非線形システム概論 2006
–第一回 イントロダクション–

池口 徹

埼玉大学 大学院 理工学研究科 研究部数理電子情報部門

338–8570 さいたま市 桜区 下大久保 255

Tel : 048–858–3577, Fax : 048–858–3716

Email : tohru@ics.saitama-u.ac.jp

URL : http://www.nls.ics.saitama-u.ac.jp/~tohru

講義の担当，TA

- 講義担当
  - 池口 徹
  - 大学院 理工学研究科 研究部 数理電子情報部門 教授 (工学部 情報システム工学科)
  - Email : tohru@nls.ics.saitama-u.ac.jp
  - URL http://www.nls.ics.saitama-u.ac.jp/˜tohru/
  - Tel 048–858–3577, 内線 4752
  - 居室 ： 総合研究棟 506 室 (or 505 室)
  - オフィスアワー : 講義終了後 or 居室に来てくれたら随時
- Teaching Assistant
  - 木村 貴幸
  - 大学院 理工学研究科 情報数理科学専攻 D2 (池口研究室)
  - Email: kimura@nls.ics.saitama-u.ac.jp
  - 居室: 総合研究棟 505 室

講義概要

自然界に存在する様々な複雑現象の本質は，(1) 非線形性と (2) 時間と共に状態が変化することにあります．この講義では，これらの複雑な現象を　　　　　　　　　　　　という観点から理解するための必要な基礎理論について　　　　　　解説します．
キーワードは，

非線形ダイナミクス	カオス	フラクタル
複雑ネットワーク	時系列解析	組み合わせ最適化
ニューロサイエンス	複雑系	数理工学

です．
履修に必要な知識は，微分積分学 (1 年次に，情報数学入門，応用解析学，応用線形代数で履修) に関する内容だけです．尚，本講義においても，関連事項は，適宜復習するので　　　　　　！
毎週の講義の後半 20 分〜30 分を演習時間として，各回の内容を十分理解しながら講義を進めるので，安心してついてきてください．

背景

- 時間の経過と共に状態が変化する現象を解析する方法
- なぜ，そのような方法論が重要か?
  この世の中は，　　　　　　　　と共に，　　　　　　　　するものばかりである！
  - 気温，降水量，風力，雷，地震の発生
  - 経済現象，人口の変化
  - 音声，脳波，心拍間隔，血圧
  - 感染症 (SARS など) の患者数
  - 人の動き (歩行，踊り)，ロボットの動き
  - インターネット上を伝わるパケット数，到着時刻
  - 通信，光
  - コンピュータで行なわれる演算

もう一つ大事なこと

状態が時間経過と共に変化する際のカラクリは二つに分類できる.

- ❑ $\to x$ と y は直線関係 (1 次式) が成り立つ

$$y = f(x) = ax$$

$$f(X+Y) = f(X) + f(Y)$$

が成り立つ関係と考えても良い

- ❑ = 線形でないもの全部

$$f(X+Y) \neq f(X) + f(Y)$$

が成り立たない

☞ この講義では, なカラクリを相手にする

$\because$

まとめると

- 時間の経過と共に状態が変化する現象を調べる方法を学ぶ
- 但し，状態が変化する際の規則は非線形である

具体的には

- 線形な差分方程式と非線形な差分方程式
- カオスとは
- 分岐
- フラクタル
- グラフ理論
- 複雑ネットワーク
- 最新の研究課題

教科書と参考書

- **教科書**: **指定ではないが,**

D. Kaplan and L. Glass: “Understanding Nonlinear Dynamics,” Springer–Verlag, 1995.

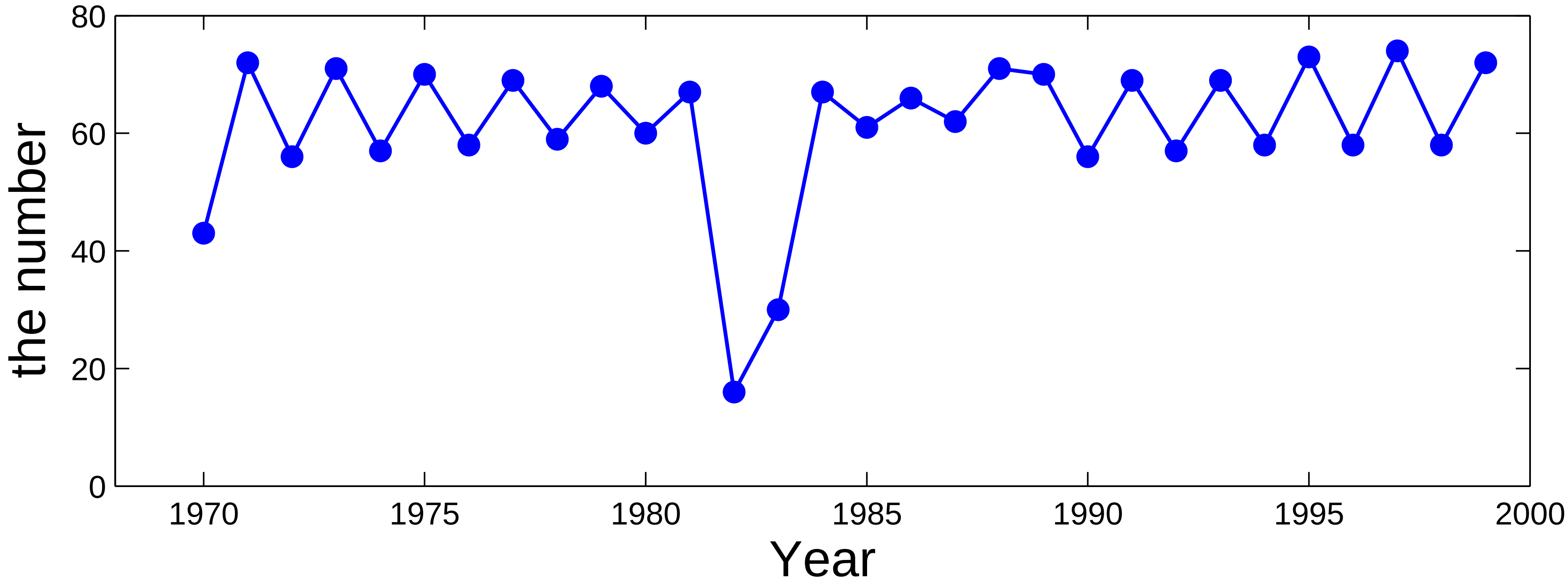
  の第 1 **章, 第** 4 **章, 第** 5 **章に沿って講義を進めます.**
  ☞ **資料として配布する予定.**

- **参考書**
  - S. H. Strogatz: “Nonlinear Dynamics and Chaos With Applications to Physics, Biology,” Chemistry and Engineering, Addison Wesley, 1994
  - R.L. Finney, M.D. Weir and F. R. Giordano: “Thomas’ Calculus,” Tenth Edition, Addison-Wesley, 2001
    (**応用解析学の教科書**)
  - David Acheson: From Calculus to Chaos - An Introduction to Dynamics -, Oxford University Press, 1997

講義形態，展開，評価

- ❑ 通常の講義 (約 60 分) と演習 (約 30 分)
- ❑ の提出により，出席に代えます．
  但し，単に用紙を提出するだけ，あるいは，それと同程度のレベルなものは です．
- ❑ 休講情報を含む最新の授業計画は，
  担当者講義サポートページで
  (http://www.nls.ics.saitama-u.ac.jp/˜tohru/Lectures/)
- ❑ 最終評価
  1. 上記出席点 , 宿題 (数回) , 最終課題 により総合点を算出します．
  2. 総合点が 60%以上 70%未満を可，70%以上 80%未満を良，80%以上を優とします．

ある時系列データ (ハエの個体数)



- 何か重要な生物学的情報があるだろうか？
- 仮にそのような情報が存在するとして，
  - その情報をどのようにして扱えば良いのか？
  - その情報を時系列データから抽出することができるだろうか?

ハエの個体数の変化をモデル化する

- ある年 (夏) のハエの数は，前年の卵の数に依存
- タマゴの数は，その年 (夏) の蝿の数に依存
- 従って，ある年 (夏) の蝿の数は，前年 (の夏) の数に依存

- この式の意味は?
- N_t とは?
- なぜ f?
- これを　　　　　　　　　　　　という．
- 時間 t が経過すると共に N_t が変化する →

どのような f が良いのだろうか?

- 一番簡単なのは f が　　　　　　　　　　な場合

  $\Rightarrow$

- 繰り返し (イタレーション)

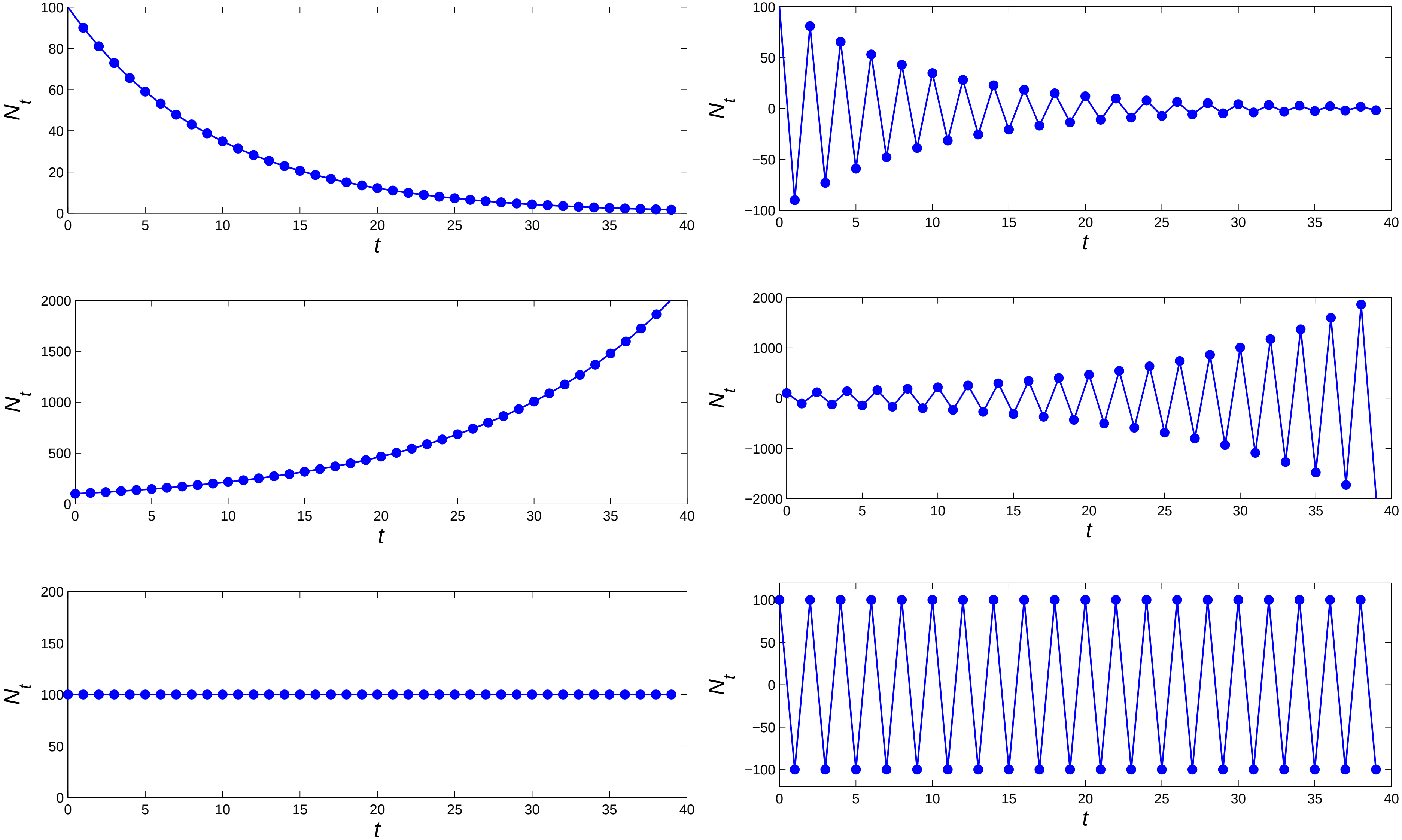
- 初期条件

- 代入

線形な差分方程式の振る舞い

- $R > 0$
  - $0 < R < 1$
  - $1 < R$
  - $R = 1$
- $R < 0$
  - $-1 < R < 0$
  - $R < -1$
  - $R = -1$

線形な差分方程式の振る舞い



非線形な差分方程式を扱うために!

注意！
非線形な差分方程式では，解析的に解を求めることが不可能である．

そこで，以下の手法が重要となる

❏

⇒ の場合に特に威力を発揮．

❏

⇒ の場合でも使える．

これらの手法を身につけるために，線形な差分方程式で説明しよう!

図式解法

❑ $N_0 = 0.7,\ R = 1.9$ とすると ···

数値的な繰り返し計算

- ❑ $N_0 = 100,\ R = 0.9$ とすると …

演習問題

1. 線形な差分方程式の振る舞いは，何通りに分類することが出来るか．
   $\Rightarrow$

2. 線形な差分方程式

$$x_{t+1} = 0.9x_t$$

   を考える．
   (a) 初期値を $x_0 = 3.2$ としたときの，この差分方程式の解の振る舞いを図式解法を用いて表現せよ．
   (b) 初期値を $x_0 = -3.2$ としたときには，どうなるか?
   (c) この差分方程式の解の振る舞いは，最終的にはどうなるか?

3. ハエの個体数変化を線形な差分方程式 $N_{t+1} = RN_t$ でモデル化しようと考えた場合，
   (a) モデル化できるといって良いか？
   (b) もし良いとする場合，その理由は？
   (c) もし良くないとする場合，その理由は？
   (d) もし良くないとする場合，次にはどのような f を用いるべきか？