ハエの個体数変動は線形か?

- ハエの個体数の変動は，
  1. 減衰する，
  2. 発散する，
  3. 一定の値となる，
  4. 正負を繰り返しながら減衰する，
  5. 正負を繰り返しながら発散する，
  6. 正負を繰り返しながら発散する，

  のいずれでもない．
- 即ち，線形な差分方程式で，モデル化すること ________

モデルの改良

$$N_{t+1} = RN_t$$

- この式の意味は?
- R の意味は?
- 問題点は?
  1.
  2.
- これらを考えて以下のように改良しよう.

これって非線形?

$$N_{t+1} = (R - bN_t)N_t = RN_t - bN_t^2$$

- これは　　　　　な差分方程式
- どこが　　　　　?→

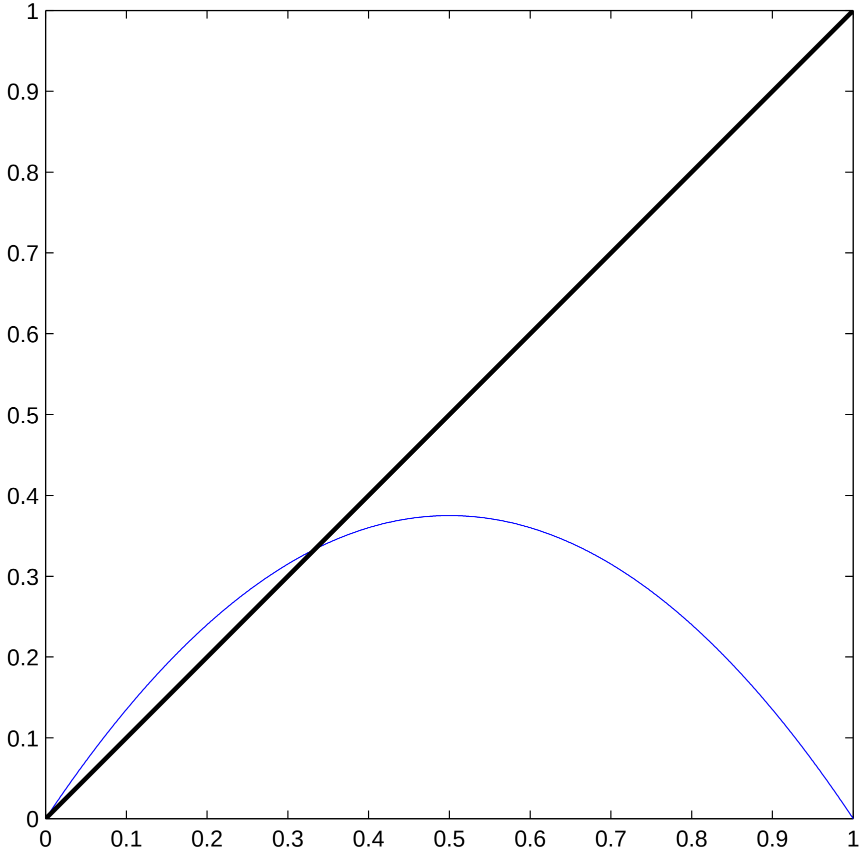
- $x_t = \dfrac{bN_t}{R}$ とすると

となる．これは，　　　　　　　　　　と呼ばれている．

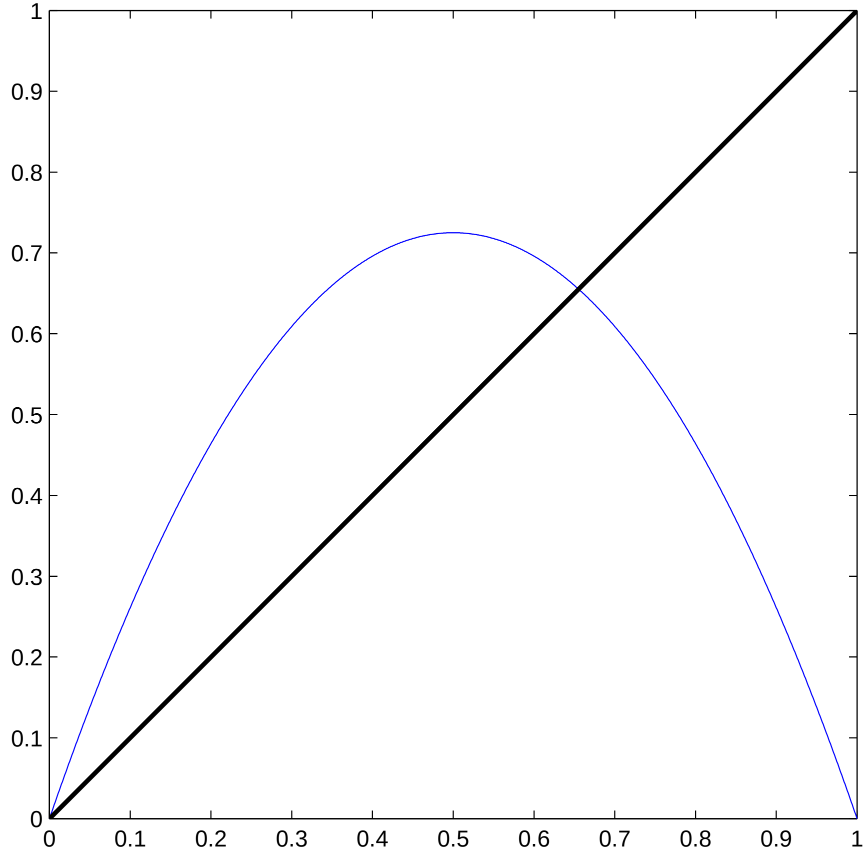
ロジスティック写像と図式解法 (1)

$$x_{t+1} = Rx_t(1 - x_t)$$

$R = 1.5$



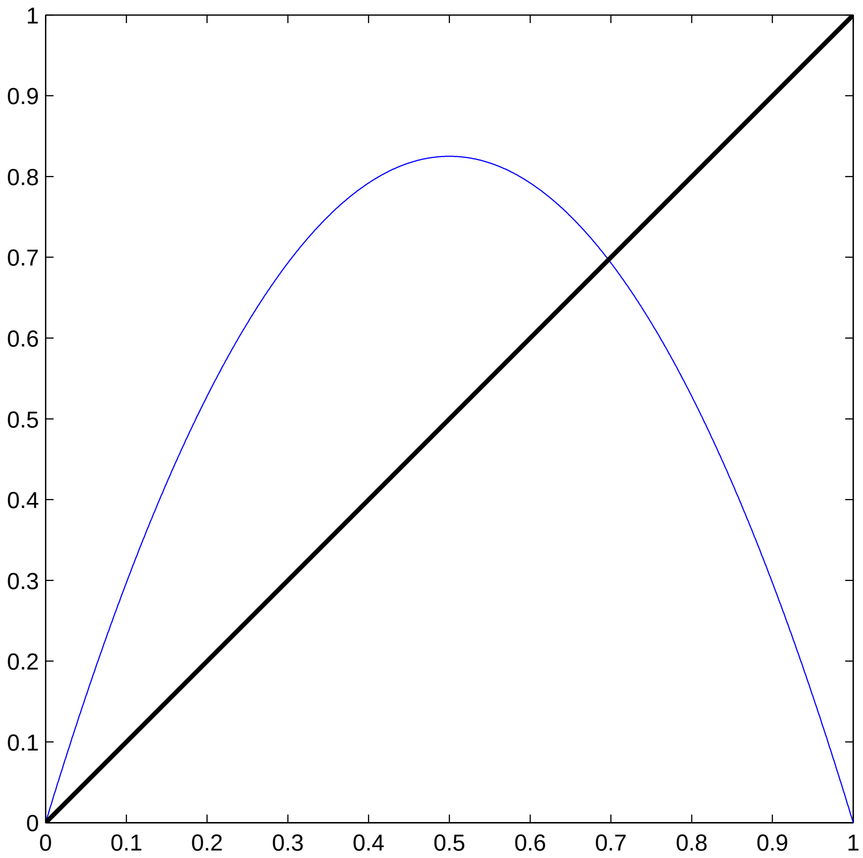
$R = 2.9$



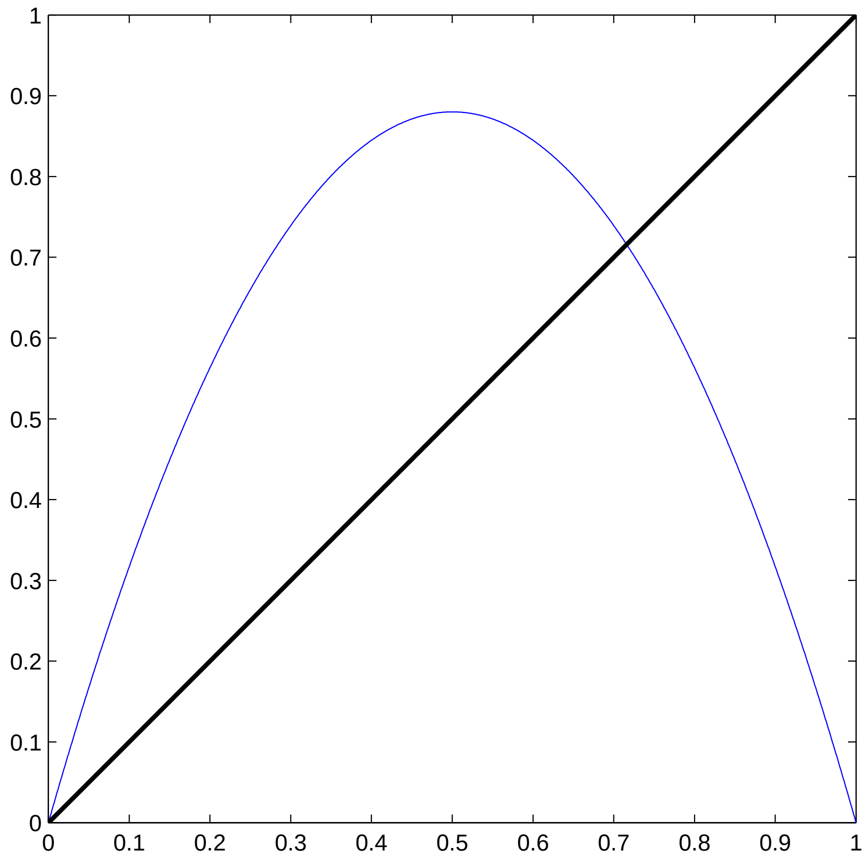
ロジスティック写像と図式解法 (2)

$$x_{t+1} = Rx_t(1 - x_t)$$

$R = 3.3$



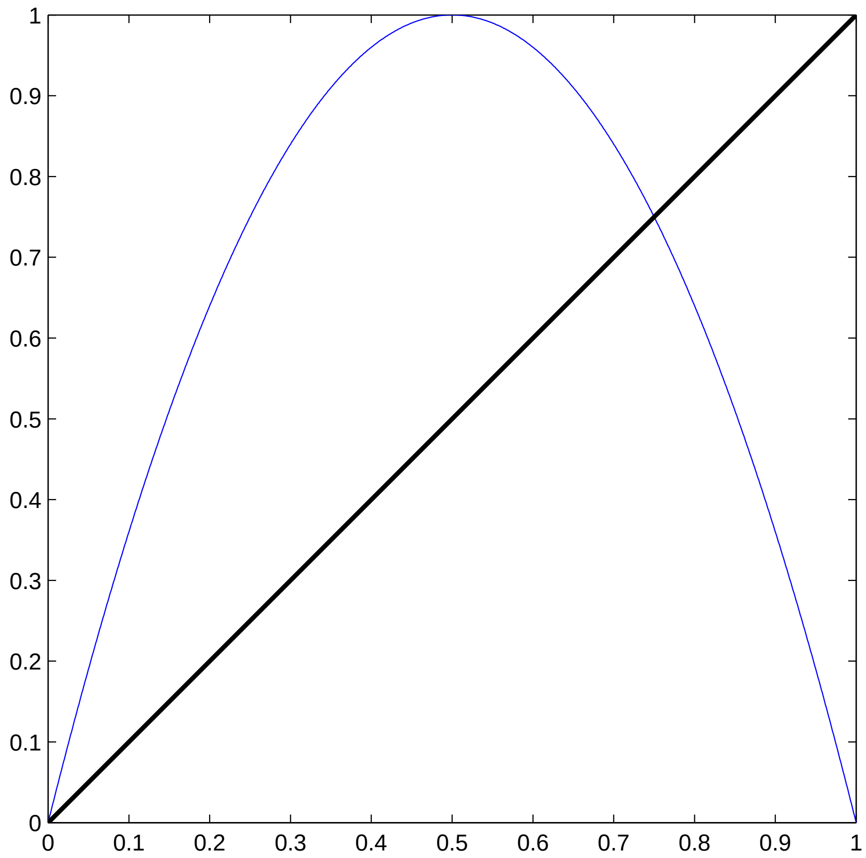
$R = 3.52$



ロジスティック写像と図式解法 (3)

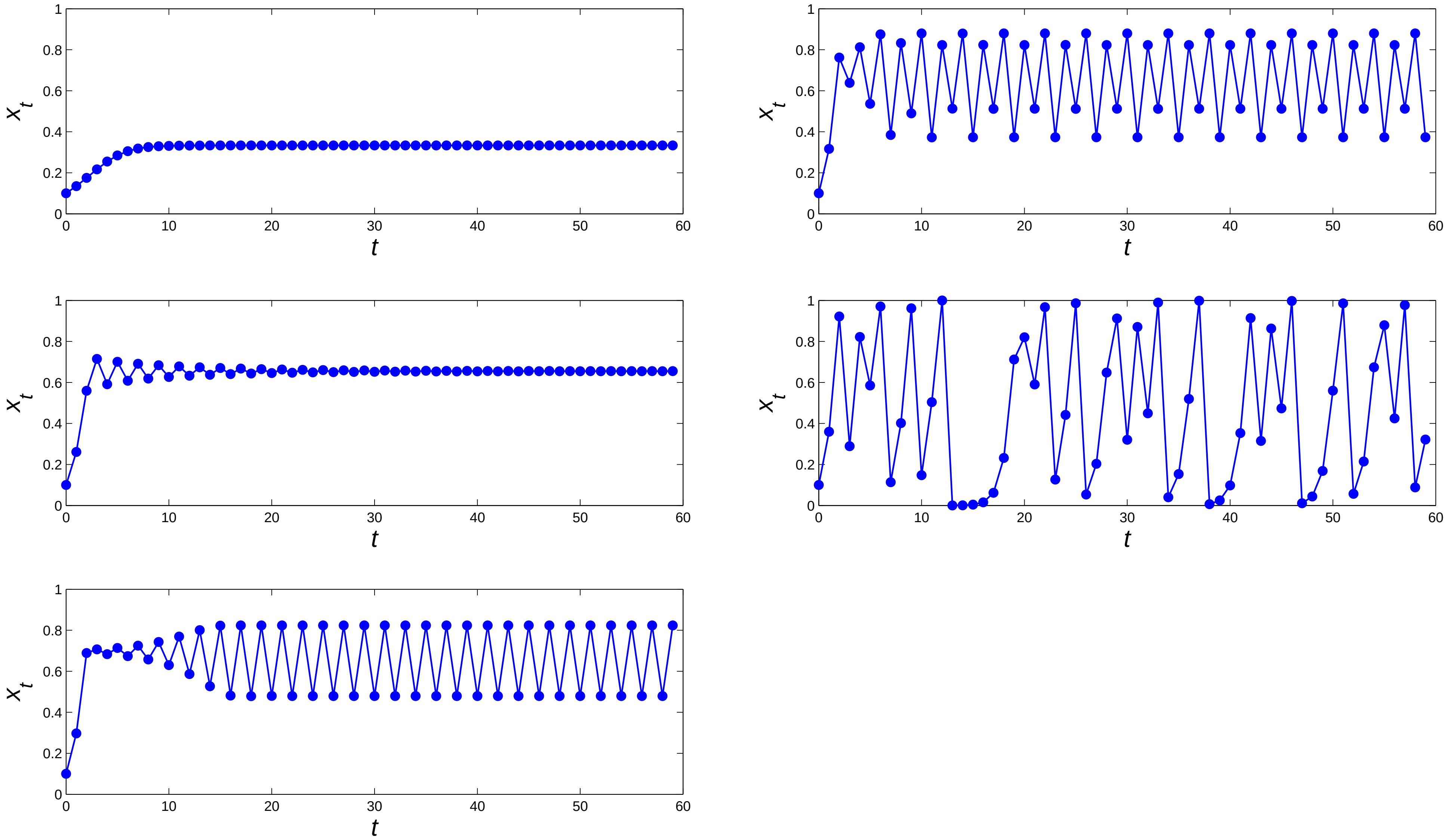
$$x_{t+1} = Rx_t(1 - x_t)$$

$$R = 4.0$$



時系列としてみると •••

時系列としてみると •••



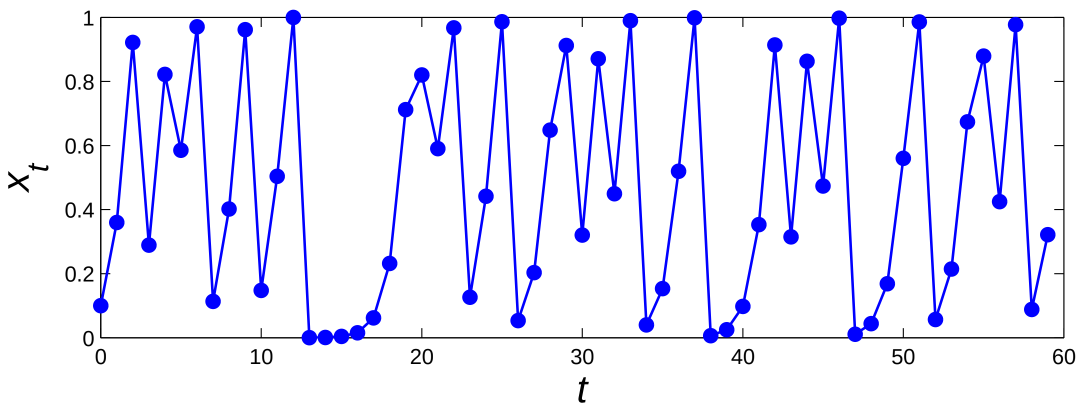
演習問題

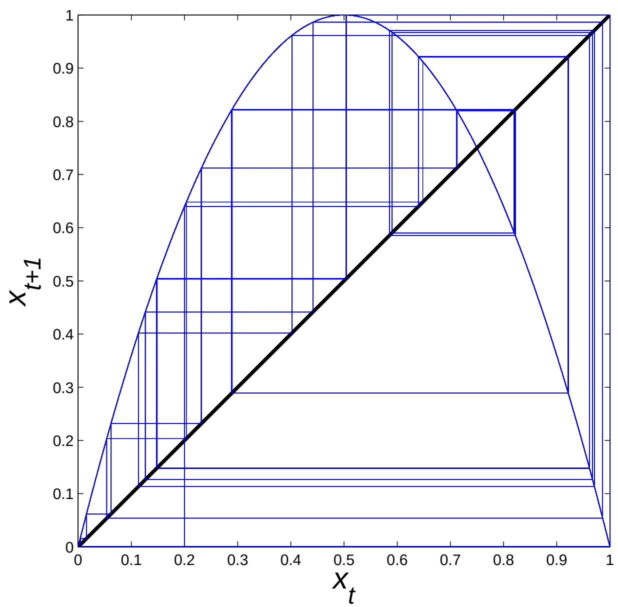
1. **線形な差分方程式の振る舞いは，どのように分類することができたか．**

2. **非線形な差分方程式の示す振る舞いと，線形な差分方程式の示す振る舞いとの「違い」は何か．**

$R = 4$ としたときの振る舞い

$$x_{t+1} = Rx_t(1 - x_t) = 4x_t(1 - x_t)$$





どのような振る舞い?

- irregular oscillation
- not exponential growth or decay
- nor a steady state

振る舞いとしては ···

なのであるが ···
それを調べる前に以下を考えよう

- ❑ ある値に収束する場合 (steady state) とその安定性
- ❑ 周期的な振る舞い (periodic state) とその安定性

ある値に収束するって?

- 同じ点を繰り返すということ．これを，式で表現すれば

- $x_{t+1} = x_t$ となる点を　　　　　　　　　　　という．
- ある差分方程式

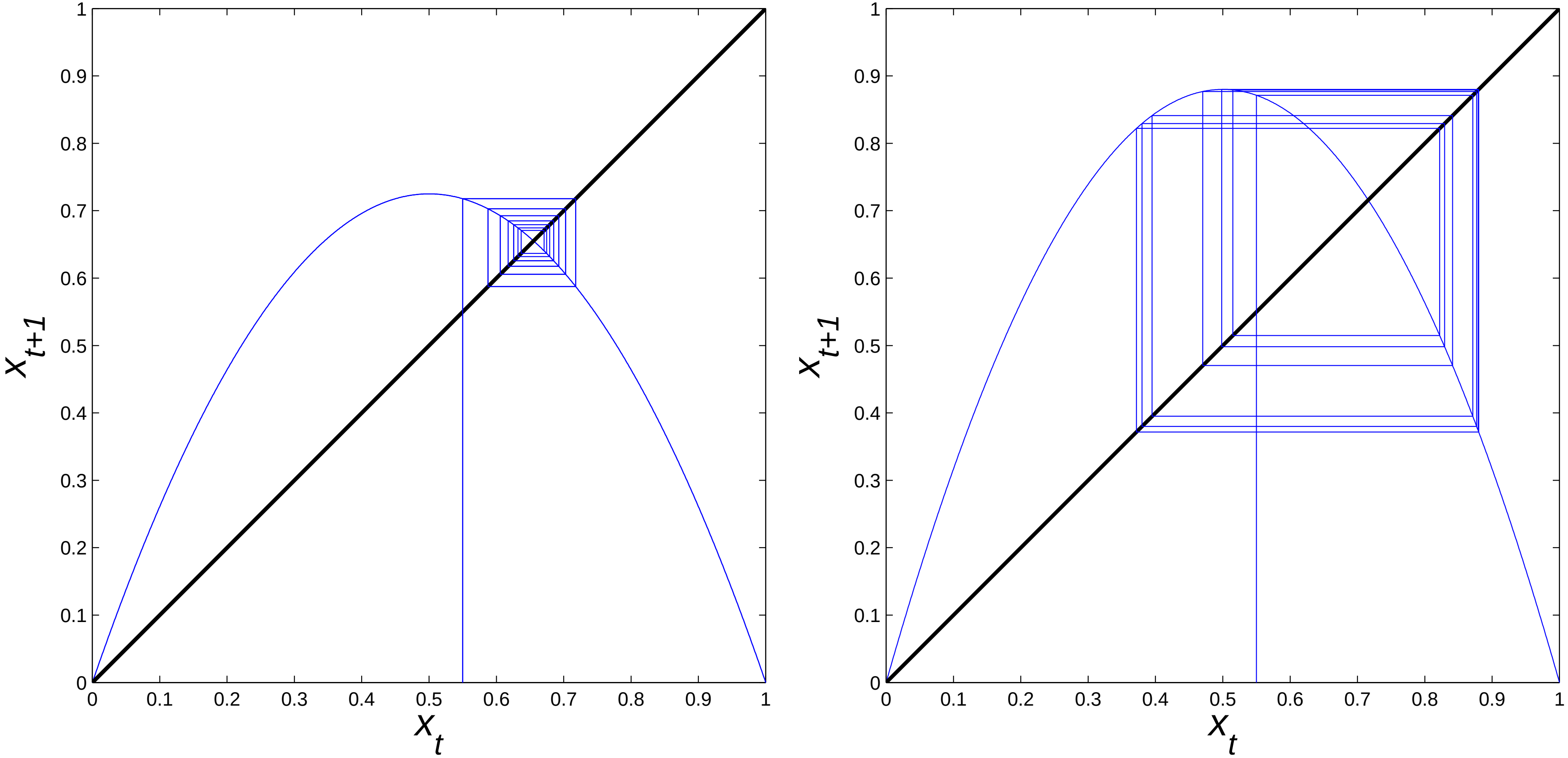
$$x_{t+1} = f(x_t)$$

の固定点を x_t^* とすると，固定点 x_t^* は，

を満たす．

固定点を図式解法で求めると?

以下の各場合について，固定点はどこか?



固定点を手計算で求めると?

- 線形な差分方程式の固定点は?

$$x_{t+1} = Rx_t$$

- ロジスティック写像 (非線形な差分方程式の例) の固定点は?

$$x_{t+1} = Rx_t(1 - x_t)$$

固定点について考えるべきこと

1. **固定点は存在するか**?
2. **初期条件** x_0 **がある固定点にたまたま近いとして，その初期条件から始まった** $x_1, x_2, x_3, \ldots,$ **は，その固定点に近づくのだろうか**?
3. **固定点が存在するとして，与えた初期条件に関係なく，その固定点に収束するだろうか**?

固定点の局所安定性を考える

$$y_{t+1} = my_t$$

[演習問題]

1. **この差分方程式の固定点** x_t^* **を求めよ．**
2. **固定点** x_t^* **の安定性を図式解法を用いて議論せよ．** m **の値により，いくつかの場合に分けて議論すれば良い．**