

複雑ネットワーク

池口 徹

埼玉大学 大学院 理工学研究科 情報数理科学専攻
工学部 情報システム工学科
338-8570 さいたま市 桜区 下大久保 255
Tel : 048-858-3577, Fax : 048-858-3716
Email : tohru@ics.saitama-u.ac.jp
URL : <http://www.nls.ics.saitama-u.ac.jp/~tohru>

非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.1/61

予定

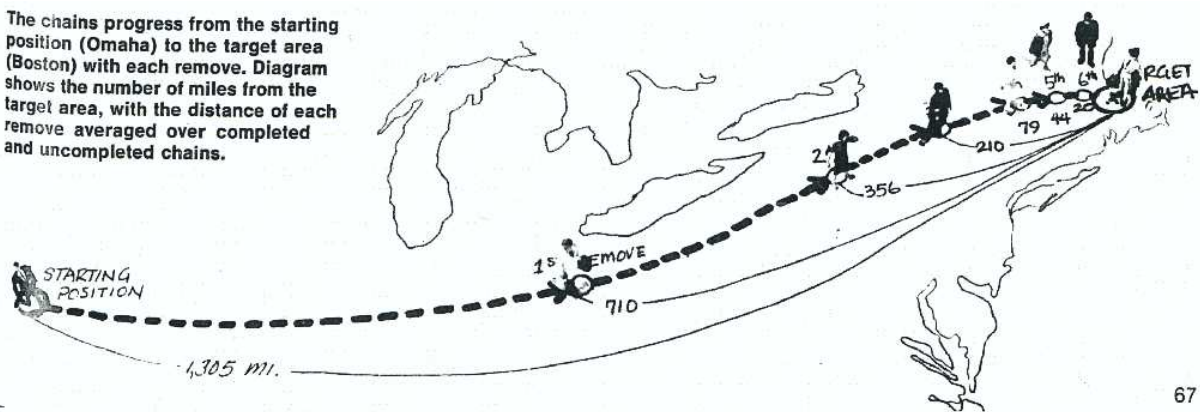
1. 今日 (7.19)
複雑ネットワークの続き
2. 来週 (7.26) 2005 年度最終回
 - 複雑ネットワークの続き (多分)
 - 講義のまとめ, 最新研究の話題
 - 最終課題発表
 - 講義アンケート

必ず出席してください!

非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.2/61

ある実験 …

The chains progress from the starting position (Omaha) to the target area (Boston) with each remove. Diagram shows the number of miles from the target area, with the distance of each remove averaged over completed and uncompleted chains.



67

□ Stanley Milgram (アメリカの心理学者)

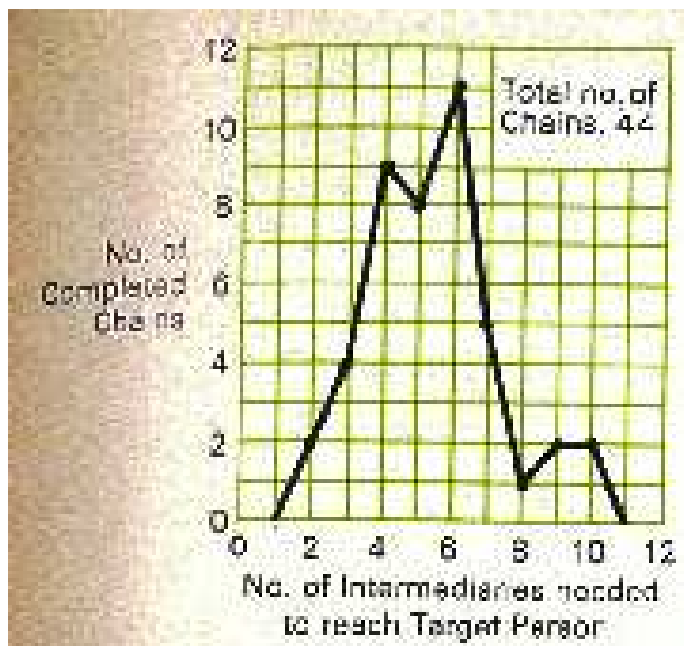
仮説 世界が知人関係からなるネットワークと考えると，世界はある意味で小さい． ⇒ _____

□ 手紙渡しの実験

- Wichita (Kansas 州) → Boston (Massachusetts 州)
- Omaha (Nebraska 州) → Boston (Massachusetts 州)

非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.9/61

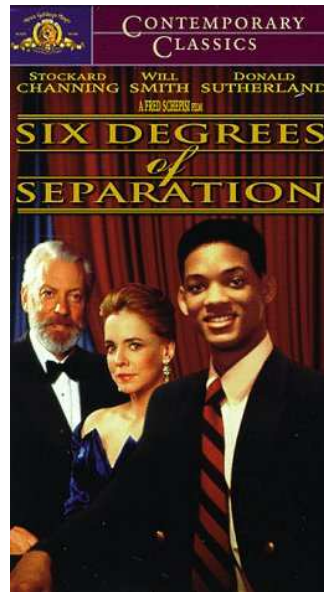
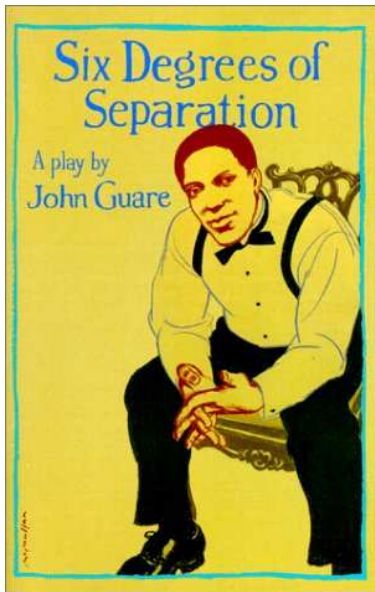
驚くべき結果



S. Milgram: "The Small-World Problem," Psychology Today, Vol.1, pp.67-67, 1967.

非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.13/61

Six Degrees of Separation



邦題 『私に近い6人の他人』

非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.14/61

ケビン・ベーコン・ゲーム



- 俳優の共演関係
 - ケビン・ベーコン自身のベーコン数は _
 - ケビン・ベーコンと共演した俳優のベーコン数は _
 - ケビン・ベーコンと共演した俳優と共演した俳優のベーコン数は _
- <http://www.cs.virginia.edu/oracle/>
- 例: ハリソン・フォード
The Oracle says: Harrison Ford has a Bacon number of 2.
Harrison Ford was in Clear and Present Danger (1994) with Benjamin Bratt. Benjamin Bratt was in The Woodsman (2004) with Kevin Bacon.

非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.15/61

我々はネットワークの中に生きている

- 対人関係・友人関係
- 俳優の共演関係
- インターネット [コンピュータが物理的に接続]
- World Wide Web [ハイパーリンク]
- 会社間の取引関係
- 遺伝子ネットワーク
- 伝染病 (ペスト, エボラ出血熱, SARS)
- ウイルス (生物/コンピュータ)
- 脳・神経回路網
- 飛行機・道路・鉄道
- 電力輸送配電網
- 流行・噂・口コミ
- 性交渉ネットワーク
- たまごっち (祝ケータイかいつー！たまごっちプラス)

非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.18/61

現実問題のネットワークは …

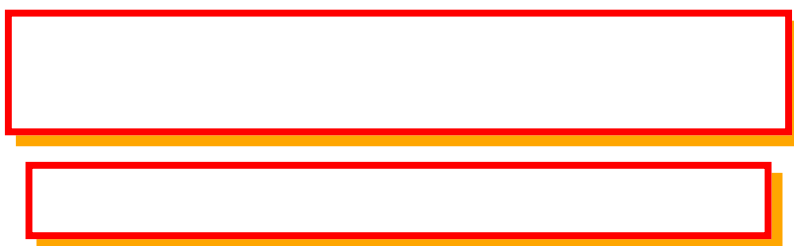
- なぜ, これほどまでに ____ のか?
 - 6 次の隔たり (手紙渡しの実験)
 - ベーコン数の平均値 2.954
- 注意
 - 6 や 2.95 という _____
→ ネットワークの _____ ということが大事
 - WWW の場合, 平均 ____ (クリック) と言われている
 - _____ もあまり意味はない
(ケビン・ベーコンでなくても良い)
 - 他の俳優・女優を中心にした数でも OK
 - ↳ _____ 数
 - ↳ _____ 数
 - ↳ _____ 数
 - ↳ _____ 数

非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.19/61

現実世界のネットワークには

- _____ があるのだろうか？
- もしあるとしたら， _____ だろうか？
- それは _____ されるのだろうか？
- このようなことを考えると _____ できるのか？
- _____ と関係があるのか？

↓ 方法論



非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.20/61

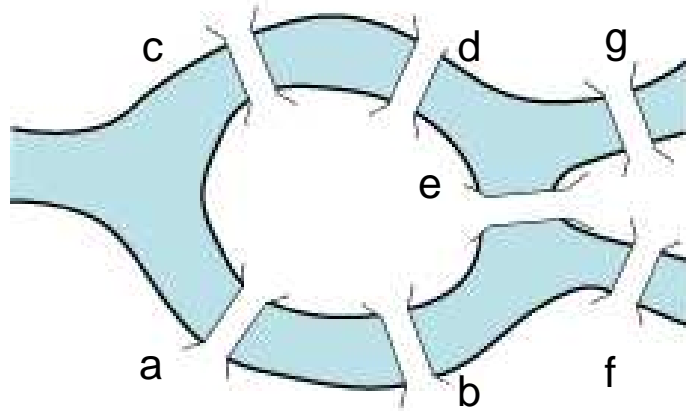
グラフ理論

- 純粋数学の一分野 (1736 年以降)
 - Euler, Cauchy, Hamilton, Cayley, Kirchhoff ...
 - Erdős, Rényi (random network, 1950's)
- 応用への拡がり (1998 年以降)
 - Watts and Strogatz (small world network, 1998)
 - Barabási and colleagues (scale free network, 1999)
- グラフ (graph) とは？
 - 繋がりを _____ と _____ で表現 .
例えば，人を _____ すると，友人関係は _____ で表される .
 - 人と友人関係に限らず，いろいろなネットワークにおける
繋がりを _____ したもの

非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.21/61

グラフ理論のはじまり (1736)

ケーニヒスベルグ (プロイセン) の橋 (1875 年以前)



どの橋も二度渡ることなく、全ての橋を渡ることにはできるか？

⇒ 一筆書きできるか、ということ。

非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.22/61

Euler の証明 (1736)

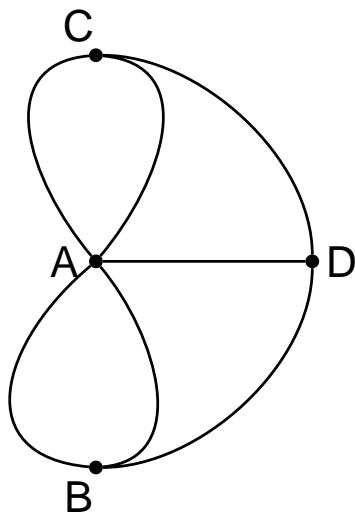
中州, 島 ⇒ _____

橋 ⇒ _____

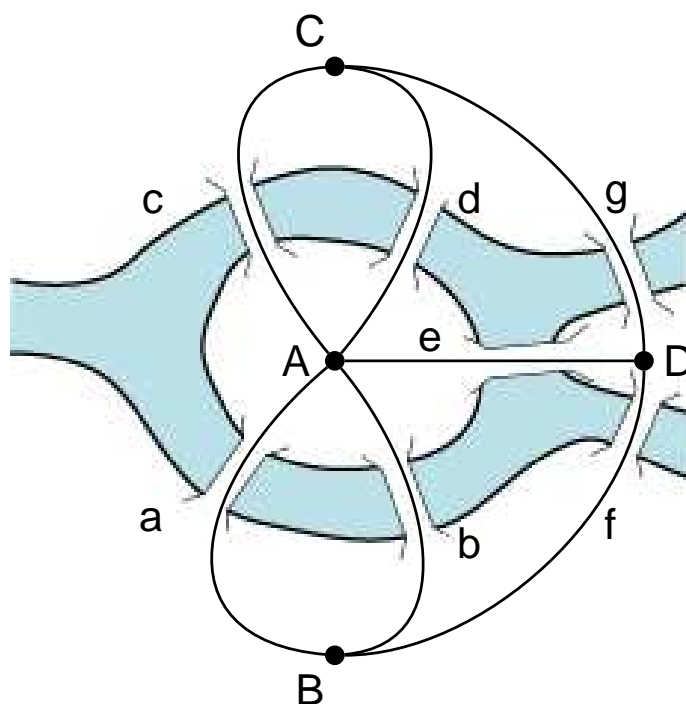
非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.23/61

演習

- ケーヒニスベルグの橋問題において，一筆書きの解は存在しないことを証明しなさい．

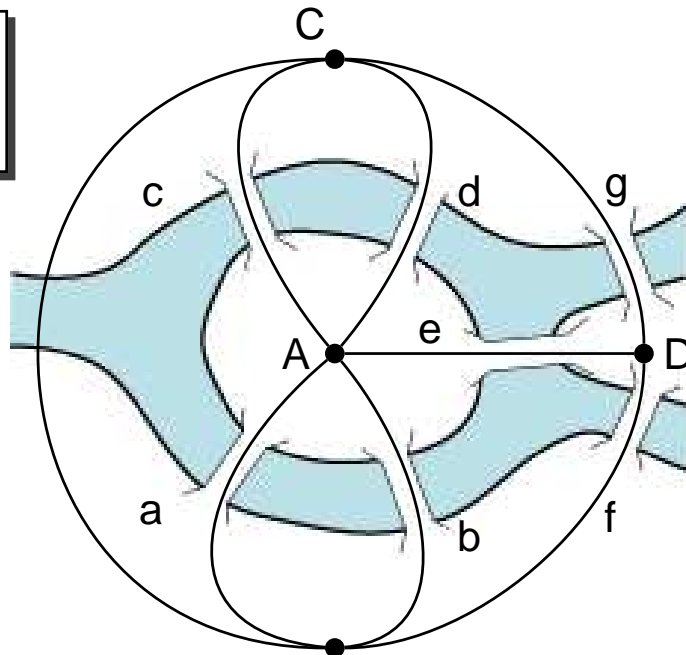


1875年に新しい橋が...



グラフを用いた抽象化により …

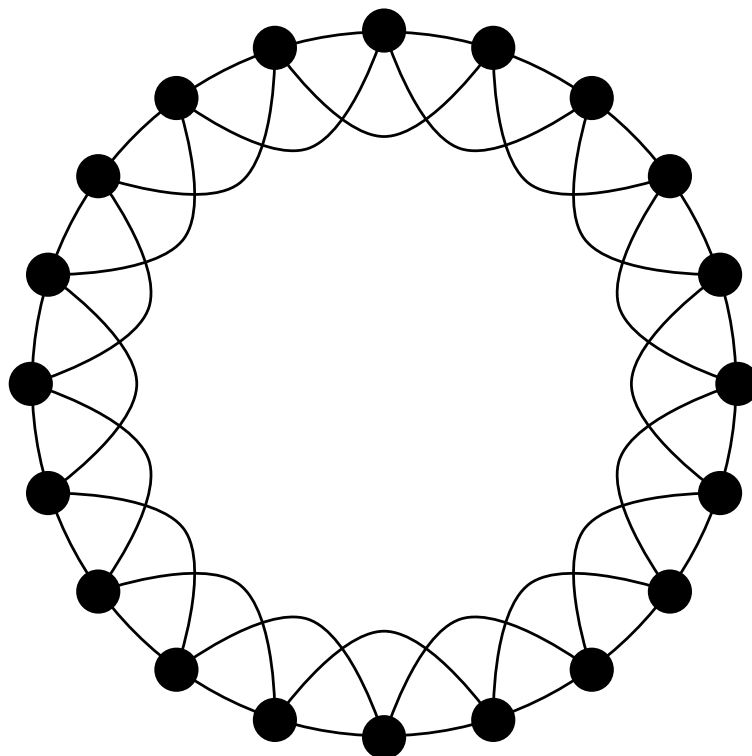
我々が住む世界を
理解するための鍵
になり得る



構造に加えられた小さな変化が、
それまで隠されていた新たな可能性を生み出す

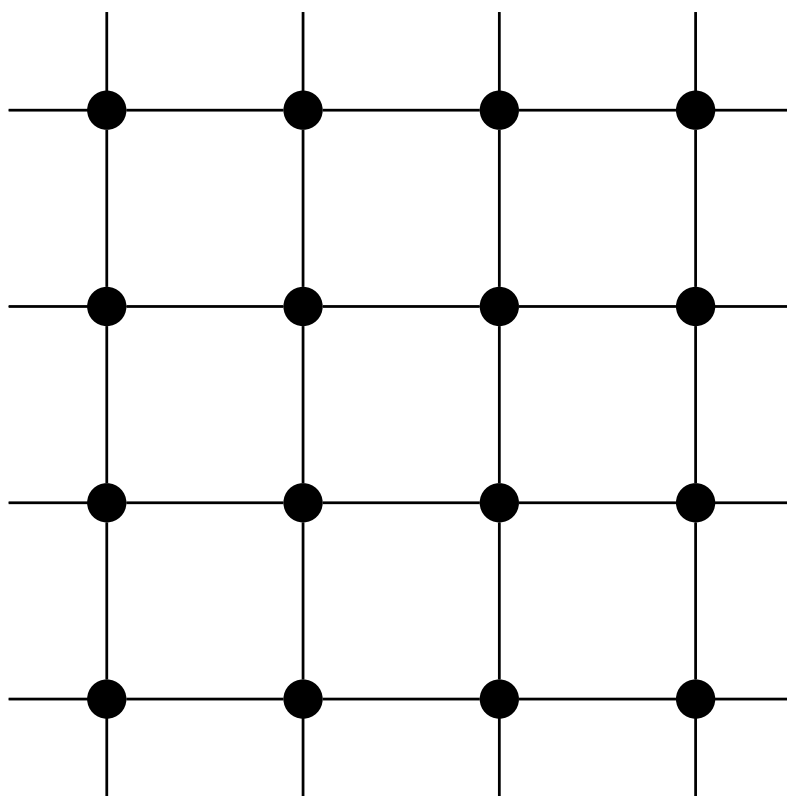
非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.27/61

規則的なグラフの例1



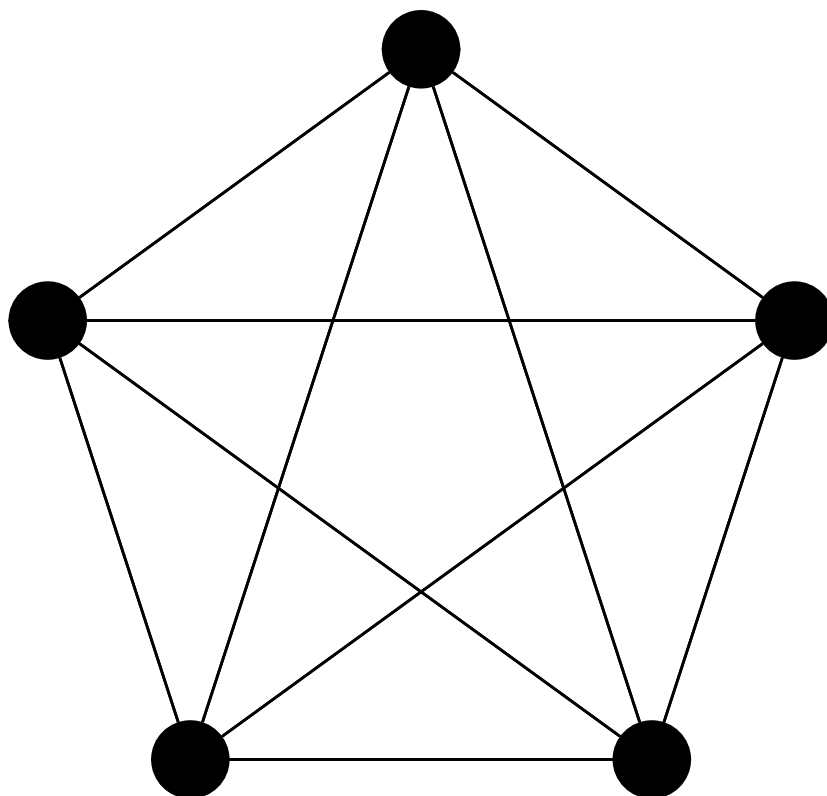
非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.28/61

規則的なグラフの例2



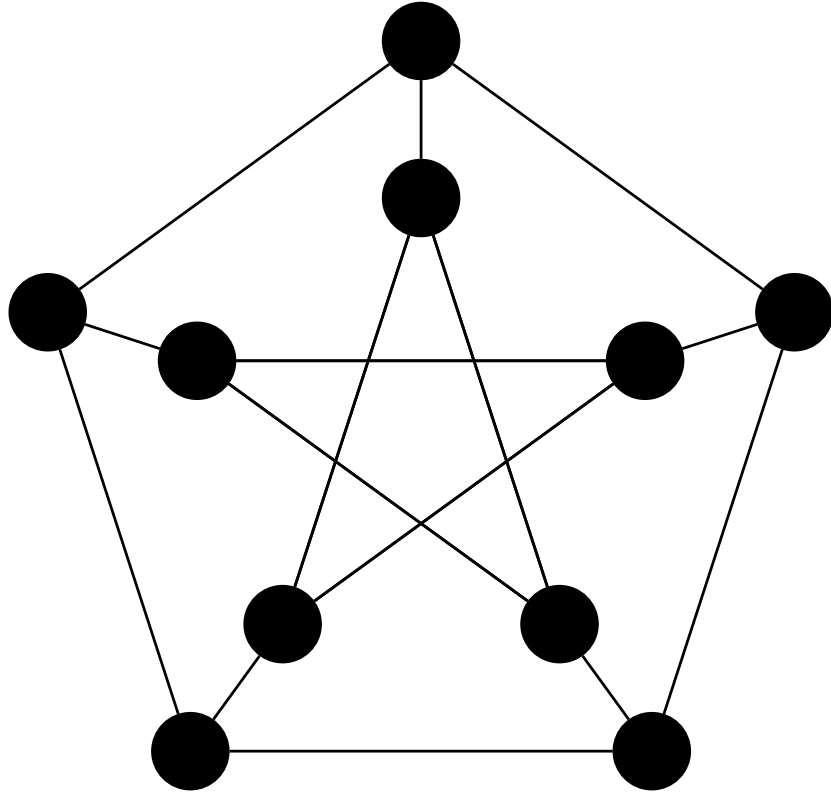
非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.29/61

完全グラフ



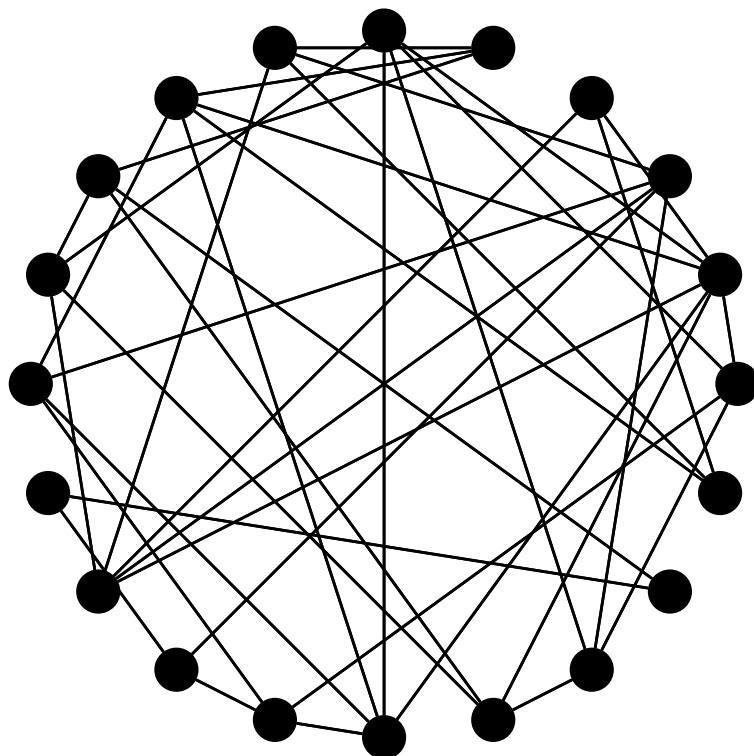
非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.30/61

ピーターセングラフ



非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.31/61

ランダムグラフ (20世紀半ば以降)



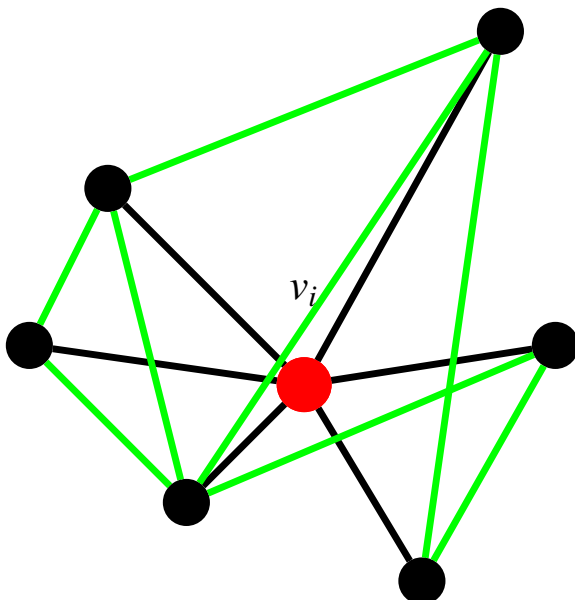
非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.32/61

ネットワークの構造を特徴づける指標

- ❑ 頂点数 (the number of vertices) $N \rightarrow$ ネットワークサイズ
- ❑ 次数 (degree) $k_i (i = 1, 2, \dots, N)$
 \rightarrow 頂点 v_i から出ている枝数 = 頂点 v_i に _____ 頂点数
- ❑ 次数分布 (degree distribution) $p(k)$
- ❑ 平均次数 (average degree) $\langle k \rangle = \sum_{k=0}^{\infty} k p(k)$
- ❑ 平均頂点間距離 (average path length) L
ある頂点から別の頂点に行くために通過しなければならない _____ の枝数を距離とする
- ❑ クラスタリング係数 (clustering coefficients) C
友達と友達は, _____ である (_____)

非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.33/61

クラスタリング係数



- ❑ 頂点 v_i の隣接頂点数は _
- ❑ v_i の隣接頂点が全て結合した場合枝の数は _____
- ❑ この例では, 実際には _ 本
- ❑ v_i のクラスタリング係数 C_i

- ❑ 全体のクラスタリング係数は

非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.34/61

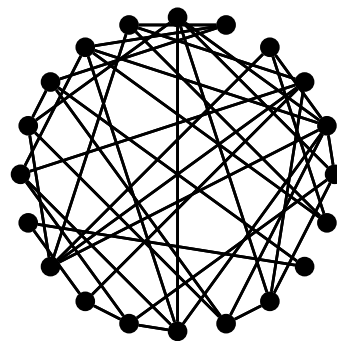
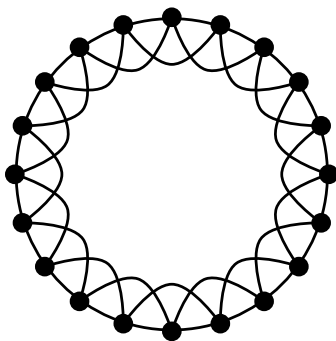
演習

- 以下のグラフの頂点数，平均次数，平均頂点間距離，クラスタリング係数を求めなさい。
 - 規則的なグラフの例 1
 - ピーターセングラフ
 - 完全グラフ

非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.35/61

現実世界のネットワーク構造は？

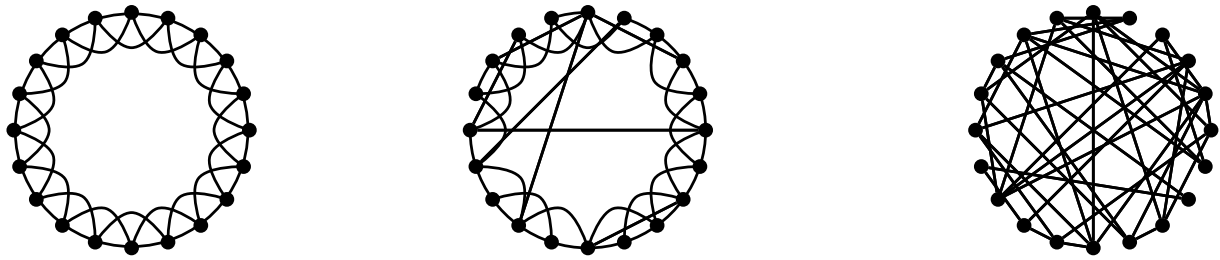
- 『規則的』ではない。∴ 規則的なネットワークでは，
 - 平均頂点間距離が _____ ⇒ _____ でない
- 『ランダム』でもない。∴ ランダムネットワークでは
 - クラスタリング係数は _____
⇒ 友達と友達が， _____ になってしまう



非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.36/61

Random Rewiring によるスモールワールド化

(Watts and Strogatz, 1998)



$p = 0$

各枝を確率 p で繋ぎ変える

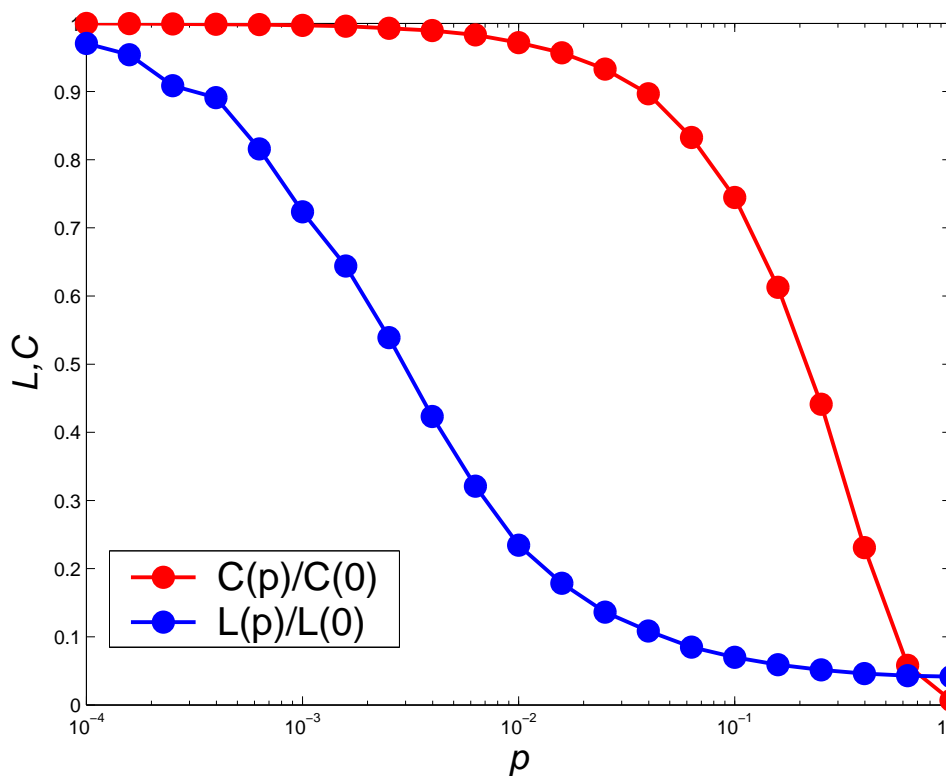
$p = 1$

random rewiring

規則的でもランダムでもない
_____ を有するネットワーク

非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.37/61

Random Rewiring によるスモールワールド化



非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.38/61

現実世界のスモールワールドネットワーク

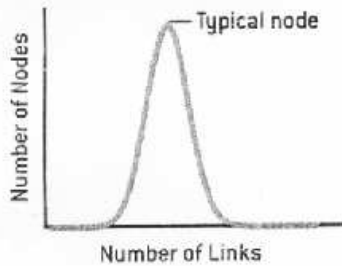
- 平均頂点間距離 L が _____
→ _____ と同じ
- クラスタ性 C がランダムネットワークに比べて _____
→ _____

	L	L_R	L/L_R	C	C_R	C/C_R
映画俳優	3.65	2.99	1.22	0.79	0.00027	2926.0
送電網	18.7	12.4	1.51	0.080	0.005	16.0
線虫	2.65	2.25	1.18	0.28	0.05	5.6

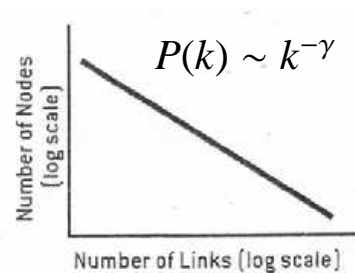
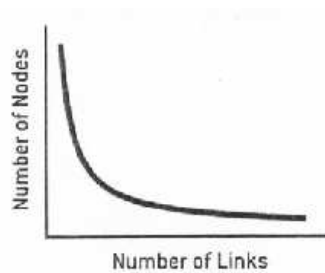
非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.39/61

ところが、次数分布は …

ここまでのネットワーク



実際のネットワーク



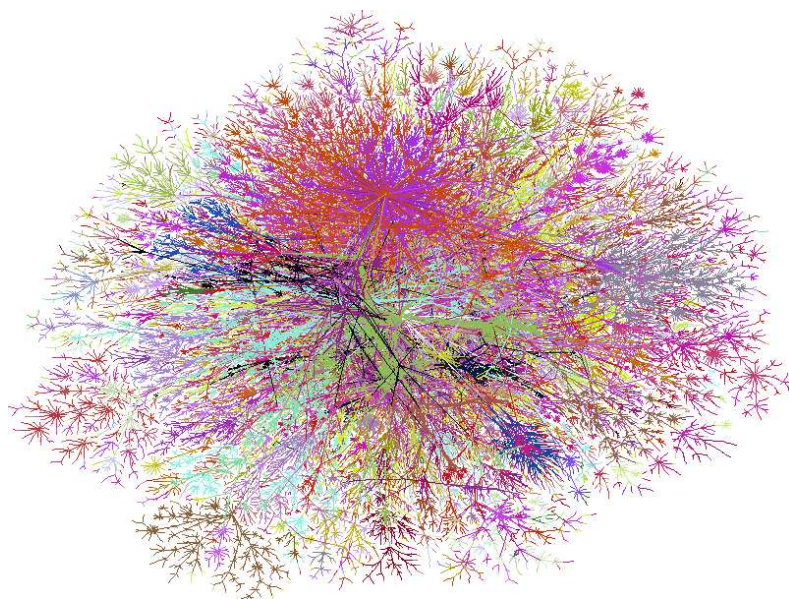
- _____ (多数のリンクを持つ) の存在
- _____ (になることが多い)



非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.41/61

実際のネットワーク構造

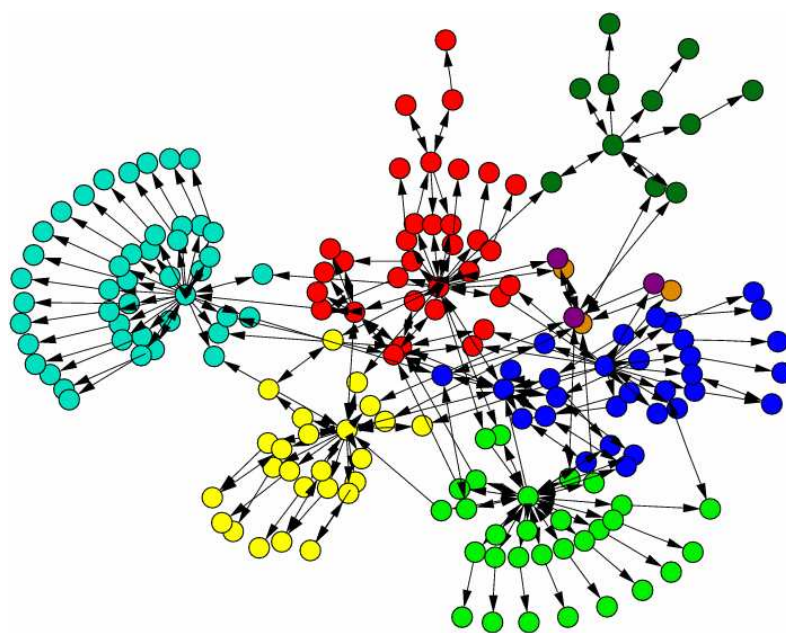
- インターネット
- ウェブページ
- 友人関係
- ああ無情
- 共同研究
- 結核感染
- 性交渉



非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.42/61

実際のネットワーク構造

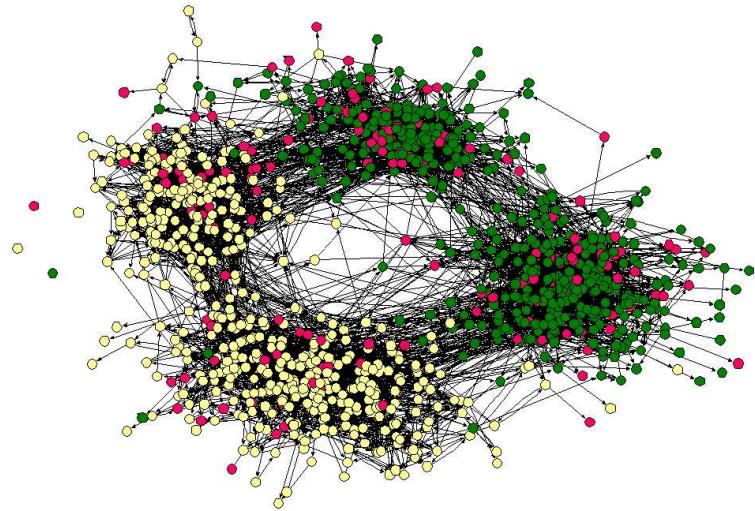
- インターネット
- ウェブページ
- 友人関係
- ああ無情
- 共同研究
- 結核感染
- 性交渉



非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.43/61

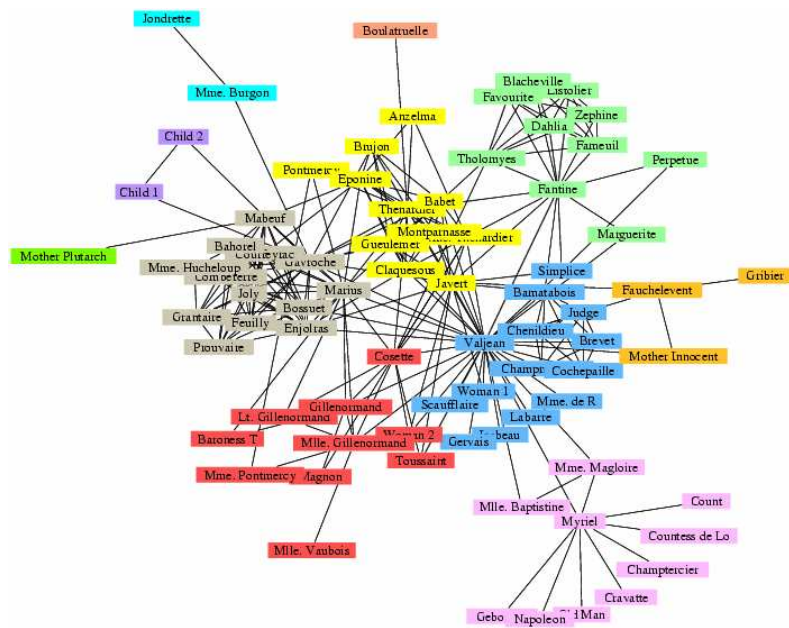
実際のネットワーク構造

- インターネット
- ウェブページ
- 友人関係
- ああ無情
- 共同研究
- 結核感染
- 性交渉



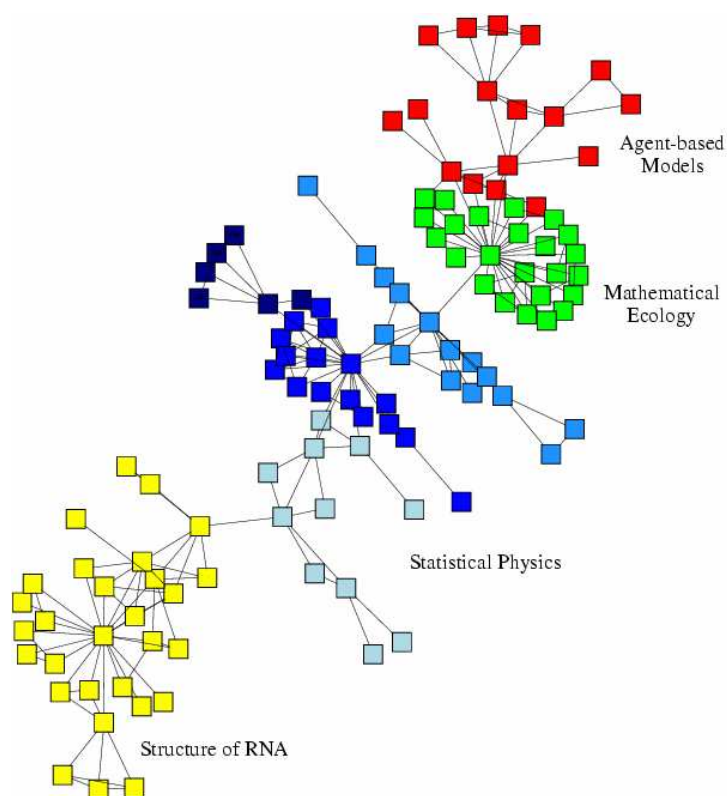
実際のネットワーク構造

- インターネット
- ウェブページ
- 友人関係
- ああ無情
- 共同研究
- 結核感染
- 性交渉



実際のネットワーク構造

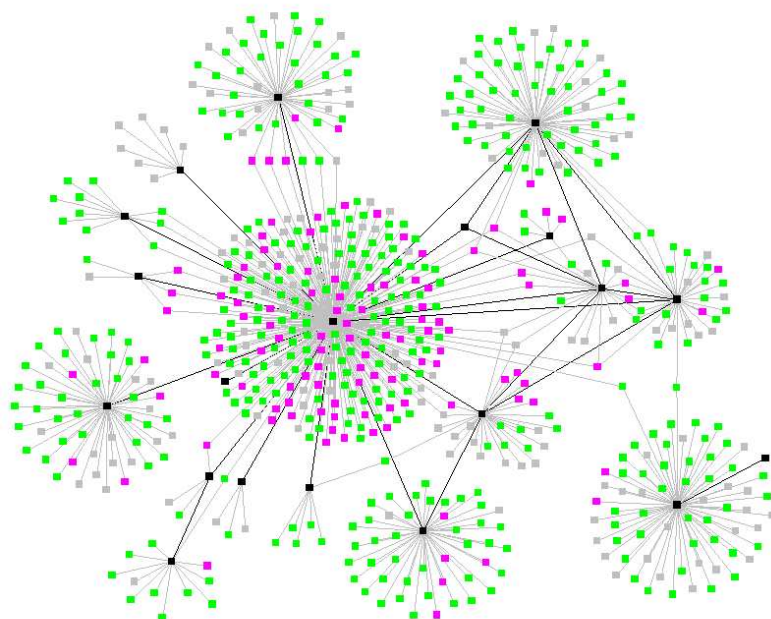
- インターネット
- ウェブページ
- 友人関係
- ああ無情
- 共同研究
- 結核感染
- 性交渉



非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.46/61

実際のネットワーク構造

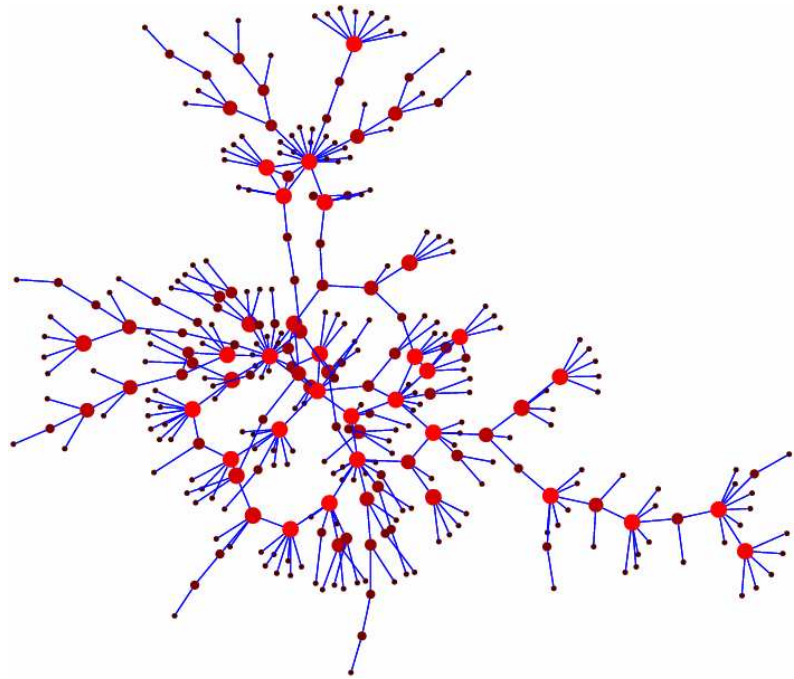
- インターネット
- ウェブページ
- 友人関係
- ああ無情
- 共同研究
- 結核感染
- 性交渉



非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.47/61

実際のネットワーク構造

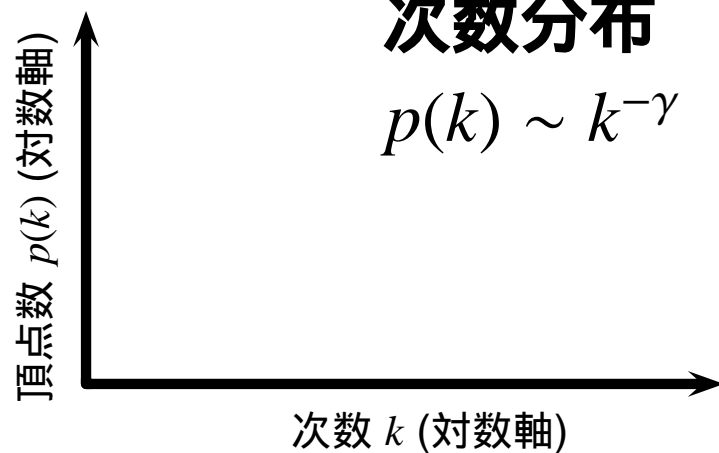
- インターネット
- ウェブページ
- 友人関係
- ああ無情
- 共同研究
- 結核感染
- 性交渉



非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.48/61

実際のネットワーク構造

- インターネット
- ウェブページ
- 友人関係
- ああ無情
- 共同研究
- 結核感染
- 性交渉



非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.49/61

スケール・フリー性を生み出すには？

- ネットワークは _____ している
 - ⇒ ネットワークに _____ 頂点が加えられていく
 - インターネット
 - WWW
- _____ 頂点は _____ 頂点に接続する傾向がある
 - ⇒ _____
 - Yahoo
 - Google

非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.50/61

スケールフリーネットの作り方

1. m_0 個の完全グラフを初期状態とする
2. $m (< m_0)$ 本の枝を持つ新しい頂点を一つずつ付加する
3. 新しい枝が結合する頂点を _____ で決める
 - ⇒ 既存の頂点 v_i の次数を k_i とすると新しい枝が v_i に結合する確率は

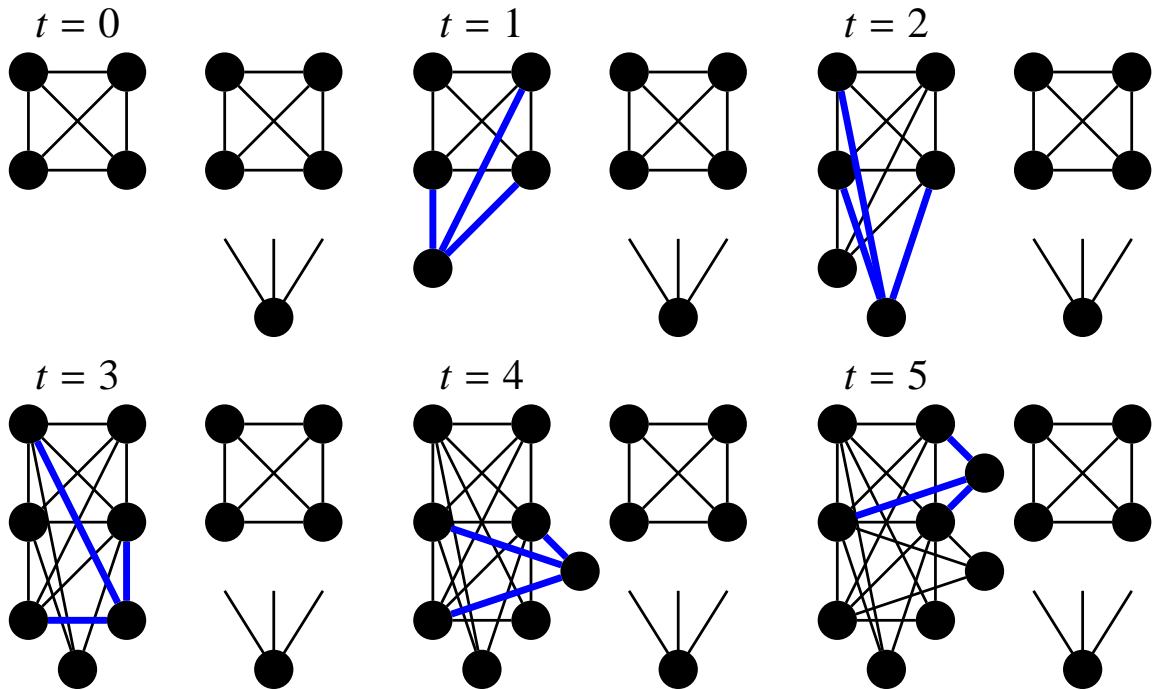
$$\Pi(k_i) = \frac{k_i}{\sum_{i=1}^n k_i}, \quad (1 \leq i \leq n)$$

となる

4. これにより _____ が出現

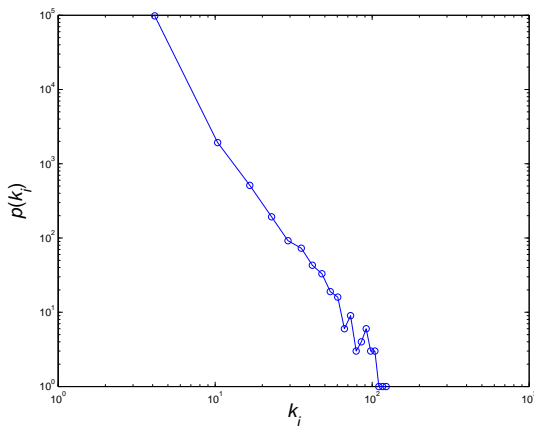
非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.51/61

スケールフリーネットの作り方



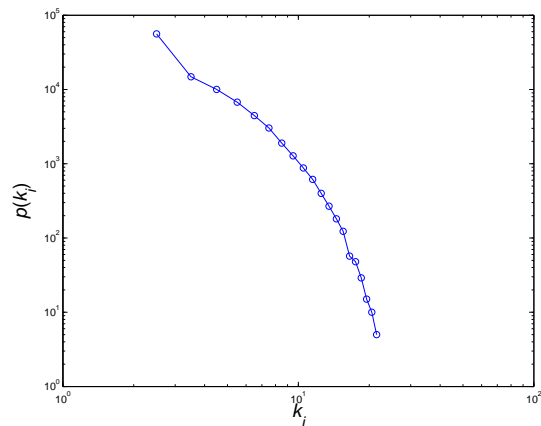
非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.52/61

べき則の出現



成長 + 優先的選択

$$p(k) \sim k^{-3}$$



成長のみ

- ❑ 成長 + 優先的選択のみがべき則を導く訳ではない
- ❑ このモデルでのクラスタ性は小さくなることにも注意

非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.53/61

アルゴリズムの拡張

- ❑ 適応度モデル
⇒ ボーズ・アインシュタイン凝縮との関連

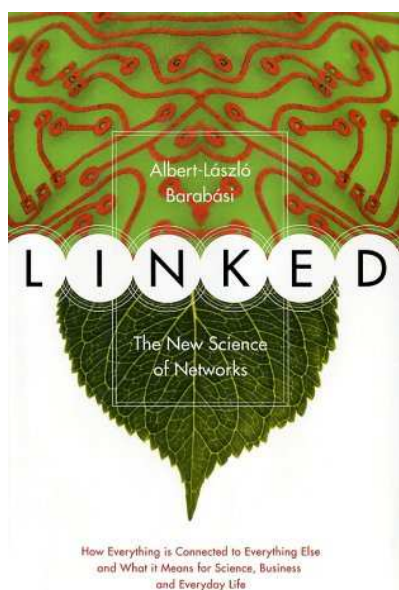


- ❑ 頂点非活性化モデル
- ❑ 階層的モデル
- ❑ 閾値モデル
- ❑ etc

現実問題との関わり …

- ❑ なぜインターネットはルータの故障に対して頑健なのか？
一日平均約百台のルータが故障している。
- ❑ なぜ金持ちはますます金持ちになるのか？
80対20の法則 (パレートの法則)
- ❑ 金持ちがますます成功する社会で、
新参者はどうすれば生き残れるのか？
- ❑ なぜマイクロソフトは一人勝ちしたのか？
- ❑ 有限な予算で病気の感染拡大を防ぐにはどうすべきか？
- ❑ ブラックアウトを防ぐ手立てはあるのか？

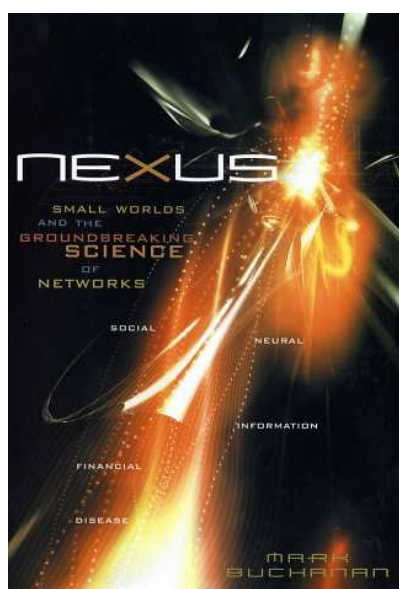
書籍紹介



アルバート＝ラズロ・バラバシ 著，青木薫 訳：
新ネットワーク思考～ 世界のしくみを読み解く～ ，NHK 出版，
2002 .

非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.56/61

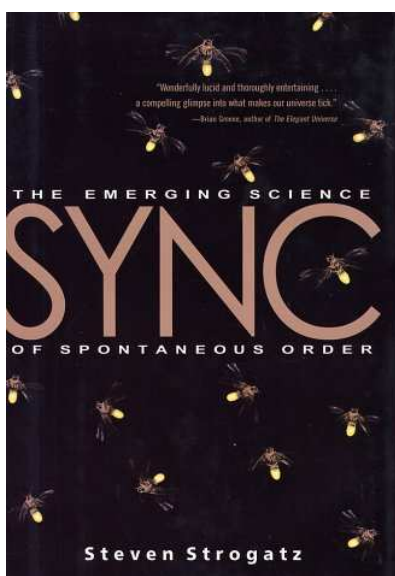
書籍紹介



マーク・ブキャナン 著，阪本芳久 訳：
複雑な世界，単純な法則，-ネットワーク科学の最前線-，草思社，
2005 .

非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.57/61

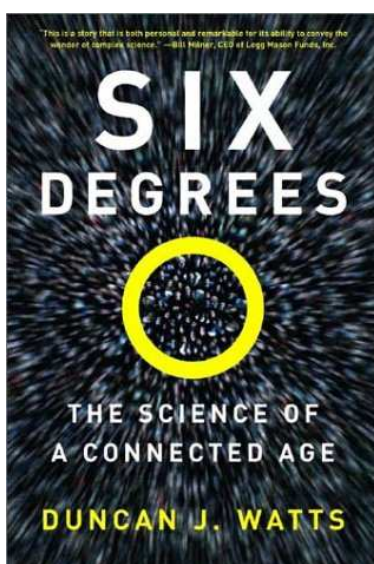
書籍紹介



スティーブン・ストロガッツ 著，蔵本由紀 監修，長尾力 訳：
シンク
SYNC，-なぜ自然はシンクロしたがるのか-，早川書房，2005。

非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.58/61

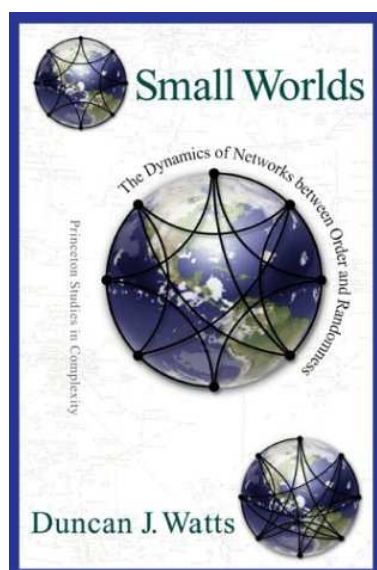
書籍紹介



Duncan J. Watts, Six Degrees, The Science of a Connected Age, W. W. Norton & Company, 2003 .

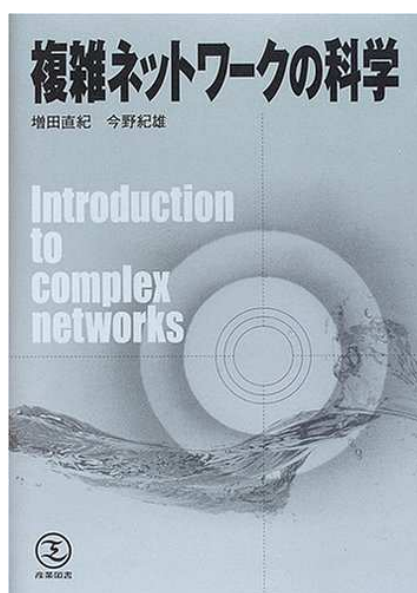
非線形システム概論 2005 / 池口 徹 - p.59/61

書籍紹介



Duncan J. Watts, *Small Worlds, The Dynamics of Networks between Order and Randomness*, Princeton University Press, 1999.

書籍紹介



増田 直紀，今野 紀雄 著：
複雑ネットワークの科学，産業図書，2005。