

非線形システム概論 2005

差分方程式

池口 徹

埼玉大学 大学院 理工学研究科 情報数理科学専攻

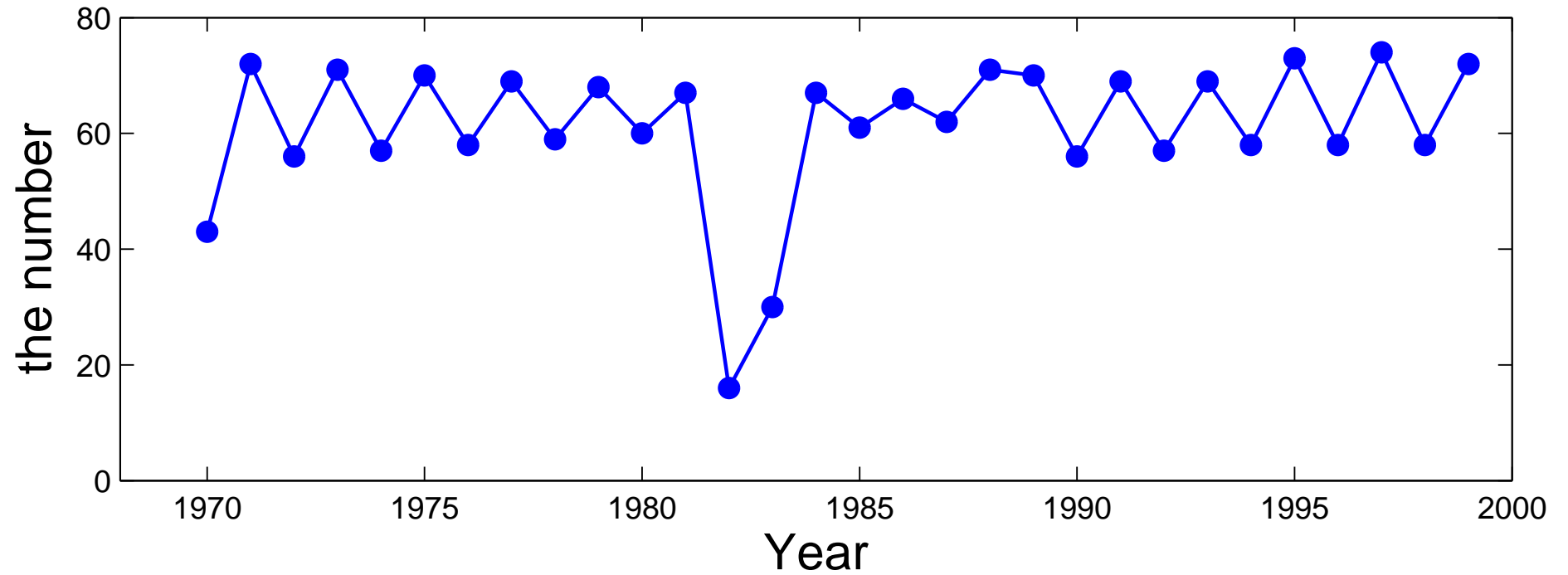
338-8570 さいたま市 桜区 下大久保 255

Tel : 048-858-3577, Fax : 048-858-3716

Email : tohru@ics.saitama-u.ac.jp

URL : <http://www.nls.ics.saitama-u.ac.jp/~tohru>

ある時系列データ (ハエの個体数)



ハエの個体数の変化をモデル化する

- ある年 (夏) のハエの数は, 前年の卵の数に依存
- タマゴの数は, その年 (夏) の蠅の数に依存
- 従って, ある年 (夏) の蠅の数は, 前年 (の夏) の数に依存

$$N_{t+1} = f(N_t)$$

- この式の意味は?
- N_t とは?
- なぜ f ?
- これを
- 時間と共に状態 N_t が変化する

という.

どのような f が良いのだろうか?

- 一番簡単なモデル

$$N_{t+1} = RN_t$$

- 繰り返し (イタレーション)

- 初期条件

- 代入

線形な差分方程式の振る舞い

□ $R > 0$

・ $0 < R < 1$

・ $1 < R$

・ $R = 1$

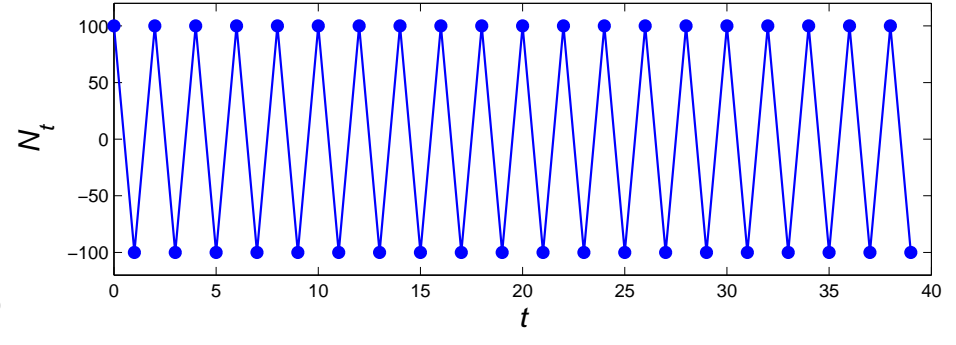
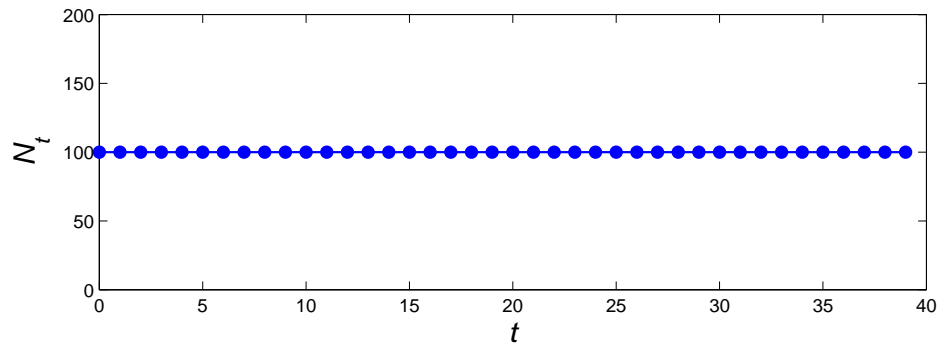
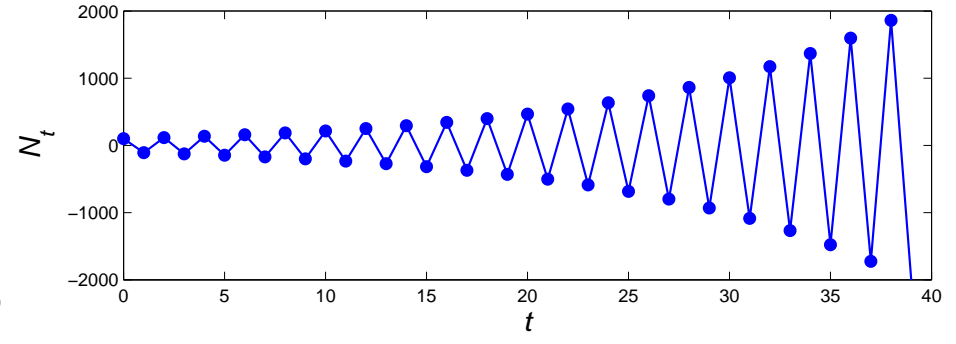
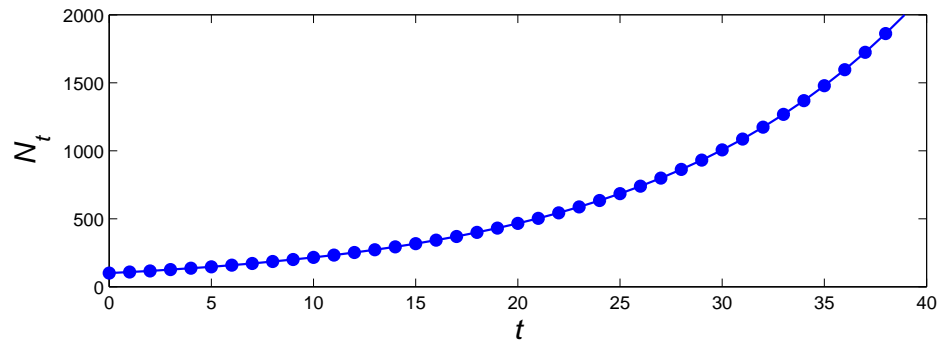
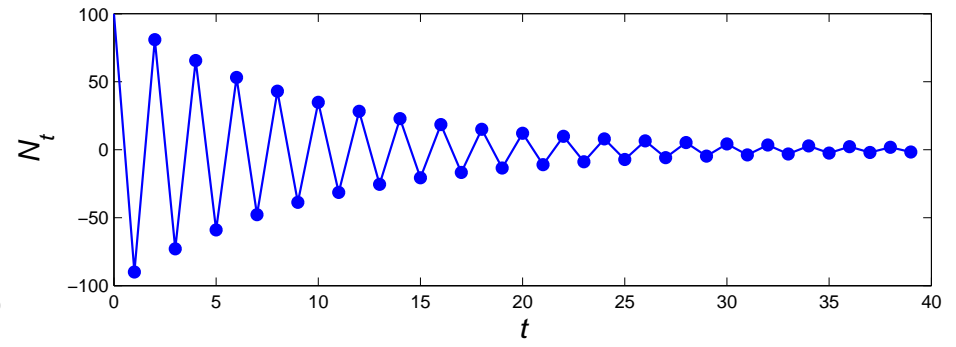
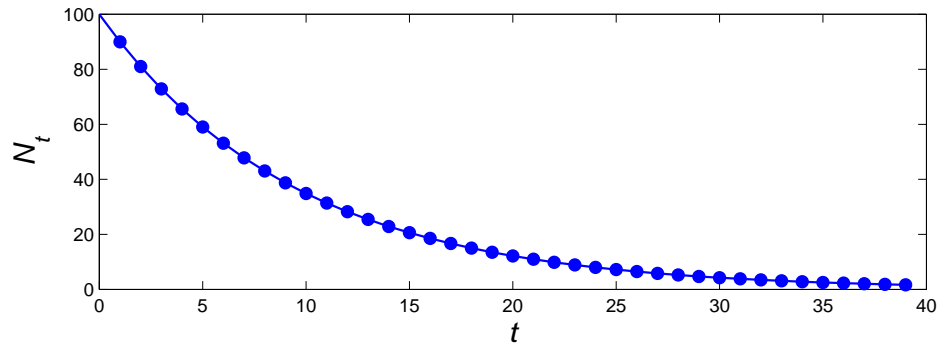
□ $R < 0$

・ $-1 < R < 0$

・ $R < -1$

・ $R = -1$

線形な差分方程式の振る舞い



非線形な差分方程式を扱うために!

注意!

非線形な差分方程式では、解析的に解を求めることが不可能である。

そこで、以下の手法が重要となる



図式解法

□ $N_0 = 0.7, R = 1.9$ とすると …

数値的な繰り返し計算

□ $N_0 = 100, R = 0.9$ とすると …

演習問題

1. 線形な差分方程式の振る舞いは，何通りに分類することが出来るか．
2. 線形な差分方程式

$$x_{t+1} = 0.9x_t$$

を考える．

- (a) 初期値を $x_0 = 3.2$ としたときの，この差分方程式の解の振る舞いを図式解法を用いて表現せよ．
 - (b) 初期値を $x_0 = -3.2$ としたときには，どうなるか？
 - (c) この差分方程式の解の振る舞いは，最終的にはどうなるか？
3. ハエの個体数変化を線形な差分方程式 $N_{t+1} = RN_t$ でモデル化しようと考えた場合，
 - (a) モデル化できるといって良いか？
 - (b) もし良くないとすれば，次にはどのような差分方程式を用いるべきか？