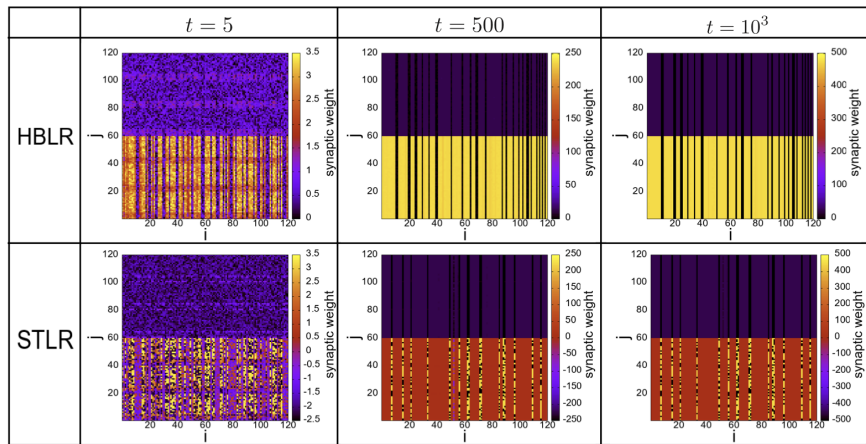


図 5: 時刻 t の変化に伴う学習則別のシナプス荷重 $w_{ij}(t)$

時刻 $t = 5, 500, 10^3$ における $w_{ij}(t)$ を図5に示す．ここで、縦軸は入力ニューロンのインデックス、横軸は出力ニューロンのインデックスである．また、 t の変化に伴う d_t の変化を図6に示す．ここで、縦軸は d_t の値、横軸は時刻 t である．図5より、HBLR, STLR とともに $t = 500, 10^3$ で $w_{ij}(t)$ がほぼ変化していない．図6より、 $d_t \rightarrow 0$ となっており、HBLR, STLR とともに t の増加に伴って $w_{ij}(t)$ が収束することを示している．また、HBLR の $w_{ij}(t)$ の収束が速いことも分かる．図5より、 $t = 10^3$ では HBLR と STLR のどちらにも縦軸に対して平行な帯状の縦の帯が見ら

れるが、HBLRでは黄色の帯と黒の帯、STLRでは赤い帯と黄色と黒の帯であり、どちらも2種類の帯となっている。これは、学習後期におけるHBLRとSTLRのシナプス荷重はともに2種類の帯を持つという共通点があることを示す。

$t = 5, 10^3$ における η の変化に伴う異なる出力パターンの個数の変化を図7に示す。図7より、 t の値に関わらずSTLRでは η に関係せず出力パターンの数が多いが、HBLRでは数少ない η でのみ出力パターンの数が多い。これは、STLRでは新たに与えた入力パターンを別のパターンとして出力することを示すものである。

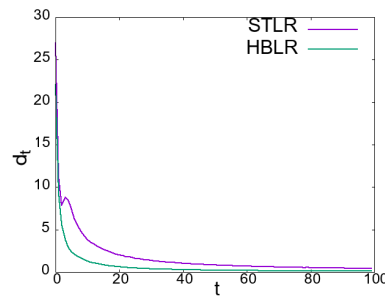
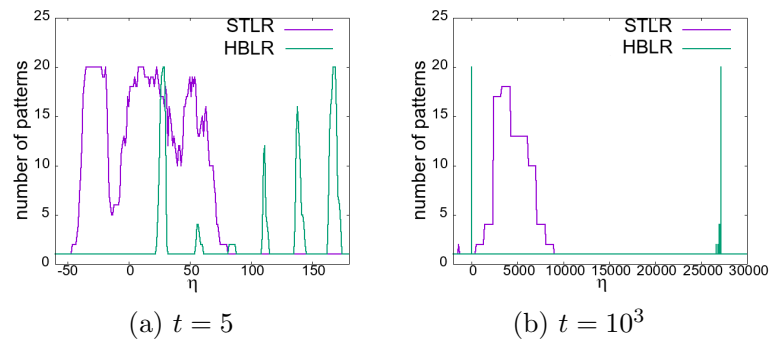


図 6: 時刻 t の変化に伴う d_t の値の変化



(a) $t = 5$

(b) $t = 10^3$

6 まとめ

図 7: 異なる出力パターンの個数の変化

本論文では、学習方法を変更した場合の、HBLRとSTLRのシナプス荷重の変化と出力パターンの個数を調査した。まず、シナプス荷重を調査した結果、HBLR、STLRともに t の増加に伴って $w_{ij}(t)$ が収束していること、HBLRはSTLRと比較して $w_{ij}(t)$ の収束が速いことが分かった。また、HBLRとSTLRの収束したシナプス荷重はともに2種類の縦の帯を持つという共通点を明らかにした。さらに、新たに入力パターンを与えた際の出力パターンの個数を調査した結果、STLRはHBLRと比較して新たに与えた入力パターンを別のパターンとして出力することが示された。

本論文では $w_{ij}(t)$ に上限と下限を設定していないため、一部の $w_{ij}(t)$ が増強、減弱され続けていたが、実際の脳でこのようなことは起こらない。よって、 Δw を減衰させるなどして $w_{ij}(t)$ が一定の範囲に収まるようにするなど、実際の脳で起こっている事象をより正確に再現できるモデルの設計をすることが今後の課題である。

参考文献

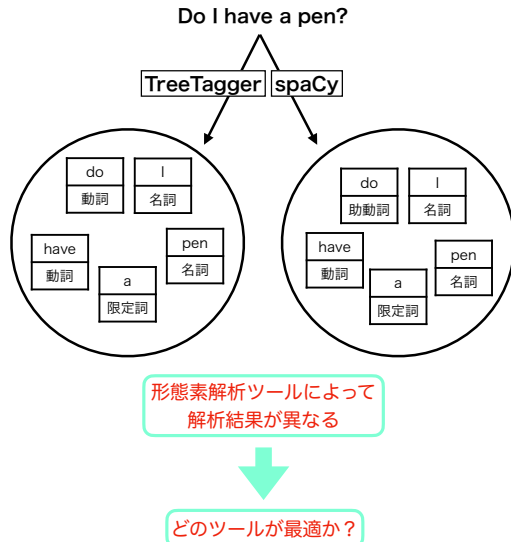
- [1] D. O. Hebb, *The organization of behavior: A Neuropsychological Theory*, Wiley, 1949.
- [2] M. Tsukada, T. Aihara, H. Saito, and H. Kato, “Hippocampal LTP depends on spatial and temporal correlation of inputs,” *Neural Networks*, Vol. 9, No. 8, pp. 1357–1365, 1996.
- [3] M. Tsukada and X. Pan, “The spatiotemporal learning rule and its efficiency in separating spatiotemporal patterns,” *Biological Cybernetics*, Vol. 92, No. 2, pp. 139–146, 2005.
- [4] H. Tsukada and M. Tsukada, “Comparison of Pattern Discrimination Mechanism of Hebbian and Spatiotemporal Learning Rules in Self-Organization,” *Frontiers in Systems Neuroscience*, Vol. 15, 624353, 2021.

非線形ワークショップ

形態素解析ツールの比較・検討

池口研究室 M1
石川竜吉非線形問題解決専門
池口研究室
NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEM

1. 背景



2. 形態素解析

Do I have a pen?

do	I	have	a	pen
動詞	名詞	動詞	限定詞	名詞

3. 形態素解析ツール

TreeTagger^[1]多くの研究に利用されている
言語ごとに異なる品詞タグspaCy^[2]論文数が少ない
ユニバーサルPoSタグを出力可能

4. 使用データ・言語

新約聖書・ヨハネ伝(英語)

言語	訳バージョン
英語	English Standard Version(ESV) King James Version(KJV)

5. 調査手順

2種類の形態素解析ツールを用いて解析を行い、
品詞の一致度を調査

どのような単語に対して分類が変わるのか？

6. 調査結果

表1: 英語(ESV)での品詞分類の一致度

TreeTaggerでの品詞分類

	形容詞	接置詞	副詞	助動詞	接続詞	限定詞	感嘆詞	名詞	その他	接辞	代名詞	動詞	SUM
形容詞	363	0	12	0	2	0	0	9	0	0	0	7	393
接置詞	0	524	33	0	1384	0	0	0	0	0	0	1	1942
副詞	6	3	648	0	102	7	0	1	0	0	0	0	767
助動詞	0	0	0	351	0	0	0	0	0	0	0	1315	1666
接続詞	0	0	3	0	887	4	0	0	0	0	0	0	894
限定詞	0	0	1	0	0	1472	0	2	0	5	10	0	1490
感嘆詞	0	0	5	0	0	0	7	0	0	0	0	0	12
名詞	17	0	0	1	0	0	0	1987	0	0	5	18	2028
数詞	1	0	0	0	0	0	0	109	0	0	3	0	113
接辞	0	169	290	0	0	0	0	0	35	0	0	0	494
代名詞	3	0	1	0	53	231	0	59	31	0	3525	0	3903
固有名詞	0	0	1	0	0	0	0	1134	0	0	1	4	1140
句読点	0	0	0	0	282	301	0	113	2942	0	82	0	3720
従属接続詞	0	0	209	0	572	6	0	1	0	0	0	0	788
記号	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
動詞	4	0	1	0	2	0	0	19	0	0	0	3015	3041
その他	0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	4
SUM	394	696	1204	352	3284	2021	7	3436	3010	5	3626	4360	22395

表2: 英語(KJV)での品詞分類の一致度

TreeTaggerでの品詞分類

	形容詞	接置詞	副詞	助動詞	接続詞	限定詞	感嘆詞	名詞	その他	接辞	代名詞	動詞	SUM
形容詞	402	0	24	2	1	12	0	55	0	0	25	31	552
接置詞	0	168	29	0	1746	0	0	0	0	0	1	2	1946
副詞	7	4	788	0	38	6	1	3	3	0	0	15	865
助動詞	0	1	0	391	0	0	0	3	0	0	0	913	1308
接続詞	0	0	9	0	1150	9	0	0	0	0	0	0	1168
限定詞	0	0	0	0	19	1512	0	0	3	13	0	0	1547
感嘆詞	0	0	10	0	0	0	4	0	0	0	0	0	14
名詞	25	0	23	6	3	4	0	2095	0	0	190	82	2428
数詞	0	0	0	0	0	0	0	100	0	0	0	1	101
接辞	0	103	297	0	0	0	0	0	42	0	0	0	442
代名詞	5	0	9	0	61	411	0	20	36	0	2962	2	3506
固有名詞	9	0	16	2	5	3	14	1268	0	0	185	44	1546
句読点	0	0	0	0	0	0	0	3384	0	0	0	0	3384
従属接続詞	0	0	177	0	577	24	0	1	0	0	0	0	779
記号	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
動詞	14	0	24	2	9	3	0	80	0	0	31	2724	2887
その他	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	2	3	7
SUM	462	276	1406	403	3610	1984	19	3626	3465	3	3409	3817	22480

表3: 品詞分類の変化が多かった単語

	ESV	KJV
単語	Tree	spaCy
of	接続詞	接置詞
not	副詞	接辞
is	動詞	形容詞
in	接続詞	接置詞
was	動詞	形容詞
to	接置詞	接辞
"	接続詞	句読点
"	限定詞	句読点
"	限定詞	句読点
have	動詞	助動詞

複数の用法を持つ動詞

記号、接置詞の誤認識

関係代名詞

例文での検証

複数の用法を持つ動詞

疑問文の"Do"

Do I have a pen?

TreeTagger: 動詞 spaCy: 助動詞

I do it.

TreeTagger: 動詞 spaCy: 動詞

受け身形のbe動詞

I was in Okinawa.

TreeTagger: 動詞 spaCy: 助動詞

I was born in Kyoto.

TreeTagger: 動詞 spaCy: 助動詞

過去完了の"have"

I have been there.

TreeTagger: 動詞 spaCy: 助動詞

I have it.

TreeTagger: 動詞 spaCy: 動詞

関係代名詞

I got that apple.

TreeTagger: 限定詞 spaCy: 限定詞

There is a dog that is
swimming in the river.

TreeTagger: 限定詞 spaCy: 代名詞

7. まとめ

英語の文章を用いて、
形態素解析ツールの精度を調査

TreeTagger

構文による品詞の変化を
捉えきれない可能性

spaCy

文脈に応じた品詞分類が可能
対応しきれない品詞、単語もある

8. 今後の課題

英語での検証

他言語での検証

TreeTagger,
spaCyの比較

複数の形態素解析ツールによる検証

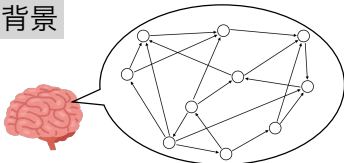
新たな共起ネットワークの作成

時空間学習則によるパターン分離の評価

東京理科大学 池口研究室 M1 塚本陽太



1. 背景



学習：ニューロンの結合の変化
学習則：結合の変化のルール
時空間学習則：発火の同時性で結合が変化

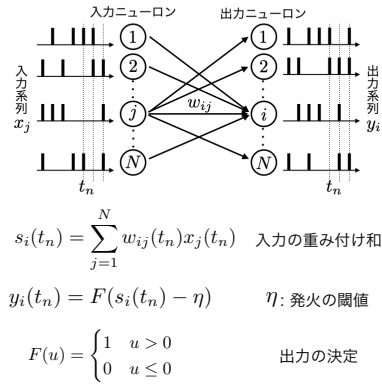
2. 目的

画像処理等への
応用に向けた調査

- パターン分離能力
- 適切なパラメータ



3. ネットワーク



4. 時空間学習則 [1]

$$I_{ij}(t_n) = w_{ij}(t_n) x_j(t_n) \sum_{k=1, k \neq j}^N w_{ik}(t_n) x_k(t_n) \quad \text{空間一貫性}$$

$$\approx w_{ij}(t_n) x_j(t_n) s_i(t_n)$$

シナプス荷重の更新式

$$w_{ij}(t_{n+1}) = \begin{cases} w_{ij}(t_n) + \Delta w & I_{ij}(t_n) > \theta_1 \quad \text{増強} \\ w_{ij}(t_n) & \theta_1 \geq I_{ij}(t_n) \geq \theta_2 \quad \text{変化なし} \\ w_{ij}(t_n) - \Delta w & I_{ij}(t_n) < \theta_2 \quad \text{減弱} \end{cases}$$

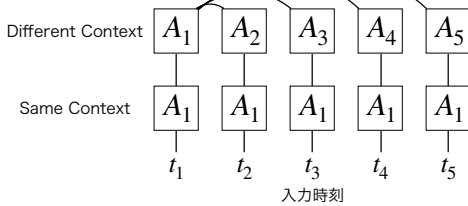
Δw : 学習係数 θ_1 : 増強の閾値 θ_2 : 減弱の閾値

出力ニューロンの発火は荷重の変化に関係ない
入力ニューロンの同時にどれほど発火したかで荷重が変化

5. 入力系列

空間パターン $A_1 = \{0, 1, 0, 0, 1, \dots, 1, 0\}$
Nビット

時空間パターン
(空間パターンの系列) ハミング距離 N/10 ビット



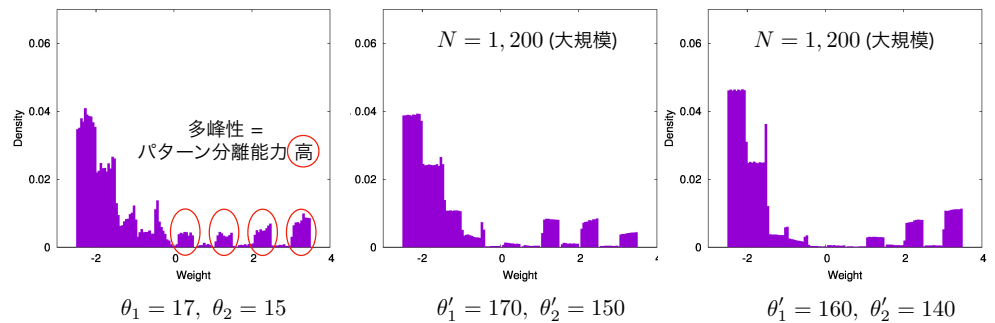
6. ネットワークの大規模化

大規模ネットワークのパラメータ

θ'_1, θ'_2 : 増強・減弱の閾値, N' : ニューロン数

$$\theta'_1 = \frac{N'}{N} \theta_1, \theta'_2 = \frac{N'}{N} \theta_2$$

閾値とニューロン数に
線形関係を仮定



7. 時間履歴を考慮したモデル [2]

$$I_{ij}(t_n) = w_{ij}(t_n) x_j(t_n) s_i(t_n) \quad \text{空間一貫性}$$

$$I_{add}(t_n) = \sum_{m=0}^n I_{ij}(t_m) \exp\left(-\frac{t_n - t_m}{\lambda}\right) \quad \text{時間履歴}$$

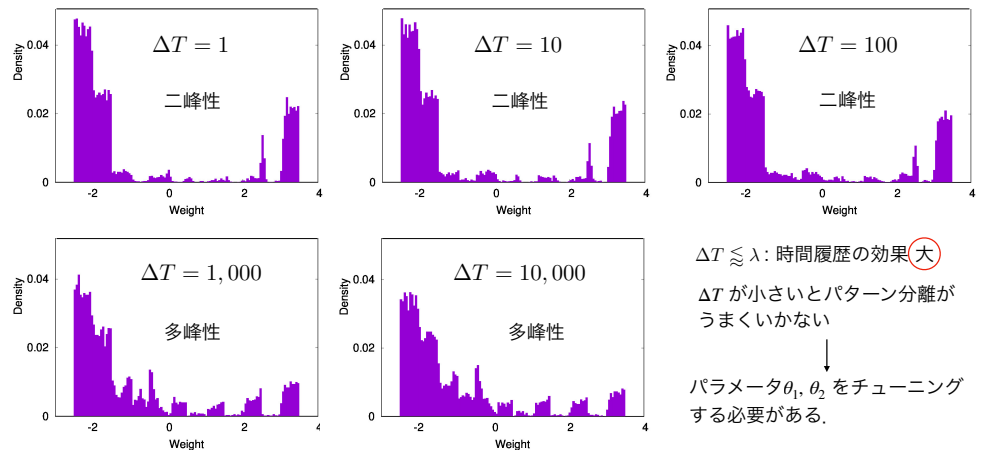
λ : 時定数 (生理学実験より $\lambda = 233$)

入力の時刻を時間間隔 ΔT の同期入力とする.

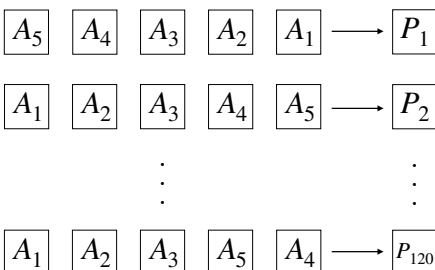
$$t_i = i \Delta T$$

$$w_{ij}(t_{n+1}) = \begin{cases} w_{ij}(t_n) + \Delta w & I_{add}(t_n) > \theta_1 \\ w_{ij}(t_n) & \theta_1 \geq I_{add}(t_n) \geq \theta_2 \\ w_{ij}(t_n) - \Delta w & I_{add}(t_n) < \theta_2 \end{cases}$$

パラメータ: $\theta_1 = 17, \theta_2 = 15$



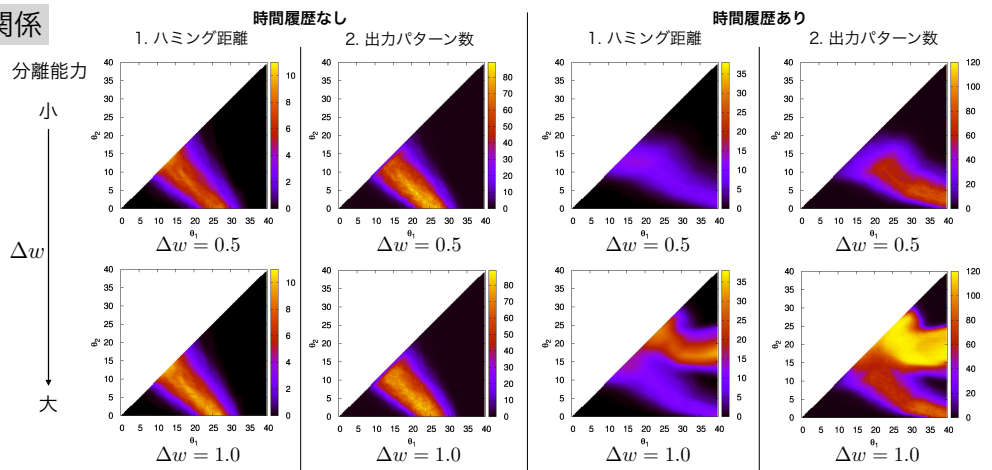
8. パラメータとパターン分離能力の関係



パラメータ $\Delta w, \theta_1, \theta_2$ を変化させて以下の2つを調査

- 出力パターン間のハミング距離の平均
- 異なる出力パターンの個数

いずれも10回平均をとった.



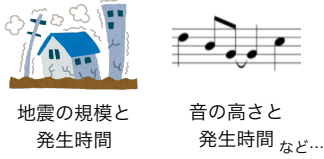
マーク付点過程に重み付きVisibility Graphを適用した際のネットワーク構造について

東京理科大学 池口研究室 M1 森太紀



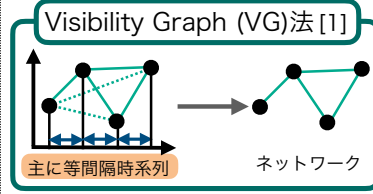
1. 研究背景・目的

現実世界の時系列の多く



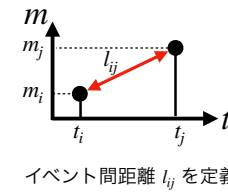
マーク付点過程

時系列をネットワークに変換する手法



→ マーク付点過程の時間間隔を反映できる重み付きVG法を提案

2. ネットワークの枝の重み付け



従来手法[2]: $w_{ij} = \frac{l_{ij}}{l_{\max}}$

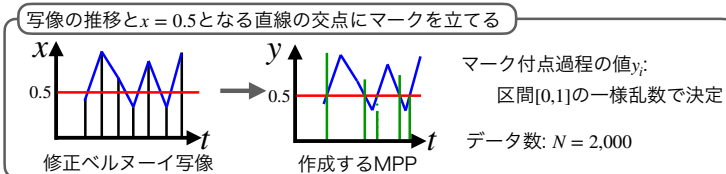
提案手法: $w_{ij} = \frac{l_{\min}}{l_{ij}}$

$l_{\max}, l_{\min}$: イベント間距離 l_{ij} の中で最大、最小のもの

3. マーク付点過程の作成手法

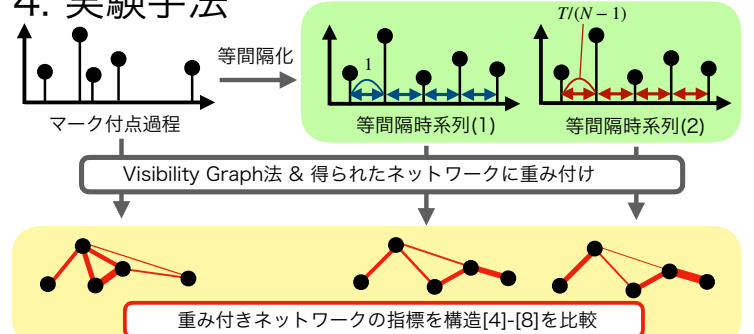
修正ベルヌーイ画像[3]を使用 ($B=2$, $\epsilon=1 \times 10^{-13}$)

$$x(t+1) = \begin{cases} x(t) + 2^{B-1}(1-2\epsilon)x(t)^B + \epsilon \\ x(t) - 2^{B-1}(1-2\epsilon)(1-x(t))^B - \epsilon \end{cases}$$



4. 実験手法

*T: マーク付点過程の観測時間



5. 各評価指標の実験結果

*MPP: マーク付点過程, ETS-1: 等間隔時系列(1), ETS-2: 等間隔時系列(2)

	重み付き 平均頂点間距離	重み付きクラスタ係数			
評価指標	L [4]	$C^{(Z)}$ [5]	$C^{(L)}$ [6]	$C^{(B)}$ [7]	$C^{(O)}$ [8]
計算手法 および 概要	$L = \frac{1}{N C_2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N d_{ij}$ d_{ij}: 頂点<i>i</i>に接続する枝数 ネットワークの 大きさ・繋がり	$C_i^{(Z)} = \frac{\sum_{j=1}^N \sum_{h=1}^N w_{ij} w_{jh} w_{ih}}{(\sum_{j \neq i} w_{ij})^2 - \sum_{j \neq i} w_{ij}^2}$ $C^{(Z)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i^{(Z)}$ 繋がる枝の重みに応じた 三角形構造の量	$C_i^{(L)} = \frac{1}{\sum_{j \neq i} w_{ij} k_i(k_i - 1)}$ $C^{(L)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i^{(L)}$ $N_G(i)$: 頂点<i>i</i>を含むサブグラフ, k_i: 頂点<i>i</i>に接続する枝数 頂点<i>i</i>の対辺の重みに 応じた三角形構造の量	$C_i^{(B)} = \frac{1}{s_i(k_i - 1)} \sum_{j=1}^N \sum_{h=1}^N \frac{w_{ij} + w_{ih}}{2} a_{ij} a_{ih} a_{jh}$ $C^{(B)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i^{(B)}$ $s_i = \sum_{j=1}^N w_{ij}$, $a_{ij} = 1$ if $i \neq j$, $a_{ij} = 0$ if $i = j$ 頂点<i>i</i>に接続する枝の重みに 応じた三角形構造の量	$C_i^{(O)} = \frac{1}{k_i(k_i - 1)} \sum_{j=1}^N \sum_{h=1}^N (w_{ij} w_{jh} w_{ih})^{\frac{1}{3}}$ $C^{(O)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i^{(O)}$ 強い繋がりを持つ 三角形構造の量
提案手法					
従来手法 [2]					

提案手法は従来手法と比べてマーク付点過程の時間間隔をネットワークに反映できる

7. まとめと今後

- ・ イベント間距離の逆数を使用することで、マーク付点過程の時間間隔をネットワークに反映できる。
- 頂点数を変化させて検証予定。

参考文献

- [1] L. Lacasa, et al., *PNAS*, **105**, 13, 4972–4975, 2008
- [2] M. Zheng, et al., *Sci. Rep.*, **11**, 1, 1–12, 2021
- [3] Y. Aizawa, et al., *PTP*, **71**, 4, 847–850, 1984
- [4] X. J. Xu, et al., *Int. J. Mod. Phys. C*, **17**, 04, 521–529, 2006
- [5] B. Zhang, et al., *Stat. Anal. Gen. Mol. Biol.*, **4**, 1, 2005
- [6] L. Lopez-Fernandez, et al., *Proc. of 1st Int. Workshop on MSR 2004*, 101–105, 2004
- [7] A. Barrat, et al., *PNAS*, **101**, 11, 3747–3752, 2004
- [8] J. P. Onnela, et al., *PRE*, **71**, 6, 065103, 2005

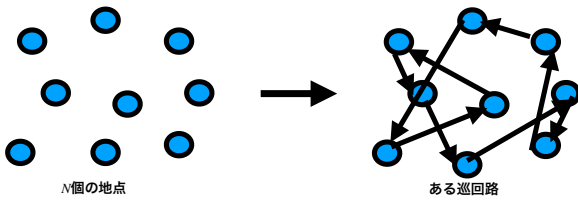
最大ゲインと即時戦略2-opt法を用いたTSP問題に関する調査

非線形問題解決軍団

東京理科大学 池口研究室 M1 郭豊愷

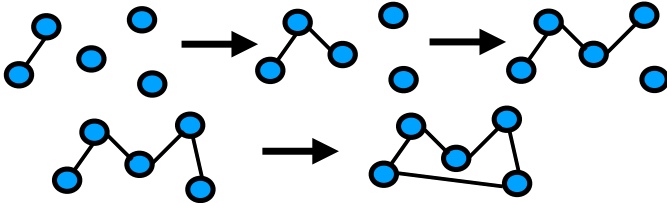
池口研究室
NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEM

1. 巡回セールスマン(TSP)問題[1]



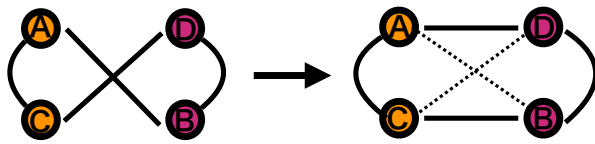
定義：全ての都市をちょうど1回ずつ訪問して、最初の都市に戻ってくる巡回路を作成する

2. 最近傍法[1]



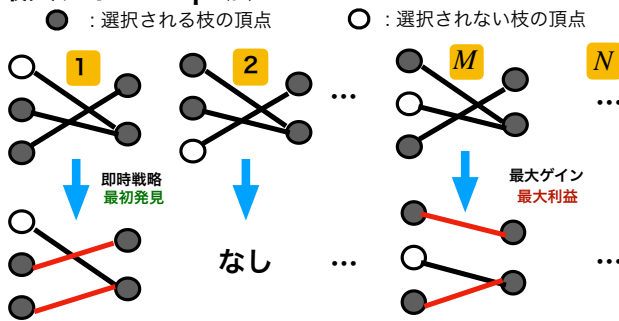
最近傍法：現在の頂点とまだ訪れていない頂点を距離が最も短い辺を探す

3. 即時戦略2-opt法



現在の巡回路よりも短い巡回路を見つけたらその巡回路に移す

4. 最大ゲイン2-opt法



現在の巡回路に対して最も経路が短くなる巡回路に移す

5. 実験結果

本実験はTSPLIB[2]とVLSI[3]からの問題データを利用して、局所最適解に収束するまで計算をする。

問題	即時戦略2-opt法	最大ゲイン2-opt法	収束までのiteration 即/最	最適化率
eil51	3.99%	1.17%	3/9	2.82%
berlin52	11.91%	7.65%	2/11	4.26%
st70	6.81%	8.59%	2/15	-1.78%
eil76	5.20%	1.67%	2/9	3.53%
pr76	7.41%	5.66%	4/19	1.75%
rat99	3.72%	5.39%	2/16	-1.67%
kroA100	9.20%	2.99%	3/23	6.21%
kroB100	2.86%	0.94%	4/17	1.92%
kroC100	8.39%	5.81%	3/18	2.58%
kroD1009	6.97%	5.21%	3/21	1.76%
kroE100	11.32%	5.84%	3/17	5.48%
rd100	7.86%	5.39%	2/17	2.47%
eil101	10.17%	4.29%	3/16	5.88%
lin105	12.63%	2.32%	4/23	10.31%
pr107	0.70%	1.78%	2/17	-1.08%
pr124	6.16%	2.12%	3/15	4.04%
bier127	5.71%	1.91%	5/24	3.80%
ch130	10.34%	6.04%	4/22	4.34%
pr136	8.17%	7.25%	3/20	0.92%
pr144	4.48%	4.48%	1/7	0.00%

ch150	1.81%	1.41%	4/20	0.40%
kroA150	5.33%	5.78%	3/40	-0.45%
kroB150	6.10%	4.83%	3/36	1.27%
pr152	5.61%	2.03%	5/14	3.58%
u159	10.57%	3.60%	3/34	6.97%
rat195	5.17%	2.97%	3/16	2.20%
d198	3.90%	1.81%	2/32	2.09%
kroA200	4.08%	0.49%	4/32	3.59%
kroB200	11.04%	7.84%	4/33	3.20%
ts225	9.39%	3.73%	2/14	5.66%
tsp225	5.79%	4.98%	4/34	0.81%
pr226	5.85%	4.05%	4/21	1.80%
gil262	9.42%	3.87%	3/39	5.55%
pr264	4.08%	1.50%	6/20	2.58%
a280	9.42%	9.23%	4/40	0.19%
pr299	7.91%	6.51%	6/52	1.40%
lin318	10.08%	5.52%	4/59	4.56%
linhp318	11.71%	7.86%	4/77	3.85%
rd400	7.61%	4.26%	3/64	3.35%
fl417	5.40%	3.50%	5/80	1.90%
pr439	7.04%	4.51%	4/56	2.53%
pcb442	8.11%	4.36%	4/48	3.75%
d493	8.08%	3.69%	3/66	4.39%
u574	9.90%	6.23%	5/119	3.67%
rat575	7.21%	4.41%	4/99	2.80%
p654	6.80%	2.14%	6/125	4.66%
d657	9.19%	4.38%	7/104	4.81%
u724	8.27%	6.58%	4/109	1.69%
rat783	8.06%	4.64%	4/119	3.42%
pr1002	8.27%	5.33%	4/164	2.94%
u1060	10.80%	6.18%	5/191	4.62%
vm1084	8.73%	6.48%	4/140	2.25%
pcb1173	9.53%	6.25%	5/185	3.28%
d1291	8.19%	5.73%	6/104	2.46%
rl1304	14.26%	8.63%	5/135	5.63%
rl1323	10.30%	5.61%	5/106	4.69%
nrrw1379	6.18%	5.61%	8/197	0.57%
fl1400	8.88%	5.86%	5/277	3.02%
u1432	10.11%	7.01%	4/187	3.10%
fl1577	9.44%	3.98%	7/142	5.46%
d1655	7.74%	4.73%	5/149	3.01%
vm1748	6.98%	5.10%	6/192	1.88%
u1817	7.84%	6.03%	7/171	1.81%
rl1889	7.71%	5.29%	4/166	2.42%
d2103	2.98%	2.43%	5/94	0.55%
u2152	8.56%	4.96%	5/211	3.60%
u2319	5.05%	3.06%	5/252	1.99%
pr2392	9.58%	6.21%	5/337	3.37%
pcb3038	8.78%	5.85%	5/415	2.93%
fl3795	5.62%	2.49%	6/479	3.13%
fml4461	7.60%	4.93%	6/626	2.67%
rl5915	8.95%	5.13%	7/425	3.82%
rl5934	8.33%	5.42%	6/425	2.91%
pla7397	8.27%	5.12%	6/804	3.15%
rl11849	8.38%	5.06%	7/1031	3.32%
usa13509	8.48%	6.07%	7/1968	2.41%
brd14051	8.42%	5.35%	7/1913	3.07%
d15112	8.41%	6.12%	6/2070	2.29%
d18512	7.64%	5.23%	7/2437	2.41%
pla33810	7.93%	6.05%	7/2689	1.88%
pla85900	7.84%	5.59%	7/8619	2.25%

6. まとめ

最大ゲインと即時戦略2-opt法を用いたTSP問題の結果を調査した



結果は最大ゲイン2-opt法の方が良い

参考文献

- [1] 山本芳嗣, 久保幹雄, 巡回セールスマン問題への招待, 朝倉書店, 1997.
- [2] TSPLIB: <http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/>
- [3] VLSI: <https://www.math.uwaterloo.ca/tsp/vlsi/index.html>

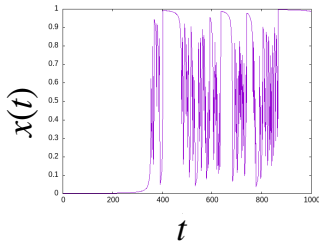
No.13

初期値鋭敏性評価のためのリアプノフ指数の調査と算出

東京理科大学 池口研究室 B4 中山裕文



1. 目的・背景



カオスの持つ特徴

初期値鋭敏性

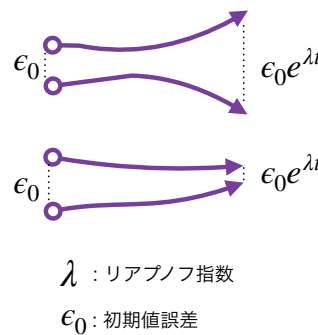
長期予測不能性

アトラクタのフラクタル性

このような時系列が
決定論的カオスであるかを
調べたい

目的：
初期値鋭敏性を定量的に評価する

2. リアプノフ指数



	初期値鋭敏性
$\lambda > 0$	あり
$\lambda \leq 0$	なし

また多次元の場合、
最大リアプノフ指数が少なくとも正であれば、
初期値鋭敏性をもっているといえる。

3. リアプノフ指数の計算式[1]

一次元離散力学系: $x(t+1) = f(x(t))$

$$\longrightarrow \lambda = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \log |f'(x(t))|$$

多次元離散力学系: $\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t))$

$$\longrightarrow \lambda_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \log \sigma_i(N) \quad (\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_N)$$

$\sigma_i(N) : \{(\mathbf{J}_0 \mathbf{J}_1 \dots \mathbf{J}_{N-1})^\dagger (\mathbf{J}_{N-1} \mathbf{J}_{N-2} \dots \mathbf{J}_0)\}^{1/2N}$ の固有値
 $\mathbf{J}$: $\mathbf{f}$ のヤコビ行列

数値計算手順 (多次元)

QR分解を用いる

$$\mathbf{J}_0 = \mathbf{Q}_1 \mathbf{R}_1, \mathbf{J}_t \mathbf{Q}_t = \mathbf{Q}_{t+1} \mathbf{R}_{t+1}$$

ハウスホルダ変換
 $\mathbf{J}_0 = \mathbf{J}, \mathbf{J}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{J}_{k-1} \longrightarrow \mathbf{J} = \mathbf{Q} \mathbf{R}$
 $\mathbf{J}_n = \mathbf{H}_n \mathbf{H}_{n-1} \dots \mathbf{H}_1 \mathbf{J} = \mathbf{R} \quad (\mathbf{H}^T = \mathbf{H}^{-1})$
グラムシュミット法
 $\mathbf{R} = \mathbf{Q}^T \mathbf{J} \longrightarrow \mathbf{Q} \mathbf{R} = \mathbf{J}$

$$\longrightarrow (\mathbf{J}_0 \mathbf{J}_1 \dots \mathbf{J}_{N-1})^\dagger (\mathbf{J}_{N-1} \mathbf{J}_{N-2} \dots \mathbf{J}_0) = \mathbf{Q}_{2N} \prod_{k=1}^{2N} \mathbf{R}_k$$

ただし, $\mathbf{J}_{2N-(k+1)}^\dagger \mathbf{Q}_k = \mathbf{Q}_{k+1} \mathbf{R}_{k+1} \quad (k \geq N)$

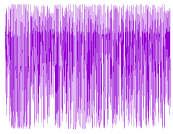
$$\hat{\lambda}_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^{2N} \log |R_k^{ii}|$$

ただし, R_k^{ii} は, 行列 $\mathbf{R}_k$ の, 第 i 対角要素

4. 解析対象の方程式

ロジスティック写像[1]

$$x(t+1) = 4x(t)(1-x(t))$$



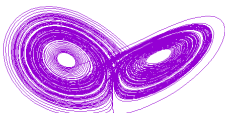
エノン写像[2]

$$\begin{cases} x(t+1) = 1 - 1.4x(t)^2 + y(t) \\ y(t+1) = 0.3x(t) \end{cases}$$



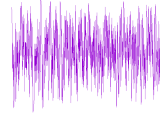
ローレンツ方程式[4]

$$\begin{cases} \dot{x} = 10(-x+y) \\ \dot{y} = -xz + 28x - y \\ \dot{z} = -xy - \frac{8}{3}z \end{cases}$$



ベルヌーイ写像[1]

$$x(t+1) = \begin{cases} 2x(t) & (0 \leq x(t) \leq \frac{1}{2}) \\ 2x(t) - 1 & (\frac{1}{2} \leq x(t) \leq 1) \end{cases}$$



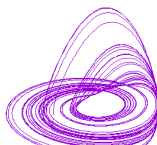
池田写像[3]

$$\begin{cases} x(t+1) = 1.0 + 0.9(x(t)\cos(\theta(t)) - y(t)\sin(\theta(t))) \\ y(t+1) = 0.9(x(t)\sin(\theta(t)) + y(t)\cos(\theta(t))) \\ \theta(t) = 0.4 - \frac{6}{1+x(t)^2+y(t)^2} \end{cases}$$



レスラー方程式[5]

$$\begin{cases} \dot{x} = -y - z \\ \dot{y} = x + 0.2y \\ \dot{z} = 0.2 + z(x - 5.7) \end{cases}$$



5. 結果とまとめ

方程式	計算結果			参考値[6][7]		
	λ_1	λ_2	λ_3	λ_1	λ_2	λ_3
ロジスティック写像	0.693	—	—	0.693(=log2)	—	—
ベルヌーイ写像	0.693	—	—	0.693(=log2)	—	—
エノン写像	0.411	-1.615	—	0.408	-1.620	—
池田写像	0.511	-0.721	—	0.503	-0.719	—
ローレンツ方程式	0.8039	-0.007	-14.464	0.9056	0.000	-14.572
レスラー方程式	0.0699	0.000	-5.3946	0.0714	0.000	-5.3943

いずれの方程式系においても, 最大リアプノフ指数は正である。
よって, これらの方程式は初期値鋭敏性を持つといえる。

参考文献

- [1] 合原一幸, 池口徹, 山田泰司, 小室元政, カオス時系列解析の基礎と応用, 産業図書株式会社, 2000.
- [2] M. Hénon, "A two-dimensional mapping with a strange attractor," Communications in Mathematical Physics, Vol. 50, pp. 69-77, 1976.
- [3] K. Ikeda, "Multiple-valued stationary state and its instability of the transmitted light by a ring cavity system," Optics Communications, Vol. 30, No. 2, pp. 257-261, 1979.
- [4] E. N. Lorenz, "Deterministic Nonperiodic Flow," Journal of atmospheric sciences, Vol. 20, No. 2, pp. 130-141, 1963.
- [5] O. E. Rössler, "An equation for continuous chaos," Physics Letters, Vol. 57A, No. 5, pp. 397-398, 1976.
- [6] R. Brown, P. Bryant and H. D. I. Abarbanel, "Computing the Lyapunov spectrum of a dynamical system from an observed time series," Physical Review A, Vol. 43, No. 6, pp. 2787-2806, 1991.
- [7] Y. I. Bogdanov and N. A. Bogdanova, "The study of Lorenz and Rössler strange attractors by means of quantum theory," Laser Physics, Vol. 25, No. 3, p. 035203, 2015.

No. 14 スペクトル距離と古典的多次元尺度構成法を用いた

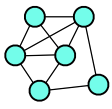
コンタクトデータの解析

東京理科大学 池口研究室 B4 伊藤大河



1. 背景

静的なネットワーク



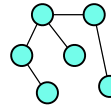
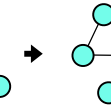
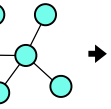
解析手法

- 平均頂点間距離
- クラスタ係数
- 次数分布

など

時間発展を考慮していない

動的なネットワーク

 $t = 0$  $t = 1$  $t = 2$

時々刻々と状態が変化するテンポラルネットワーク

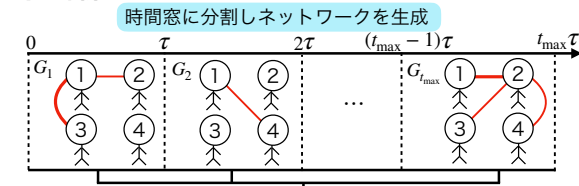
→ 現実のネットワークの解析には時間変化を考慮することが必要

2. 目的

テンポラルネットワークのより詳細なダイナミクスを捉えるための手法を提案

	距離	時系列
増田, 他	スペクトル距離	階層的クラスタリング
澤田 和弥, 他	ハミング距離	古典的多次元尺度構成法 (CMDS)
提案手法	スペクトル距離	古典的多次元尺度構成法 (CMDS)

3. 解析手法



① スペクトル距離

time window i time window j time window i time window j time window i time window j time window i time window j time window i time window j time window i time window j time window i time window j time window i time window j time window i time window j time window i time window j time window i time window j time window i time window j time window i time window j

② CMDS

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

ネットワークの性質の差異を見ることが可能

③ 再構成

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

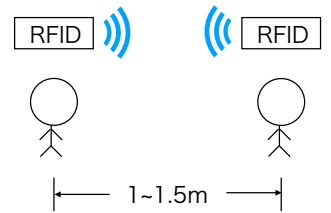
元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

元の力学系の性質を捉えることが可能

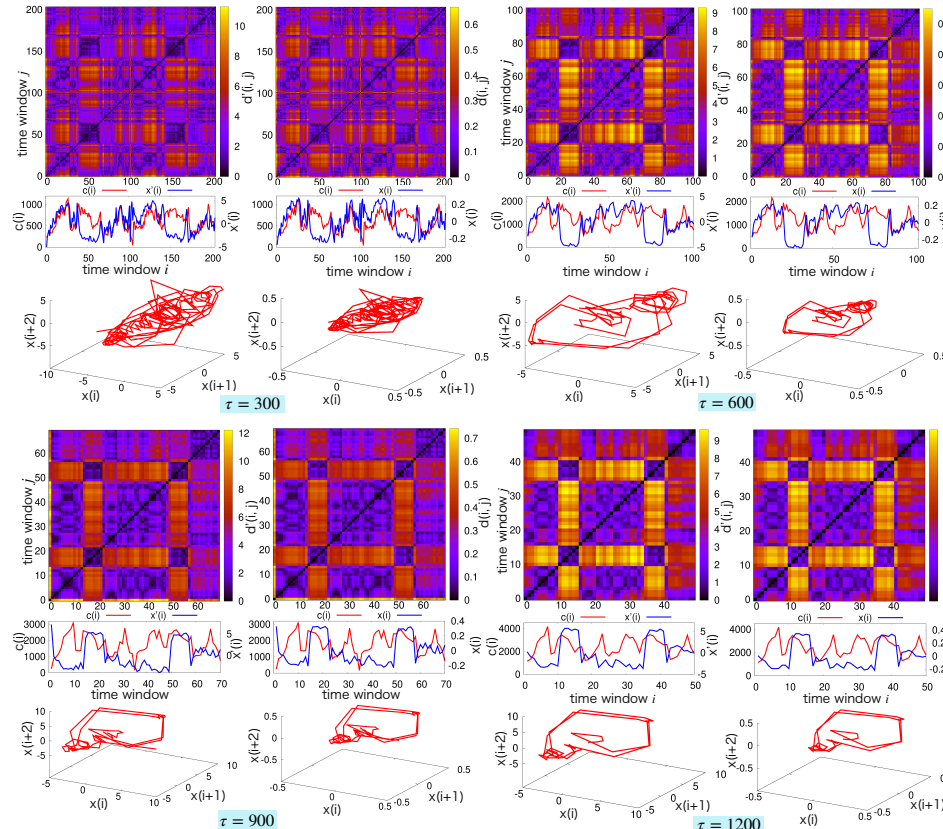
4. コンタクトデータ

コンタクトデータ	小学校	高校
年月	2009年10月	2011年12月
期間	2日間	4日間
人数	242	126
総コンタクト数	125,773	28,561

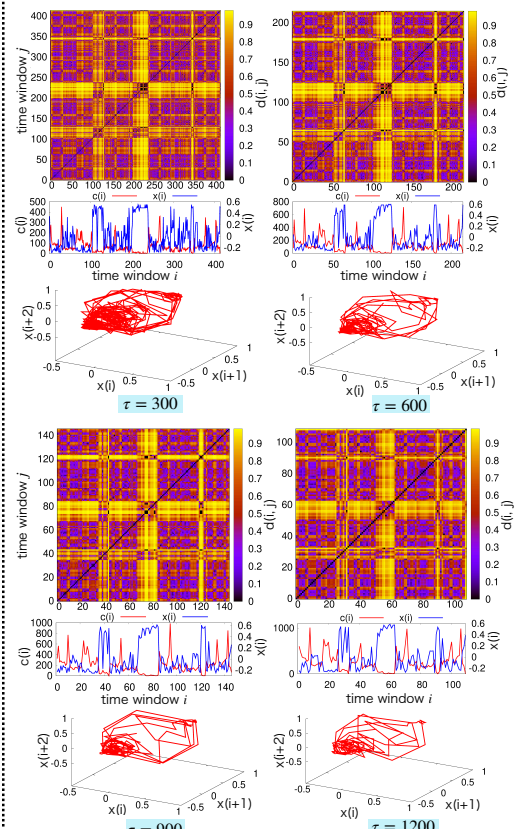


5. 結果

小学校のデータの解析結果



高校のデータの解析結果



6. まとめ

- ・コンタクトに再帰構造がある
- ・コンタクト数からは得られない構造を捉えられる
- ・時間窓幅 τ を適切に設定する必要がある

参考文献

- [1] N. Masuda and et al., *Sci. Rep.*, **9**(795), 1–11, 2019.
- [2] 澤田 和弥, 池口 徹, NOLTA ソサイエティ大会, NLS-38, 2022.
- [3] J. C. Gower, *Biometrika*, **53**(3–4): 325–338, 1966.
- [4] F. Takens, *Dynamical Systems and Turbulence*, **898**: 366–381, 1981.
- [5] T. Sauer et al., *J. Stat. Phys.*, **65**(3): 579–616, 1991.
- [6] Sociopatterns: <http://www.sociopatterns.org/> (最終閲覧日 2022/05/27).

15 BAモデルの頂点数と次数分布の関係

東京理科大学 池口研究室 B4 豊田真之

1. 背景

スケールフリーネットワーク

べき則：次数分布(両対数)が直線

Barabasi-Albertモデル^[1]

成長+優先的選択

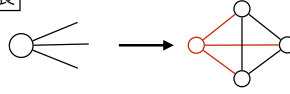
スケールフリーを再現

スケールフリー性と頂点数の関係を調査

2. ネットワーク生成

初期条件： m_0 個の完全グラフ

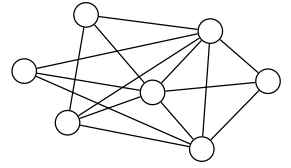
成長

 N' : 現時点の頂点数 k_i : 頂点 v_i の次数

$$\Pi(k_i) = \frac{(\text{頂点 } v_i \text{ の次数})}{(N' \text{ 個の頂点の次数の合計})} = \frac{k_i}{\sum_{j=1}^{N'} k_j}$$

 N までくり返す

優先的選択

例： $N = 7$ のネットワーク

3. 次数分布

次数 k の相対頻度 $p(k)$

$$p(k) = \frac{(\text{次数が } k \text{ の頂点数})}{(\text{頂点数 } N)}$$

プロットが
散らばりやすい

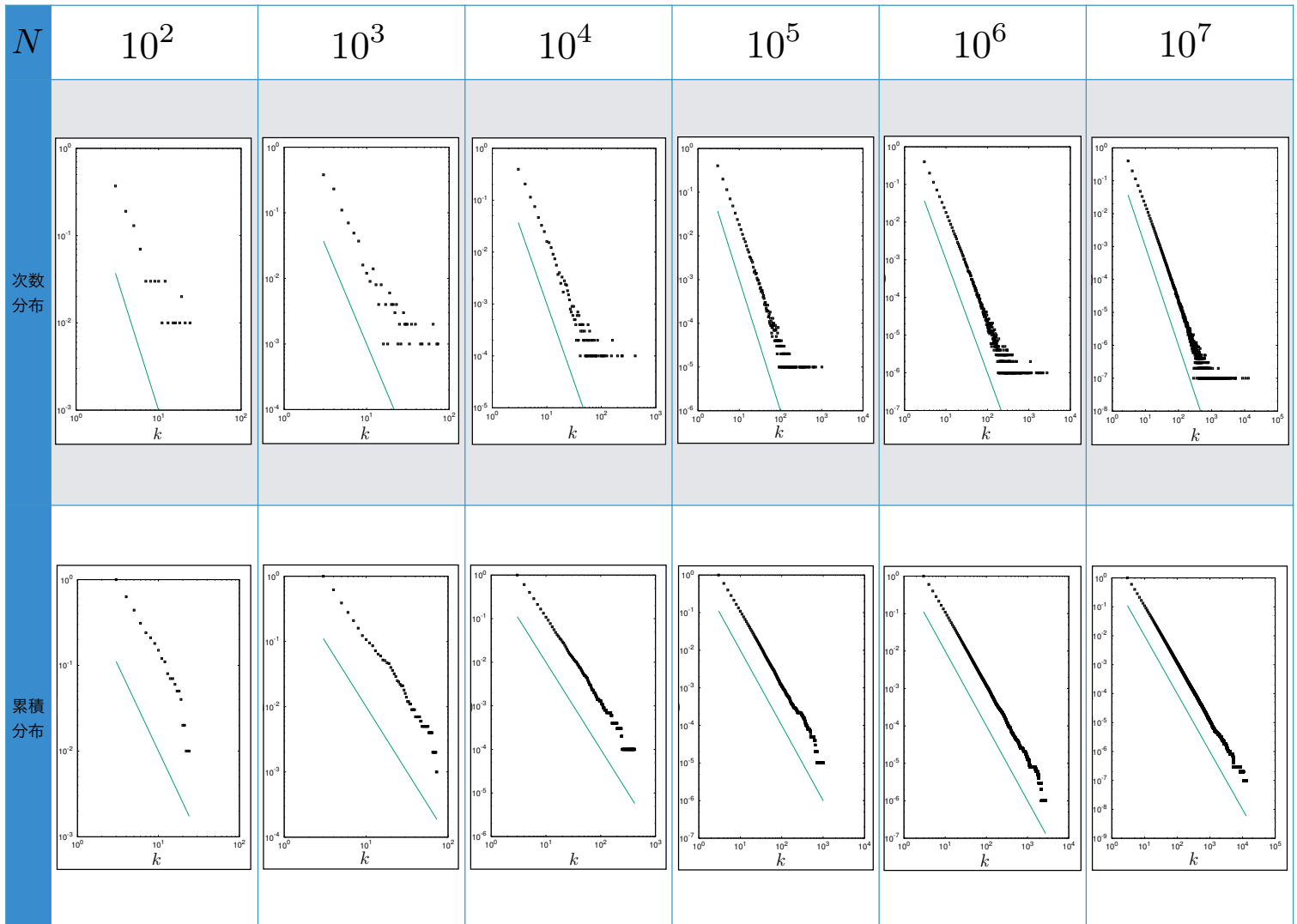
4. 累積分布

次数 k 以上の割合 $P(k)$

$$P(k) = \int_k^\infty p(k') dk'$$

散らばりを
軽減

5. 結果

 $m_0 = 3$ 頂点数 N を増やしても、スケールフリー性には限界がある。

6. まとめ

BAモデルによる理想的な
スケールフリーネットワークの生成は困難

今後の課題

実ネットワークの新たな再現モデルの考案

参考文献

[1] Albert-Laszlo Barabasi and Reka Albert, "Emergence of scaling in random networks," *Science*, Vol. 286, No. 5439, pp. 509-512, 1999.

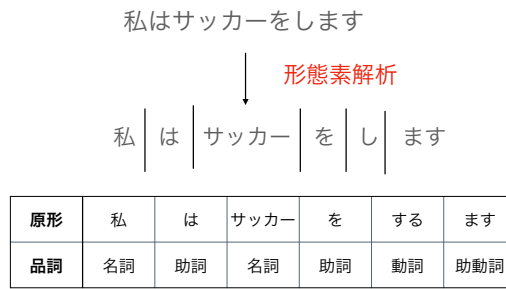
文語体、口語体でのZipfの法則の関係

東京理科大学 池口研究室 B4 中川直也

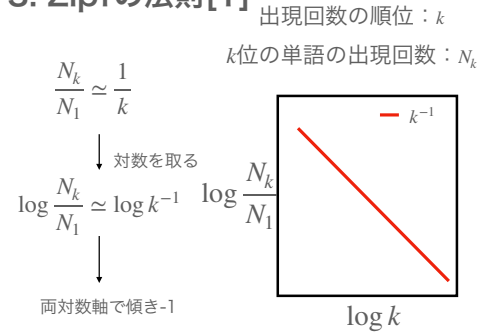
1. はじめに



2. 形態素解析



3. Zipfの法則[1]



4. 目的

言語を使用しコミュニケーションを取る際に
情報伝達のコストを最小化しよう言語が発達[2]

口語と文語では文法構造が異なっていると予想

もし情報伝達のコストが最小化されているなら、
口語、文語ともにZipf則が成り立つ

形態素解析による集計やZipfの法則を用いて、
口語と文語の文法構造の違いを調査

5. 使用データと前処理

文語体: 青空文庫[3]
 (様々な作家の作品データ)

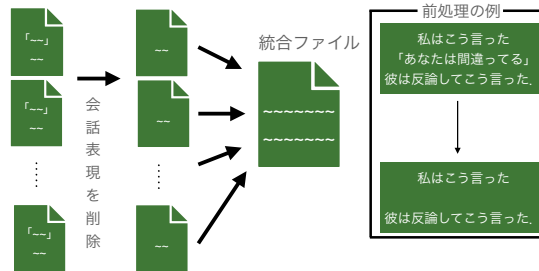
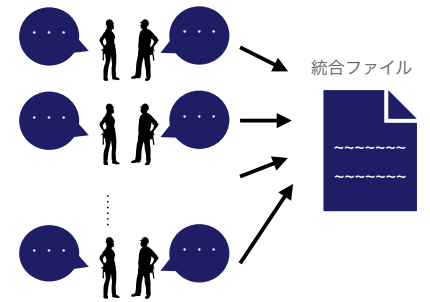


表1: 文語体のデータの総単語数、作品数、単語の種類

作品数	総単語数	単語の種類
17,079	96,813,202	112,456

口語体: 名大コーパス[4]
 (日本語が母語の人同士での会話)



シチュエーション数	総単語数	単語の種類
129	1,018,358	17,888

6. 実験結果

表3: 文語体のデータにおける上位10位の結果

順位(k)	単語	品詞	出現回数(N_k)	総単語数中の割合
1	の	助詞	5,511,921	5.69%
2	に	助詞	4,062,954	4.19%
3	た	助動詞	3,724,244	3.84%
4	は	助詞	3,618,666	3.73%
5	で	助詞	3,480,054	3.59%
6	を	助詞	3,443,382	3.55%
7	が	助詞	2,470,189	2.55%
8	だ	助動詞	2,469,095	2.55%
9	と	助詞	2,240,103	2.31%
10	する	動詞	1,725,231	1.78%
上位10位の合計	—	—	32,745,839	33.8%

表4: 口語体のデータにおける上位10位の結果

順位(k)	単語	品詞	出現回数(N_k)	総単語数中の割合
1	だ	助動詞	34,974	3.43%
2	で	助詞	30,911	3.03%
3	た	助動詞	28,639	2.81%
4	の	助詞	28,336	2.78%
5	ね	助詞	22,008	2.16%
6	に	助詞	20,513	2.01%
7	か	助詞	20,126	1.97%
8	が	助詞	19,440	1.90%
9	ない	助動詞	18,389	1.80%
10	は	助詞	18,365	1.80%
上位10位の合計	—	—	241,701	23.7%

口語の機能語の出現回数 減少

変化量が大きかった「の」に注目

用法	例文
連体詞	「私のもの」
格助詞	「私の飲んだコーヒー」
終助詞	「私がしたの。」

表5: 「の」の各用法の出現数と割合

	文語	口語
連体詞	5,230,196(94.8%)	20,663(72.9%)
格助詞	268,392(4.8%)	530(1.8%)
終助詞	13,333(0.2%)	7,143(25.2%)
合計	5,511,921	28,336

終助詞「の」は文章に不必要だが、口語では多く出現
 文語と口語では「の」の使われ方が違う

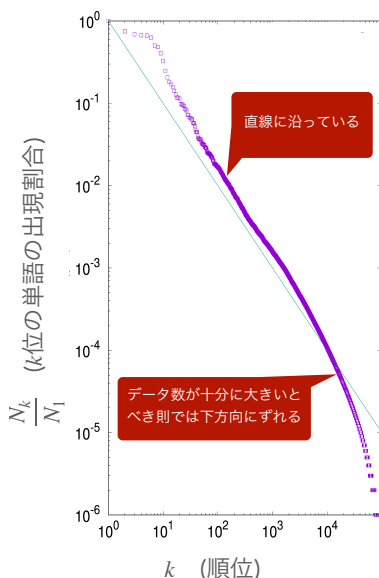


図1: 文語体のデータ

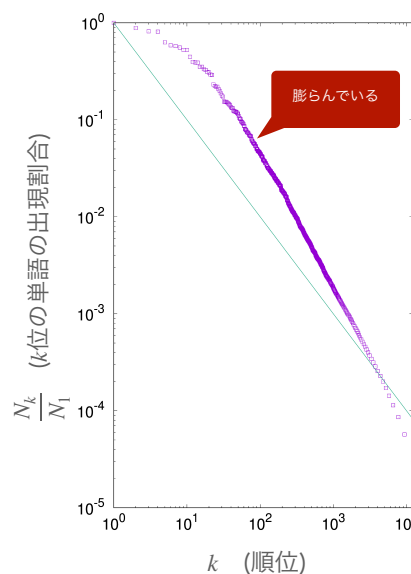


図2: 口語体のデータ

7. まとめ

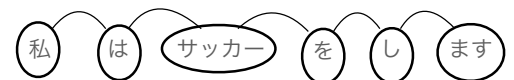


Zipfの法則 ○

Zipfの法則 ×

8. 今後について

文章をネットワーク化して解析



参考文献

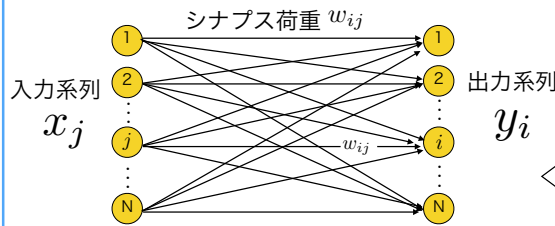
- [1] G K Zipf "Human behavior and the principle of least effort"
- [2] R F Cancho and R V Sole ,268,1482,2261-2265,2001
- [3] 青空文庫 <https://www.aozora.gr.jp>
- [4] 名大コーパス <https://mmsrv.ninjal.ac.jp/nucc/>

1. 目的



学習則…シナプス荷重の変化する法則
学習則により優れた識別が行えるようになる

2. ニューラルネットワーク



x_j と y_i は0または1

内部状態

$$s_i(t_k) = \sum_{j=1}^N w_{ij}(t_k) x_j(t_k)$$

$$= \mathbf{W}_i(t_k) \mathbf{X}(t_k)$$

出力

$$y_i(t_k) = \begin{cases} 1 & s_i(t_k) \geq \eta \\ 0 & s_i(t_k) < \eta \end{cases}$$

3. 使用データ

空間パターン

ニューロン数 N

ハミング距離 N/10

$$\begin{aligned} A_1 &= (1, 0, 1, 0, \dots, 1) \\ A_2 &= (1, 0, 0, 0, \dots, 1) \\ A_3 &= (1, 1, 0, 0, \dots, 0) \\ A_4 &= (0, 1, 0, 0, \dots, 1) \\ A_5 &= (1, 0, 0, 1, \dots, 1) \end{aligned}$$

時空間パターン

4!=24

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A_2 \\ A_1 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A_3 \\ A_1 \\ A_2 \\ A_4 \\ A_5 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} A_4 \\ A_3 \\ A_2 \\ A_1 \\ A_5 \end{pmatrix}$$

1~4番目を並び替える

5番目を固定する

4. 時空間学習則[1][2]

シナプス荷重の初期値

$$0 \leq w_{ij}(0) \leq 1$$

空間的一致性

$$\begin{aligned} I_{ij}(t_k) &= w_{ij}(t_k) x_j(t_k) \sum_{m=1, m \neq j}^N w_{im}(t_k) x_m(t_k) \\ &= w_{ij}(t_k) x_j(t_k) (s_i(t_k) - w_{ij}(t_k) x_j(t_k)) \\ &\simeq w_{ij}(t_k) x_j(t_k) s_i(t_k) \\ &= \begin{cases} w_{ij}(t_k) s_i(t_k) & x_j(t_k) = 1 \\ 0 & x_j(t_k) = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

シナプス荷重の更新

$$w_{ij}(t_{k+1}) = \begin{cases} w_{ij}(t_k) - \Delta w & I_{ij}(t_k) \leq \theta_1 \\ w_{ij}(t_k) & \theta_1 < I_{ij}(t_k) < \theta_2 \\ w_{ij}(t_k) + \Delta w & \theta_2 \leq I_{ij}(t_k) \end{cases}$$

パラメータ

$$\Delta w = 0.5, \theta_1 = 15, \theta_2 = 17$$

5. 改良した時空間学習則

入力

$$\tilde{x}_j(t_k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{N}} & x_j(t_k) = 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{N}} & x_j(t_k) = 0 \end{cases}$$

シナプス荷重

$$\tilde{w}_{ij}(t_k) = \frac{w_{ij}(t_k)}{|\mathbf{W}_i(t_k)|}$$

シナプス荷重の初期値

$$-0.5 \leq w_{ij}(0) \leq 0.5$$

内部状態

$$\tilde{s}_i(t_k) = \sum_{j=1}^N \tilde{w}_{ij}(t_k) \tilde{x}_j(t_k) \longrightarrow -1 \leq \tilde{s}_i(t_k) \leq 1$$

空間的一致性

$$\tilde{I}_{ij}(t_k) = \begin{cases} w_{ij}(t_k) \tilde{s}_i(t_k) & x_j(t_k) = 1 \\ 0 & x_j(t_k) = 0 \end{cases}$$

シナプス荷重の更新

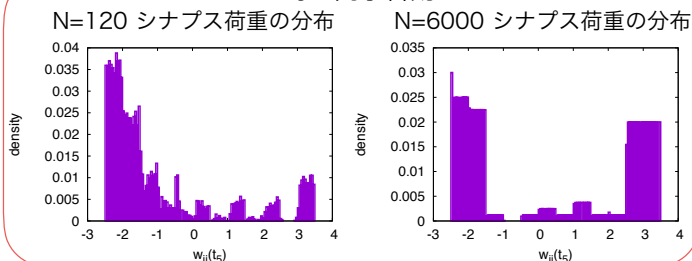
$$w_{ij}(t_{k+1}) = \begin{cases} w_{ij}(t_k) - \Delta w & \tilde{I}_{ij}(t_k) \leq \theta_1 \\ w_{ij}(t_k) & \theta_1 < \tilde{I}_{ij}(t_k) < \theta_2 \\ w_{ij}(t_k) + \Delta w & \theta_2 \leq \tilde{I}_{ij}(t_k) \end{cases}$$

パラメータ

$$\Delta w = 0.5, \theta_1 = -0.01, \theta_2 = 0.01$$

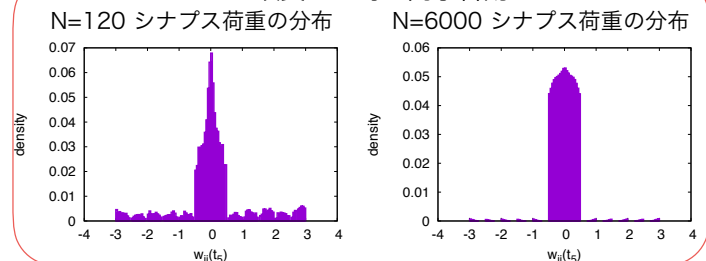
6. 実験結果・まとめ

時空間学習則



- ・ 増強する方向と減衰する方向で同じ学習 → 達成
- ・ Nによらない学習性能 → 未達成

改良した時空間学習則



入力ベクトルと重みベクトルの内積の絶対値は
次元が大きいくほど小さくなりやすい？

→ さらに改良を進める

7. 課題

生理学的な正しさ or 学習則の性能

どちらを選ぶ？

参考文献

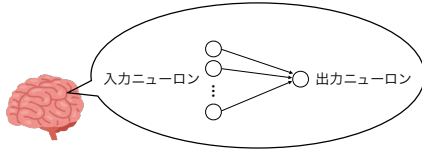
- [1] M. Tsukada and X. pan, "The spatiotemporal learning rule and its efficiency in separating spatiotemporal learning patterns", *Biological Cybernetics*, Vol 92, No. 2, pp. 139–146, 2005.
- [2] H. Tsukada and M. Tsukada, "Comparison of Pattern Discrimination Mechanism of Hebbian and Spatiotemporal Learning Rules in Self-Organization," *Frontiers in Systems Neuroscience*, Vol. 15, p. 624353, 2021.

A-01 Hebb則と時空間学習則のパターン分離能力の比較

東京理科大学 池口研究室 M1 塚本陽太



1. 背景



シナプス荷重の変化の要因

Hebb則: 入力と出力の同時性

時空間学習則: 入力どうしの同時性

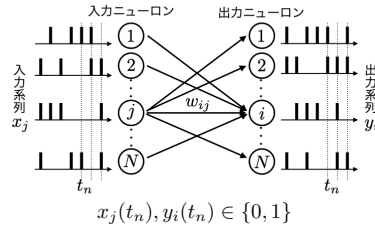
2. 目的

パターン分離能力を比較

Hebb則: 減弱あり/なし

時空間学習則: 時間履歴あり/なし

3. ネットワーク

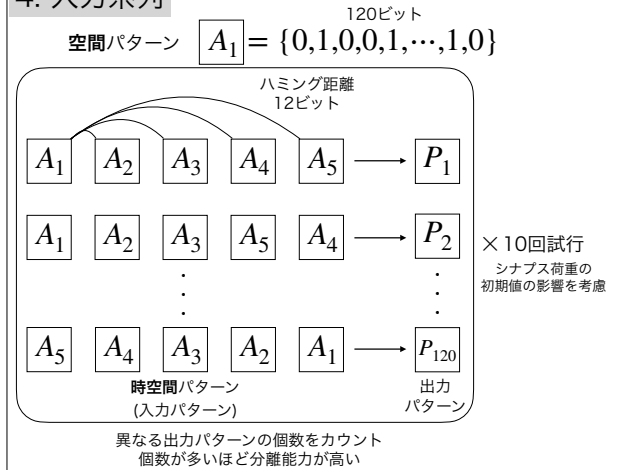


$$s_i(t_n) = \sum_{j=1}^N w_{ij}(t_n) x_j(t_n) \quad \text{入力の重み付け和}$$

$$y_i(t_n) = F(s_i(t_n) - \eta) \quad \eta: \text{発火の閾値}$$

$$F(u) = \begin{cases} 1 & u > 0 \\ 0 & u \leq 0 \end{cases} \quad \text{出力の決定}$$

4. 入力系列



異なる出力パターンの個数をカウント
個数が多いほど分離能力が高い

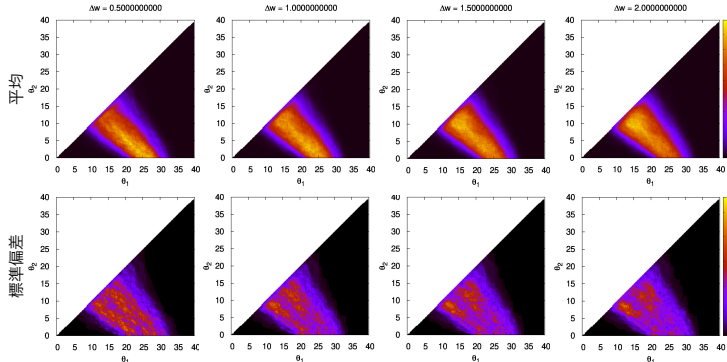
5. 時空間学習則(時間履歴なし)

$$I_{ij}(t_n) = w_{ij}(t_n) x_j(t_n) \sum_{k=1, k \neq j}^N w_{ik}(t_n) x_k(t_n) \approx w_{ij}(t_n) x_j(t_n) s_i(t_n) \quad \text{空間一貫性}$$

$$w_{ij}(t_{n+1}) = \begin{cases} w_{ij}(t_n) + \Delta w & I_{ij}(t_n) > \theta_1 \\ w_{ij}(t_n) & \theta_1 \geq I_{ij}(t_n) \geq \theta_2 \\ w_{ij}(t_n) - \Delta w & I_{ij}(t_n) < \theta_2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{増強} \\ \text{変化なし} \\ \text{減弱} \end{array}$$

θ_1 : 増強の閾値 θ_2 : 減弱の閾値

異なる出力パターンの個数



パターン分離能力(高) 初期値依存性(高)

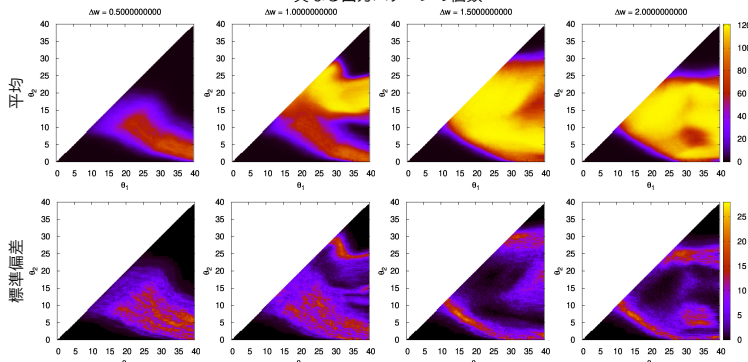
6. 時空間学習則(時間履歴あり)

$$I_{ij}(t_n) = w_{ij}(t_n) x_j(t_n) s_i(t_n) \quad \text{空間一貫性}$$

$$I_{add}(t_n) = \sum_{m=0}^n I_{ij}(t_m) \exp\left(-\frac{t_n - t_m}{\lambda}\right) \quad \begin{array}{l} \text{時間履歴} \\ \lambda: \text{時定数} \end{array}$$

$$w_{ij}(t_{n+1}) = \begin{cases} w_{ij}(t_n) + \Delta w & I_{add}(t_n) > \theta_1 \\ w_{ij}(t_n) & \theta_1 \geq I_{add}(t_n) \geq \theta_2 \\ w_{ij}(t_n) - \Delta w & I_{add}(t_n) < \theta_2 \end{cases}$$

異なる出力パターンの個数



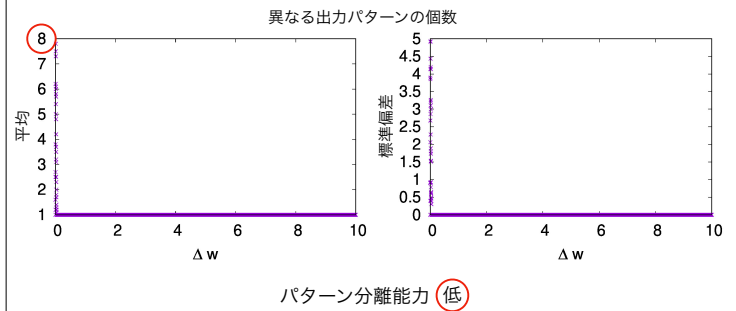
パターン分離能力(高) 初期値依存性(低)

7. Hebb則(減弱なし)

シナプス荷重の更新式

$$w_{ij}(t_{n+1}) = w_{ij}(t_n) + \Delta w x_j(t_n) y_i(t_n)$$

Δw : 学習率係数

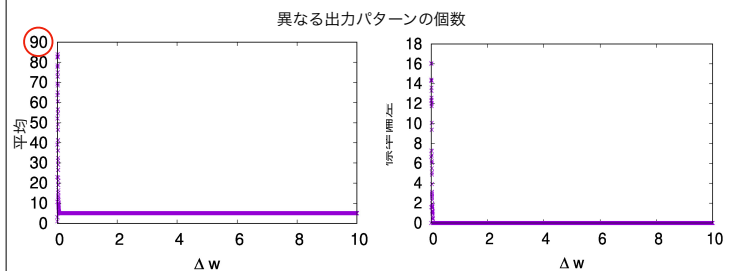


パターン分離能力(低)

8. Hebb則(減弱あり)

$$w_{ij}(t_{n+1}) = w_{ij}(t_n) + \Delta w g(x_j(t_n), y_i(t_n))$$

$$g(x, y) = \begin{cases} 1 & x = 1, y = 1 \\ 0 & x = 0, y = 0 \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases}$$



パターン分離能力(高) ただしパラメータ範囲が極めて狭い

9. まとめ

パターン分離能力

時空間学習則(時間履歴あり) > 時空間学習則(時間履歴なし) ≈ Hebb則(減弱あり) >> Hebb則(減弱なし)

Hebb則(減弱なし)はわずかな差を無視(パターン統合)

時空間学習則+時間履歴 → 初期値に対する頑健性

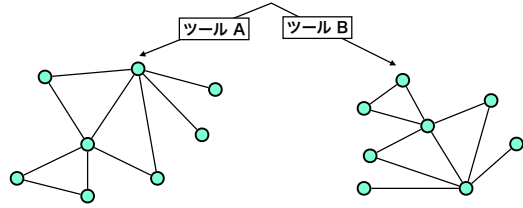
参考文献

- [1] M. Tsukada et al., *Biol. Cybern.*, **92**(2), 139–146, 2005.
- [2] H. Tsukada et al., *Front. Syst. Neurosci.*, **15**(11), 2021.

A-06

形態素解析ツールによる
共起ネットワークのモチーフ解析結果の違い池口研究室 M1
石川竜吉

1. 背景・研究目的

In the beginning was the Word, and the Word was with God,
and the Word was God. ...

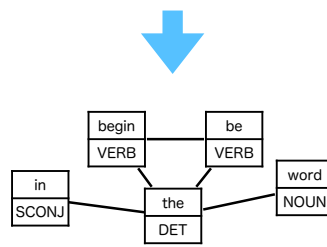
異なるツール

異なるネットワーク

モチーフ解析結果に及ぼす影響を調査

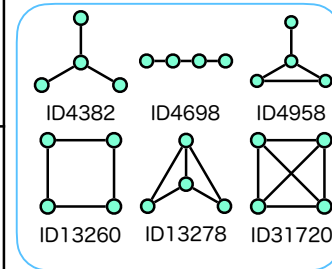
2. 共起ネットワーク

In the beginning was the word,



3. 形態素解析ツール

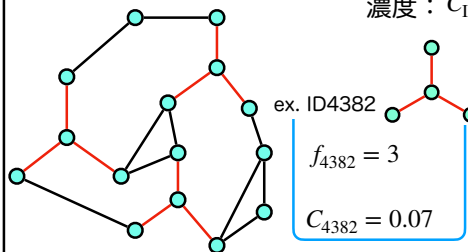
ツール	特徴
TreeTagger[1]	多くの研究で利用
MeCab[2]	日本語用形態素解析ツール
spaCy[3]	ユニバーサルPoSタグを出力可能
RNNTagger[4]	TreeTaggerを改良したもの

5. ネットワークモチーフ解析^[5] N : ランダム化回数 i : ランダム化ネットワークの
インデックス $f_{ID}(i)$: ランダム化ネットワーク i での
頻度頻度: f_{ID}

$$\text{濃度: } C_{ID} = \frac{f_{ID}}{\sum_{ID} f_{ID}}$$

$$f\text{-}p\text{値: } f\text{-}p_{ID} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

$$x_i = \begin{cases} 1 & f_{ID} \leq f_{ID}(i) \\ 0 & f_{ID} > f_{ID}(i) \end{cases}$$

* C についても同様に算出可能 $p_{ID} < 0.01 \rightarrow \text{有意}$ 

4. 対象言語・対応ツール

福音書 (ヨハネ伝・マルコ伝・マタイ伝・ルカ伝)

言語(訳バージョン)	Tree	Mecab	spaCy	RNN
中国語(CSBS)	○	×	○	×
フィンランド語(UK_1642)	○	×	×	○
フィンランド語(UK_1992)	○	×	×	○
日本語(Col)	×	○	○	×
日本語(New)	×	○	○	×
英語(ESV)	○	×	○	×
英語(KJV)	○	×	○	×
フランス語(LSG)	○	×	○	○
フランス語(SG21)	○	×	○	○
ドイツ語(LB)	○	×	○	○
ギリシャ語(NA28)	×	×	○	○
ギリシャ語(UBS)	×	×	○	○
ロシア語(RSV)	○	×	○	○

6. 結果(ヨハネ伝) 表凡例: $f\text{-}p_{ID} < 0.01 \wedge C\text{-}p_{ID} < 0.01 \rightarrow \bigcirc$, $f\text{-}p_{ID} \geq 0.01 \wedge C\text{-}p_{ID} < 0.01 \rightarrow \triangle$, $f\text{-}p_{ID} \geq 0.01 \wedge C\text{-}p_{ID} \geq 0.01 \rightarrow \times$

濃度

TreeTagger+MeCab

spaCy

RNNTagger

有意性

	4382	4698	4958	13260	13278	31710
中国語(CSBS)	○	x	x	○	x	x
フィンランド語	x	x	x	x	○	○
フィンランド語	△	x	x	○	○	○
日本語(Col)	○	x	x	○	x	x
日本語(New)	○	x	x	○	x	x
英語(ESV)	○	○	x	○	x	x
英語(KJV)	○	○	x	○	x	x
フランス語(LSG)	○	○	x	○	x	x
フランス語(SG21)	○	○	x	○	x	x
ドイツ語(LB)	△	x	x	x	x	x
ギリシャ語(NA28)	-	-	-	-	-	-
ギリシャ語(UBS)	-	-	-	-	-	-
ロシア語(RSV)	x	x	x	x	○	x

	4382	4698	4958	13260	13278	31710
中国語(CSBS)	○	x	x	○	x	x
フィンランド語	-	-	-	-	-	-
フィンランド語	○	○	x	○	x	x
日本語(Col)	○	○	x	○	x	x
日本語(New)	○	○	x	○	x	x
英語(ESV)	△	x	x	○	○	△
英語(KJV)	○	○	x	○	x	x
フランス語(LSG)	○	○	x	○	x	x
フランス語(SG21)	○	○	x	○	x	x
ドイツ語(LB)	x	x	○	x	○	○
ギリシャ語(NA28)	○	x	x	x	x	x
ギリシャ語(UBS)	x	x	x	○	x	x
ロシア語(RSV)	△	x	x	x	x	x

	4382	4698	4958	13260	13278	31710
中国語(CSBS)	○	x	x	○	x	x
フィンランド語	○	x	x	○	x	x
フィンランド語	○	x	x	○	x	x
日本語(Col)	○	x	x	○	x	x
日本語(New)	○	x	x	○	x	x
英語(ESV)	○	○	x	○	x	x
英語(KJV)	○	○	x	○	x	x
フランス語(LSG)	○	x	x	○	x	x
フランス語(SG21)	○	x	x	○	x	x
ドイツ語(LB)	△	x	x	x	x	x
ギリシャ語(NA28)	○	x	x	x	x	x
ギリシャ語(UBS)	○	x	x	x	x	x
ロシア語(RSV)	△	x	x	x	x	x

* ヨハネ伝以外の文書でも、結果は概ね同様

7. まとめ

ツール間で結果が同じ

中国語

フランス語

ツール毎に異なる結果

日本語

英語

ドイツ語

ロシア語

多くの言語で、ツール毎に異なる結果

参考文献

- [1] <https://www.cis.uni-muenchen.de/~schmid/tools/TreeTagger/> (2022.08.23)
- [2] <https://taku910.github.io/mecab/> (2022.08.23)
- [3] <https://spacy.io/> (2022.08.23)
- [4] <https://www.cis.uni-muenchen.de/~schmid/tools/RNNTagger/> (2022.08.23)
- [5] R. Milo, et al., Science, Vol. 298, No. 5594, pp. 824-827, 2002.

B-02

バイクシェアリングシステムの再配置問題に対する 発見的解法の開発と利用履歴解析

東京理科大学 大学院工学研究科 情報工学専攻 3年 對馬帆南

非線形問題解決部
池口研究室
IKKEGUCHI LABORATORY

1. Introduction (バイクシェアリングシステム, BSS)

ポート

貸出可能

返却不可能

特徴 自由に乗り降りが可能, 交通渋滞緩和, 排気ガス削減

問題点 貸出・返却不可能なポートが発生

解決策 自転車回収車を用いて再配置作業が必要

HELLO CYCLING
ハローサイクリング
https://www.hellocycling.jp

docomo bike share
ドコモバイクシェア
https://docomo-cycle.jp

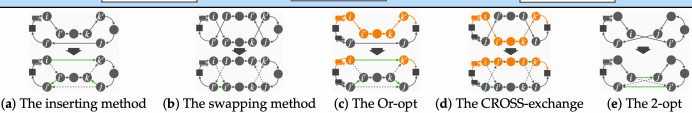
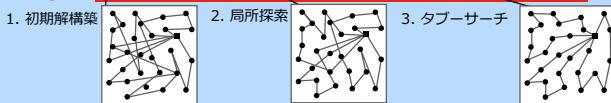
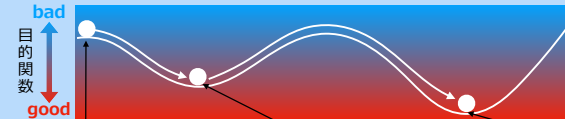
LUUP
https://luup.sc

著者	時間制約	容量制約	回収車台数	全てのポートを訪問するかどうか	ポート数
Chemla et al. (2013) [a]		✓	1台		100
Raviv et al. (2013) [b]	✓	✓	複数台		104
Wada et al. (2013) [c]		✓	1台	✓	50
Dell'Amico et al. (2014) [d]		✓	複数台	✓	116
Our study	✓	✓	複数台	✓	100

[a] Daniel Chemla, et al., "Bike sharing systems: Solving the static rebalancing problem," *Discret. Optim.*, 10(2), pp. 120-146, 2013.
 [b] Tal Raviv, et al., "Static repositioning in a bike-sharing system: models and solution approaches," *EURO J. on Transp. and Logis.*, 2(3), pp. 187-229, 2013.
 [c] Satoshi Wada et al., "Heuristic methods for the bike-sharing system routing problem," *J. Signal Process.*, 17(4), pp. 115-118, 2013.
 [d] Mauro Dell'Amico, et al., "The bike sharing rebalancing problem: Mathematical formulations and benchmark instances," *Omega*, 45, pp. 7-19, 2014.

3. Heuristic Methods for mBSSRP and mBSSRP-S [1]

実行可能解のみを探索 VS 実行可能解と不可能解の両方を探索 どちらが良い?



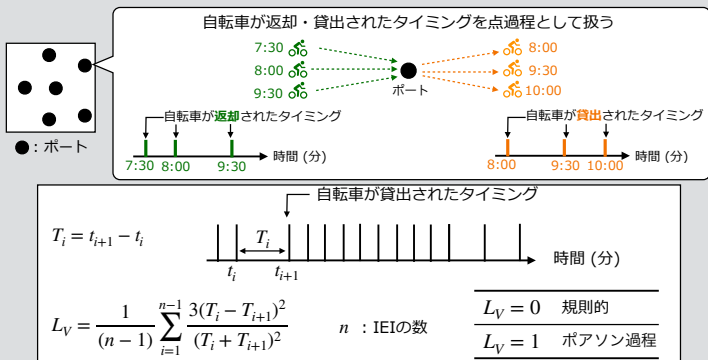
No.	# of ports	mBSSRP			mBSSRP-S		
		Avg.	Best	# of feasible	Avg.	Best	# of feasible
1	30	-	-	0	0.83*	0.00*	50
2	30	-	-	0	0.56	0.00	49
1	50	-	-	0	1.47	-1.66	50
2	50	-	-	0	2.24	-0.50	49

*はgurobiの最適解との誤差率, ない結果は最良解との誤差率

実行不可能解も探索した方がmBSSRPの解も得られる

5. Statistical Analysis of Usage History of Bicycle Sharing System [3]

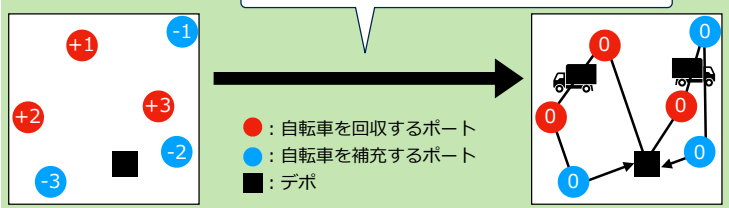
自転車の貸出・返却パターンはどのようにになっている?



都市	ワシントン D.C. (ポート数 564)	ニューヨーク (ポート数 794)
点過程 (局所変動係数)	平日 週末	平日 週末
結果	貸出・返却のパターンに差はなく, 規則的ではない	

2. Problem Description

- 再配置作業中に自転車台数は変化しない
- 全ての回収車はデポから出発し, 再びデポに戻る
- 改修者は自転車を積んでデポを出発できる
- 1度の訪問で自転車の補充・回収を行う



1. mBSSRP

最小化: 移動距離

- 時間制約
- 積み込み制約
- 補充制約



2. mBSSRP-S

最小化: 移動距離 + $\alpha \times$ 超過時間 + $\beta \times$ (積み込み・補充違反量)

- 時間制約
- 積み込み制約
- 補充制約



4. Searching Strategies with Low Computational Costs [2]

性能を維持したまま計算時間を短縮できる?

Or-opt		CROSS-exchange			
正順	逆順	正順	片方逆順	片方逆順	両方逆順
約66%	約4%	約20%	約2%	約3%	約4%
					探索範囲を限定

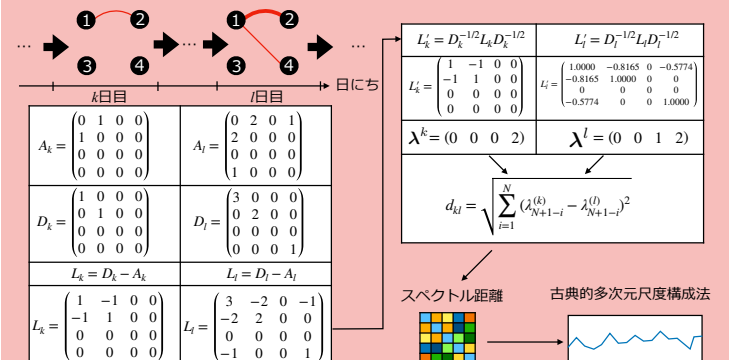
実行可能解を得る前の探索戦略

No.	論文[1]の探索戦略			論文[2]の探索戦略		
	Avg.	# of feasible solution	実行可能解を得るまでの時間 [s]	Avg.	# of feasible solution	実行可能解を得るまでの時間 [s]
1	243.76	50	78.76	241.63	50	44.67
2	238.16	50	72.83	242.59	50	32.84
3	228.47	50	66.37	228.31	50	30.22
4	242.56	50	75.37	242.15	50	36.85

性能を維持したまま, 30秒程度早く実行可能解を探索することができた

6. Temporal network analysis of Usage History of Bicycle Sharing System

自転車の移動パターンはどのようにになっている?



都市	ワシントン D.C. (ポート数 565)	ニューヨーク (ポート数 794)
古典的多次元尺度構成法	平日 週末	平日 週末
結果	平日と週末で特徴が異なる	平日と週末で差はない

B-08

文語体と口語体の言語ネットワークの作成及び調査

東京理科大学 池口研究室 B4 中川直也

1. はじめに



2. 形態素解析

私はサッカーをします

MeCab[1]で形態素解析

私 | は | サッカー | を | し | ます

原形	私	は	サッカー	を	する	ます
品詞	名詞	助詞	名詞	助詞	動詞	助動詞

3. Zipfの法則[2]

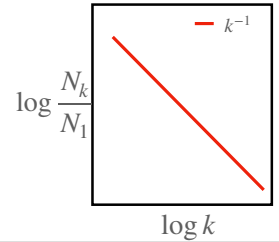
 k : 出現頻度の順位 N_k : k 位の単語の出現回数

$$\frac{N_k}{N_1} \approx \frac{1}{k}$$

対数を取る

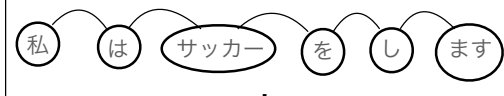
$$\log \frac{N_k}{N_1} \approx \log k^{-1}$$

両対数軸で傾き-1



4. ネットワーク作成方法

単語を頂点、隣接している頂点に枝を張る



ネットワーク評価指標を用いて評価

クラスタ係数

 C : クラスタ係数 k_i : 頂点 i の次数 t_i : 頂点 i を中心とした三角形の数 n : 頂点数

$$C_i = \frac{t_i}{k_i C_2}$$

$$C = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_i$$

平均頂点間距離

 d : 平均頂点間距離 $d_{min}(i, j)$: 頂点 i, j 間の最短距離 n : 頂点数

$$d_{ave}(i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n d_{min}(i, j)$$

$$d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_{ave}(i)$$

5. 使用データと前処理

文語体: 青空文庫[3]

(様々な作家の作品データ)

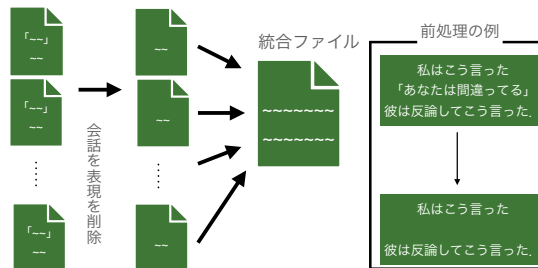


表1: 文語体のデータの基本情報

作品数	総単語数	単語の種類
17,079	96,813,202	112,456

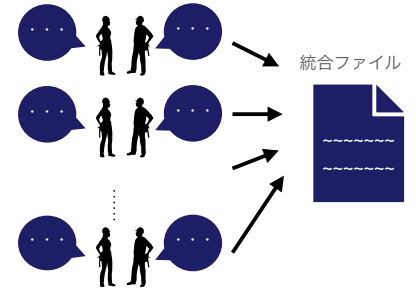
口語体: 名大コーパス[4]
(日本語が母語の人同士での会話)

表2: 口語体のデータの基本情報

シチュエーション数	総単語数	単語の種類
129	1,018,358	17,888

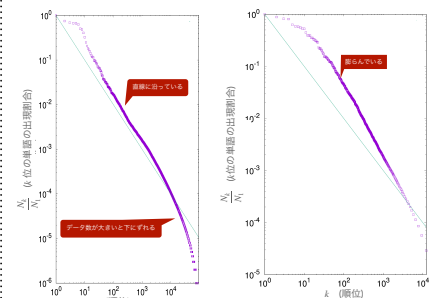
6. 実験結果

表3: 文語体のデータにおける上位10位の結果

順位(k)	単語	品詞	出現回数(N_k)	総単語数中の割合
1	の	助詞	5,511,921	5.69%
2	に	助詞	4,062,954	4.19%
3	た	助動詞	3,724,244	3.84%
4	は	助詞	3,618,666	3.73%
5	て	助詞	3,480,054	3.59%
6	を	助詞	3,443,382	3.55%
7	が	助詞	2,470,189	2.55%
8	だ	助動詞	2,469,095	2.55%
9	と	助詞	2,240,103	2.31%
10	する	動詞	1,725,231	1.78%
上位10位の合計	—	—	32,745,839	33.8%

表4: 口語体のデータにおける上位10位の結果

順位(k)	単語	品詞	出現回数(N_k)	総単語数中の割合
1	だ	助動詞	34,974	3.43%
2	て	助詞	30,911	3.03%
3	た	助動詞	28,639	2.81%
4	の	助詞	28,336	2.78%
5	ね	助詞	22,008	2.16%
6	に	助詞	20,513	2.01%
7	か	助詞	20,126	1.97%
8	が	助詞	19,440	1.90%
9	ない	助動詞	18,389	1.80%
10	は	助詞	18,365	1.80%
上位10位の合計	—	—	241,701	23.7%



Zipfの法則 ○

Zipfの法則 ×

 C : 元ネットワークのクラスタ係数 C_{rand} : ランダム化したネットワークのクラスタ係数(10回の平均値) L : 元ネットワークの平均頂点間距離 L_{rand} : ランダム化したネットワークの平均頂点間距離(10回の平均値)

表5: 文語体のデータの結果

使用した作家	総単語数	単語の種類 (頂点数)	枝数	C/C_{rand}	L/L_{rand}
宮本百合子	4,791,227	46,282	589,812	0.9778598	1.01241
外村繁	67,370	6,442	21,797	0.8873600	1.00619
芥川龍之介	998,702	26,410	180,364	0.9865417	1.00785

表6: 口語体のデータの結果

使用したデータ	総単語数	単語の種類 (頂点数)	枝数	C/C_{rand}	L/L_{rand}
名大コーパス	746,721	4,614	623,477	0.9362334	1.01129

どちらのデータにおいても $C/C_{rand} \approx 1$ $L/L_{rand} \approx 1$ $\longrightarrow$ **スモールワールド性を持たない**

7. まとめ

- 口語体ではZipfの法則は成り立たない
- 機能語の出現数には差がある
- ネットワーク構造に大きな差はない
- どちらのネットワークもスモールワールド性を持たない

今後について



- 共起数を増やしたネットワークでは差があるのか

- 他の言語では口語と文語に差があるのか

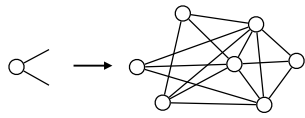
参考文献

- [1] MeCab <https://taku910.github.io/mecab/> 最終閲覧日:2022/8/24
- [2] G.K.Zipf "Human behavior and the principle of least effort"
- [3] 青空文庫 <https://www.aozora.gr.jp> 最終閲覧日: 2022/8/23
- [4] 名大コーパス <https://mmsrv.ninjal.ac.jp/nucc/> 最終閲覧日 2022/08/23

適応度の分布と適応度モデルによるネットワークの関係

東京理科大学 池口研究室 B4 豊田真之

1. はじめに

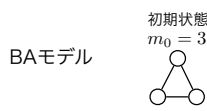


成長するネットワークの解析

- ・BAモデル_[1]
- ・適応度モデル_[2]

改良

2. ネットワーク生成モデル

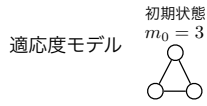
初期状態: m_0 個の完全グラフ N' : 現時点の頂点数 N : 最終的な頂点数 k_i : 頂点 i の次数

接続される確率

$$\Pi(i) = \frac{k_i}{\sum_{j=1}^{N'} k_j} \quad N \text{ までくり返す}$$

次数分布が $\gamma = 3$ のべき分布になる

先発の頂点が
ハブになりやすい



接続される確率

$$\Pi(i) = \frac{\eta_i k_i}{\sum_{j=1}^{N'} \eta_j k_j} \quad N \text{ までくり返す}$$

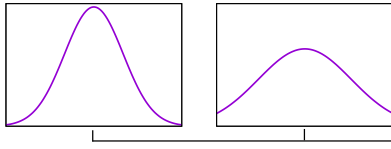
次数分布が $\gamma \neq 3$ のべき分布になる、もしくはべき分布にならない

η_i : 頂点 i の適応度 ($0 < \eta_i < 1$)

後発の頂点も
ハブになり得る

3. 目的

適応度の分布

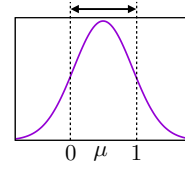


生成される
ネットワークに
違いは?

4. 適応度の分布

$$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$$

平均 μ , 標準偏差 σ の
正規分布



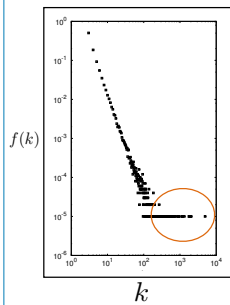
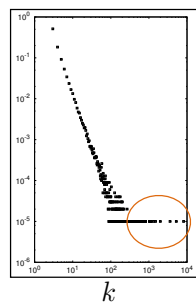
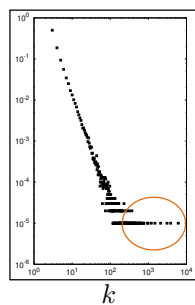
μ	σ
0.25	1
0.75	1
0.5	1
0.5	0.1
0.5	10

5. 結果 $m_0 = 3, m = 3, N = 100,000$ 次数: k 次数 k の相対頻度: $f(k) = \frac{(\text{次数が } k \text{ の頂点数})}{(\text{頂点数 } N)}$ べき指数の平均値: γ_{ave}

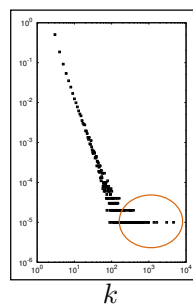
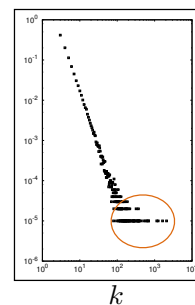
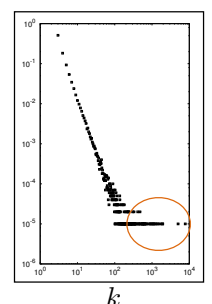
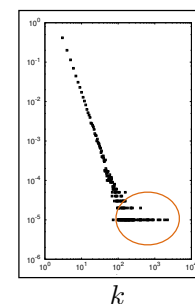
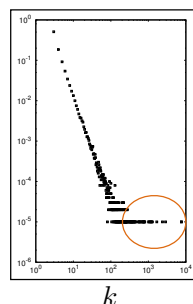
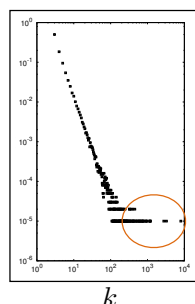
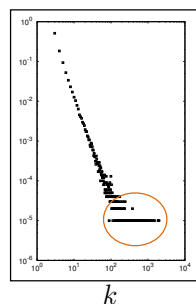
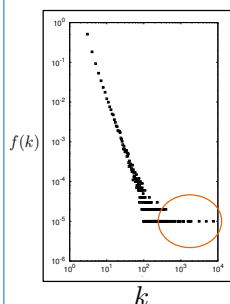
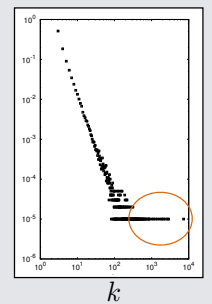
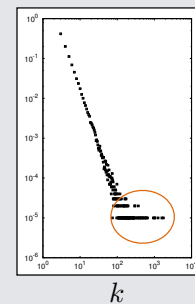
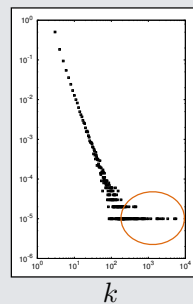
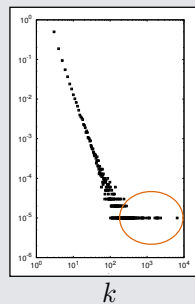
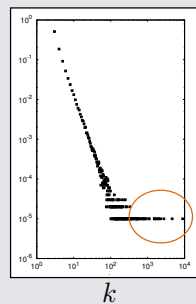
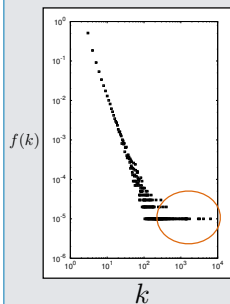
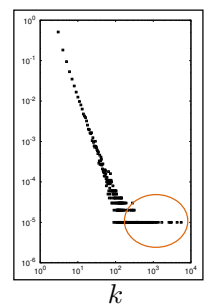
異なる乱数の種によって3種類ずつ生成

 γ_{ave}

一様分布

 $\mathcal{N}(0.25, 1)$  $\mathcal{N}(0.75, 1)$ 

正規分布

 $\mathcal{N}(0.5, 1)$  $\mathcal{N}(0.5, 0.01)$  $\mathcal{N}(0.5, 100)$ 

2.65271

2.70818

2.67614

2.66915

2.83948

2.66771

6. まとめ

結論

適応度により、ハブの強さが変化
適応度の分布による大きな違いは見られない

今後の課題

ネットワークの成長過程で
確率的に枝や頂点が削除されるモデルの考案

参考文献

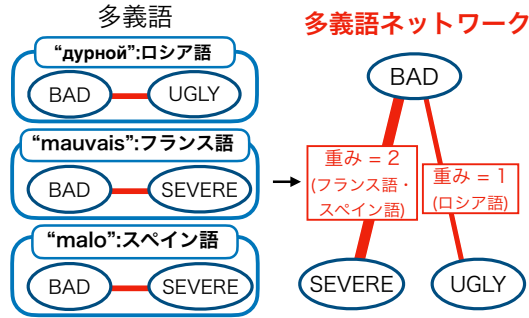
- [1] Albert-Laszlo Barabasi and Reka Albert, *Science*, **286**, 5439, 509–512, 1999.
- [2] Ginestra Bianconi and Albert-Laszlo Barabasi, *Europhysics Letters*, **54**, 4, 436–442, 2001.

C-10 多義語ネットワークにおける感情のハブとコミュニティの関係

東京理科大学 池口研究室 M1 福家水月

池口研究室

1. 背景



2. 解析対象

CLICS³[2]

単語数	言語数	語族数
1,425,418	3,061	208

- 幅広い言語の単語・意味を収録
- 複数の著者が異なる調査結果をまとめたデータベース
- あらかじめ内容ごとに単語の意味にタグ

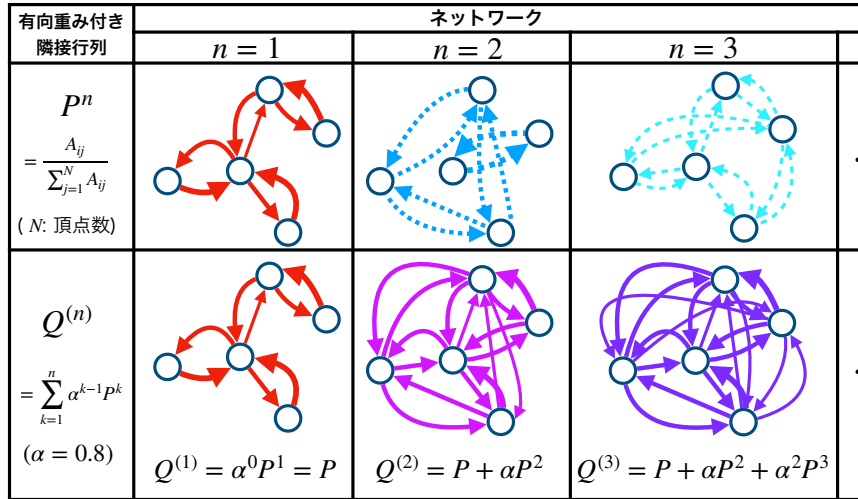
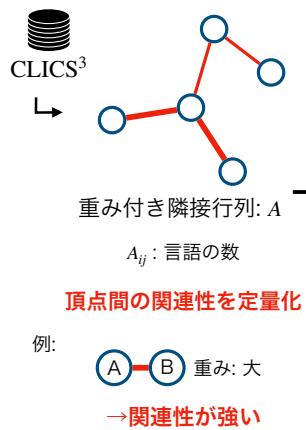
例: “LOVE” → “Emotions and Values”のタグ

他のデータベース

- OmegaWiki (<http://www.omegawiki.org>)
- FreeDict (<https://freedict.org>)

→ オープンソースの多言語間翻訳辞書

3. ネットワーク作成

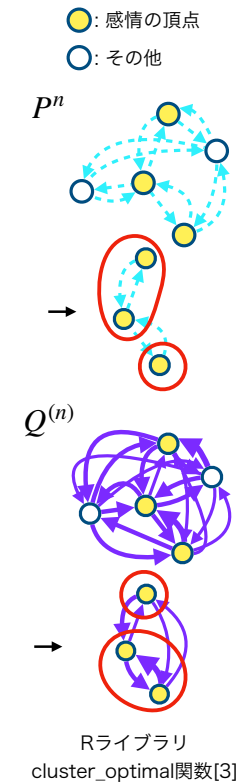


全ての2頂点間の関連性を定量化

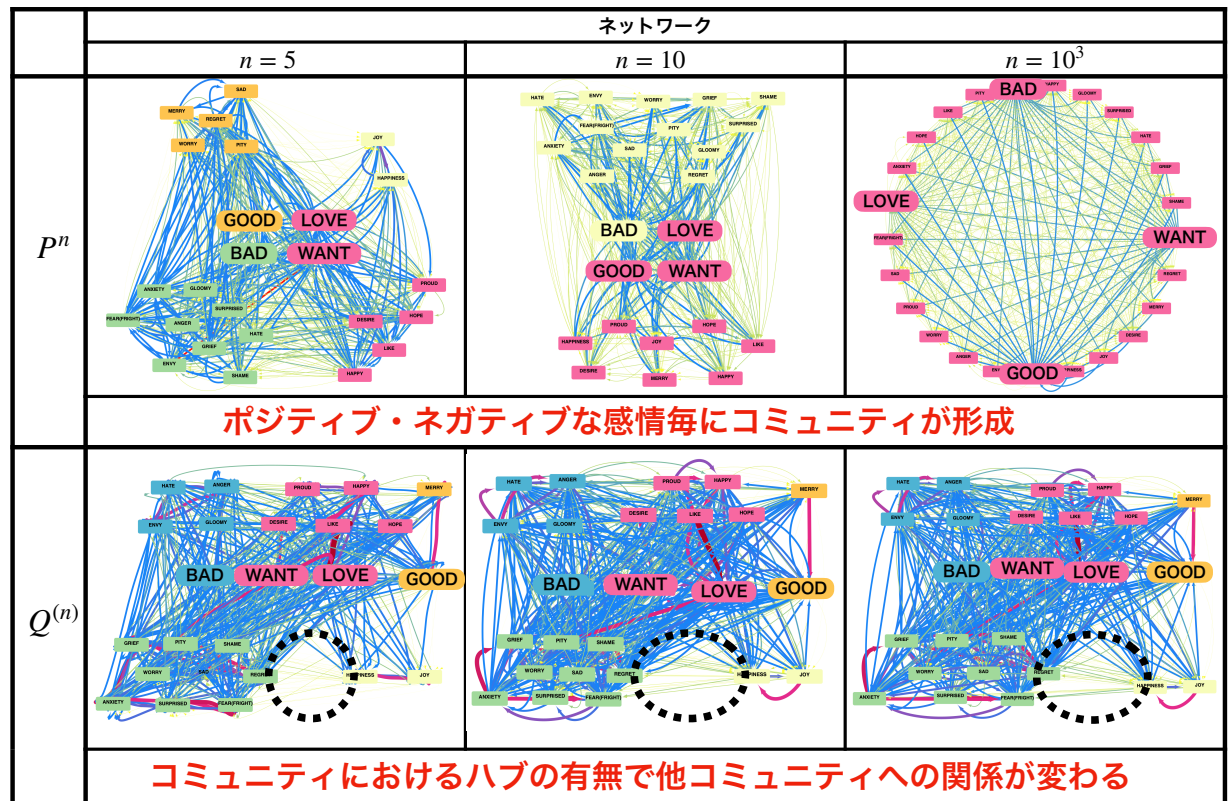
※ P^n は n の増加により一定値に収束する。4つのハブを確認 [1]

直接的な関連性の値が大きくなるように重みづけ

4. コミュニティ検出



5. 実験結果



6. まとめ・今後の課題

今回

多義語ネットワークにおけるハブとコミュニティの関係について調査

→ ハブの有無によって他のコミュニティへの関連性の強さが変化する

今後の課題

- 解析対象データベースの追加
- 語族毎のネットワークの作成

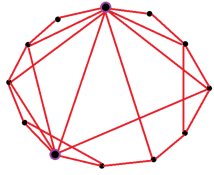
参考文献

- [1] M. Fukuya et al., *Proc. of RISP NCSP'22*, 1AM1-1-1, pp. 1-4, 2022.
- [2] J. M. List et al., <https://clics.cld.org/>, (Last visit Nov. 25th, 2021).
- [3] G. Csardi and T. Nepusz, *InterJournal, complex systems*, 1695, pp.1-9, 2006.

複雑ネットワークにおけるキーノードの識別

東京理科大学 池口研究室 研究生 楊雨晨

1.背景[1]



regular network



scale-free network



もしランダムでいくつかのノード
を除くなら



影響がどうなるか?

ネットの直径がどうなる?



もし逆に目的性があれば?

2.キーノードの識別の目的

- ★ 活性化すればネットワーク全体への情報の拡散を引き起こすこと
- ★ 免疫化すれば大規模な疫病の拡散を防ぐこと

3.キーノードの識別の手法

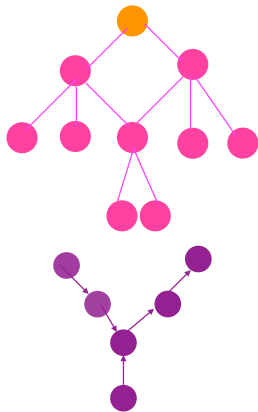
HD 「high degree」の略だ。
度数が高いのは一番優先的に除いて、
ネットワークの変化を観測し、
キーノードを探す。

HDA 「high degree adaptive」の略だ。
ネットワークの頂点を除くと共に、
余る各頂点の度数も変化している。
その変化を観測し、キーノードを探す。

CI 「collective influence」の略だ

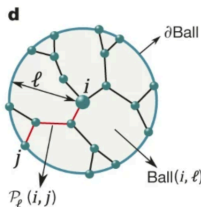
k-core キーノードがネットワークで外層にあるのか
または内層にあるのかと探索する。最初に度数が
1となる点を除く、その後は、度数が2、3
などの点を順番で全部の頂点が除くまでに除く。
各頂点のks値と位置を参考し、キーノードを探す。

4.CI戦略[2]



弱接続強いインフルエンサー

頂点の接続



コストの図[2]

もし頂点を削除されたら、ネットワークを多くの切断された断片に分解するノードの最小集合を見つけること。したがって、影響力の自然な尺度は、影響力を持つ者がネットワークから除去されたときの最大（巨大）連結成分の大きさである。低次ノードは、弱い接続であるにもかかわらず、強力なインフルエンサーとなる可能性もある。

最適影響力問題は、ネットワークを分断するためのインフルエンサーの最小分率 q_c を求めることに対応する。

$$q_c = \min\{q \in [0, 1]: G(q) = 0\}$$

与えられた q ($\geq q_c$) に対する最適影響力問題は、最大の固有値 $\lambda(n; q)$ を最小化する最適な構成 n を見つけることと言い換えることができる。

エネルギー関数において最も大きな低下を引き起こすノードを除去することである。

$$CI_\ell(i) = (k_i - 1) \sum_{j \in \rho \text{ Ball}(i, \ell)} (k_j - 1)$$

CI_ℓ が最も高いノード i^* を削除して $ni^*=0$ とし、 i^* の各近傍ノードの次数を1ずつ下げ、この手順を繰り返して削除すべき新しいCI上位ノードを見つける。巨大成分が0になった時点でアルゴリズムを終了する。

参考文献

[1]Reka Albert, Hawoong Jeong, Albert-Laszlo Barabasi, *Error and attack tolerance of complex networks*, Nature volume 406, pages 378-382(2000).

[2]Reka Albert, Hawoong Jeong, Albert-Laszlo Barabasi, *Influence maximization in complex networks through optimal percolation*, Nature volume 524, pages 65-68(2015).

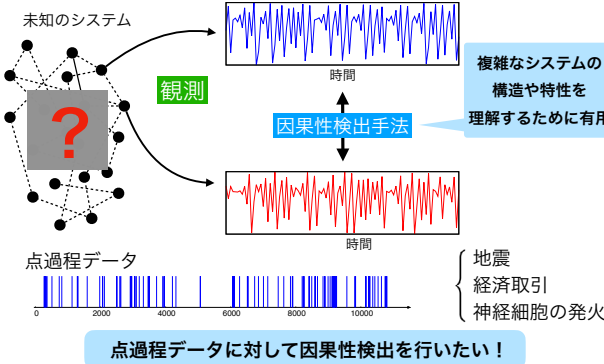
D-10

神経スパイク列に対する因果性検出

東京理科大学 池口研 D2 澤田 和弥



1. はじめに



2. 時系列データに対する因果性検出

Granger causality [1]

- ・予測モデルの構築が必要
- ・主に線形な因果関係のみが対象

Transfer entropy [2]

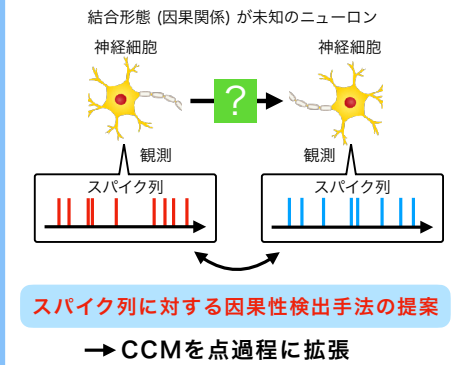
- ・確率分布生成にデータが多く必要
- ・時間遅延を伴う因果関係に対して計算時間が増加

Convergent cross mapping (CCM) [3]

- ・比較的短い時系列データで因果性検出可能
- ・モデルフリーな手法
- ・非線形な因果関係を検出可能

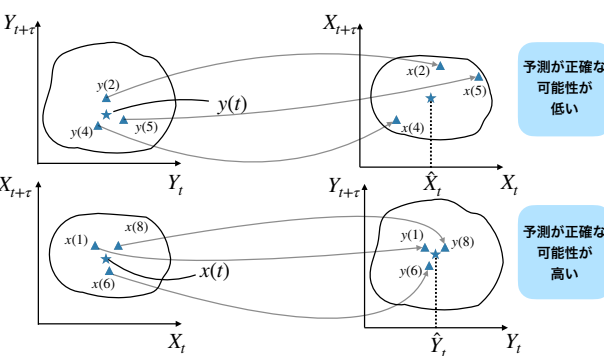
そのまま点過程に適用不可

3. 研究目的

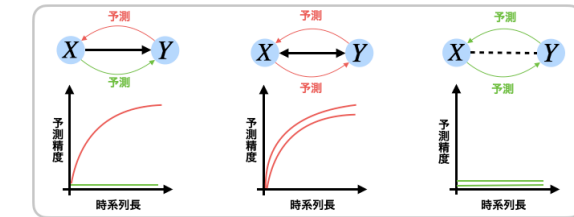


4. Convergent cross mapping (CCM) [3]

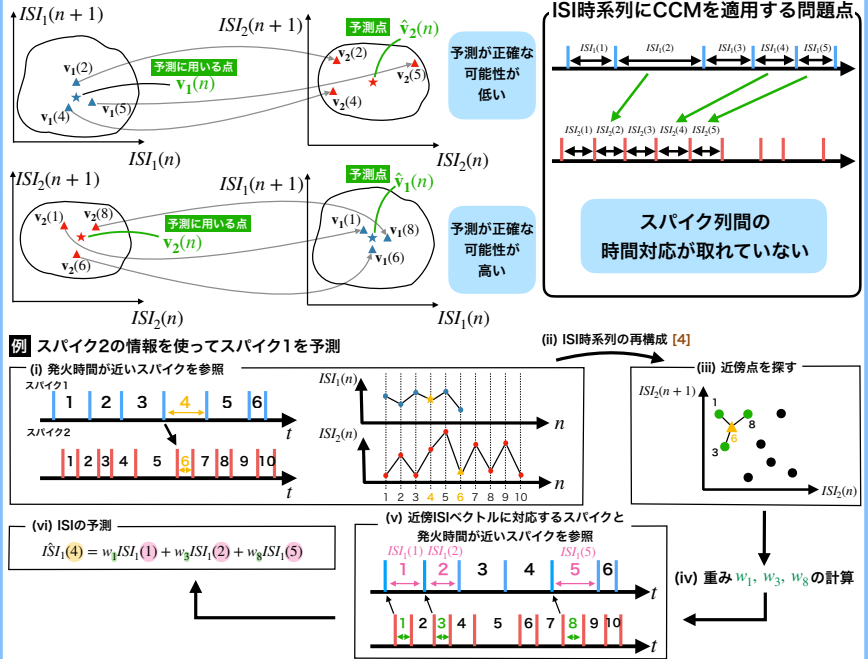
①概要 in-sampleな相互予測精度によって因果性を検出する手法

例 Y (原因) $\rightarrow X$ (結果)

②得られる予測精度と因果関係



5. 提案手法

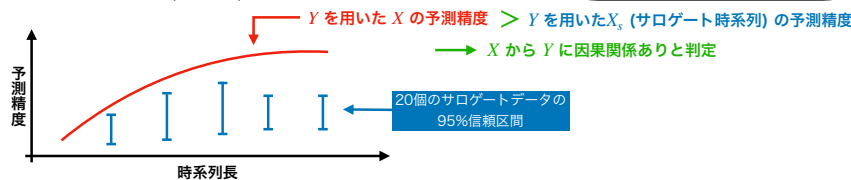


6. サロゲートデータ法による検定

Twin surrogate法 [5]

非線形力学系としての情報を保持しつつ
時間的な同期性を破壊した
代替時系列を生成する手法

同じ近傍点を共有する点の
時間インデックスを
ランダムに入れ替える

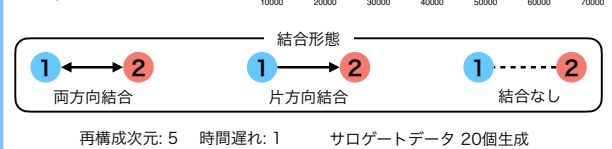
X から Y に因果関係 ($X \rightarrow Y$) があるかどうかを検定

7. gap junction結合するIzhikevichモデル [6]

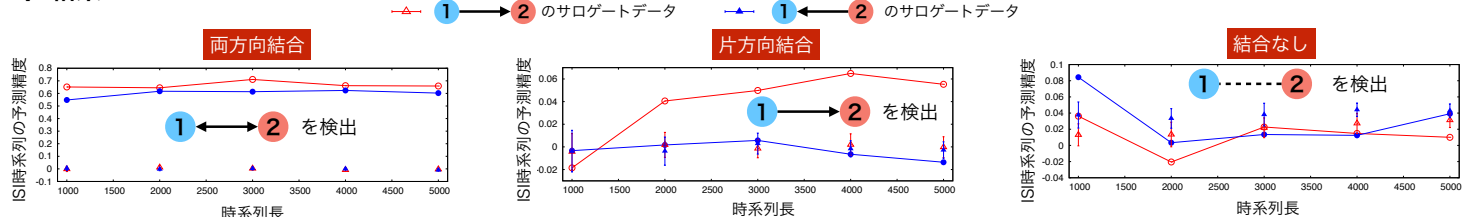
$$\begin{aligned} \dot{v}_i &= 0.04v_i^2 + 5v_i + 140 - u_i + I_i + \sum_{j=1}^N w_{ij}(v_j - v_i) \\ \dot{u}_i &= a_i(b_i v_i - u_i) \end{aligned}$$

$v_i \geq 30$ のときリセット (発火)

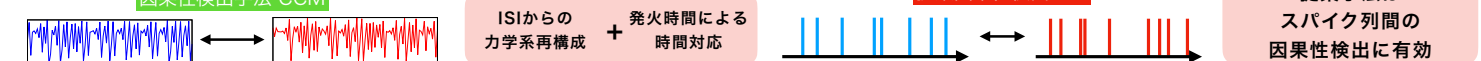
$$\begin{cases} v_i \leftarrow c_i \\ u_i \leftarrow u_i + d_i \end{cases}$$



8. 結果



9. まとめ



参考文献

- [1] C. W. Granger, *Econometrica*, **37**, 3, 424–438, 1969.
[2] T. Schreiber, *PRL*, **85**, 2, 461–464, 2000.

- [3] G. Sugihara et al., *Science*, **338**, 496–500, 2012.
[4] T. Sauer, et al., *J. Stat. Phys.*, **65** (3): 579–616, 1991.

- [5] M. Thiel et al., *EPL*, **75**, 535–541, 2006.
[6] K. Naiki et al., *IEICE, J100-A*, **5**, 195–204, 2017.

E-03 ネットワークの規模に依存しない時空間学習則の提案

池口研究室 B4 藤島康平

池口研究室

1. 目的・背景

ニューラルネットワーク

研究 → 脳の仕組みの解明
即時性のあるAI

学習則が重要

ヘブ則



似た物をまとめる[1]

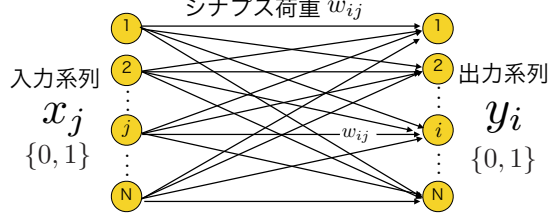
時空間学習則



似た物を識別する[1]

2. ネットワークアーキテクチャ

1層フィードフォワードニューラルネットワーク



3. 使用データ

空間パターン

ニューロン数 N

1と0の数は1:1

$$\begin{aligned} A_1 &= (1, 0, 1, 0, \dots, 1) \\ A_2 &= (1, 0, 0, 0, \dots, 1) \\ &\vdots \\ A_5 &= (1, 0, 0, 1, \dots, 1) \end{aligned}$$

ハミング距離 N/10

時空間パターン

4!=24

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A_2 \\ A_1 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A_3 \\ A_1 \\ A_2 \\ A_4 \\ A_5 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} A_4 \\ A_3 \\ A_2 \\ A_1 \\ A_5 \end{pmatrix}$$

1~4番目を並び替える

5番目を固定する

4. 時空間学習則[1,2]

シナプス荷重の初期値

内部状態

$$0 \leq w_{ij}(0) \leq 1$$

$$s_i(t_k) = \sum_{j=1}^N w_{ij}(t_k) x_j(t_k)$$

空間的一貫性

$$\begin{aligned} I_{ij}(t_k) &= w_{ij}(t_k) x_j(t_k) \sum_{m=1, m \neq j}^N w_{im}(t_k) x_m(t_k) \\ &= w_{ij}(t_k) x_j(t_k) (s_i(t_k) - w_{ij}(t_k) x_j(t_k)) \\ &\simeq w_{ij}(t_k) x_j(t_k) s_i(t_k) \end{aligned}$$

パラメータ

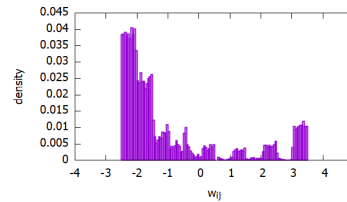
学習時間

$$\Delta w = 0.5, \theta_1 = 15, \theta_2 = 17 \quad k = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

シナプス荷重の更新

$$w_{ij}(t_{k+1}) = \begin{cases} w_{ij}(t_k) - \Delta w & I_{ij}(t_k) \leq \theta_1 \\ w_{ij}(t_k) & \theta_1 < I_{ij}(t_k) < \theta_2 \\ w_{ij}(t_k) + \Delta w & \theta_2 \leq I_{ij}(t_k) \end{cases}$$

学習後のシナプス荷重の分布 (N=120)

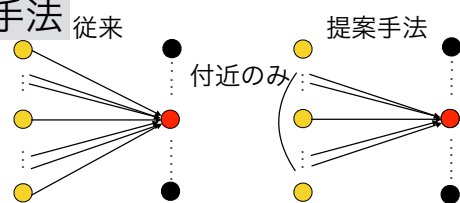


適切な学習の特徴

- 常に減弱, 常に増強の峰が大きい
- 多峰性である

5. 提案手法

従来



内部状態

パラメータ

$$s_i(t_k) = \sum_{j=\max(1, i-L)}^{\min(N, i+L)} w_{ij}(t_k) x_j(t_k) \quad L = 60$$

6. 実験条件

N=1200のネットワークを4つの条件で学習する

表1: 使用する方法と変更点

	θ_1	θ_2
提案手法	15	17
従来手法	15	17
	150	170
	150	152

7. 実験結果

4つの方法での学習後のシナプス荷重の分布を示す。

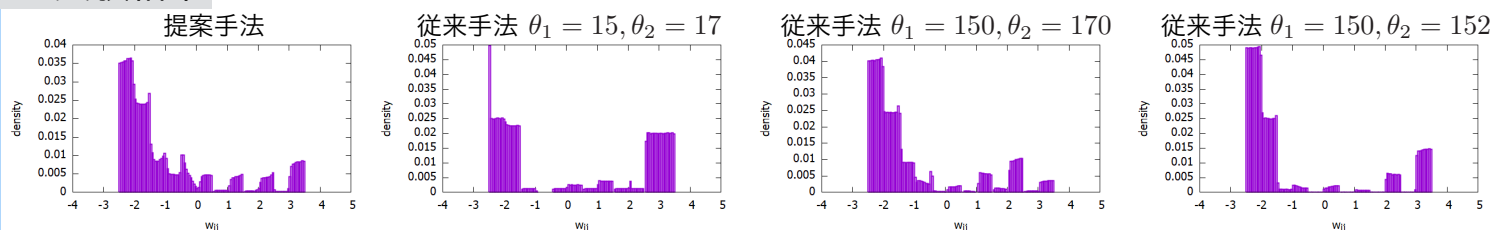


表2: 学習結果の評価

	特徴1(減弱, 増強の峰)	特徴2(多峰性)	計算時間[s]
提案手法	○	○	5.913
従来手法	○	×	1.841
	△	△	1.848
	○	△	1.924

提案手法

…最も適切に学習

従来手法

…閾値の設定の困難性

8. 課題

- 従来と比較して計算時間が長い
- 実際の脳との整合性
- 最も適切に学習のできるLは何か

参考文献

- [1] M. Tsukada and X. pan, "The spatiotemporal learning rule and its efficiency in separating spatiotemporal learning patterns", *Biological Cybernetics*, Vol 92, No. 2, pp. 139–146, 2005.
- [2] H. Tsukada and M. Tsukada, "Comparison of Pattern Discrimination Mechanism of Hebbian and Spatiotemporal Learning Rules in Self-Organization", *Frontiers in Systems Neuroscience*, Vol. 15, p. 624353, 2021.

感情多義語ネットワークを用いた語族比較

○ 福家水月

東京理科大学大学院
工学研究科 情報工学専攻

松本朋子

東京理科大学
教養教育研究院

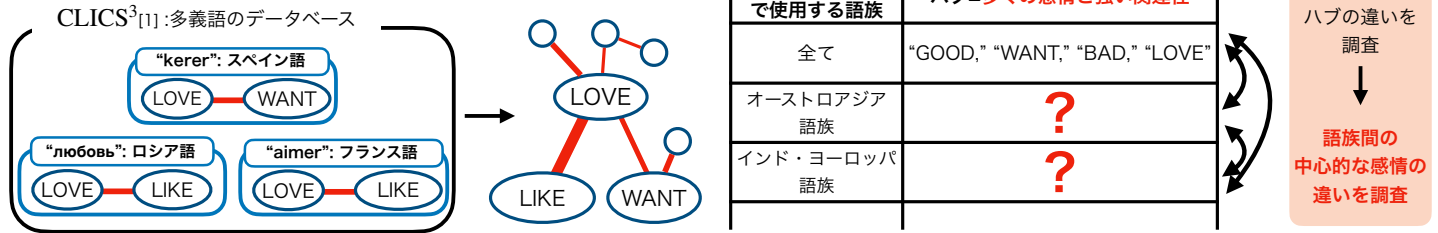
島田裕

埼玉大学
工学部 情報工学科

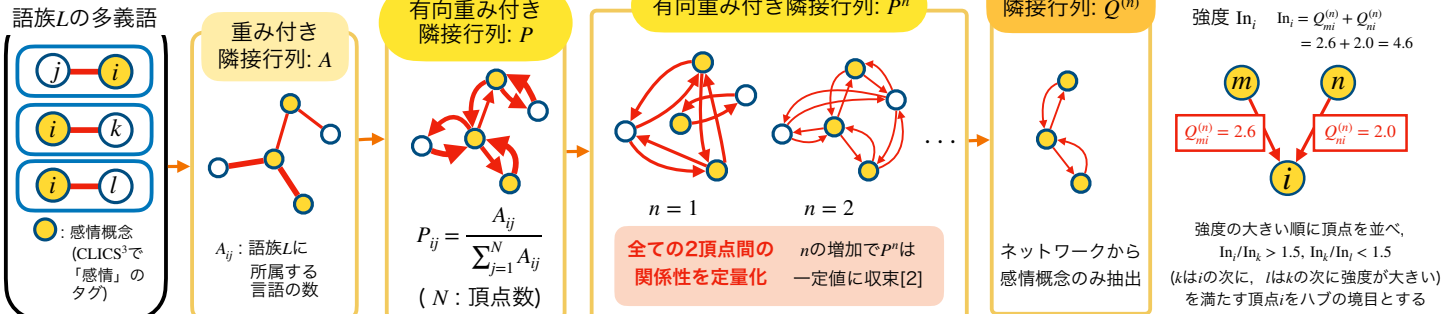
池口徹

東京理科大学
工学部 情報工学科

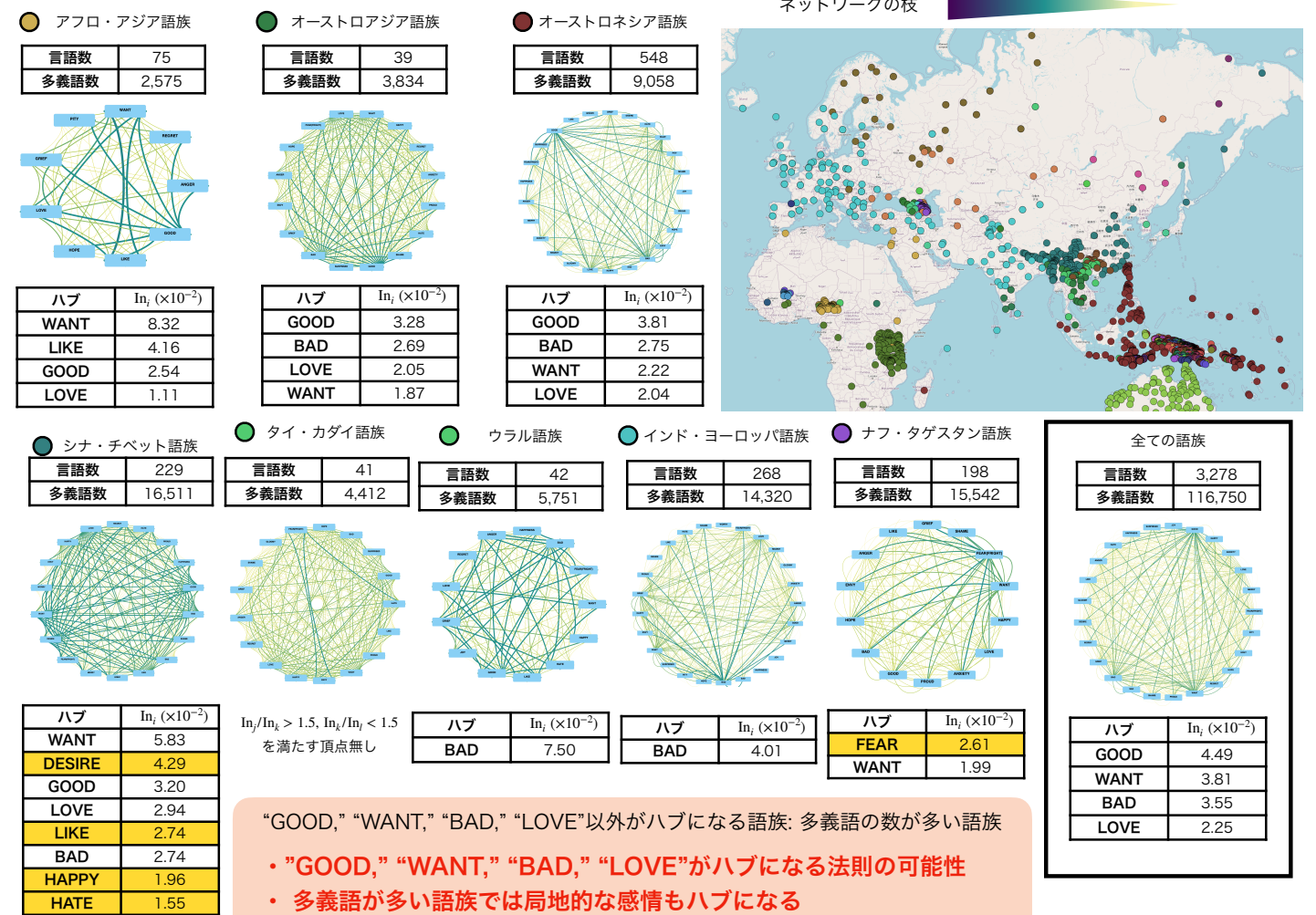
1. 背景・目的



2. ネットワーク作成



5. 実験結果



6. まとめ・今後の課題

今後の課題:

語族毎の中心的感情の検出及び比較

語族に関わらず感情の多義語の生成に一定の法則がある可能性

感情以外の意味も頂点に含めたネットワークの作成・比較

謝辞

本研究はJSPS 科研費 JP21H03514, JP21H04391, JP22K13339, JP21H03508, JP22K18419, JP20H00596, 及び東北大学電気通信研究所における共同プロジェクト研究(R02/A31)による。

参考文献

- [1] J. M. List et al., <https://clics.cild.org/>, (Last visit Nov. 25th, 2021).
- [2] M. Fukuya et al., *Proc. of RISP NCSP'22*, 1AM1-1-1, pp. 1-4, 2022.

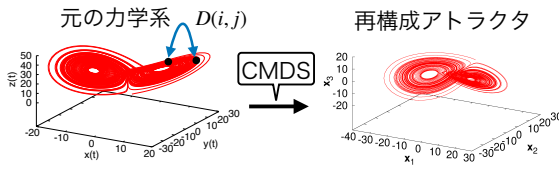
非線形力学系に対する古典的多次元尺度構成法を用いた解析

P8

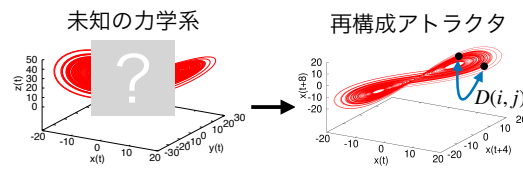
東京理科大学 池口研究室 伊藤大河, 澤田和弥, 對馬帆南, 池口徹

 非線形問題解決専門
池口研究室
NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEM

1. はじめに



寄与率の高い固有値に対する固有ベクトルを用いて元の力学系を再構成



今回の発表

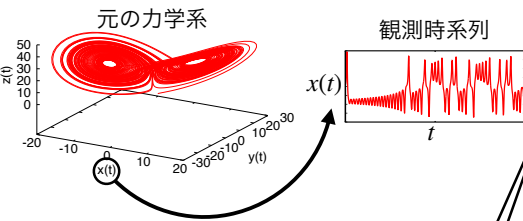
再構成パラメータと累積寄与率の関係を調査

2. ローレンツ方程式

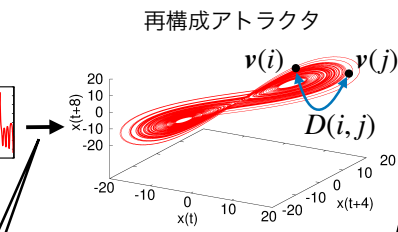
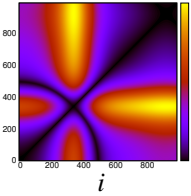
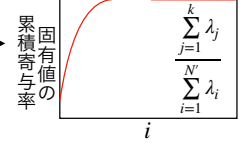
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \sigma(-x + y) \\ \frac{dy}{dt} = -xz + xr - y \\ \frac{dz}{dt} = xy - bz \end{cases}$$

初期値 $x_0 = y_0 = z_0 = 1$ パラメータ $\sigma = 10$ $r = 28$ $b = 8/3$ データ数 $N = 1,000$

3. 解析の流れ



遅延座標系に変換[1,2]

 m : 再構成次元 τ : 時間遅れ $v(t) = (x(t), x(t+\tau), \dots, x(t+(m-1)\tau))$ 再構成アトラクタ上の2点 $v(i)$, $v(j)$ 間のユークリッド距離を計算 $D(i, j) = \|v(i) - v(j)\|$ 距離行列 $D(i, j)$  λ_i : i 番目の固有値 $N' = N - (m - 1)\tau$ 

古典的多次元尺度構成法(CMDS)[3]を用いて座標を復元

・ 中心化 $B = -\frac{1}{2}HD^2H$ H : 中心化行列

・ 固有値分解

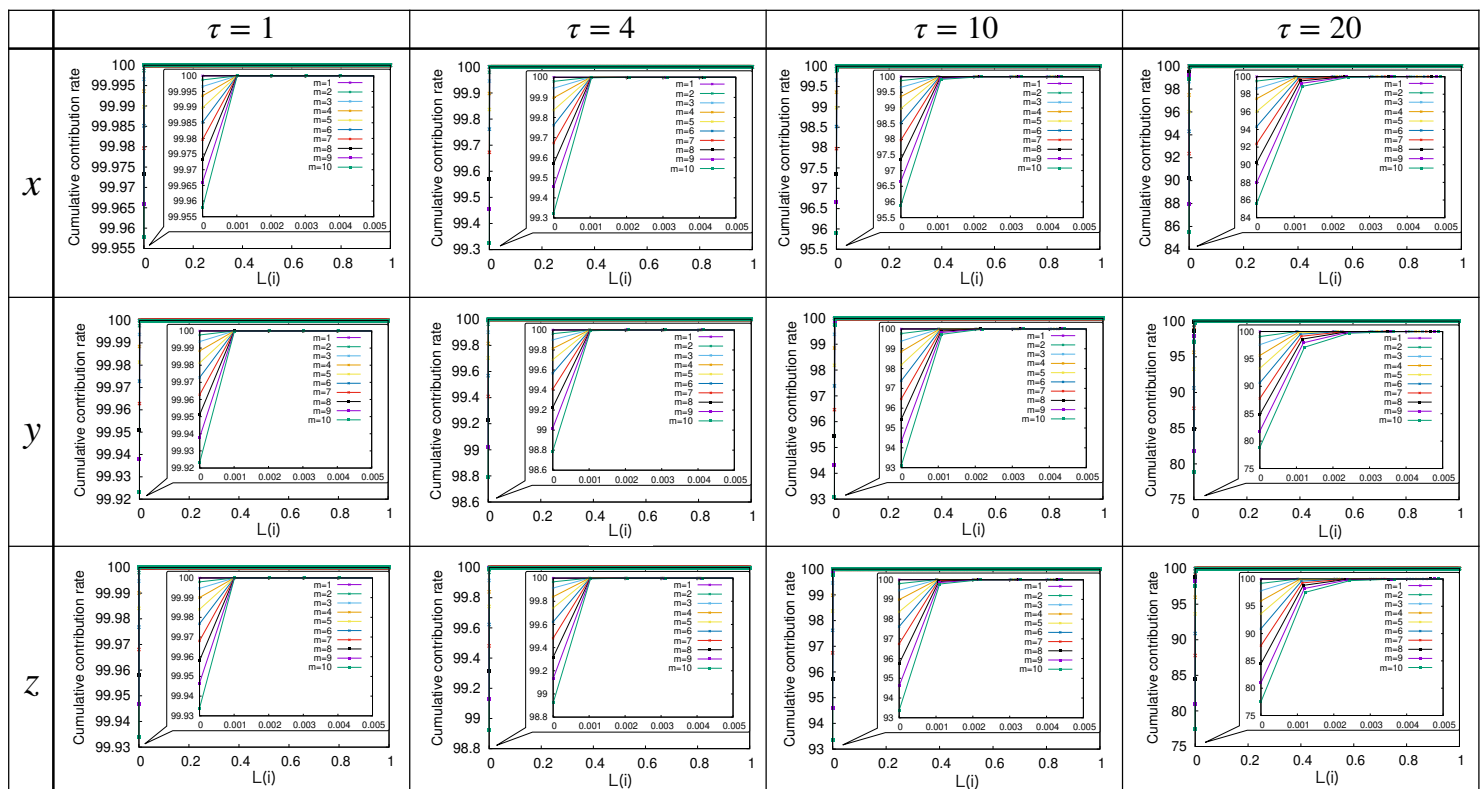
$$B = V\Lambda V^T = XX^T = (V\Lambda^{\frac{1}{2}})(V\Lambda^{\frac{1}{2}})^T$$

 V : 固有ベクトル Λ : 固有値 X : 座標ベクトルを並べた行列

4. 結果

 m によってアトラクタ再構成後のデータ数が異なるため、インデックス($i = 1, \dots, N'$)を0-1に正規化

$$L(i) = \frac{i-1}{N'-1}$$



5. まとめ

- ・ τ が小さいとき、再構成次元による累積寄与率の差は見られない
- ・ 3つ目の固有値までで累積寄与率がほぼ100%に収束

今後の課題

サロゲートデータ、ノイズの入ったデータなどに対しても同様の実験を行う

参考文献

- [1] F. Takens, *Dynamical Systems and Turbulence*, **898**: 366–381, 1981.
- [2] T. Sauer et al., *J. Stat. Phys.*, **65**(3): 579–616, 1991.
- [3] J. C. Gower, *Biometrika*, **53**(3–4): 325–338, 1966.

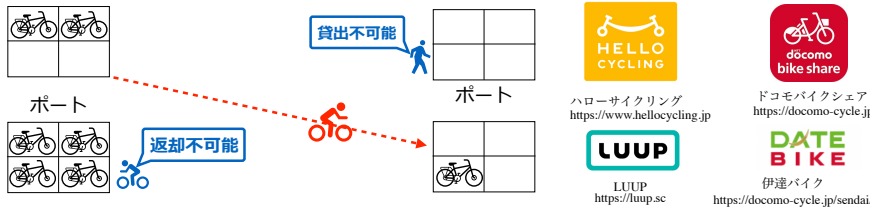
P17

スペクトル距離と古典的多次元尺度構成法を用いた バイクシェアリングシステムデータ解析

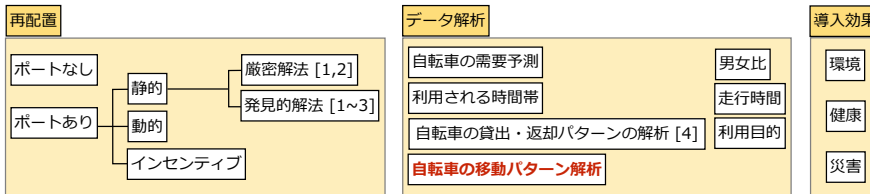
對馬 帆南, 豊田真之, 池口 徹 東京理科大学



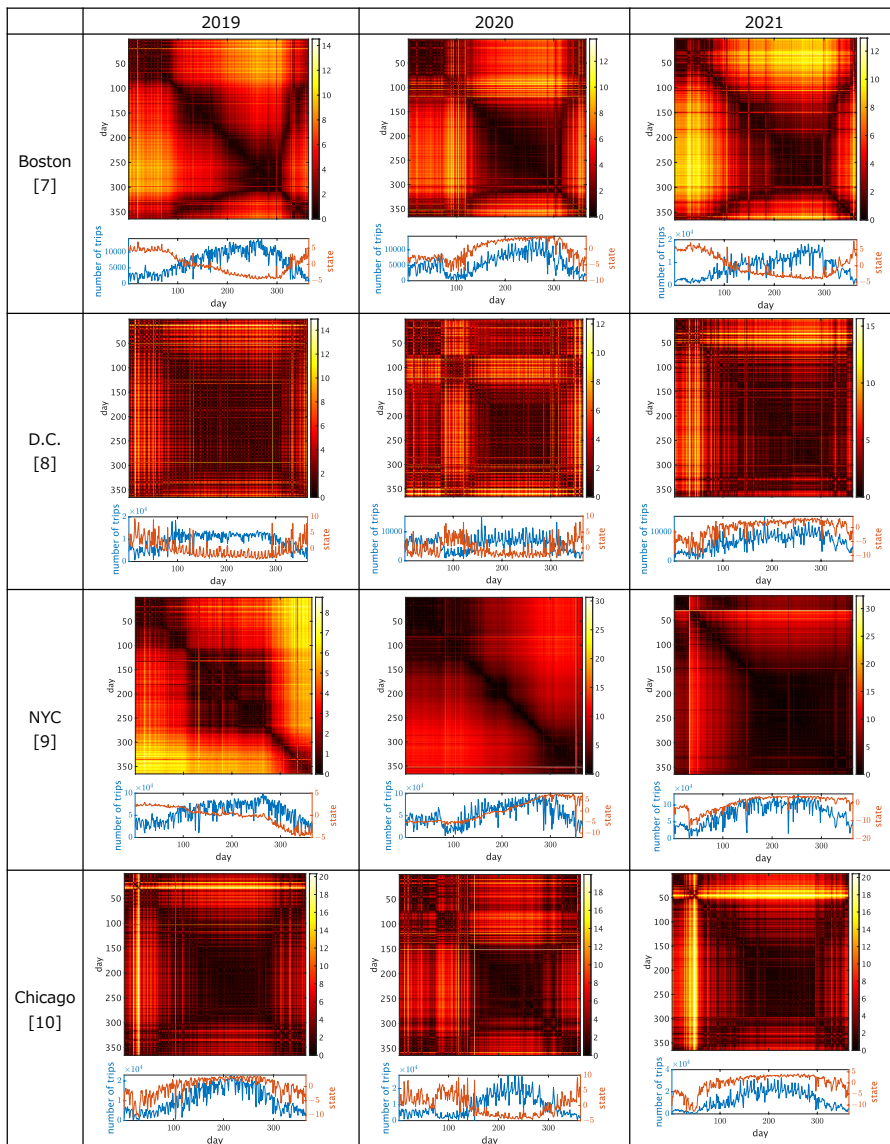
バイクシェアリングシステム, BSS



BSSに関する研究と今回の発表



数値実験とまとめ



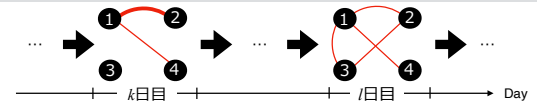
自転車の利用数が増加または、減少すると古典的多次元尺度構成の状態値も増加または減少している傾向にある。
1年単位での解析では、自転車の利用数が大きく異なるため (枝の重みに差が生じる), その影響を受けて、
ネットワークの構造が見にくくなっている可能性が示唆される。

解析の流れ

(1) データを1日ごとの時間窓に分割し, ネットワークを作成
貸出ポート (始点) 利用回数 (重み) 返却ポート (終点)



(2) スペクトル距離を用いてネットワーク間の距離を求める [5]



$$A_l = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_l = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$L_l = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$L_l' = D_l^{-1/2} L_l D_l^{-1/2} = \begin{pmatrix} 1.0000 & -0.4082 & -0.4082 & -0.5774 \\ -0.4082 & 1.0000 & -0.5000 & 0 \\ -0.4082 & -0.5000 & 1.0000 & 0 \\ -0.5774 & 0 & 0 & 1.0000 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_l = (0 \quad 0.7713 \quad 1.5000 \quad 1.7287)$$

距離の計算

$$d_{kl} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (\lambda_{N+1-i}^{(k)} - \lambda_{N+1-i}^{(l)})^2}$$



(3) 古典的多次元尺度構成法を用いて時系列を生成 [6]

	東京	長野	大阪
東京	0	170km	400km
長野	170km	0	320km
大阪	400km	320km	0

距離情報 -> 座標



距離行列

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 93 & 82 & 133 \\ 93 & 0 & 52 & 60 \\ 82 & 52 & 0 & 111 \\ 133 & 60 & 111 & 0 \end{pmatrix}$$

$$P^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & 8649 & 6724 & 17689 \\ 8649 & 0 & 2704 & 3600 \\ 6724 & 2704 & 0 & 12321 \\ 17689 & 3600 & 12321 & 0 \end{pmatrix}$$

中心化

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - 0.25 \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.75 & -0.25 & -0.25 & -0.25 \\ -0.25 & 0.75 & -0.25 & -0.25 \\ -0.25 & -0.25 & 0.75 & -0.25 \\ -0.25 & -0.25 & -0.25 & 0.75 \end{pmatrix}$$

$$\text{中心化行列 } H = I_n - \frac{1}{n} J_n$$

$$B = -\frac{1}{2} H P^{(2)} H \quad B = \begin{pmatrix} 5035.062 & -1553.062 & 258.938 & -3740.938 \\ -1553.062 & 507.812 & 5.312 & 1039.938 \\ 258.938 & 5.312 & 2206.812 & -2471.062 \\ -3740.938 & 1039.938 & -2471.062 & 5172.062 \end{pmatrix}$$

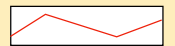
固有値分解

$$B = V \Lambda V^T = X X^T = (V \Lambda^{\frac{1}{2}}) (V \Lambda^{\frac{1}{2}})^T \quad \Lambda = (0.000 \quad 36.597 \quad 3160.986 \quad 9724.168)$$

$$V = \begin{pmatrix} -0.500 & -0.007 & 0.586 & -0.637 \\ -0.500 & 0.818 & -0.214 & 0.187 \\ -0.500 & -0.432 & -0.706 & -0.253 \\ -0.500 & -0.379 & 0.334 & 0.704 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} -0.637 \\ 0.187 \\ -0.253 \\ 0.704 \end{pmatrix} \times 9724.168 = \begin{pmatrix} -62.8311 \\ 18.4029 \\ -24.9602 \\ 69.3884 \end{pmatrix}$$

得られた時系列



本研究の一部はJSPS科研費 (JP22J12396, JP20H00596, JP21H03514, JP22K18419) 及び東北大学電気通信研究所における共同プロジェクト研究(R02/A31) による。

[1] H. Tsushima, et al., *Journal of Signal Processing*, 11(4), pp.157-160, 2018.

[2] H. Tsushima, et al., *Applied Sciences*, 12(5), 2675, 2022.

[3] N. Masuda, et al., *Scientific Reports*, 9(1), pp. 1-11, 2019.

[4] Bluebikes system data. <https://www.bluebikes.com/system-data>.

[5] Citi Bike system data. <https://ride.citibikenyc.com/system-data>.

[6] H. Tsushima, et al., *Applied Sciences*, 11(16), 7749, 2021.

[7] H. Tsushima, et al. *Nonlinear Theory and Its Applications*, IEICE, 13(2), pp. 355-360, 2022.

[8] F. Wickelmaier, Sound Quality Research Unit, Aalborg University, Denmark, 46(5), pp. 1-26, 2003.

[9] Capital Bikeshare system data. <https://www.capitalbikeshare.com/system-data>.

[10] Divvy system data. <https://www.divvybikes.com/system-data>.

謝辞

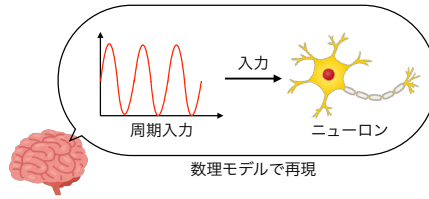
参考文献

Rich spike patterns from a periodically forced Izhikevich neuron model

東京理科大学 池口研究室 塚本陽太, 對馬帆南, 池口徹



1. はじめに



周期入力に対する応答を
発火の間隔に着目して解析
4種類のニューロタイプ
+
3種類の評価指標

2. Izhikevichニューロンモデル [1]

$$\begin{cases} \dot{v} = 0.04v^2 + 5v + 140 - u + I(t) \\ \dot{u} = a(bv - u) \end{cases}$$

$$v \geq 30 \text{ のとき, } v \leftarrow c, u \leftarrow u + d$$

v : 膜電位 [mV] u : 回復変数 $I(t)$: 外部入力

a, b, c, d : パラメータ

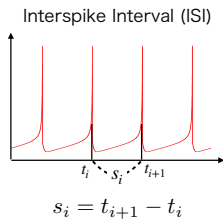
周期入力

$$I(t) = I_{DC} + A \sin \frac{2\pi}{T} t$$

A : 振幅 T : 周期 [ms]

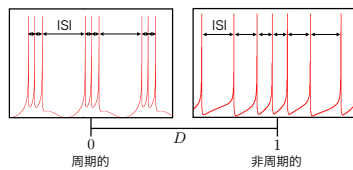
振幅, 周期を変化させて
モデルの応答を調査

3. 評価指標



ISIの多様度指数 [2, 3]

$$D = \frac{\text{異なるISIの値の個数}}{\text{ISIの総数}}$$



変動係数 (CV)

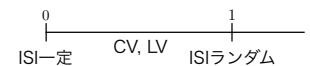
$$C_v = \frac{\sigma}{\bar{s}}$$

$$\text{平均 } \bar{s} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i$$

$$\text{不偏分散 } \sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (s_i - \bar{s})^2$$

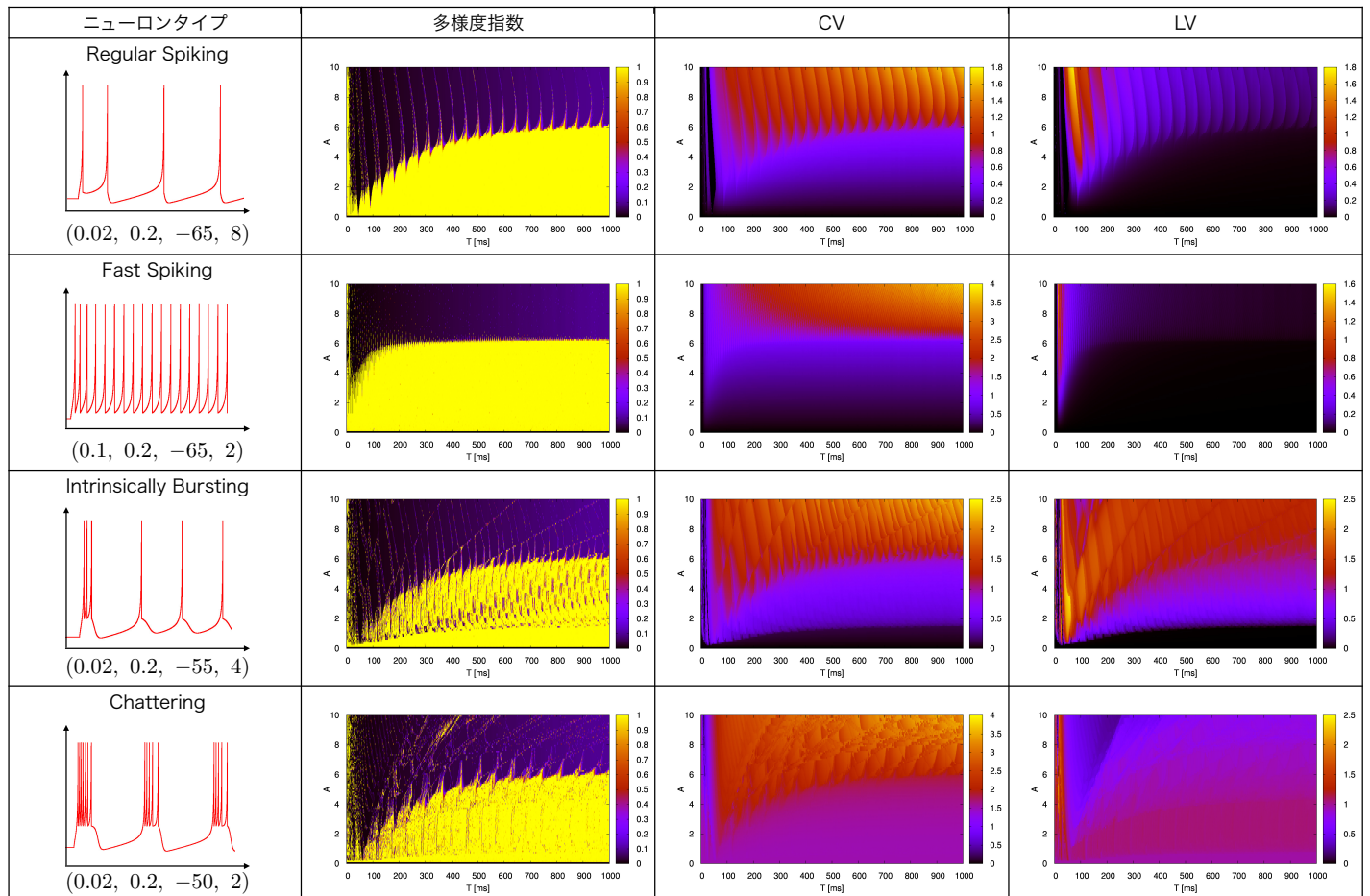
Local Variation (LV) [4,5]

$$L_v = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \frac{3(s_i - s_{i+1})^2}{(s_i + s_{i+1})^2}$$



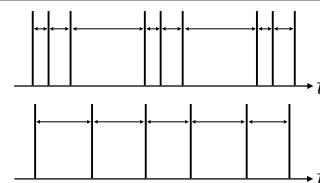
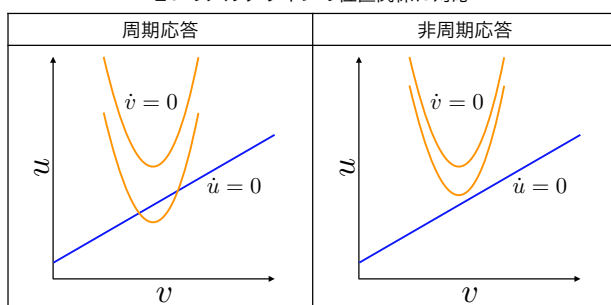
CV: スパイク列全体のばらつきを反映
LV: ニューロンの固有の性質を反映

4. 結果



$A = 6$ 付近で多様度, CVが大きく変化

2つのヌルラインの位置関係に対応



多様度(低) CV(高) → 周期的だが
ISIのばらつきが大きい

多様度(高) CV(低) → 非周期的だが
ISIのばらつきが小さい

多様度, CV, LVの大小関係が異なる → 指標の組み合わせで分類できる可能性

参考文献

- [1] E. M. Izhikevich, *IEEE Trans. Neural Netw.*, 14(6) 1569–1572, 2003.
[2] 杉浦 他, 信学技報, 113(116), 43–48, 2013.
[3] 内本 他, 信学論A, J100-A(5), 195–204, 2017.
[4] S. Shinomoto et al., *Neural Comput.*, 15(12), 2823–2842, 2003.
[5] S. Shinomoto et al., *J. Neurophysiol.*, 94(1), 567–575, 2005.

謝辞

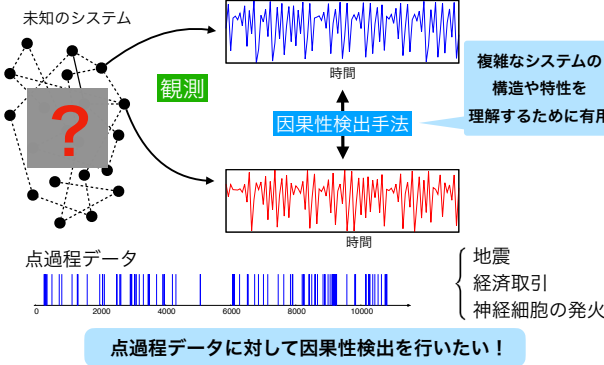
本研究の一部はJSPS科研費JP22J12396, JP20H00596, JP21H03514, JP22K18419及び
東北大学電気通信研究所における共同プロジェクト(R02/A31)による。

P27

スパイク列に対する因果性検出

¹澤田 和弥²島田 裕¹池口徹¹東京理科大学²埼玉大学

1. はじめに



2. 時系列データに対する因果性検出

Granger causality [1]

- ・予測モデルの構築が必要
- ・主に線形な因果関係のみが対象

Transfer entropy [2]

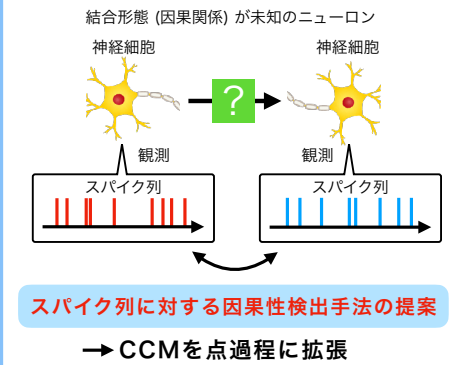
- ・確率分布生成にデータが多く必要
- ・時間遅延を伴う因果関係に対して計算時間が増加

Convergent cross mapping (CCM) [3]

- ・比較的短い時系列データで因果性検出可能
- ・モデルフリーな手法
- ・非線形な因果関係を検出可能

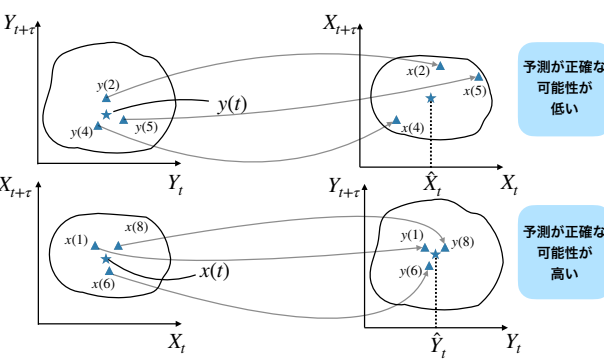
そのまま点過程に適用不可

3. 研究目的

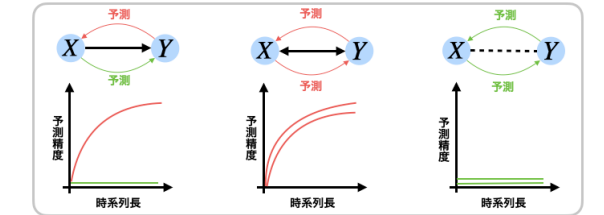


4. Convergent cross mapping (CCM) [3]

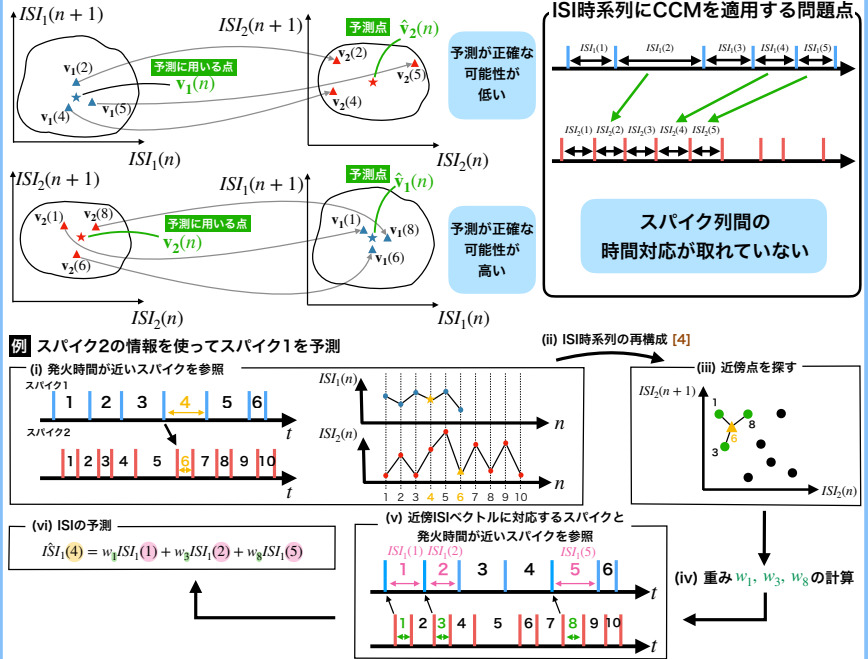
①概要 in-sampleな相互予測精度によって因果性を検出する手法

例 Y (原因) $\rightarrow X$ (結果)

②得られる予測精度と因果関係



5. 提案手法

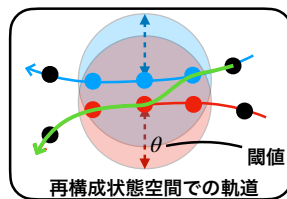
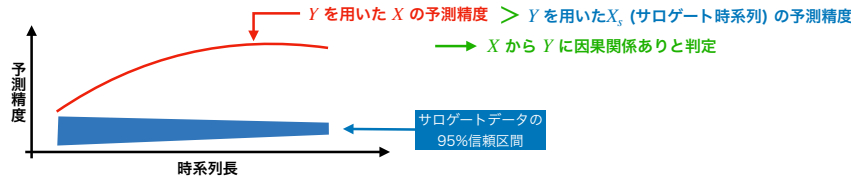


6. サロゲートデータ法による検定

Twin surrogate法 [5]

非線形力学系としての情報を保持しつつ時間的な同期性を破壊した代替時系列を生成する手法

同じ近傍点を共有する点の時間インデックスをランダムに入れ替える

 X から Y に因果関係 ($X \rightarrow Y$) があるかどうかを検定

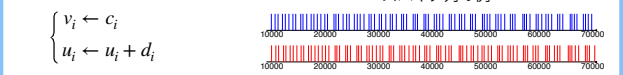
7. gap junction結合するIzhikevichモデル [6]

$$\begin{cases} \dot{v}_i = 0.04v_i^2 + 5v_i + 140 - u_i + I_i + \sum_{j=1}^N w_{ij}(v_j - v_i) + \delta \\ \dot{u}_i = a_i(b_i v_i - u_i) \end{cases}$$

結合項 ノイズ 正規乱数 $\delta \sim \mathcal{N}(0, 1)$

$v_i \geq 30$ のときリセット(発火) スパイク列の例

$$\begin{cases} v_i \leftarrow c_i \\ u_i \leftarrow u_i + d_i \end{cases}$$

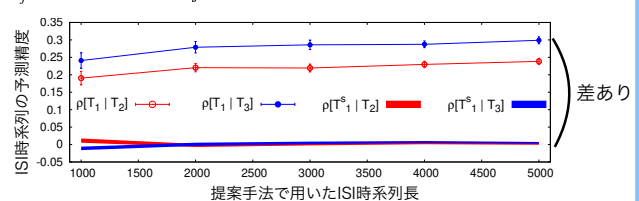
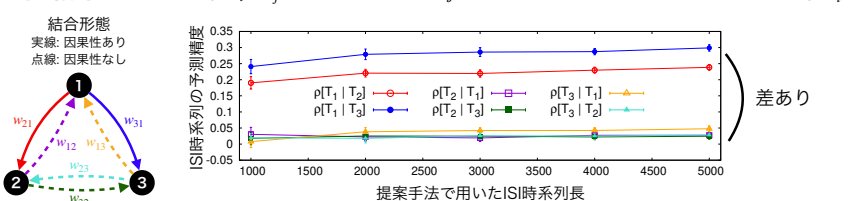


パラメータ

a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	c_1	c_2	c_3	d_1	d_2	d_3	I_1	I_2	I_3	w_{21}	w_{31}	w_{32}
0.2	0.199	0.198	2	1.99	1.98	-56	-55	-54	-16	-16.1	-16.2	-99	-99.2	-99.4	0.05	0.05	0.05

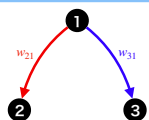
再構成次元: 5 時間遅れ: 1 ノイズ: 20パターン

8. 結果

 $\rho[T_i | T_j]$: ニューロン i から j への因果性に対応する予測精度 $\rho[T_i^s | T_j]$: ニューロン i から j への因果性を検定するサロゲートデータの予測精度

9. まとめ

ノイズを含む3ニューロン



提案手法により因果性を正しく検出

参考文献

- [1] C. W. Granger, *Econometrica*, **37**, 3, 424–438, 1969.
- [2] T. Schreiber, *PRL*, **85**, 2, 461–464, 2000.
- [3] G. Sugihara et al., *Science*, **338**, 496–500, 2012.
- [4] T. Sauer, et al., *J. Stat. Phys.*, **65** (3): 579–616, 1991.
- [5] M. Thiel et al., *EPL*, **75**, 535–541, 2006.
- [6] K. Naiki et al., *IEICE, J100-A*, **5**, 195–204, 2017.

謝辞 本研究は JSPS 科研費 (JP22J14621, JP20H00596, JP21H03514, JP21H03508, JP21K12093, JP22K18419) 及び東北大学電気通信研究所における共同プロジェクト研究 (R02/A31) による。

公職選挙ポスター掲示問題に関する解法の開発

東京理科大学 池口研究室 M1 郭豊愷



1. 研究背景

公職選挙におけるポスター掲示

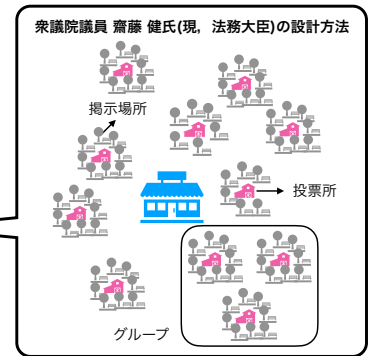
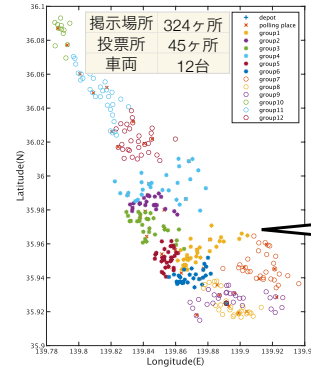
千葉県野田市掲示場所の経験的なグループの分け方

経験的なグループの分け方

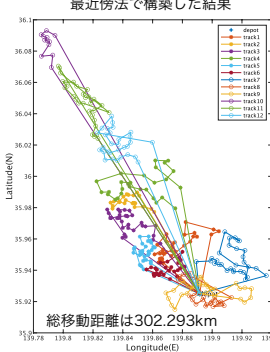


選挙スタッフ(ボランティア)は立候補者の情報を有権者に早く伝えるために短い時間で掲示作業を終える必要がある

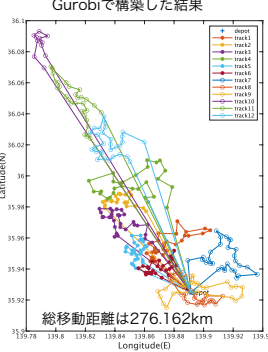
掲示場所をグループに分けて担当



実験1: 巡回セールスマン問題として最近傍法で構築した結果

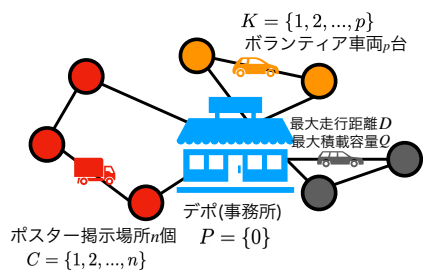


実験2: 巡回セールスマン問題としてGurobiで構築した結果



経験的なグループ分けによる計算結果が最適ではない

2. ポスター掲示問題の定式化



デポと掲示場所の集合 $N = P \cup C$

掲示場所 i, j 間の移動コスト(距離) d_{ij}

決定変数 $x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{(車両 } k \text{ が経路 } ij \text{ を通る)} \\ 0 & \text{(それ以外)} \end{cases}$

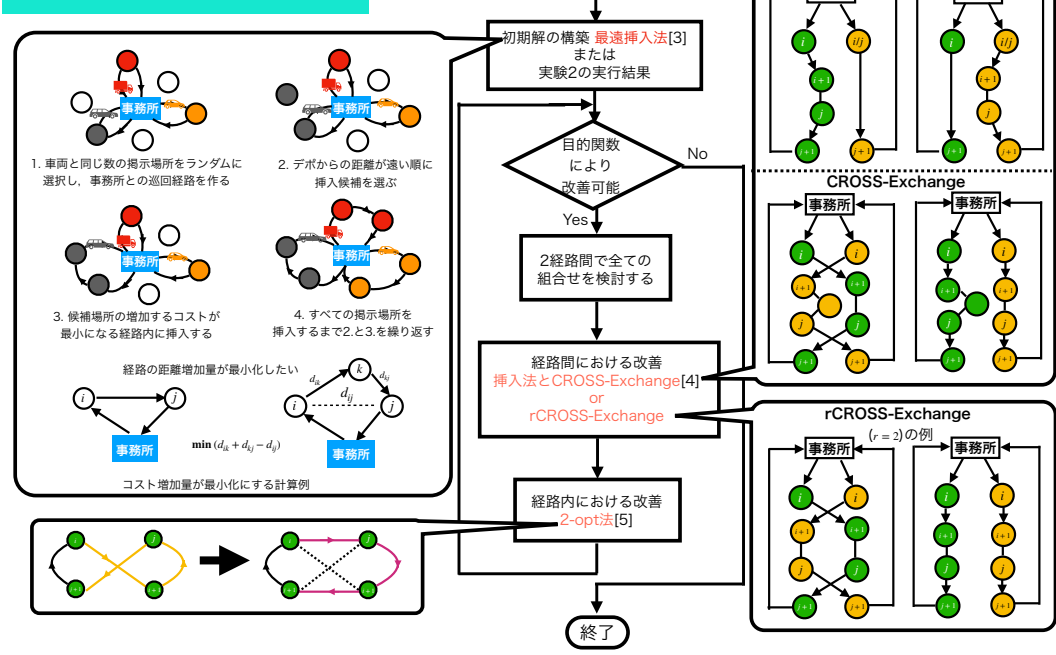
目的関数 VRP型[1] VS mTSP型[2]

車両総移動距離の最小化 最大移動距離である車両の距離最小化

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} d_{ij} x_{ijk} \quad \min \max_{i \in N} \sum_{j \in N} d_{ij} x_{ijk} \quad \forall k \in K$$

324ヶ所のポスター掲示場所問題は車両12台を用いて訪問する経路をソルバー (Gurobiなど) で求めるのは困難。

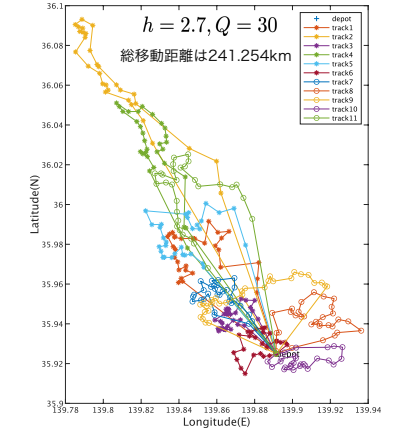
3. 提案法のアルゴリズム



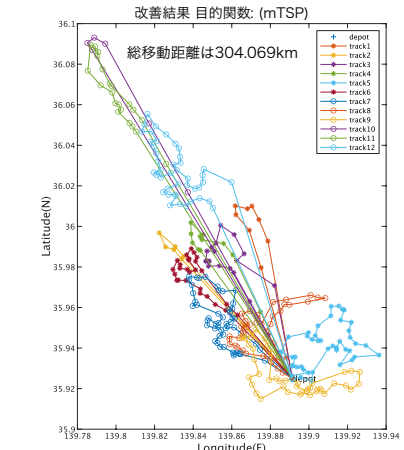
4. 実験と結果

h: 距離制約Dはデポから最速の掲示場所まで距離のh倍

実験4: 挿入法とCROSS-Exchangeにより改善された巡回経路の例



実験7: 実験2の結果によるCROSS-Exchangeの改善結果 目的関数: (mTSP)



5. まとめと今後の課題

- 実験3~5の結果が実験1~2よりも良い。
- 実験6~7車両の移動距離の分散が小さくなる。

参考文献

- [1] GB.Dantzig, JH.Ramser. Management science, Vol. 34, No.1, pp.80-91, 1959.
- [2] T. Bektas. Omega, Vol. 34, pp.209-219, 2006.
- [3] 星野, 他. 電子情報通信学会論文誌 A, Vol. 90, No.5, pp. 431-441, 2007.
- [4] E.Taillard, et al. Transportation science Vol.31, No.2, pp.170-186, 1997.
- [5] 山本, 久保. 巡回セールスマン問題への招待, 朝倉書店, 1997.

No. 9

動画からPPG波形を算出する手法の調査及び波形の解析

東京理科大学 池口研究室 B4 中山裕文

非線形問題解決軍団
池口研究室

1. 背景

PPG(Photoplethysmography)とは

光を皮膚表面に照射した際の光の反射量の変化を読み取ることで脈波を測定する手法

先行研究:

PPG波形のカオスアトラクタの特徴を精神的な健康度の指標にできる [1]

iPPG(imaging-Photoplethysmography)とは

皮膚表面を撮影した動画の色変化から、PPG波形を推定する手法

iPPG波形に対してもカオス時系列の観点で、健康指標等への応用ができないか

2. 目的

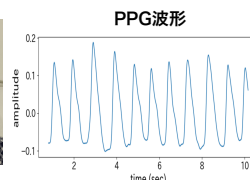
どのようにPPG波形を算出するのか

iPPG波形は、どこまでPPG波形の特徴を捉えられているのか

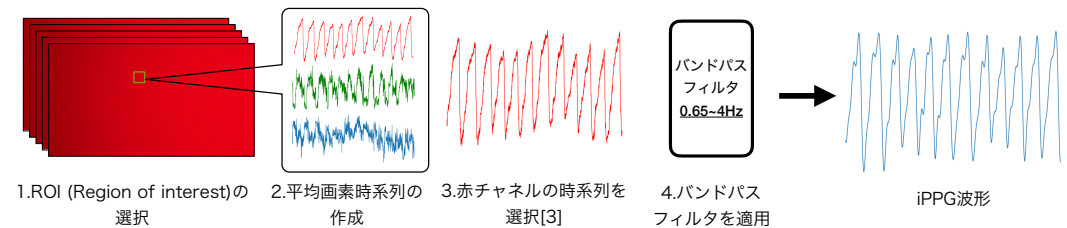
iPPG波形はカオス的な特徴をもつのか

3. 使用したデータ

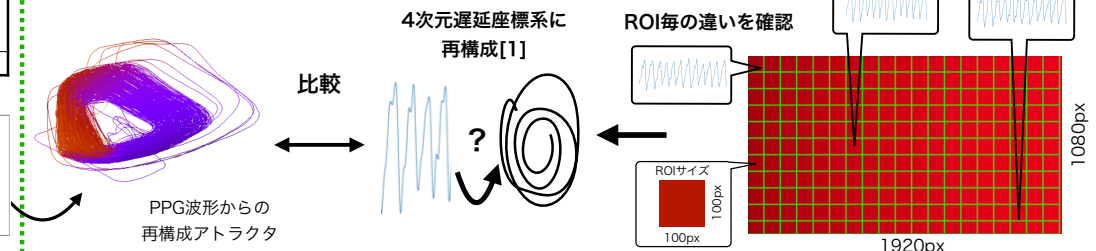
対象	20代の心臓疾患を 持たない男女10名
PPG計測器	汎用心拍センサIWS920 開発キット「パルス・ラボ」
カメラ	iPad mini 第6世代搭載の アウトカメラ
解像度/ フレームレート	1080p/240fps
計測・撮影 時間	約5分
被験者の状態	安静



4. 動画からPPG波形を算出する手法[2]

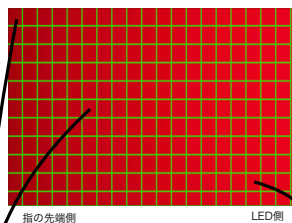
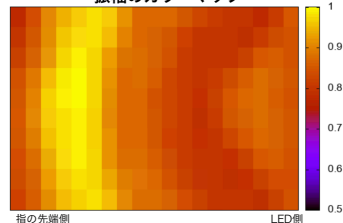
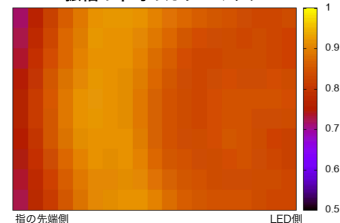


5. 解析手法

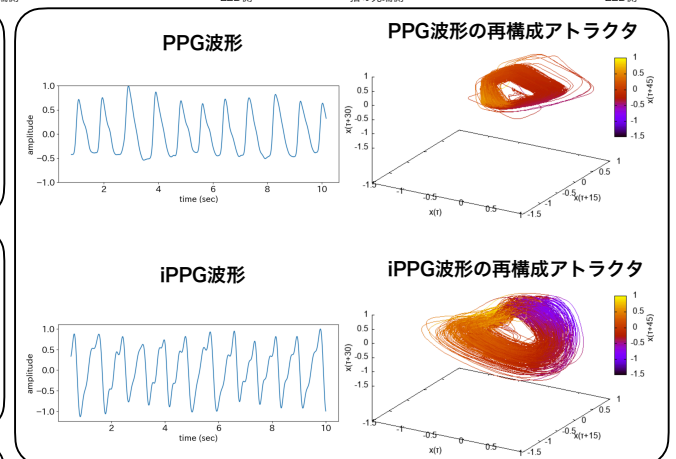
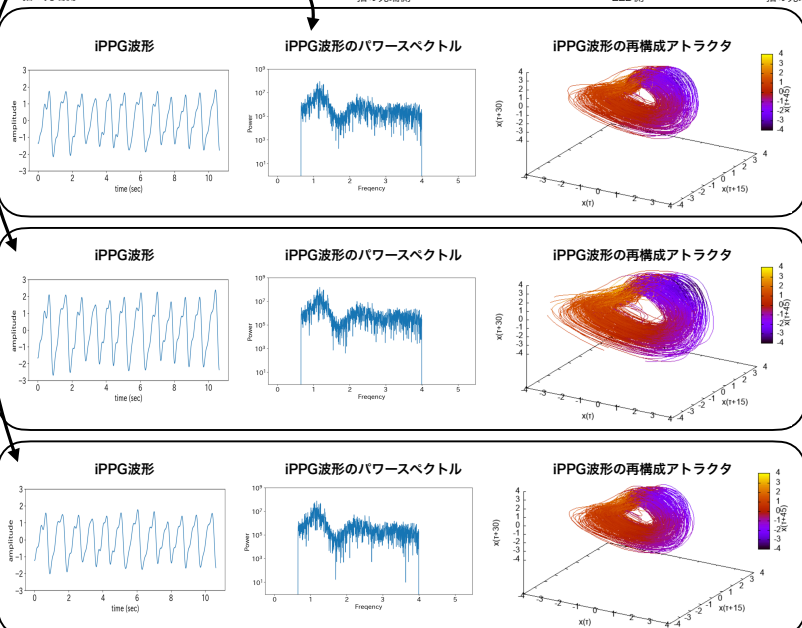
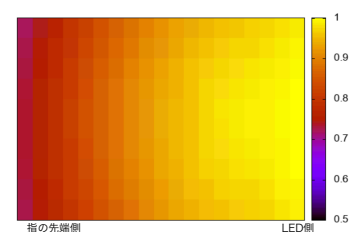


6. 結果

撮影した動画の1フレームとROI

ある被験者の
ROI毎のiPPG波形の
振幅のカラーマップ被験者10名の
ROI毎のiPPG波形の
振幅の平均のカラーマップ

ROI毎の動画の輝度のカラーマップ



7. まとめと今後について

ROIによって得られるiPPG波形に大きな差はない
信号が強くなるROIの位置について確認できた。
iPPG波形の再構成はアトラクタ構造を有している定性的な解析にとどまってしまう
定量的な解析を行う必要がある

- ・リアプノフ指数を用いたカオス性の評価
- ・時系列からリカレンスプロットを作成し、再帰定量化解析により、PPGとiPPGを比較

参考文献

- [1] I. Tsuda, T. Tahara and H. Iwanaga, "Chaotic pulsation in human capillary vessels and its dependence on the mental and physical conditions," Proceedings of the Annual Meeting of Biomedical Fuzzy Systems Association: BMFSA 4, pp. 1-44, 1992.
- [2] F. Haugg, M. Elgendy, and C. Menon, "Effectiveness of Remote PPG Construction Methods: A Preliminary Analysis," Bioengineering, Vol. 9, No. 10, p. 485, 2022.
- [3] T. T. Isam, M. S. Ahmed, M. Hassanuzzaman, S. A. Bin Amir, and T. Rahman, "Blood Glucose Level Regression for Smartphone PPG Signals Using Machine Learning," Applied Sciences, Vol. 11, No. 2, p. 618, 2021.