

カオスとは

非線形システム特論

池口 徹

埼玉大学 大学院 理工学研究科 情報数理科学専攻

338-8570 さいたま市 桜区 下大久保 255

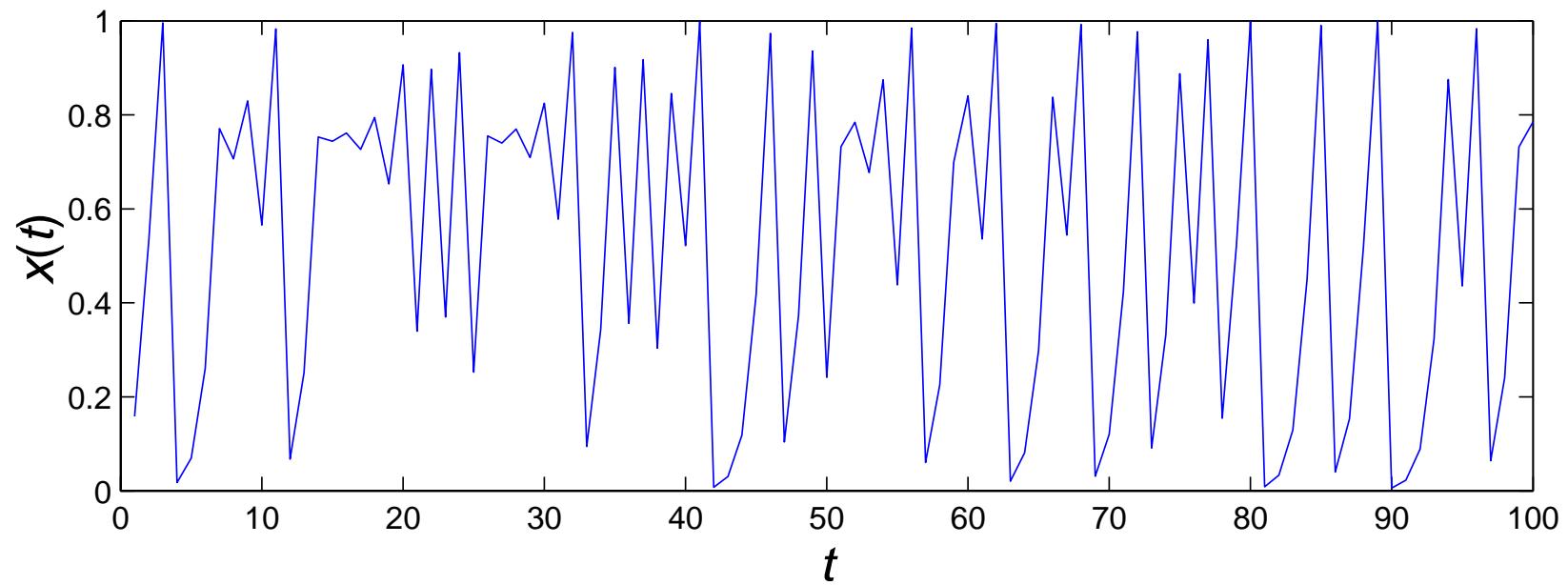
Tel : 048-858-3577, Fax : 048-858-3716

Email : tohru@ics.saitama-u.ac.jp

URL : <http://www.nls.ics.saitama-u.ac.jp/~tohru>

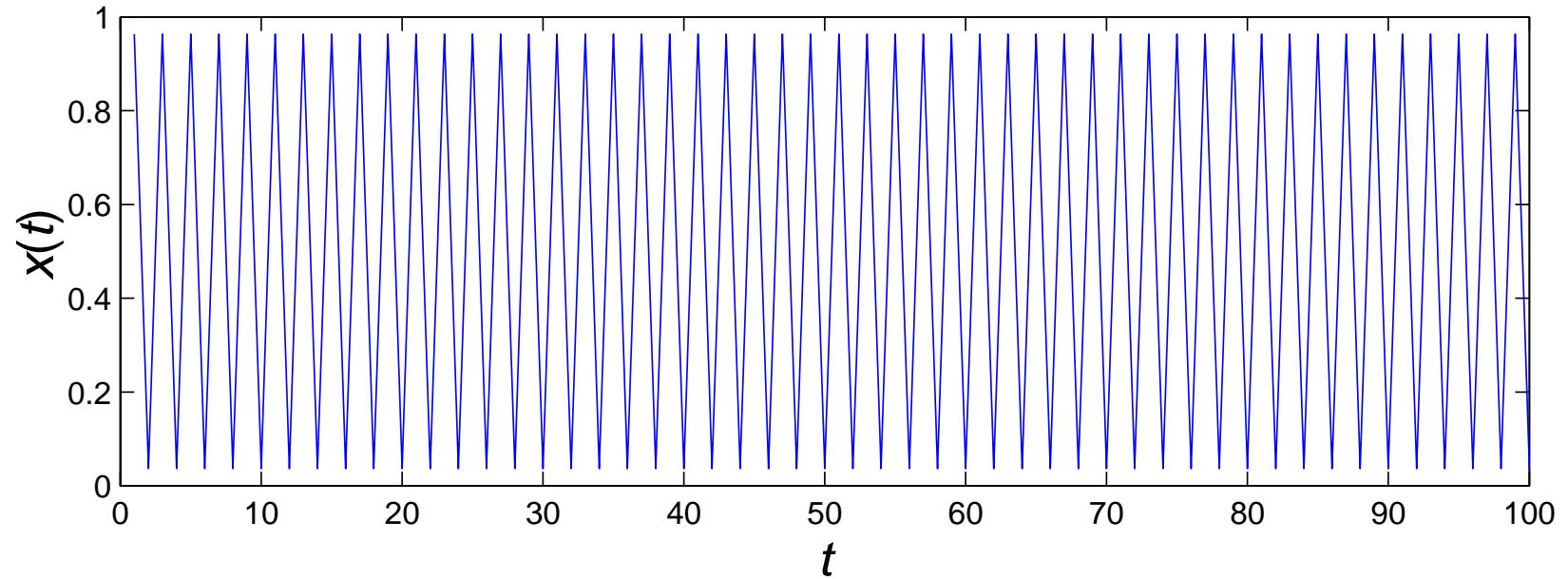
不規則さを生み出す規則

不規則さを生み出す規則



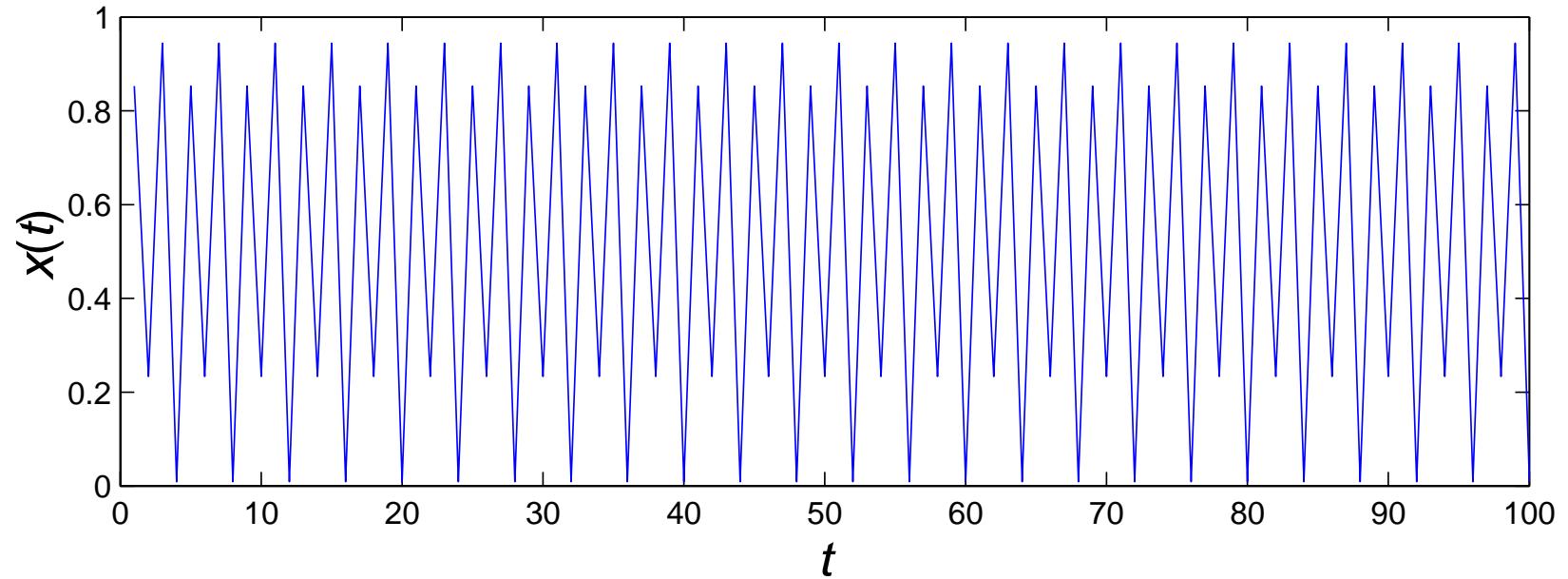
不規則に変動する時間波形

不規則さを生み出す規則



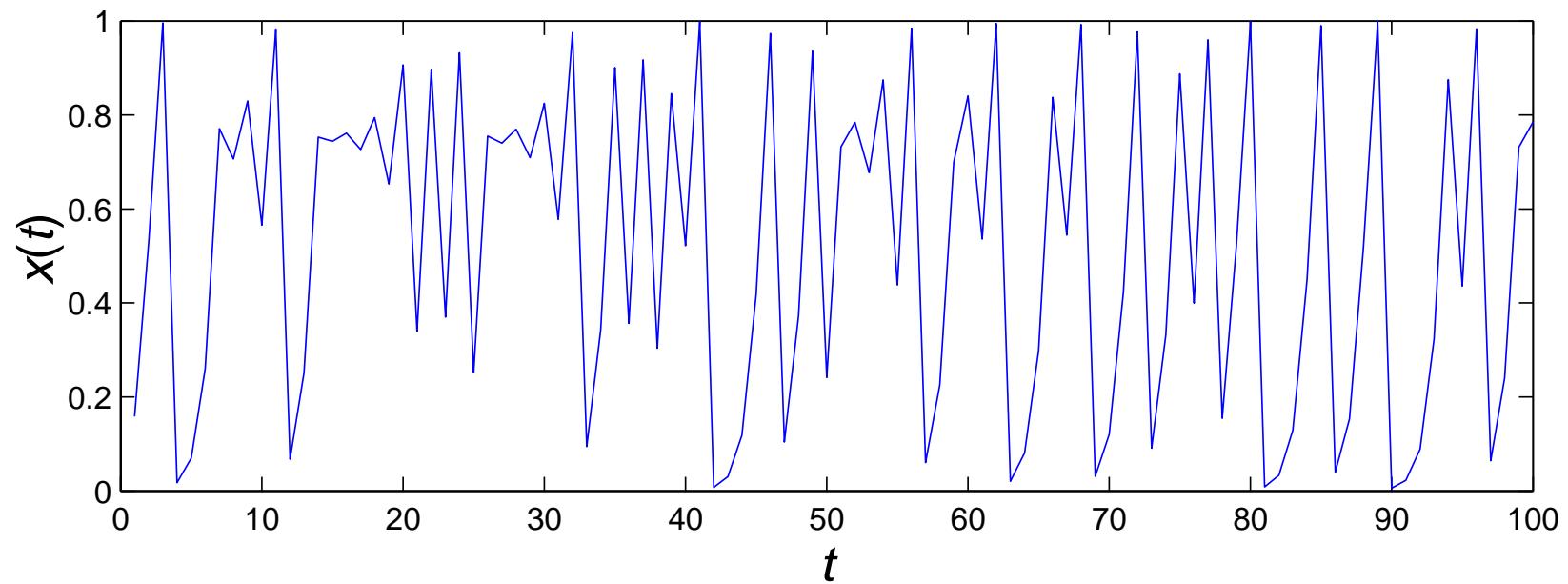
周期的に変動する時間波形

不規則さを生み出す規則



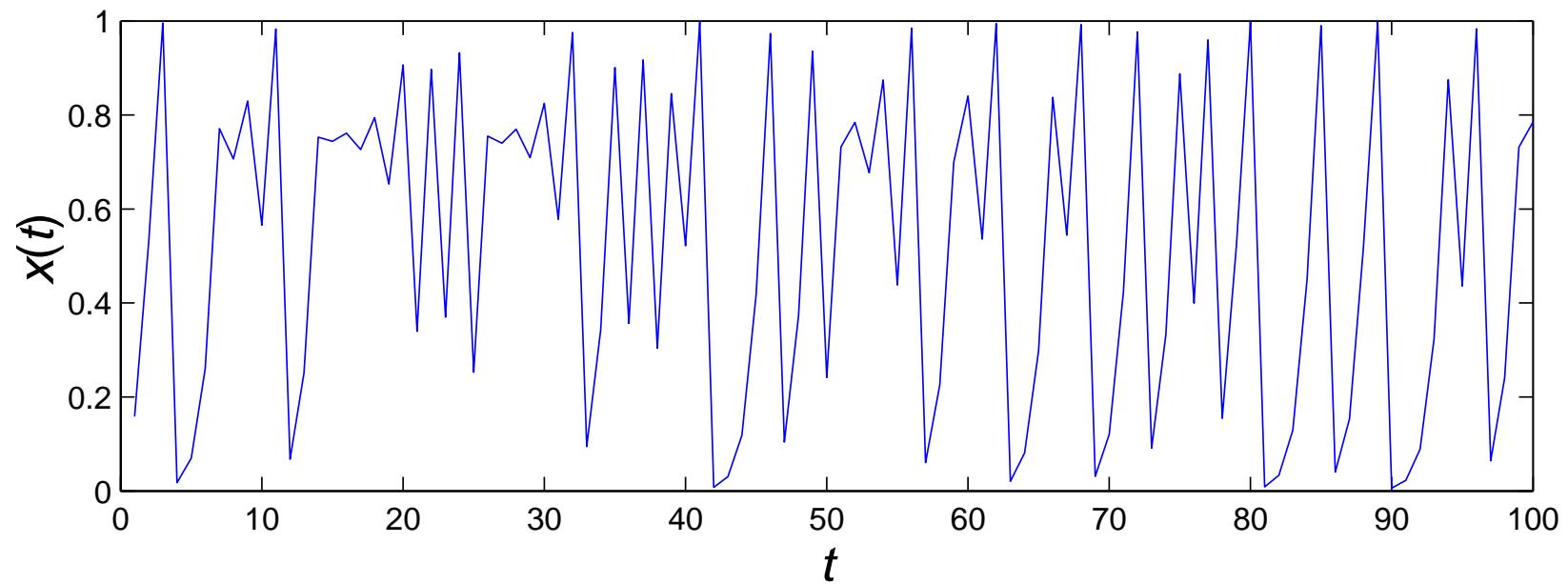
周期的に変動する時間波形

不規則さを生み出す規則



不規則に変動する時間波形

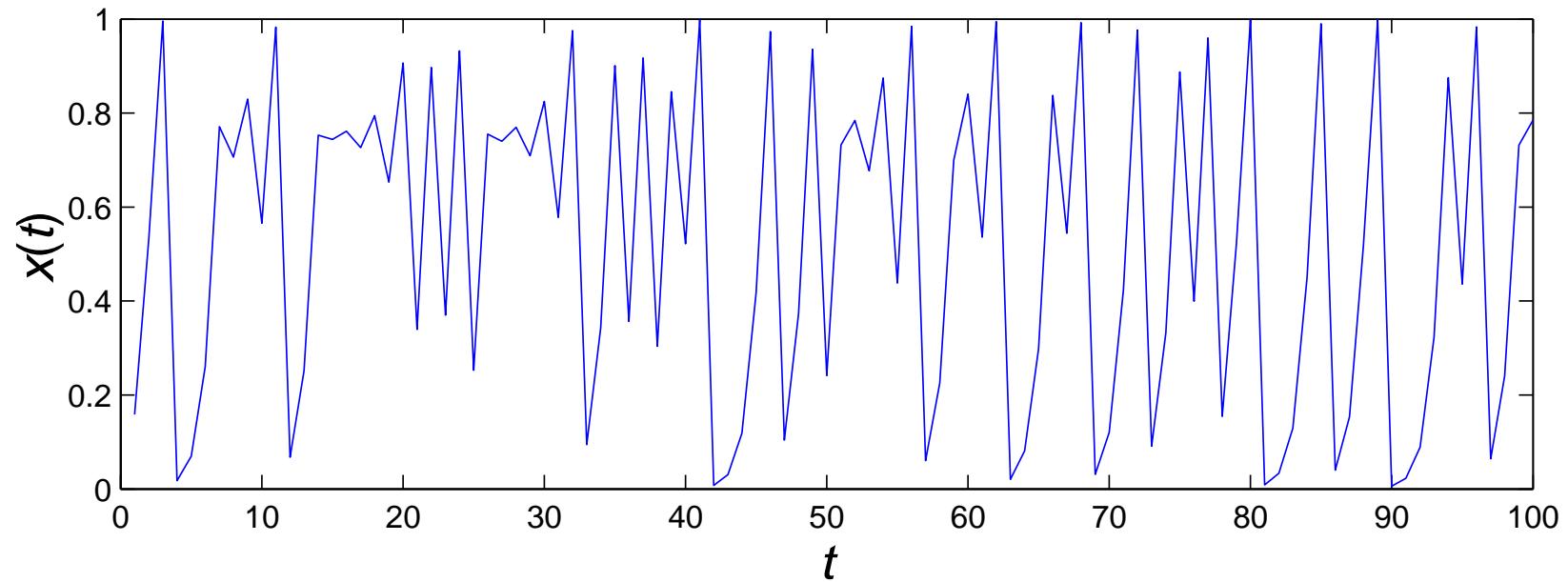
不規則さを生み出す規則



不規則に変動する時間波形

1. 非常に複雑な振る舞い

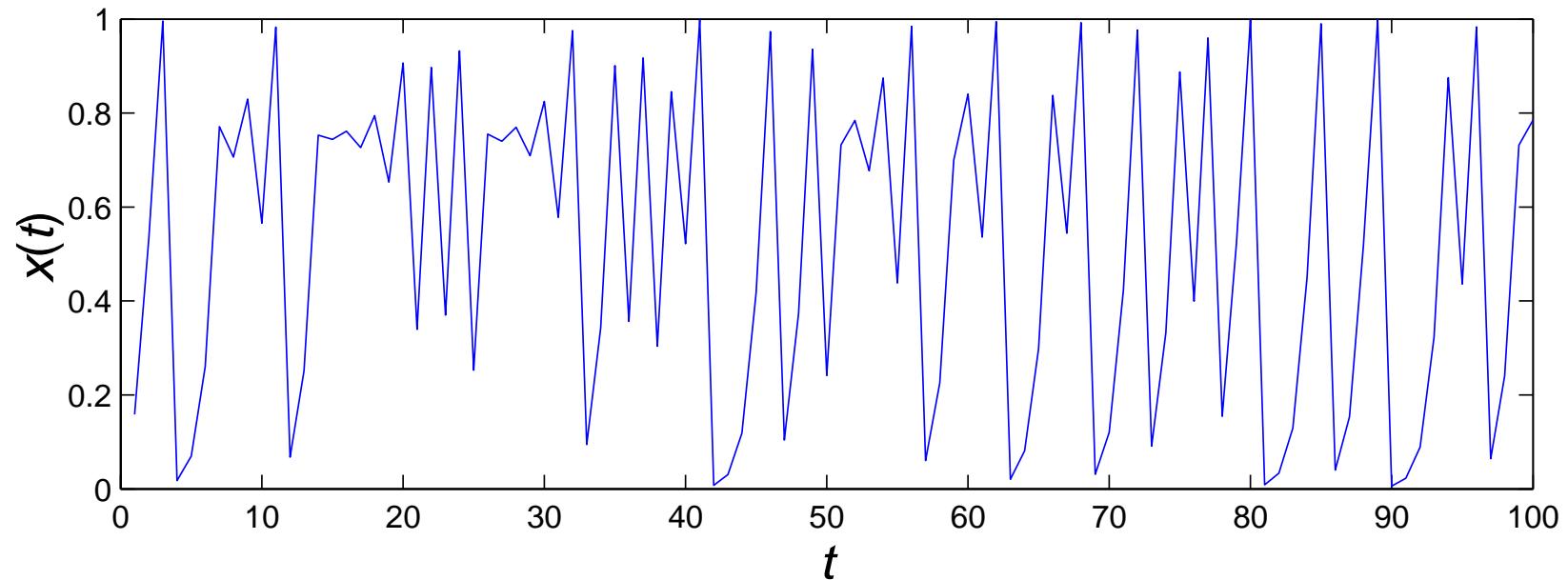
不規則さを生み出す規則



不規則に変動する時間波形

1. 非常に複雑な振る舞い
2. 平均値と変動の大きさがほぼ同じオーダ

不規則さを生み出す規則

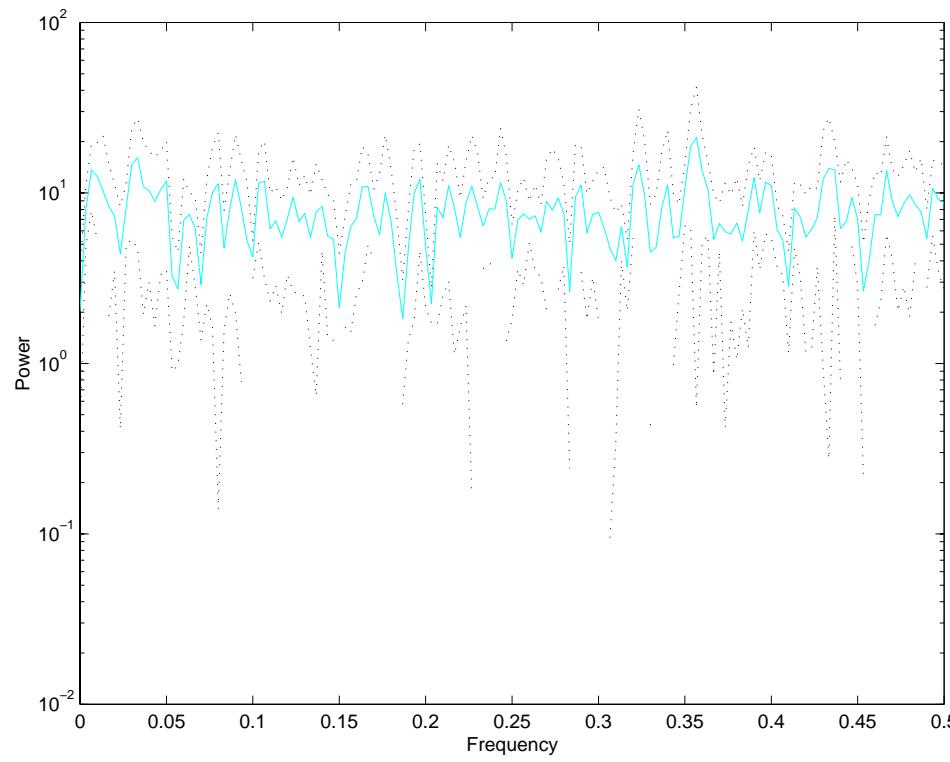


不規則に変動する時間波形

1. 非常に複雑な振る舞い
2. 平均値と変動の大きさがほぼ同じオーダ

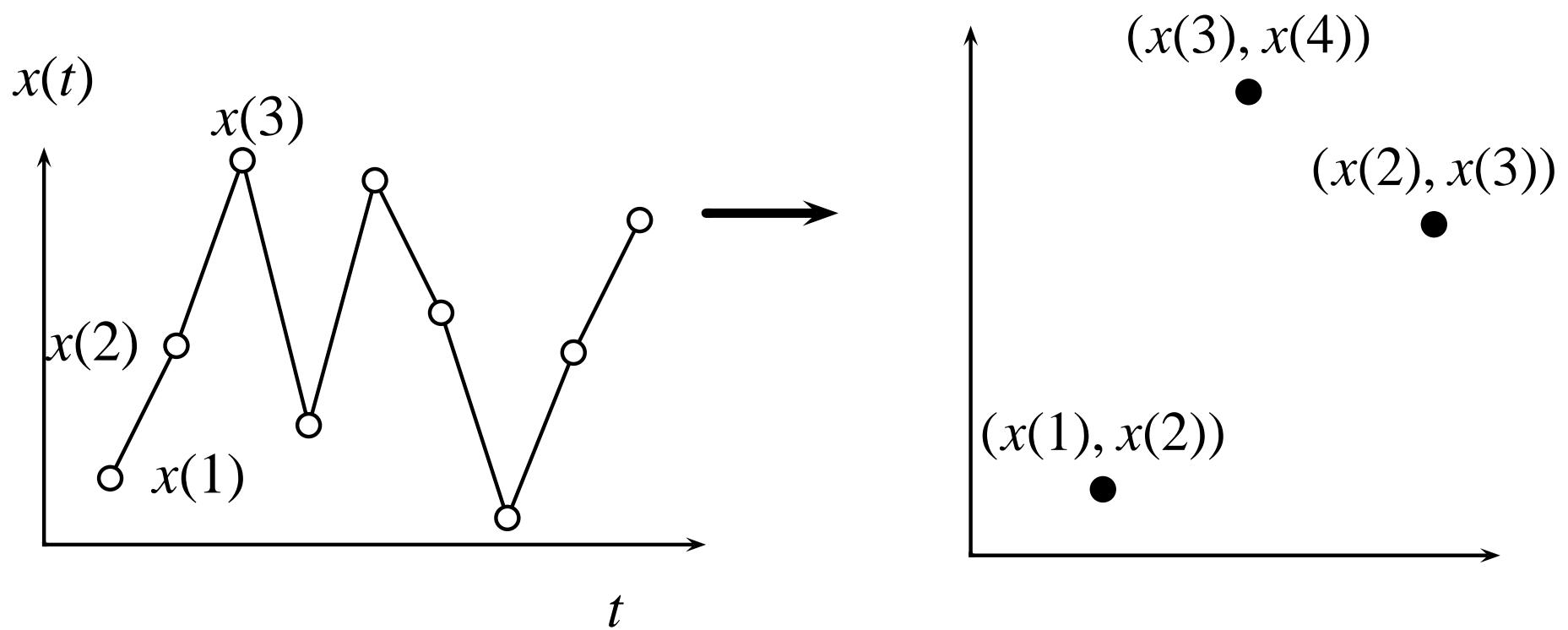
→ 従来は，ノイズとして捨てられてきた存在

実際 パワースペクトラムを推定してみると

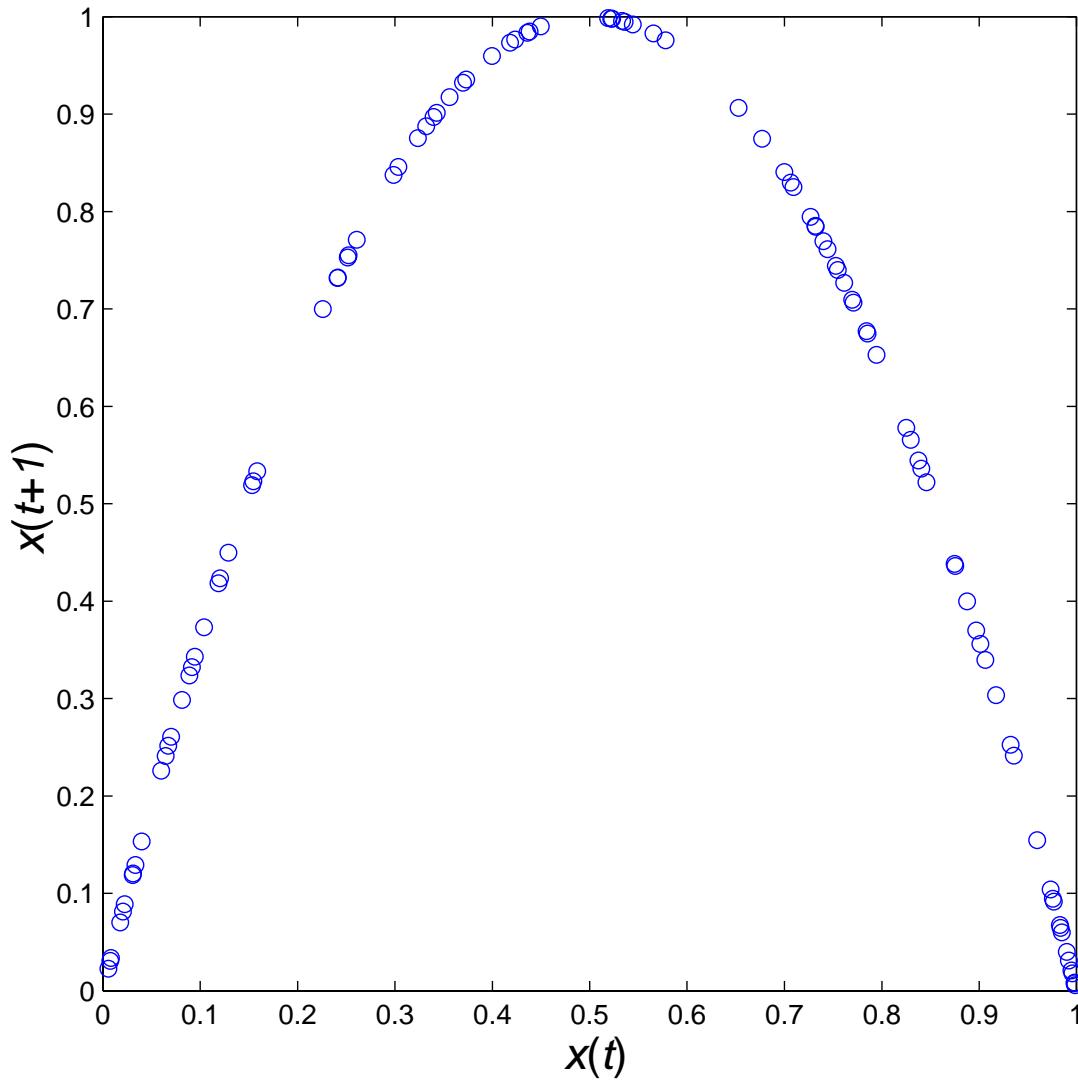


実線・パワースペクトラム，点線・信頼区間
⇒ 低周波から高周波まで一様なパワー
⇒ 白色ノイズ

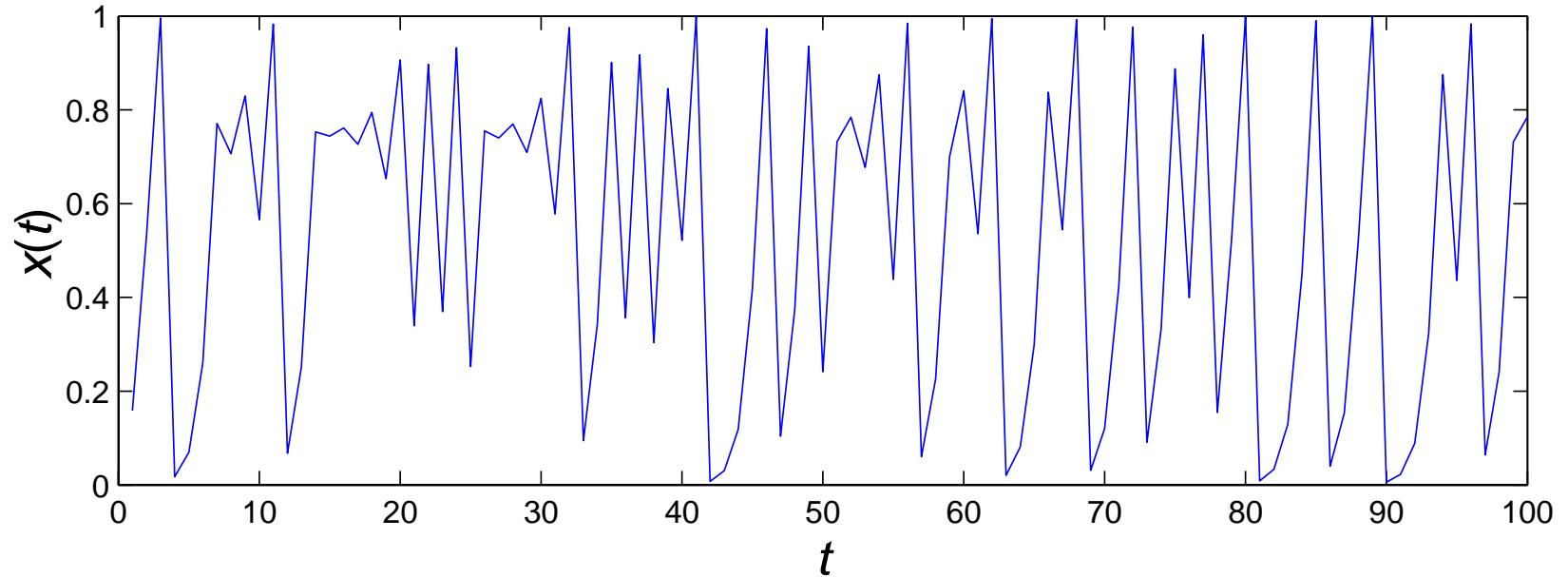
少し違った見方をすると…



放物線が現れた!



実は ...



上の時系列は，次の漸化式 (差分方程式)

$$x(t + 1) = 4x(t)(1 - x(t))$$

に従って生成したもの。

ロジスティック写像 (logistic map)

ポイント

$$x(t+1) = 4x(t)(1 - x(t))$$

- $t = 0$ での値 $x(0)$ (初期値) から $x(1)$ を決定できる
確率的な要素は全く含まれていない
- $t = 1$ での値 $x(1)$ から $x(2)$ を決定できる
- この過程は、次々と繰り返すことができる

初期値が与えられると、未来永劫、
全てが決定される



「決定論に従う」

カオスとは

カオスとは

- 少数自由度の決定論的非線形力学系から生じる複雑な現象

カオスとは

- 少数自由度の決定論的非線形力学系から生じる複雑な現象
 - 1. 少数自由度
ロジスティック写像の自由度は 1

$$x(t + 1) = 4x(t)(1 - x(t))$$

カオスとは

- 少数自由度の決定論的非線形力学系から生じる複雑な現象
 - 1. 少数自由度
ロジスティック写像の自由度は 1
 - 2. 決定論的
ロジスティック写像では現状態 $x(t)$ が決まれば、次状態 $x(t + 1)$ は完全に決定される

$$x(t + 1) = 4x(t)(1 - x(t))$$

カオスとは

- 少数自由度の決定論的非線形力学系から生じる複雑な現象
 - 1. 少数自由度
ロジスティック写像の自由度は 1
 - 2. 決定論的
ロジスティック写像では現状態 $x(t)$ が決まれば、次状態 $x(t + 1)$ は完全に決定される
 - 3. 非線形性
ロジスティック写像には 2 次の非線形性

$$x(t + 1) = 4x(t)(1 - x(t))$$

カオスの源流と発展

カオスの源流と発展

- 2体問題(17c)から3体問題(19c)へ

カオスの源流と発展

- 2体問題(17c)から3体問題(19c)へ
 1. ティコ・ブラーエ…膨大な火星観測データの蓄積

カオスの源流と発展

- 2体問題(17c)から3体問題(19c)へ
 1. ティコ・ブラーエ … 膨大な火星観測データの蓄積
 2. ヨハネス・ケプラー … ケプラーの3法則

カオスの源流と発展

- 2体問題(17c)から3体問題(19c)へ
 1. ティコ・ブラーエ … 膨大な火星観測データの蓄積
 2. ヨハネス・ケプラー … ケプラーの3法則
 3. アイザック・ニュートン … 万有引力，運動方程式

カオスの源流と発展

- 2体問題(17c)から3体問題(19c)へ
 1. ティコ・ブラーエ … 膨大な火星観測データの蓄積
 2. ヨハネス・ケプラー … ケプラーの3法則
 3. アイザック・ニュートン … 万有引力，運動方程式
 4. アンリ・ポアンカレ … 3体問題の否定的解決

カオスの源流と発展

- 2体問題(17c)から3体問題(19c)へ
 1. ティコ・ブラーエ … 膨大な火星観測データの蓄積
 2. ヨハネス・ケプラー … ケプラーの3法則
 3. アイザック・ニュートン … 万有引力，運動方程式
 4. アンリ・ポアンカレ … 3体問題の否定的解決
- カオス現象の観測レベル
– ミクロスケールからマクロスケールまで –

カオスの源流と発展

- 2体問題(17c)から3体問題(19c)へ
 1. ティコ・ブラーエ … 膨大な火星観測データの蓄積
 2. ヨハネス・ケプラー … ケプラーの3法則
 3. アイザック・ニュートン … 万有引力，運動方程式
 4. アンリ・ポアンカレ … 3体問題の否定的解決
- カオス現象の観測レベル
– ミクロスケールからマクロスケールまで –
 1. 相対性理論，量子力学，カオス –20世紀の3大発見–

カオスの源流と発展

- 2体問題(17c)から3体問題(19c)へ
 1. ティコ・ブラーエ … 膨大な火星観測データの蓄積
 2. ヨハネス・ケプラー … ケプラーの3法則
 3. アイザック・ニュートン … 万有引力，運動方程式
 4. アンリ・ポアンカレ … 3体問題の否定的解決
- カオス現象の観測レベル
 - ミクロスケールからマクロスケールまで -
 1. 相対性理論，量子力学，カオス -20世紀の3大発見-
 2. 身近な現象 -単振り子から二重振り子へ-
 - (a) 単振り子，解析的に求解可能，周期解
 - (b) 2重振り子，カオス解

カオスの源流と発展

- 2体問題(17c)から3体問題(19c)へ
 1. ティコ・ブラーエ … 膨大な火星観測データの蓄積
 2. ヨハネス・ケプラー … ケプラーの3法則
 3. アイザック・ニュートン … 万有引力，運動方程式
 4. アンリ・ポアンカレ … 3体問題の否定的解決
- カオス現象の観測レベル
– ミクロスケールからマクロスケールまで –
 1. 相対性理論，量子力学，カオス –20世紀の3大発見–
 2. 身近な現象 –単振り子から二重振り子へ–
 - (a) 単振り子，解析的に求解可能，周期解
 - (b) 2重振り子，カオス解
 3. 20世紀におけるコンピュータ性能の進歩

カオス研究の歴史，先駆者

カオス研究の歴史，先駆者

1. Henri Poincaré , 3 体問題

カオス研究の歴史，先駆者

1. Henri Poincaré , 3 体問題
2. van der Pol, van der Mark (1927) ,
ネオン管を用いた電気回路におけるカオス

カオス研究の歴史，先駆者

1. Henri Poincaré , 3 体問題
2. van der Pol, van der Mark (1927) ,
ネオン管を用いた電気回路におけるカオス
3. J. von Neumann, S. M. Ulam (1947) , 確率論と決定論
On combination of stochastic and deterministic process,
 $f(x) = 4x(1 - x)$

カオス研究の歴史，先駆者

1. Henri Poincaré , 3 体問題
2. van der Pol, van der Mark (1927) ,
ネオン管を用いた電気回路におけるカオス
3. J. von Neumann, S. M. Ulam (1947) , 確率論と決定論
On combination of stochastic and deterministic process,
 $f(x) = 4x(1 - x)$
4. R. E. Kalman (1956) , 非線形サンプル値制御

カオス研究の歴史，先駆者

1. Henri Poincaré , 3 体問題
2. van der Pol, van der Mark (1927) ,
ネオン管を用いた電気回路におけるカオス
3. J. von Neumann, S. M. Ulam (1947) , 確率論と決定論
On combination of stochastic and deterministic process,
 $f(x) = 4x(1 - x)$
4. R. E. Kalman (1956) , 非線形サンプル値制御
5. Y. Ueda, H. Kawakami, N. Akamatsu (1960's)
ダフィング方程式，アナログコンピュータ

カオス研究の歴史，先駆者

1. Henri Poincaré , 3 体問題
2. van der Pol, van der Mark (1927) ,
ネオン管を用いた電気回路におけるカオス
3. J. von Neumann, S. M. Ulam (1947) , 確率論と決定論
On combination of stochastic and deterministic process,
 $f(x) = 4x(1 - x)$
4. R. E. Kalman (1956) , 非線形サンプル値制御
5. Y. Ueda, H. Kawakami, N. Akamatsu (1960's)
ダフィング方程式，アナログコンピュータ
6. E. N. Lorenz (1963) , バタフライ効果

カオス研究の歴史，先駆者

1. Henri Poincaré , 3 体問題
2. van der Pol, van der Mark (1927) ,
ネオン管を用いた電気回路におけるカオス
3. J. von Neumann, S. M. Ulam (1947) , 確率論と決定論
On combination of stochastic and deterministic process,
 $f(x) = 4x(1 - x)$
4. R. E. Kalman (1956) , 非線形サンプル値制御
5. Y. Ueda, H. Kawakami, N. Akamatsu (1960's)
ダフィング方程式 , アナログコンピュータ
6. E. N. Lorenz (1963) , バタフライ効果
7. T. Y. Li & J. A. Yorke (1975), Period Three Implies Chaos

講義の内容(予定)

- 離散時間力学系とカオス
- 連続時間力学系とカオス
- カオスの特徴，数理構造
- カオスと分岐
- カオスとフラクタル
- ニューラルシステムにおけるカオス
- カオスと組み合わせ最適化
- カオス時系列解析

教科書

合原一幸: 「カオス学入門」, 放送大学印刷教材 (2001) .

その他

- 居室
情報棟 723 室
- メールアドレス
`tohru@ics.saitama-u.ac.jp`
- 電話
内 4752 , 048-858-3577
- 講義サポートページ
URL : <http://www.nls.ics.saitama-u.ac.jp/~tohru/Lectures/>
からアクセス
- オフィスアワー
隨時。
出来れば メールなどでアポイントメントをとってほしい。