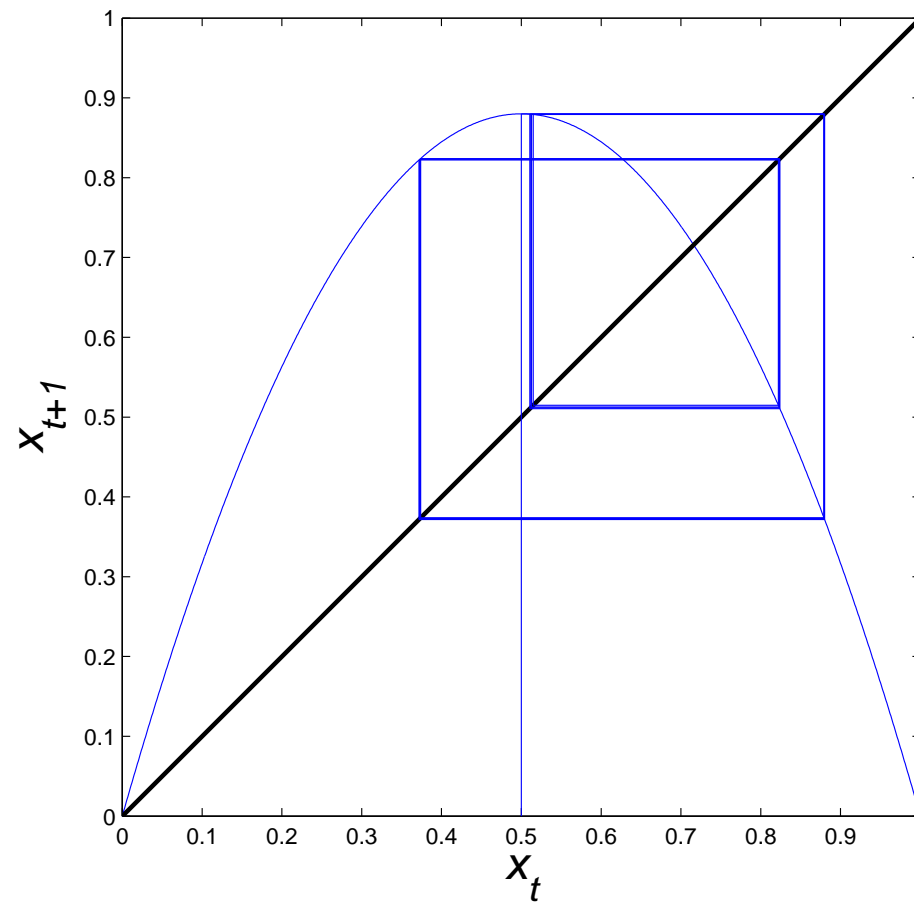
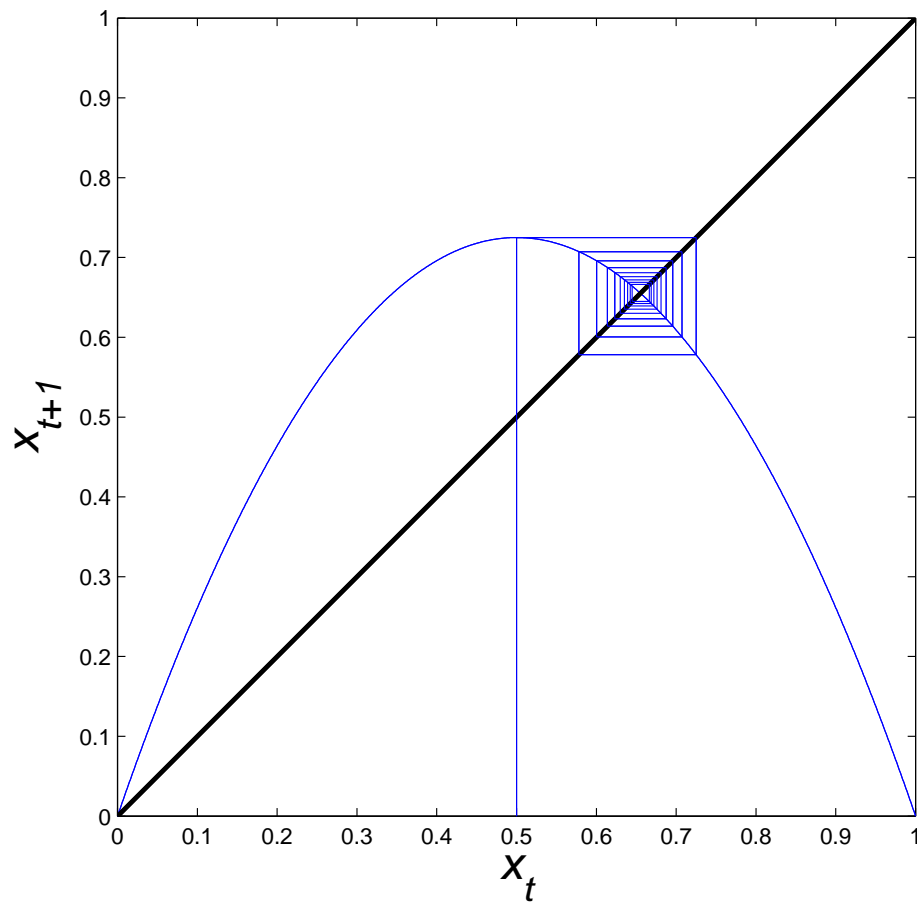


固定点を図式解法で求めると?

共通点は?違いは?



固定点を求めてみよう

- 線形な差分方程式の固定点は?

$$x_{t+1} = Rx_t$$

- ロジスティック写像 (非線形な差分方程式の例) の固定点は?

$$x_{t+1} = Rx_t(1 - x_t)$$

固定点について考えるべきこと

1. 固定点は存在するか?
2. 初期条件 x_0 がある固定点にたまたま近いとして, その初期条件から始まった x_1, x_2, x_3, \dots , は, その固定点に近づくのだろうか?
3. 固定点が存在するとして, 与えた初期条件に関係なく, その固定点に収束するだろうか?

線形な差分方程式の固定点の局所安定性を考える

$$y_{t+1} = my_t$$

[演習問題]

1. この差分方程式の固定点 x_t^* を求めよ .
2. 固定点 x_t^* の安定性を図式解法を用いて議論せよ . m の値により , $_$ 通りに分けて議論すれば良い .

それでは非線形な差分方程式の固定点の局所安定性は?

- 微小区間を考えれば，非線形な関数でも， _____
- 今は，固定点の対象なので， _____ 点で議論すれば良い．

1. 固定点 x^* を求める．

$$x_t = f(x_t)$$

2. x^* において， $f(x_t)$ の傾き m を求める．

$$m =$$

[注意] 非線形な場合， x^* の数は _____

3. m の値で x^* の安定性が決まる．

m の値による場合分け

$$1 < m$$

$$0 < m < 1$$

$$-1 < m < 0$$

$$m < -1$$

ロジスティック写像の固定点の安定性は?

$$x_{t+1} = Rx_t(1 - x_t)$$

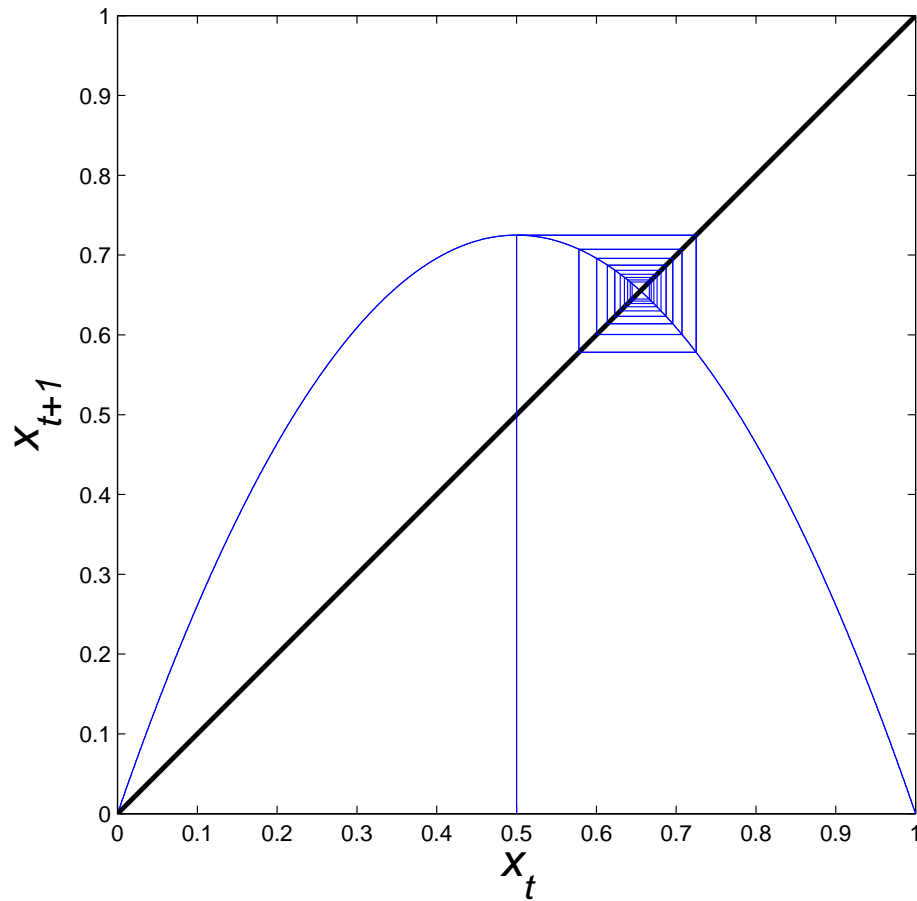
□ 固定点は? 二つある .

—

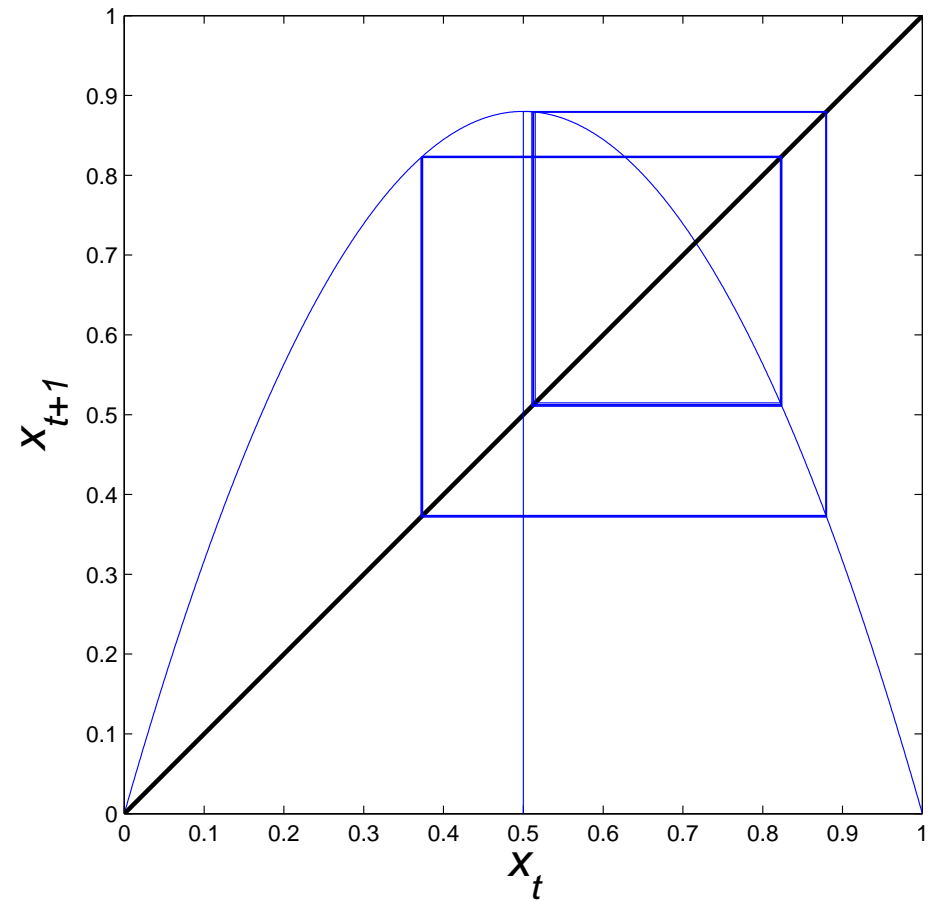
—

□ 安定性は?

安定な固定点と不安定な固定点



$R = 2.9$



$R = 3.52$

周期解とその安定性

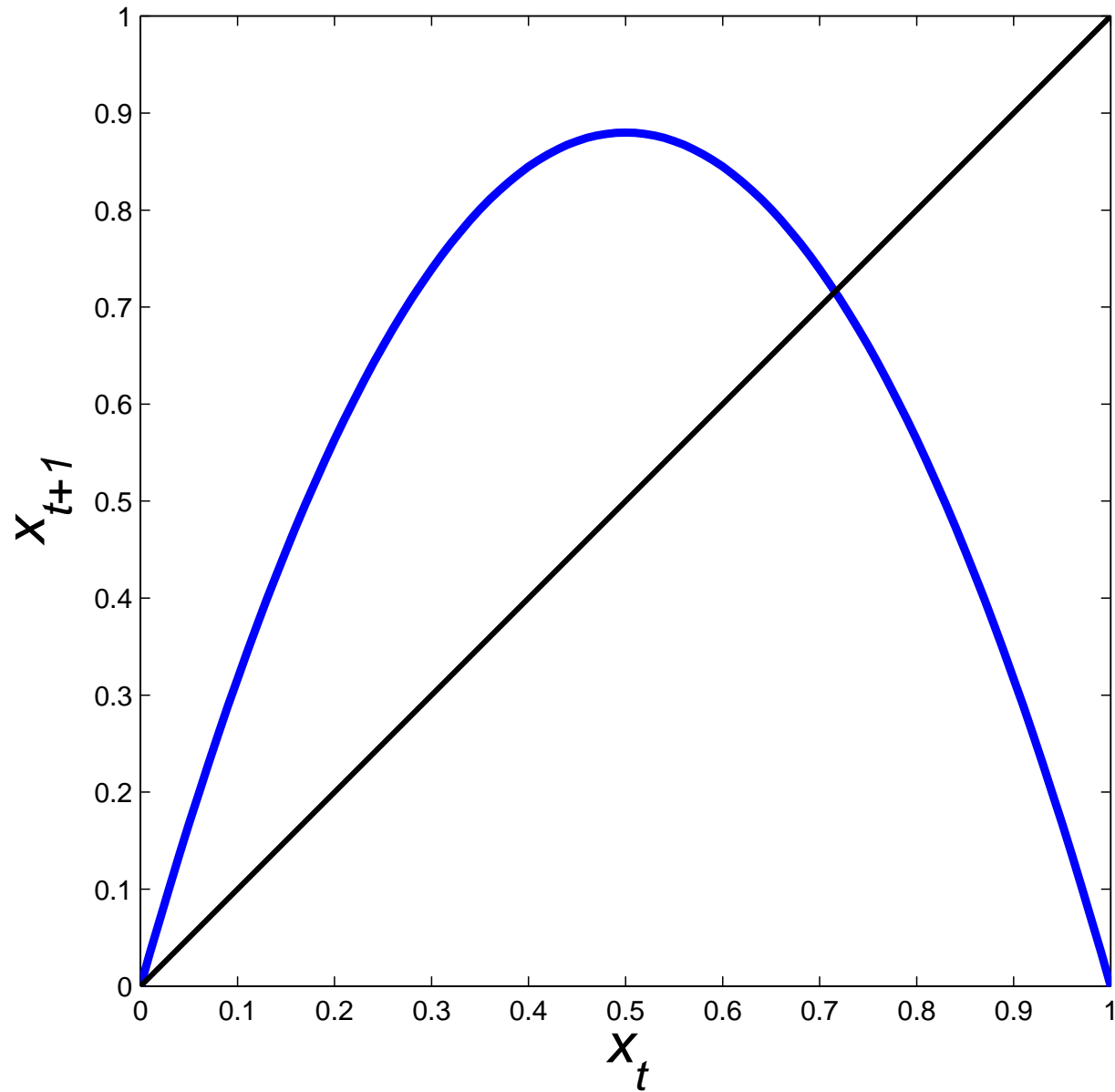
$$\square x_{t+n} = x_t$$

$$\square x_{t+j} \neq x_t, j = 1, 2, \dots, n-1$$

例: ロジスティック写像の2周期点は?

$$x_{t+2} =$$

図式解法を用いると?



因数分解にチャレンジ！

$$R^3 x^4 - 2R^3 x^3 + R^2(1 + R)x^2 + (1 - R^2)x = 0$$

周期解の安定性

$$x_{t+2} = f(f(x_t))$$

を満たす点を x^* とすると,