

# 非線形システム概論 2007

複雑ネットワーク入門

## 池口 徹

埼玉大学 大学院 理工学研究科研究部 数理電子情報部門

338-8570 さいたま市 桜区 下大久保 255

Tel : 048-858-3577, Fax : 048-858-3716

Email : tohru@ics.saitama-u.ac.jp

URL : <http://www.nls.ics.saitama-u.ac.jp/~tohru>

非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.1/52

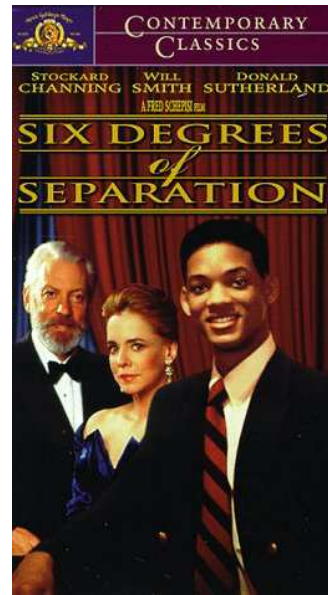
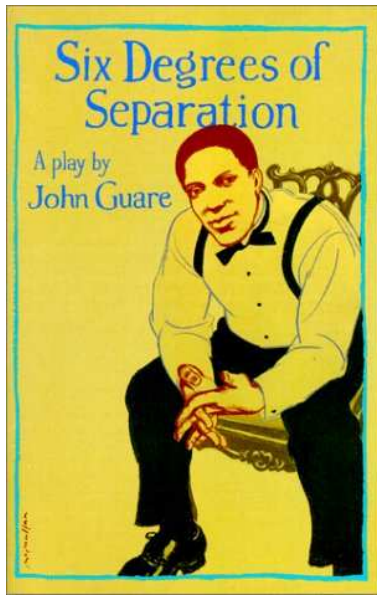
## 今後の予定

1. 2007年7月24日(今日)
  - 複雑ネットワーク
2. 2007年7月31日 2007年度最終回
  - 複雑ネットワークの続き(多分)
  - 講義のまとめ, 最新研究の話題
  - 最終課題発表(重要)
  - 講義アンケート
  - 必ず出席してください!

非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.2/52

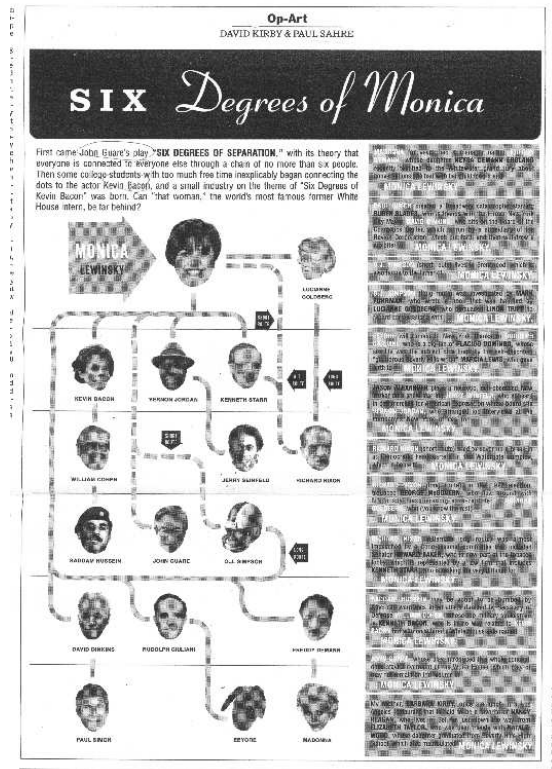


# Six Degrees of Separation



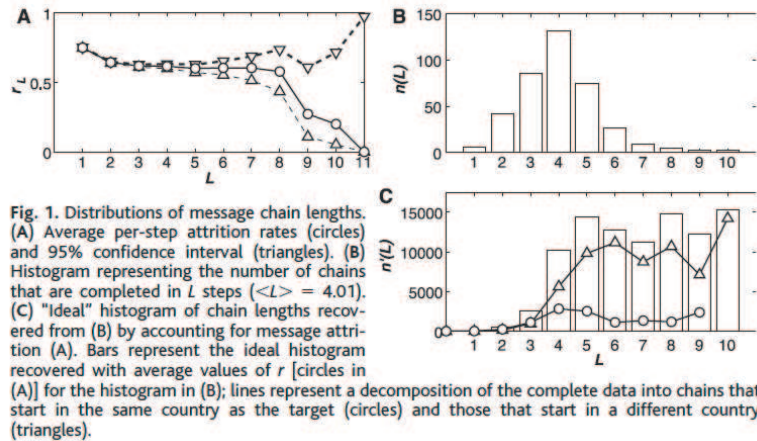
邦題 『私に近い6人の他人』

## モニカ・ルインスキーの6次の隔たり



# 電子メールによる実験

- 人の参加者, 力国に住む 名を送り先.
- 結果: 経路長の間値は,
- P.S. Dodds, R. Muhamad, D. Watts: "An Experimental Study of Search in Global Social Networks," Science, Vol.301, pp.827–829, 2003.



非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.12/52

# ケビン・ベーコン・ゲーム



- 俳優の共演関係
  - ケビン・ベーコン自身のベーコン数は
  - ケビン・ベーコンと共演した俳優のベーコン数は
  - ケビン・ベーコンと共演した俳優と共演した俳優のベーコン数は

□ <http://www.cs.virginia.edu/oracle/>

□ 例:

has a Bacon number of .  
 was in [Joe Strummer: The Future is Unwritten \(2007\)](#) with [Matt Dillon](#). [Matt Dillon](#) was in [Loverboy \(2005\)](#) with [Kevin Bacon](#).

非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.13/52

# ケビン・ベーコン数の分布

ベーコン数	俳優数	累積数
0	1	1
1	2,003	2,004
2	185,308	187,312
3	544,720	732,032
4	133,169	865,201
5	9,281	874,482
6	1,076	875,558
7	136	875,694
8	17	875,711
平均 2.961	計 875,711 人	

(<http://www.cs.virginia.edu/oracle/> より 2007 年 7 月 17 日調査)

非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.14/52

## 我々はネットワークの中に生きている

- 対人関係・友人関係
- 俳優の共演関係
- インターネット [コンピュータが物理的に接続]
- World Wide Web [ハイパーリンク]
- 会社間の取引関係
- 遺伝子ネットワーク
- 伝染病 (ペスト, エボラ出血熱, SARS)
- ウイルス (生物/コンピュータ)
- 脳・神経回路網
- 飛行機・道路・鉄道
- 電力輸送配電網
- 流行・噂・口コミ
- 性交渉ネットワーク

非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.15/52

# 現実問題のネットワークは …

- なぜ、これほどまでに                      のか？
  - 6 次の隔たり (手紙渡しの実験, Email での実験)
  - ベーコン数の平均値 2.961
- 注意
  - 6 や 2.961 という  
→ ネットワークの                      ということが大事
  - WWW の場合、平均                      (クリック) と言われている  
もあまり意味はない (ケビン・ベーコンでなくても良い)
  - 他の俳優・女優を中心にした数でも OK
    - ↳                      数
    - ↳                      数
    - ↳                      数
    - ↳                      数
    - ↳                      数
    - ↳                      数

# 現実世界のネットワークには

- があるのだろうか？
- もしあるとしたら、                      だろうか？
- それは                      されるのだろうか？
- このようなことを考えると                      できるのか？
- 非線形ダイナミクスと関係があるのか →

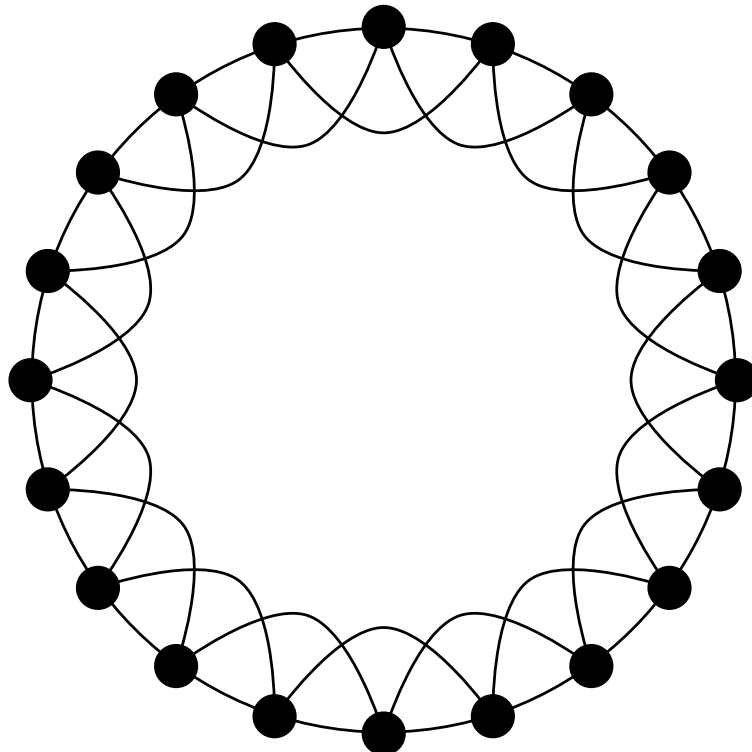
↓ 方法論



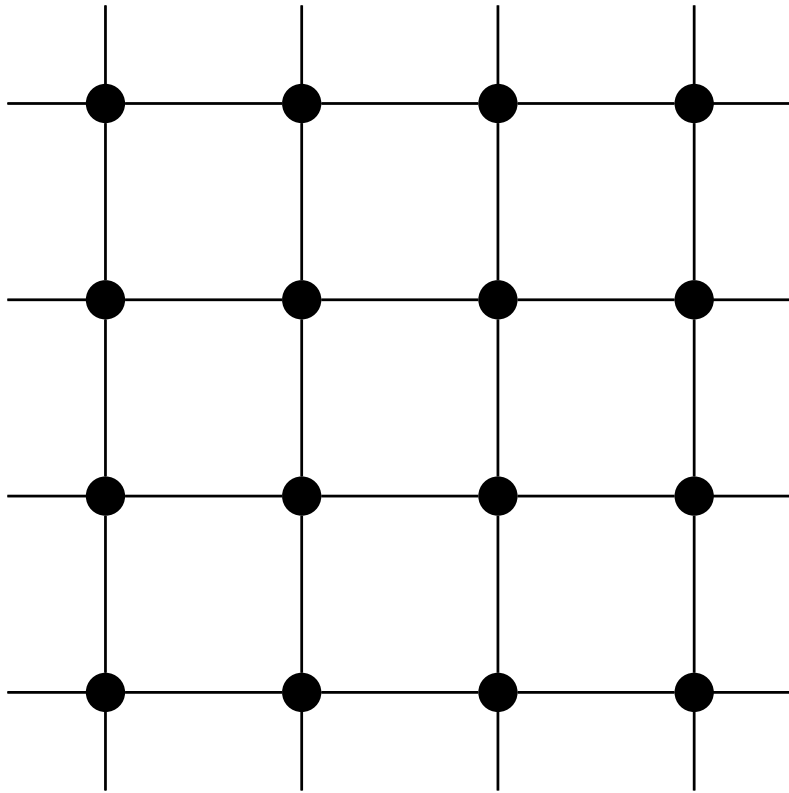
# グラフ理論

- 純粋数学の一分野 (1736 年以降)
  - Euler, Cauchy, Hamilton, Cayley, Kirchhoff ... ⇒
  - Erdős, Rényi (1950's) ⇒
- 応用への拡がり (1998 年以降)
  - ⇒
  - Watts and Strogatz (1998 以降)
  - Barabási and colleagues (1999 以降)
- グラフ (graph) とは？
  - 繋がりを と で表現 .  
例えば , 人を すると , 友人関係は で表される .
  - 人と友人関係に限らず , いろいろなネットワークにおける繋がりを し たもの

## 規則的なグラフの例1

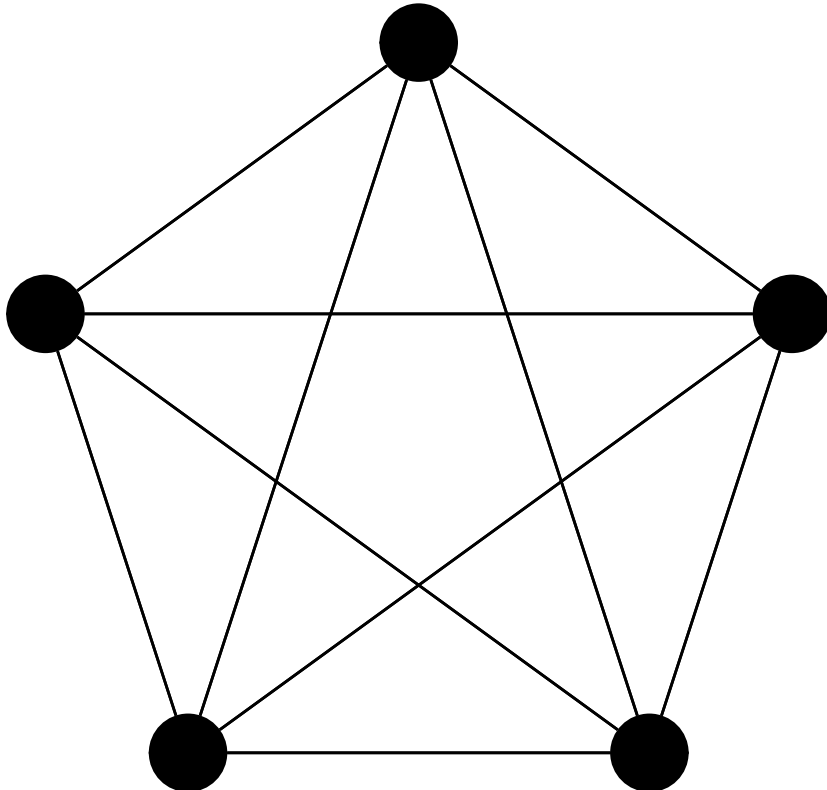


## 規則的なグラフの例2



非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.20/52

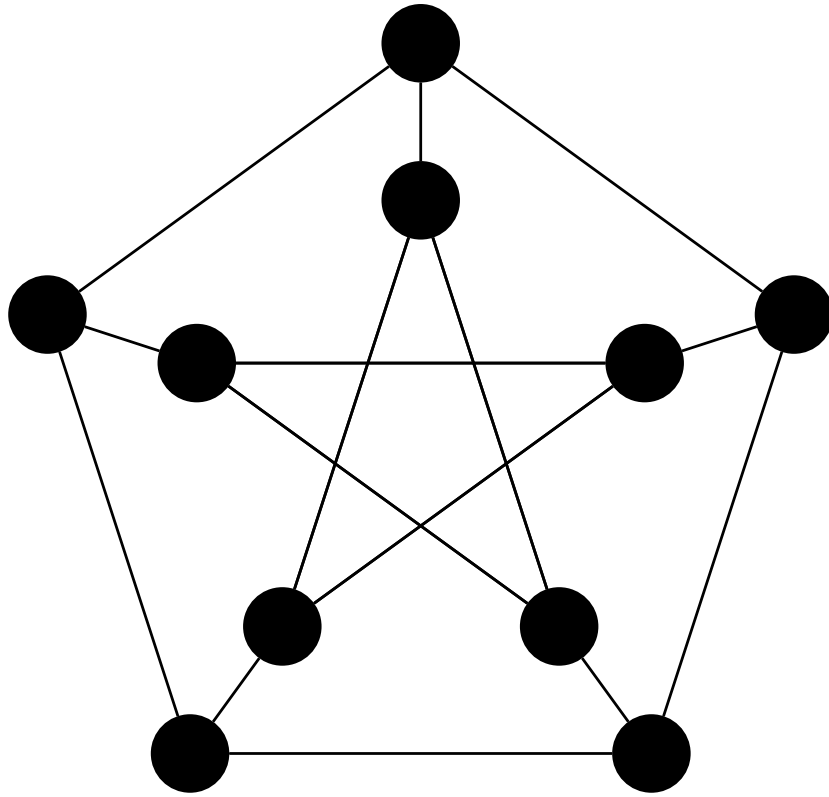
## 完全グラフ



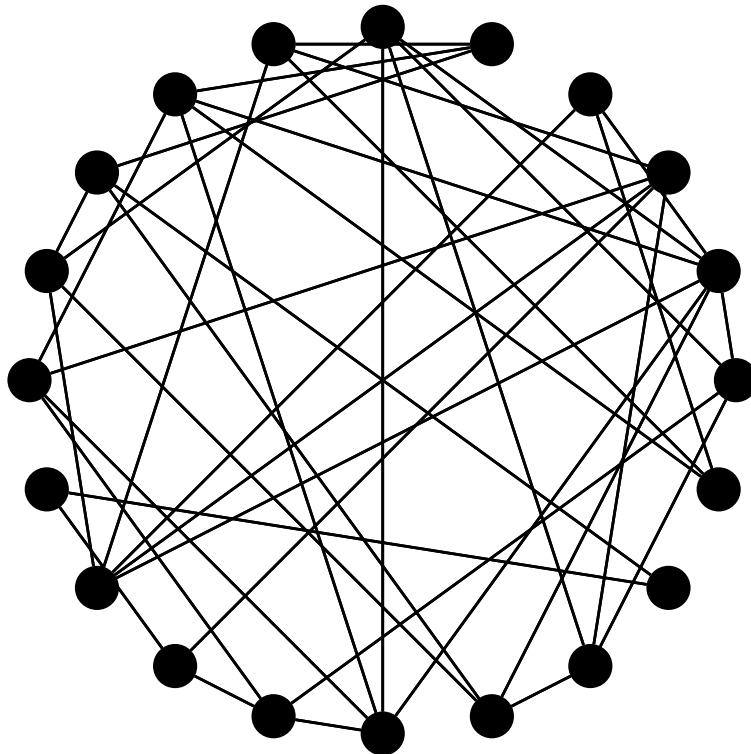
非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.21/52



# ピーターセングラフ



# ランダムグラフ (20 世紀半ば以降)

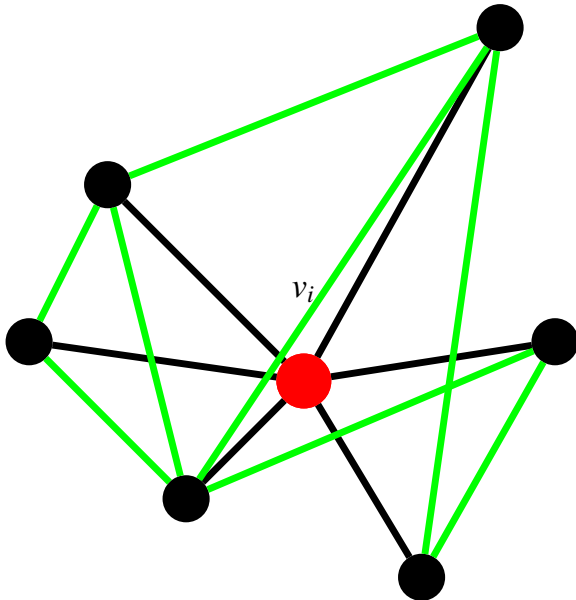


# ネットワークの構造を特徴づける指標

- ❑ 頂点数 (the number of vertices)  $N \rightarrow$  ネットワークサイズ
- ❑ 次数 (degree)  $k_i (i = 1, 2, \dots, N)$   
 $\rightarrow$  頂点  $v_i$  から出ている枝数 = 頂点  $v_i$  に  $\quad$  頂点数
- ❑ 次数分布 (degree distribution)  $p(k)$
- ❑ 平均次数 (average degree)  $\langle k_i \rangle = \sum_{i=0}^N k_i p(k_i)$
- ❑ 次数相関 (degree correlation)
- ❑ 平均頂点間距離 (average path length)  $L$   
ある頂点から別の頂点に行くために通過しなければならない  $\quad$  の枝数を距離とする
- ❑ クラスタリング係数 (clustering coefficients)  $C$   
友達の友達は  $\quad$  である (  $\quad$  )
- ❑ 媒介性 (Betweenness)
- ❑ Network Motifs

非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.24/52

## クラスタリング係数



- ❑ 頂点  $v_i$  の隣接頂点数は
- ❑  $v_i$  の隣接頂点が全て結合した場合の枝数は
- ❑ この例では、実際には  $\quad$  本
- ❑  $v_i$  のクラスタリング係数  $C_i$

- ❑ グラフ全体のクラスタリング係数  $C$  は

- ❑ cf. 社会学における

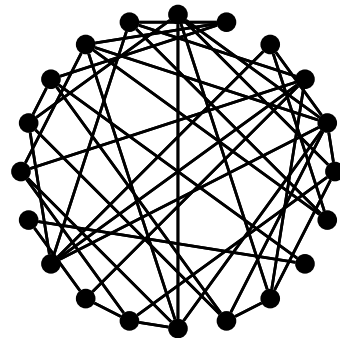
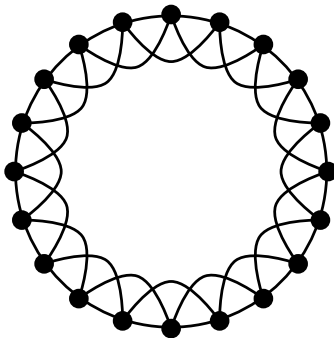
非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.25/52

# 演習

- 以下のグラフの頂点数，平均次数，平均頂点間距離，クラスタリング係数を求めなさい。
  - 規則的なグラフの例 1
  - ピーターセングラフ
  - 完全グラフ

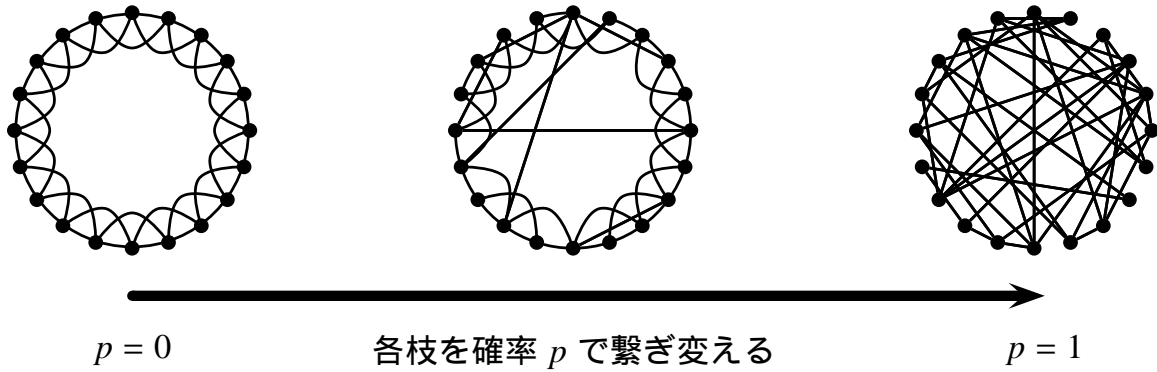
## 現実世界のネットワーク構造は？

- 『規則的』ではない。∴ 規則的なネットワークでは，
  - 平均頂点間距離が  $\Rightarrow$  でない
- 『ランダム』でもない。∴ ランダムネットワークでは
  - クラスタリング係数は  $\Rightarrow$  友達と友達が，  $\Rightarrow$  になってしまう



# Random Rewiring によるスモールワールド化

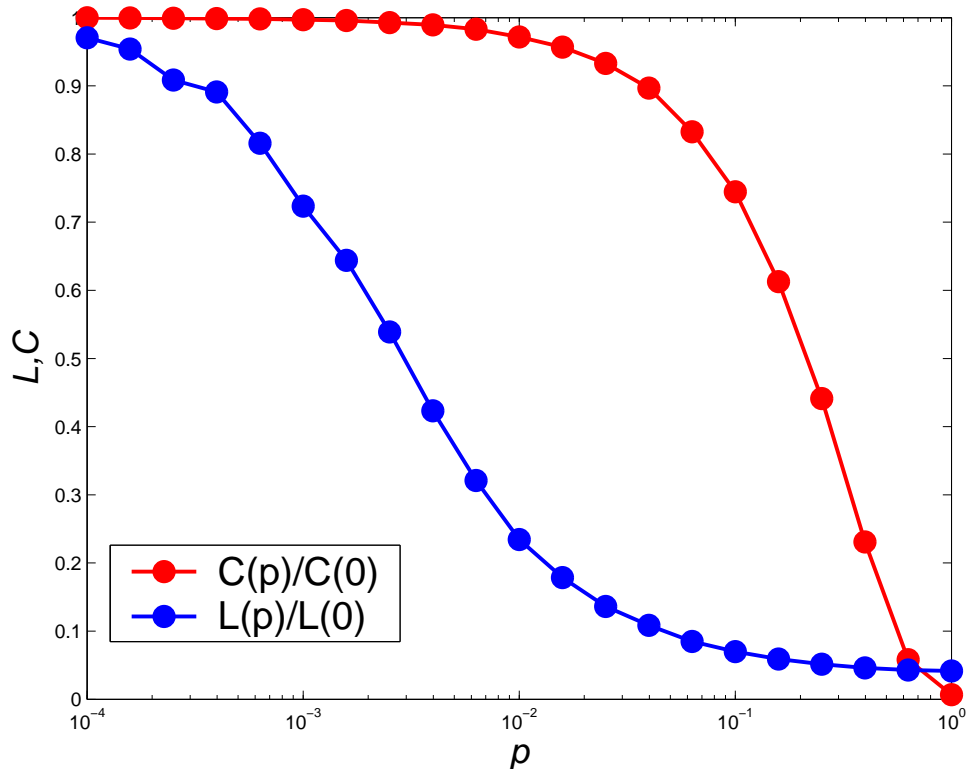
(Watts and Strogatz, 1998)



↓  
random rewiring

規則的でもランダムでもない  
を有するネットワーク

# Random Rewiring によるスモールワールド化



# 現実世界のスモールワールドネットワーク

□ 平均頂点間距離  $L$  が

→ 同じ

□ クラスタ性  $C$  がランダムネットワークに比べて

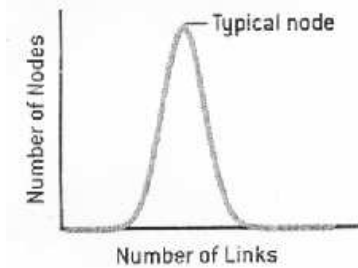
→

	$L$	$L_R$	$L/L_R$	$C$	$C_R$	$C/C_R$
映画俳優	3.65	2.99	1.22	0.79	0.00027	2926.0
送電網	18.7	12.4	1.51	0.080	0.005	16.0
線虫	2.65	2.25	1.18	0.28	0.05	5.6

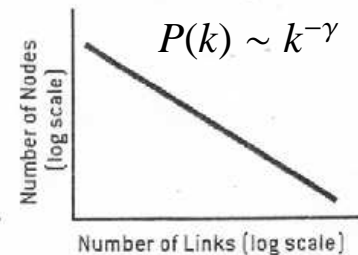
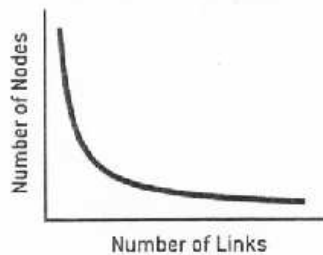
非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.30/52

## ところが、次数分布は …

ここまでのネットワーク



実際のネットワーク



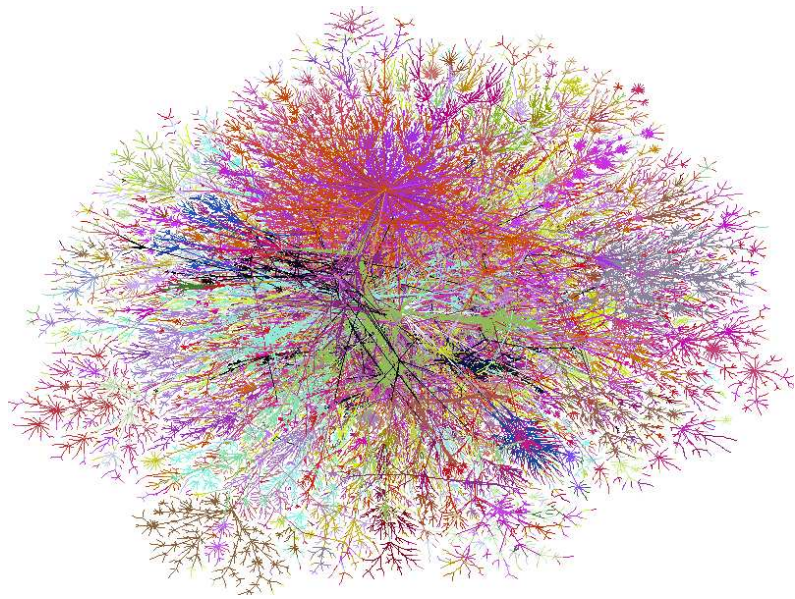
- (多数のリンクを持つ) の存在
- (になることが多い)



非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.32/52

# 実際のネットワーク構造

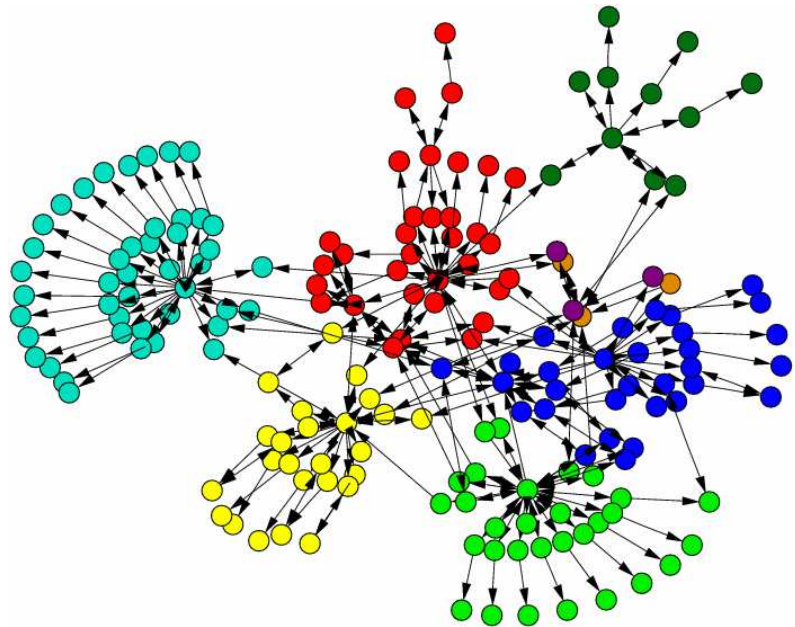
- インターネット
- ウェブページ
- 友人関係
- ああ無情
- 共同研究
- 結核感染
- 性交渉



非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.33/52

# 実際のネットワーク構造

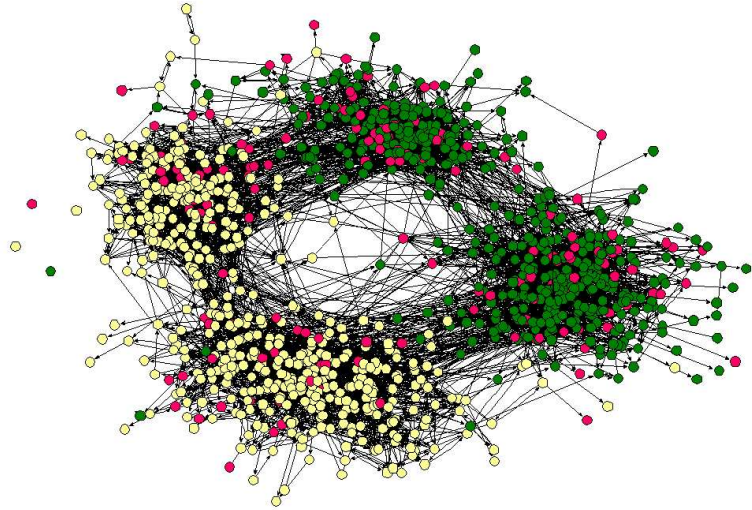
- インターネット
- ウェブページ**
- 友人関係
- ああ無情
- 共同研究
- 結核感染
- 性交渉



非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.34/52

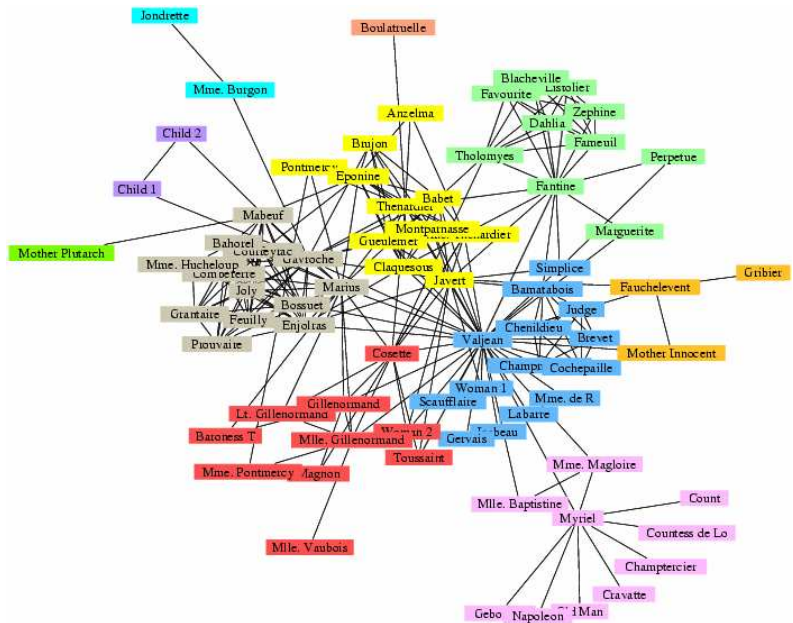
# 実際のネットワーク構造

- インターネット
- ウェブページ
- 友人関係
- ああ無情
- 共同研究
- 結核感染
- 性交渉



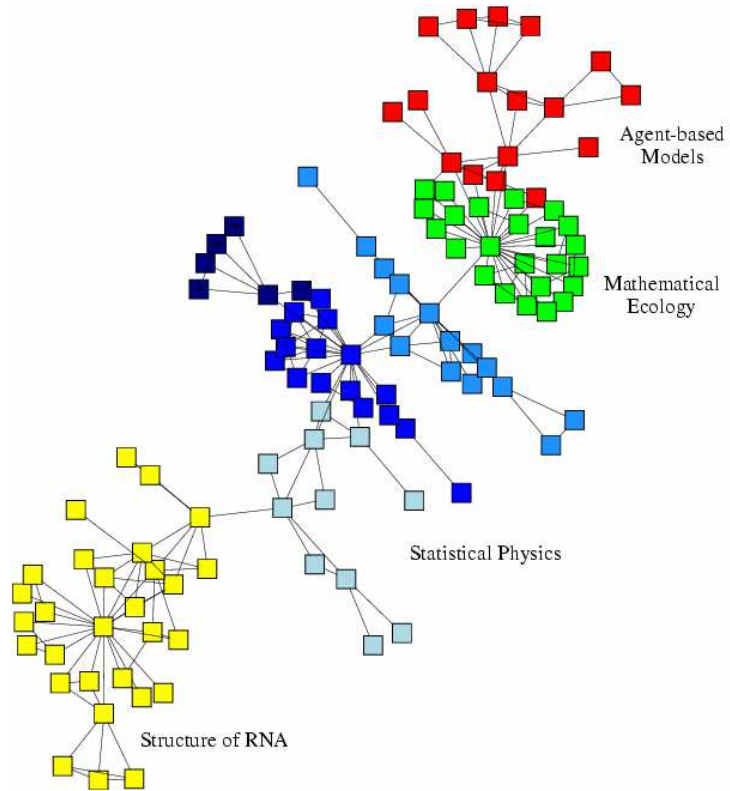
# 実際のネットワーク構造

- インターネット
- ウェブページ
- 友人関係
- ああ無情
- 共同研究
- 結核感染
- 性交渉



# 実際のネットワーク構造

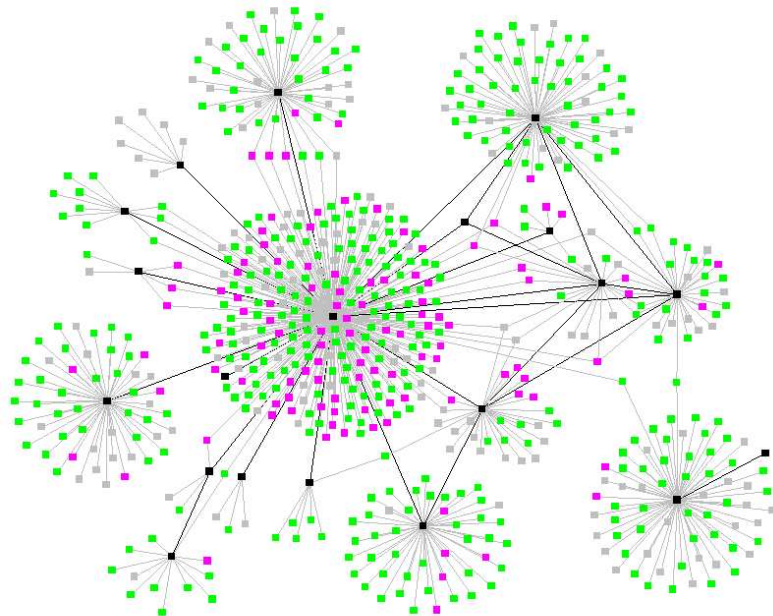
- インターネット
- ウェブページ
- 友人関係
- ああ無情
- 共同研究**
- 結核感染
- 性交渉



非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.37/52

# 実際のネットワーク構造

- インターネット
- ウェブページ
- 友人関係
- ああ無情
- 共同研究
- 結核感染**
- 性交渉

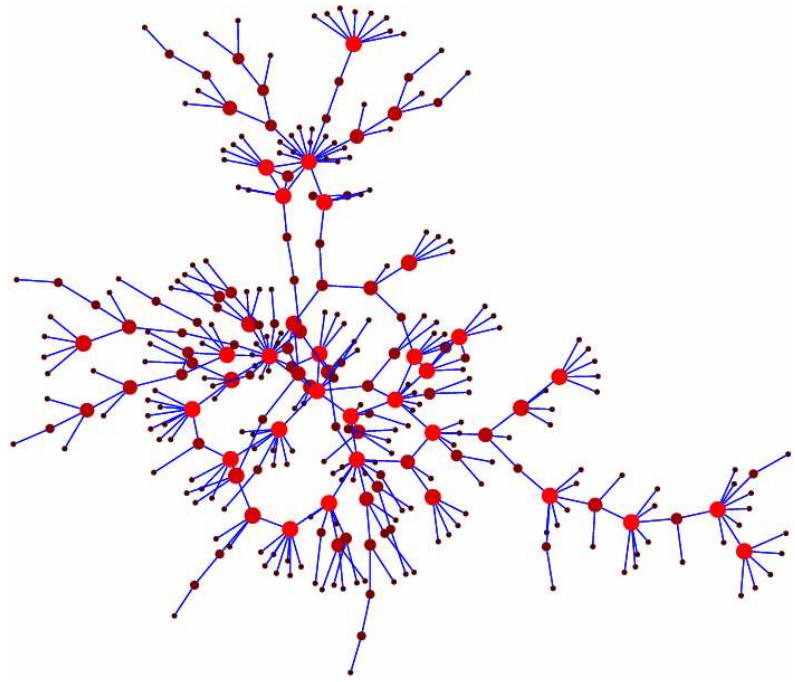


非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.38/52



# 実際のネットワーク構造

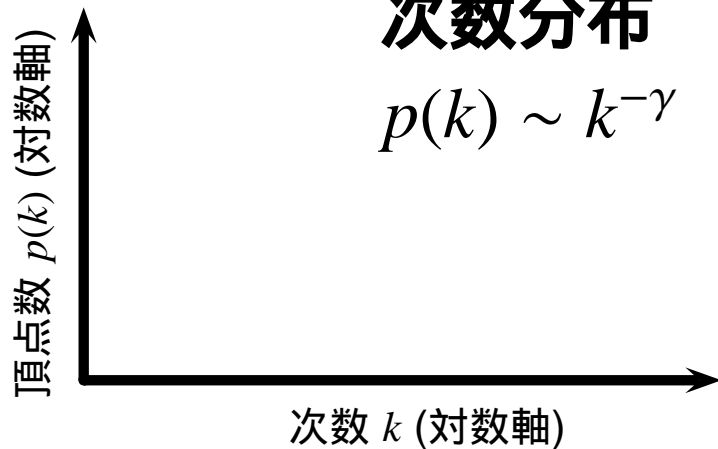
- インターネット
- ウェブページ
- 友人関係
- ああ無情
- 共同研究
- 結核感染
- 性交渉



非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.39/52

# 実際のネットワーク構造

- インターネット
- ウェブページ
- 友人関係
- ああ無情
- 共同研究
- 結核感染
- 性交渉



になっていることもある

非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.40/52

# スケール・フリー性を生み出すには？

- ネットワークは している  
⇒ ネットワークに 頂点が増えられていく
  - インターネット
  - WWW
  
- 頂点は 頂点に接続する傾向がある  
⇒
  - Yahoo
  - Google

非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.41/52

## スケールフリーネットの作り方

1.  $m_0$  個の完全グラフを初期状態とする
2.  $m (< m_0)$  本の枝を持つ新しい頂点を一つずつ付加する
3. 新しい枝が結合する頂点を で決める  
⇒ 既存の頂点  $v_i$  の次数を  $k_i$  とすると新しい枝が  $v_i$  に結合する確率は

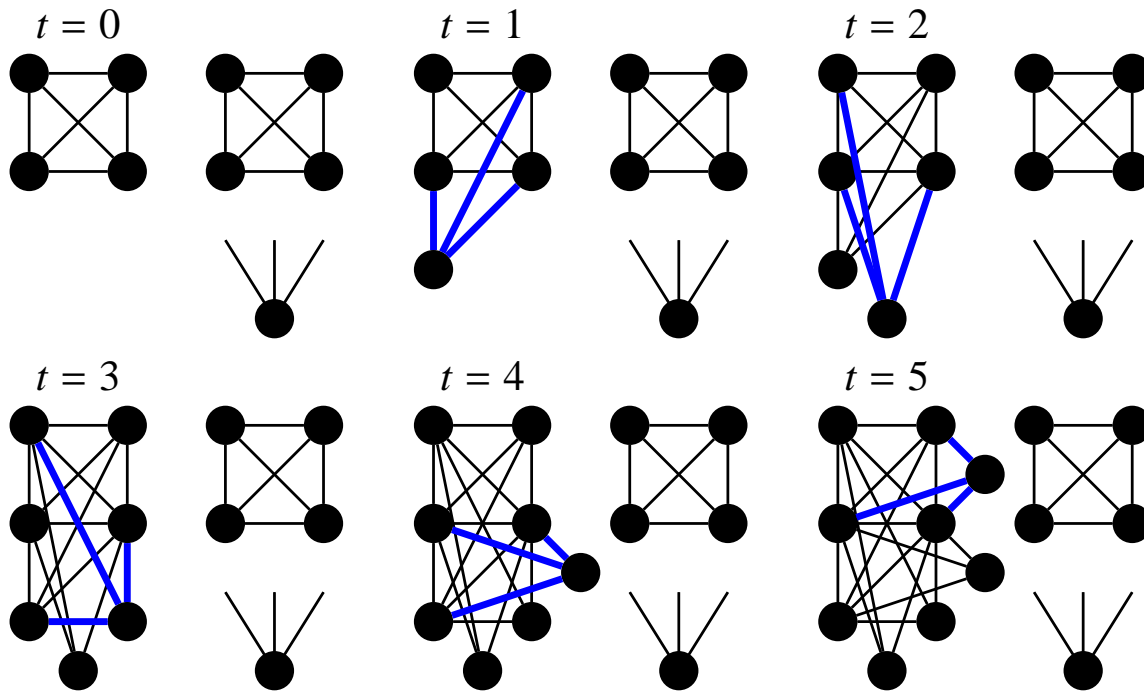
$$\Pi(k_i) = \frac{k_i}{\sum_{i=1}^n k_i}, (1 \leq i \leq n)$$

となる

4. これにより が出現

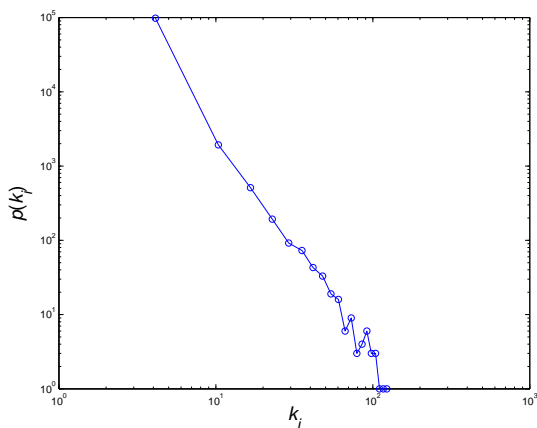
非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.42/52

# スケールフリーネットの作り方



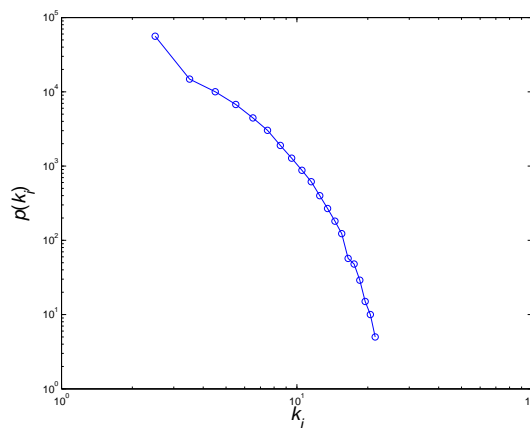
非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.43/52

## ベキ則の出現



成長 + 優先的選択

$$p(k) \sim k^{-3}$$



成長のみ

- ❑ 成長 + 優先的選択のみがベキ則を導く訳ではない
- ❑ このモデルでのクラスタ性は小さくなることにも注意

非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.44/52

# アルゴリズムの拡張

- 適応度モデル  
⇒ ボーズ・アインシュタイン凝縮との関連

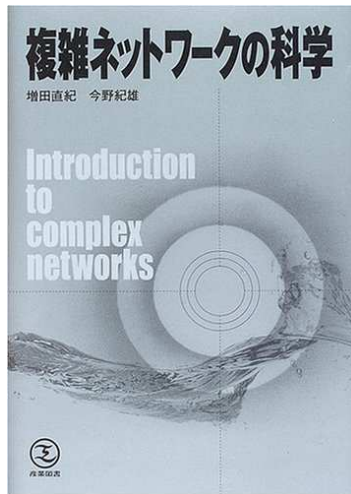


- 頂点非活性化モデル
- 階層的モデル
- 閾値モデル
- etc

## 現実問題との関わり …

- なぜインターネットはルータの故障に対して頑健なのか？  
一日平均約百台のルータが故障している。
- なぜ金持ちはますます金持ちになるのか？  
80対20の法則 (パレートの法則)
- 金持ちがますます成功する社会で、  
新参者はどうすれば生き残れるのか？
- なぜマイクロソフトは一人勝ちしたのか？
- 有限な予算で病気の感染拡大を防ぐにはどうすべきか？
- ブラックアウトを防ぐ手立てはあるのか？

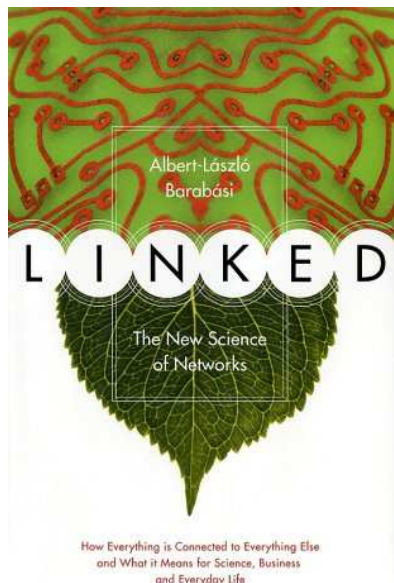
## 書籍紹介



増田 直紀，今野 紀雄 著: 複雑ネットワークの科学，産業図書，2005;  
増田 直紀，今野 紀雄 著: 「複雑ネットワーク」とは何か，講談社ブルー  
バックス，2006;  
増田直紀 著，私たちはどうつながっているのかーネットワークの科学を  
応用する，中公新書，2007

非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.47/52

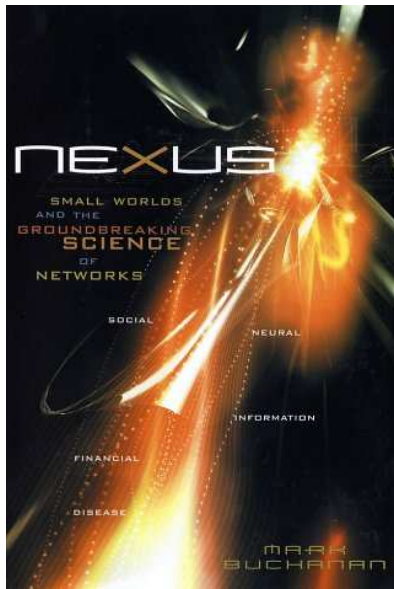
## 書籍紹介



アルバート＝ラズロ・バラバシ 著，青木薫 訳:  
新ネットワーク思考～世界のしくみを読み解く～，NHK 出版，  
2002 .

非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.48/52

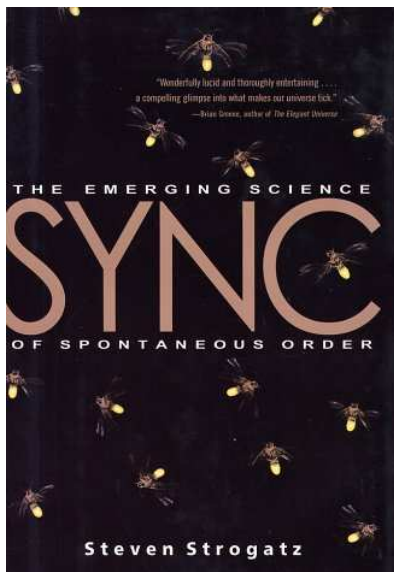
## 書籍紹介



マーク・ブキャナン 著，阪本芳久 訳：  
複雑な世界，単純な法則，-ネットワーク科学の最前線-，草思社，  
2005 .

非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.49/52

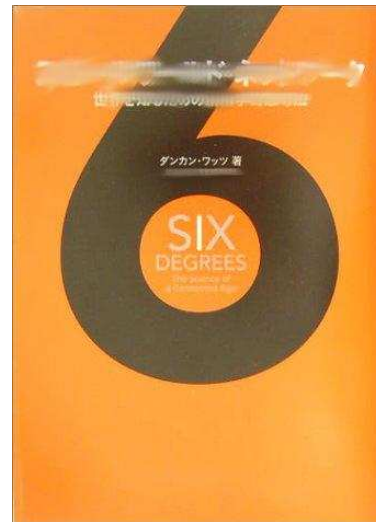
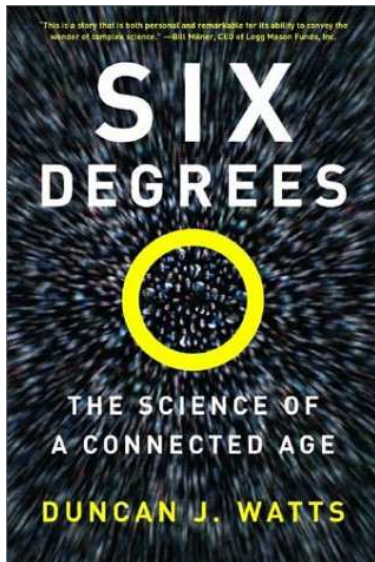
## 書籍紹介



スティーブン・ストロガッツ 著，蔵本由紀 監修，長尾 力 訳：  
シンク  
SYNC，-なぜ自然はシンクロしたがるのか-，早川書房，2005 .

非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.50/52

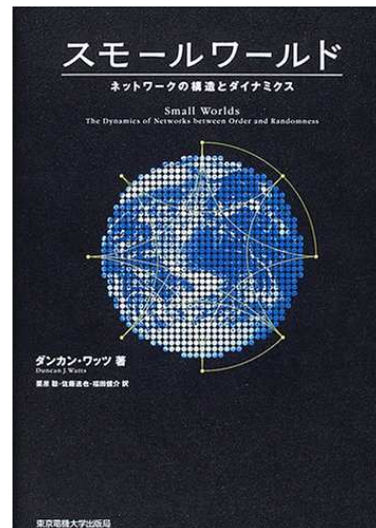
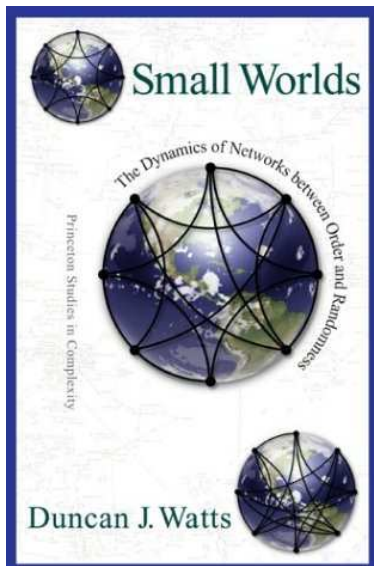
## 書籍紹介



Duncan J. Watts, Six Degrees, The Science of a Connected Age, W. W. Norton & Company, 2003 .

非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.51/52

## 書籍紹介



Duncan J. Watts, Small Worlds, The Dynamics of Networks between Order and Randomness, Princeton University Press, 1999;  
ダンカン・ワッツ著，栗原ほか訳: スモールワールドーネットワークの構造とダイナミクスー，東京電機大出版局，2006

非線形システム概論 2007 / 池口 徹 - p.52/52