

1. 情報源 X と Y が互いに独立であるとき ,

$$H(X, Y) = H(X) + H(Y) \quad (1)$$

となることを示しなさい .

2. 相互情報量 $I(X; Y)$ について ,

$$\begin{aligned} I(X; Y) &= H(X) - H(X|Y) \\ &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N P(x_i, y_j) \log_2 \frac{P(x_i, y_j)}{P(x_i)P(y_j)} \end{aligned} \quad (2)$$

となることを示しなさい .

3. バレーのワールドカップが行われている . 開幕前の全日本チームが優勝する確率は $1/3$ であったとしよう . ある解説者の予想が実際に当たる確率は $2/5$ であるが , この解説者が , 全日本チームが優勝しないと予想した場合の的中率は $4/5$ であるとする . この解説者から , 全日本チームの成績に関して得られる相互情報量を求めたい .

この時 , 以下の問題に答えなさい . 但し , 以下では , 優勝するかどうかを X , 予想が的中するかどうかを Y とし ,

- 1 : 優勝する
- 0 : 優勝しない
- h : 予想が的中する
- f : 予想が的中しない

とする .

- (a) $P(0), P(1)$ を求めなさい .
- (b) $P(h|1), P(h|0)$ を求めなさい .
- (c) (a), (b) の結果を用いて $P(1, h), P(1, f), P(0, h), P(0, f)$ を求めなさい .
- (d) (c) の結果を用いて $P(h), P(f), P(1|h), P(0, h), P(1|f), P(0|f)$ を求めなさい .
- (e) $H(X), H(X|Y), I(X; Y)$ を求めなさい .
- (f) この解説者の予想の当たる確率が $4/5$ である場合 , $I(X; Y)$ を求めなさい .

解答が時間内に終了しなかった場合は , 解答できなかった問題を宿題にします . 次回の演習終了時まで提出してください . A4 サイズの用紙 (表紙不要 . 学籍番号 , 氏名を忘れずに記入) を用いること .