

2003年 情報理論及演習 後期 2003年10月20日分 略解

1. 三つのサイコロを同時に振るとき，目の合計が8になる確率を求めなさい(10点)。

(答) $\frac{7}{72}$

2. 正しいサイコロ1個と，偶数の目が奇数の目より2倍出やすいという偏った癖のあるサイコロ1個を同時に振るとき，目の合計が2~12となる確率を各々求めなさい(30点)。

(答)

$$\begin{aligned} \text{和 } 2: \frac{1}{54}, \text{ 和 } 3: \frac{3}{54}, \text{ 和 } 4: \frac{4}{54}, \text{ 和 } 5: \frac{6}{54}, \text{ 和 } 6: \frac{7}{54}, \text{ 和 } 7: \frac{9}{54}, \text{ 和 } 8: \frac{8}{54}, \text{ 和 } 9: \frac{6}{54}, \text{ 和 } 10: \frac{5}{54}, \\ \text{和 } 11: \frac{3}{54}, \text{ 和 } 12: \frac{2}{54}. \end{aligned}$$

3. 中が見えない壺に同じ形状の2種類の色の石(黒石5個，白石7個)を入れておく。この壺から1個ずつ順に合計4個の石を取り出すとき，2種類が交互に出てくる確率を求めなさい(20点)。

(答) $\frac{14}{99}$

4. 1000本のクジの中に，1等1,000,000円が1本，2等50,000円が10本，3等10,000円が100本含まれているとする(他は全て空クジとする)。この中から1本を場合の金額の期待値を求めなさい(10点)。

(答) 2,500円

5. ビデオが映らなくなった事象をB，その原因として，

A_1 : ビデオの電子回路の故障(発生確率65%)

A_2 : モータの故障(発生確率25%)

A_3 : テープの破損(発生確率10%)

なる三つの事象があるとする。このとき，条件付き確率を，

$$P(B|A_1) = 30\%$$

$$P(B|A_2) = 60\%$$

$$P(B|A_3) = 10\%$$

とする。ベイズの定理を用いて，三つの事後確率を求めなさい(各5点)。さらに，これらの事後確率の意味を説明しなさい(各5点)。

(答)

$P(A_1|B) = 54.9\%$: ビデオが映らなくなったとき，
ビデオの電子回路の故障が原因と考えられる確率。

$P(A_2|B) = 42.3\%$: ビデオが映らなくなったとき，
モータの故障が原因と考えられる確率。

$P(A_3|B) = 2.8\%$: ビデオが映らなくなったとき，
テープの故障が原因と考えられる確率。

(解説)

ベイズの定理より，

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1)P(B|A_1)}{\sum_{i=1}^3 P(A_i)P(B|A_i)} = \frac{65 \times 30}{65 \times 30 + 25 \times 60 + 10 \times 10} = \frac{39}{71}$$

同様に， $P(A_2|B) = \frac{30}{71}$, $P(A_3|B) = \frac{2}{71}$ と求まる。