

非線形システム概論 2005

池口 徹

埼玉大学 大学院 理工学研究科 情報数理科学専攻

338-8570 さいたま市 桜区 下大久保 255

Tel : 048-858-3577, Fax : 048-858-3716

Email : tohru@ics.saitama-u.ac.jp

URL : <http://www.nls.ics.saitama-u.ac.jp/~tohru>

講義の担当 , TA

□ 講義担当

✓ 池口 徹

✓ 大学院 理工学研究科 情報数理科学専攻
(工学部 情報システム工学科)

✓ Email : tohru@nls.ics.saitama-u.ac.jp

✓ URL <http://www.nls.ics.saitama-u.ac.jp/~tohru/>

✓ Tel 048-858-3577, 内線 4752

✓ 居室 : 総合研究棟 506 室 (or 505 室)

✓ オフィスアワー : 講義終了後 or 居室に来てくれたら随時

□ Teaching Assistant

✓ 保坂 亮介

✓ 大学院 理工学研究科 情報数理科学専攻 D3 (池口研究室)

✓ Email : hosaka@nls.ics.saitama-u.ac.jp

✓ 居室 : 総合研究棟 505 室

講義概要

自然界に存在する様々な複雑現象の本質は，(1) 非線形性と (2) 時間と共に状態が変化することにあります．この講義では，これらの複雑な現象を理解するための必要な基礎理論として，

- 非線形な差分方程式の振る舞い
- 非線形な微分方程式の振る舞い
- カオスの初歩

について，優しく解説します．

この他，セルラーオートマトン，フラクタルや近年話題となっている複雑ネットワークなどの内容も随時紹介する予定です．

履修に必要な知識は，微分積分学 (1 年次に，情報数学入門，応用解析学，応用線形代数で履修) に関する内容だけです．尚，本講義においても，関連する基礎事項は，適宜復習する予定です．

毎週の講義の後半 20 分～30 分を演習時間として，各回の内容を十分理解しながら講義をすすめていきます．

また，非線形システムを解析するには，コンピュータを用いたシミュレーションが必須です．そこで，本講義でも，端末演習室における計算機演習を予定しています．

背景

- 時間の経過と共に状態が変化する現象を解析する方法

背景

- 時間の経過と共に状態が変化する現象を解析する方法
- なぜ，そのような方法論が重要か？

背景

- **時間の経過と共に状態が変化する現象を解析する方法**
- **なぜ，そのような方法論が重要か？**
この世の中は，時間が経過すると共に，状態が変化してものばかりである！

背景

- 時間の経過と共に状態が変化する現象を解析する方法
- なぜ，そのような方法論が重要か？
この世の中は，時間が経過すると共に，状態が変化してものばかりである！
 - 気温，降水量，風力，雷，地震の発生
 - 経済現象，人口の変化
 - 音声，脳波，心拍間隔，血圧
 - 感染症 (SARS など) の患者数

背景

- **時間の経過と共に状態が変化する現象を解析する方法**
- **なぜ，そのような方法論が重要か？**
この世の中は，時間が経過すると共に，状態が変化してものばかりである！
 - **気温，降水量，風力，雷，地震の発生**
 - **経済現象，人口の変化**
 - **音声，脳波，心拍間隔，血圧**
 - **感染症 (SARS など) の患者数**

 - **人の動き (歩行，踊り)，ロボットの動き**

背景

- 時間の経過と共に状態が変化する現象を解析する方法
- なぜ，そのような方法論が重要か？
この世の中は，時間が経過すると共に，状態が変化してものばかりである！
 - 気温，降水量，風力，雷，地震の発生
 - 経済現象，人口の変化
 - 音声，脳波，心拍間隔，血圧
 - 感染症 (SARS など) の患者数

 - 人の動き (歩行，踊り)，ロボットの動き
 - インターネット上を伝わるパケット数，到着時刻

背景

- 時間の経過と共に状態が変化する現象を解析する方法
- なぜ，そのような方法論が重要か？
この世の中は，時間が経過すると共に，状態が変化してものばかりである！
 - 気温，降水量，風力，雷，地震の発生
 - 経済現象，人口の変化
 - 音声，脳波，心拍間隔，血圧
 - 感染症 (SARS など) の患者数

 - 人の動き (歩行，踊り)，ロボットの動き
 - インターネット上を伝わるパケット数，到着時刻
 - 通信，光

もう一つ大事なこと

もう一つ大事なこと

時間の経過と共に状態が変化するときの，変化のカタクリは二つに分類できる．

もう一つ大事なこと

時間の経過と共に状態が変化するときの，変化のカタクリは二つに分類できる．

□ 線形 (1 次式) $\rightarrow x$ と y は直線な関係が成り立つ

$$y = f(x) = ax$$

$$f(X + Y) = f(X) + f(Y)$$

重ね合わせの理が成り立つ関係と考えるも良い

もう一つ大事なこと

時間の経過と共に状態が変化するときの，変化のカタクリは二つに分類できる．

- **線形 (1 次式) → x と y は直線な関係が成り立つ**

$$y = f(x) = ax$$

$$f(X + Y) = f(X) + f(Y)$$

重ね合わせの理が成り立つ関係と考えても良い

- **非線形 = 線形でないもの全部**

$$f(X + Y) \neq f(X) + f(Y)$$

重ね合わせの理が成り立たない

もう一つ大事なこと

時間の経過と共に状態が変化するときの，変化のカタクリは二つに分類できる．

- 線形 (1 次式) $\rightarrow x$ と y は直線な関係が成り立つ

$$y = f(x) = ax$$

$$f(X + Y) = f(X) + f(Y)$$

重ね合わせの理が成り立つ関係と考えても良い

- 非線形 = 線形でないもの全部

$$f(X + Y) \neq f(X) + f(Y)$$

重ね合わせの理が成り立たない

- ☞ この講義では，非線形なカタクリを相手にする

もう一つ大事なこと

時間の経過と共に状態が変化するときの，変化のカタクリは二つに分類できる．

□ 線形 (1 次式) $\rightarrow x$ と y は直線な関係が成り立つ

$$y = f(x) = ax$$

$$f(X + Y) = f(X) + f(Y)$$

重ね合わせの理が成り立つ関係と考えても良い

□ 非線形 = 線形でないもの全部

$$f(X + Y) \neq f(X) + f(Y)$$

重ね合わせの理が成り立たない

☞ この講義では，非線形なカタクリを相手にする
∴ この世に存在する殆んど全てカタクリが非線形だから

まとめると

- 時間の経過と共に状態が変化する現象を調べる方法を学ぶ
- 但し，状態が変化するカラクリは非線形である

具体的には

- 時間と共に状態が非線形に変化する現象は
 - { 差分方程式 (あるいは，漸化式 or 写像)
 - 微分方程式
- で表されるので，以下について考えることになる．
- ✓ 非線形な差分方程式の振る舞いは？
 - ✓ 非線形な微分方程式の振る舞いは？
 - ✓ 非線形な場合，解を解析的に求めるのは難しい
(これが線形な場合との大きな違い)
⇒ 解を定性的に求める方法について考える

講義内容

非線形な差分方程式

1. 線形な差分方程式
2. 非線形な差分方程式
3. 固定点と安定性
4. 周期解と安定性
5. カオス
6. 準周期

非線形な微分方程式 (1 変数)

1. 成長と減衰
2. 固定点
3. 非線形な微分方程式の定性的解法
4. 固定点の解析
5. 微分方程式と差分方程式の関係
6. 入力のある場合
7. 時間遅延とカオス

非線形な微分方程式 (2 変数)

1. 調和振動子
2. 解, 軌道, 流れ
3. 2次元線形常微分方程式
4. 位相平面
5. 2次元非線形常微分方程式の局所安定解析
6. リミットサイクルとファンデアポール発振器
7. 非線形な微分方程式の定性的解法

教科書と参考書

- 教科書: 指定ではないが,

D. Kaplan and L. Glass:

“Understanding Nonlinear Dynamics,” Springer–Verlag, 1995.

の第1章, 第4章, 第5章に沿って講義を進める.

☞ 資料として配布する.

教科書と参考書

- 教科書: 指定ではないが,

D. Kaplan and L. Glass:

“Understanding Nonlinear Dynamics,” Springer–Verlag, 1995.

の第1章, 第4章, 第5章に沿って講義を進める.

☞ 資料として配布する.

教科書と参考書

□ 教科書: 指定ではないが,

D. Kaplan and L. Glass:

“Understanding Nonlinear Dynamics,” Springer–Verlag, 1995.

の第1章, 第4章, 第5章に沿って講義を進める.

☞ 資料として配布する.

□ 参考書

- ✓ S. H. Strogatz: “Nonlinear Dynamics and Chaos With Applications to Physics, Biology,” Chemistry and Engineering, Addison Wesley, 1994
- ✓ R.L. Finney, M.D. Weir and F. R. Giordano: “Thomas’ Calculus,” Tenth Edition, Addison-Wesley, 2001
(応用解析学の教科書)
- ✓ David Acheson: From Calculus to Chaos - An Introduction to Dynamics -, Oxford University Press, 1997

講義形態，展開，評価

- 通常の講義 (約 60 分) と演習 (約 30 分)

講義形態，展開，評価

- 通常の講義 (約 60 分) と演習 (約 30 分)
- + 計算機シミュレーション (多分)

講義形態，展開，評価

- 通常の講義 (約 60 分) と演習 (約 30 分)
- + 計算機シミュレーション (多分)
- コメント用紙の提出により，(毎回の) 出席に代えます (評価の 60%) .
但し，単に用紙を提出するだけ，あるいは，それと同程度のレベルなものは 0 点 .

講義形態，展開，評価

- 通常の講義 (約 60 分) と演習 (約 30 分)
- + 計算機シミュレーション (多分)
- コメント用紙の提出により，(毎回の) 出席に代えます (評価の 60%) .
但し，単に用紙を提出するだけ，あるいは，それと同程度のレベルなものは 0 点 .
- 休講情報を含む最新の授業計画は，
担当者講義サポートページで
(<http://www.nls.ics.saitama-u.ac.jp/~tohru/Lectures/>)

講義形態，展開，評価

- 通常の講義 (約 60 分) と演習 (約 30 分)
- + 計算機シミュレーション (多分)
- コメント用紙の提出により，(毎回の) 出席に代えます (評価の 60%) .
但し，単に用紙を提出するだけ，あるいは，それと同程度のレベルなものは 0 点 .
- 休講情報を含む最新の授業計画は，
担当者講義サポートページで
(<http://www.nls.ics.saitama-u.ac.jp/~tohru/Lectures/>)
- 最終評価

講義形態，展開，評価

- 通常の講義 (約 60 分) と演習 (約 30 分)
- + 計算機シミュレーション (多分)
- コメント用紙の提出により，(毎回の) 出席に代えます (評価の 60%) .
但し，単に用紙を提出するだけ，あるいは，それと同程度のレベルなものは 0 点 .
- 休講情報を含む最新の授業計画は，
担当者講義サポートページで
(<http://www.nls.ics.saitama-u.ac.jp/~tohru/Lectures/>)
- 最終評価
 1. 上記出席点 60%，宿題 (数回) 20%，試験 20% により総合点を算出する .

講義形態，展開，評価

- 通常の講義 (約 60 分) と演習 (約 30 分)
- + 計算機シミュレーション (多分)
- コメント用紙の提出により，(毎回の) 出席に代えます (評価の 60%) .
但し，単に用紙を提出するだけ，あるいは，それと同程度のレベルなものは 0 点 .
- 休講情報を含む最新の授業計画は，
担当者講義サポートページで
(<http://www.nls.ics.saitama-u.ac.jp/~tohru/Lectures/>)
- 最終評価
 1. 上記出席点 60%，宿題 (数回) 20%，試験 20% により総合点を算出する .
 2. 総合点が 60%以上 70%未満を可，70%以上 80%未満を良，80%以上を優とする .

講義形態，展開，評価

- 通常の講義 (約 60 分) と演習 (約 30 分)
- + 計算機シミュレーション (多分)
- コメント用紙の提出により，(毎回の) 出席に代えます (評価の 60%) .
但し，単に用紙を提出するだけ，あるいは，それと同程度のレベルなものは 0 点 .
- 休講情報を含む最新の授業計画は，
担当者講義サポートページで
(<http://www.nls.ics.saitama-u.ac.jp/~tohru/Lectures/>)
- 最終評価
 1. 上記出席点 60%，宿題 (数回) 20%，試験 20% により総合点を算出する .
 2. 総合点が 60%以上 70%未満を可，70%以上 80%未満を良，80%以上を優とする .

講義形態，展開，評価

- 通常の講義 (約 60 分) と演習 (約 30 分)
- + 計算機シミュレーション (多分)
- コメント用紙の提出により，(毎回の) 出席に代えます (評価の 60%) .
但し，単に用紙を提出するだけ，あるいは，それと同程度のレベルなものは 0 点 .
- 休講情報を含む最新の授業計画は，
担当者講義サポートページで
(<http://www.nls.ics.saitama-u.ac.jp/~tohru/Lectures/>)
- 最終評価
 1. 上記出席点 60%，宿題 (数回) 20%，試験 20% により総合点を算出する .
 2. 総合点が 60%以上 70%未満を可，70%以上 80%未満を良，80%以上を優とする .

以上がイントロダクション .
何か質問は？

それでは，早速講義に入ろう！