

非線形システム概論 2007

–第1回 イントロダクション–

池口 徹

埼玉大学 大学院 理工学研究科 研究部 数理電子情報部門

338-8570 さいたま市 桜区 下大久保 255

Tel: 048-858-3577, Fax: 048-858-3716

Email: tohru@ics.saitama-u.ac.jp

URL: <http://www.nls.ics.saitama-u.ac.jp/~tohru/Lectures/I2NLS/>



イントロダクション/非線形システム概論 2007/池口 徹 - p.1/18

講義の担当, TA

□ 講義担当

- 池口 徹
- 大学院 理工学研究科 研究部 数理電子情報部門 教授
(工学部 情報システム工学科)
- Email : tohru@ics.saitama-u.ac.jp
- URL <http://www.nls.ics.saitama-u.ac.jp/~tohru/>
- Tel 048-858-3577, 内線 4752
- 居室 : 総合研究棟 506 室 (or 505 室)
- オフィスアワー : 講義終了後 or 居室に来てくれたら随時

□ Teaching Assistant

- 木村 貴幸
- 大学院 理工学研究科 情報数理科学専攻 D3 (池口研究室)
- Email: kimura@nls.ics.saitama-u.ac.jp
- 居室: 総合研究棟 505 室

イントロダクション/非線形システム概論 2007/池口 徹 - p.2/18

講義概要

自然界に存在する様々な複雑現象の本質は、(1) 非線形性と (2) 時間と共に状態が変化することにあります。この講義では、これらの複雑な現象を
という観点から理解するための必要な基礎理論に
ついて 解説します。

キーワードは、

非線形ダイナミクス，カオス，フラクタル，複雑系
時系列解析，組み合わせ最適化，
ニューロサイエンス，複雑ネットワーク，
カオス同期，位相同期，一般化同期，コンシステンシー

などです。

履修に必要な知識は、微分積分学 (1 年次に、情報数学入門、応用解析学、応用線形代数で履修) に関する内容だけです。尚、本講義においても、関連事項は、適宜復習するので

！

毎週の講義の後半 20 分 ~ 30 分を演習時間として、各回の内容を十分理解しながら講義を進めるので、安心してついてきてください。

背景

□ 時間の経過と共に状態が変化する現象を解析する方法

□ なぜ、そのような方法論が重要か？

この世の中は、 と共に、 するものばかりである！

- 気温，降水量，風力，雷，地震の発生
- 経済現象，人口の変化
- 音声，脳波，心拍間隔，血压
- 感染症 (SARS など) の患者数

- 人の動き (歩行，踊り)，ロボットの動き
- インターネット上を伝わるパケット数，到着時刻
- 通信，光
- コンピュータで行なわれる演算

もう一つ大事なこと

状態が時間経過と共に変化する際のカラクリは二つに分類できる。

- $\rightarrow x$ と y は直線関係 (1 次式) が成り立つ

$$y = f(x) = ax$$

$$f(X + Y) = f(X) + f(Y)$$

が成り立つ関係と考えても良い

- = 線形でないもの全部

$$f(X + Y) \neq f(X) + f(Y)$$

が成り立たない

☞ この講義では、
なカラクリを相手にする

∴ この世に存在する殆んど全てのカラクリが だから

イントロダクション/非線形システム概論 2007/池口 徹 - p.5/18

まとめると

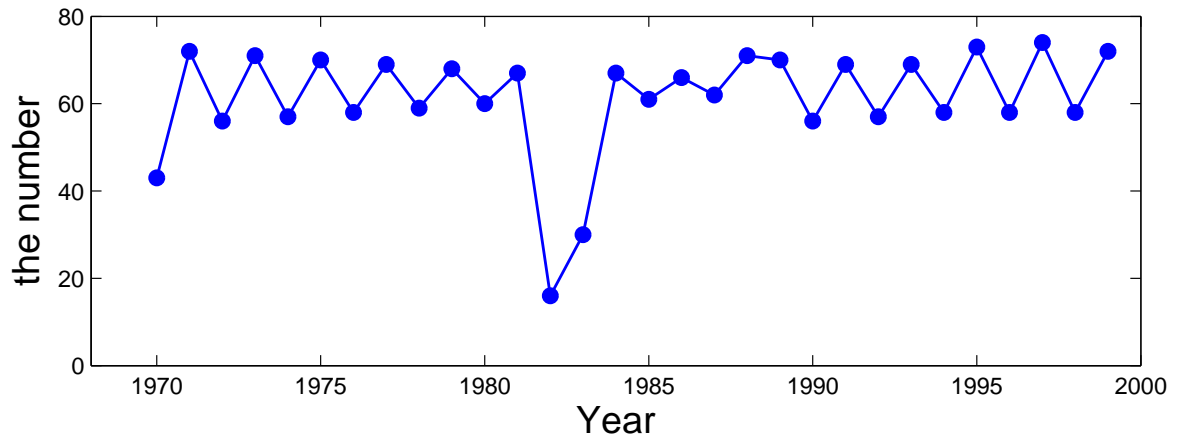
- 時間の経過と共に状態が変化する現象を調べる方法を学ぶ
- 但し、状態が変化する際の規則は非線形である

具体的には

- 線形な差分方程式と非線形な差分方程式
- カオスとは
- 分岐
- フラクタル
- グラフ理論
- 複雑ネットワーク
- カオス同期
- 最新の研究課題

イントロダクション/非線形システム概論 2007/池口 徹 - p.6/18

ある時系列データ (ハエの個体数)



- 何か重要な生物学的情報があるだろうか？
- 仮にそのような情報が存在するとして，
 - － その情報をどのようにして扱えば良いのか？
 - － その情報を時系列データから抽出することができるだろうか？

イントロダクション/非線形システム概論 2007/池口 徹 - p.10/18

ハエの個体数の変化をモデル化する

- ある年 (夏) のハエの数は，前年の卵の数に依存
- タマゴの数は，その年 (夏) の蠅の数に依存
- 従って，ある年 (夏) の蠅の数は，前年 (の夏) の数に依存



- この式の意味は？
- N_t とは？
- なぜ f ？
- これを という.
- 時間 t が経過すると共に N_t が変化する →

イントロダクション/非線形システム概論 2007/池口 徹 - p.11/18

どのような f が良いのだろうか?

- 一番簡単なのは f が な場合

⇒

- 繰り返し (イタレーション)

- 初期条件

- 代入

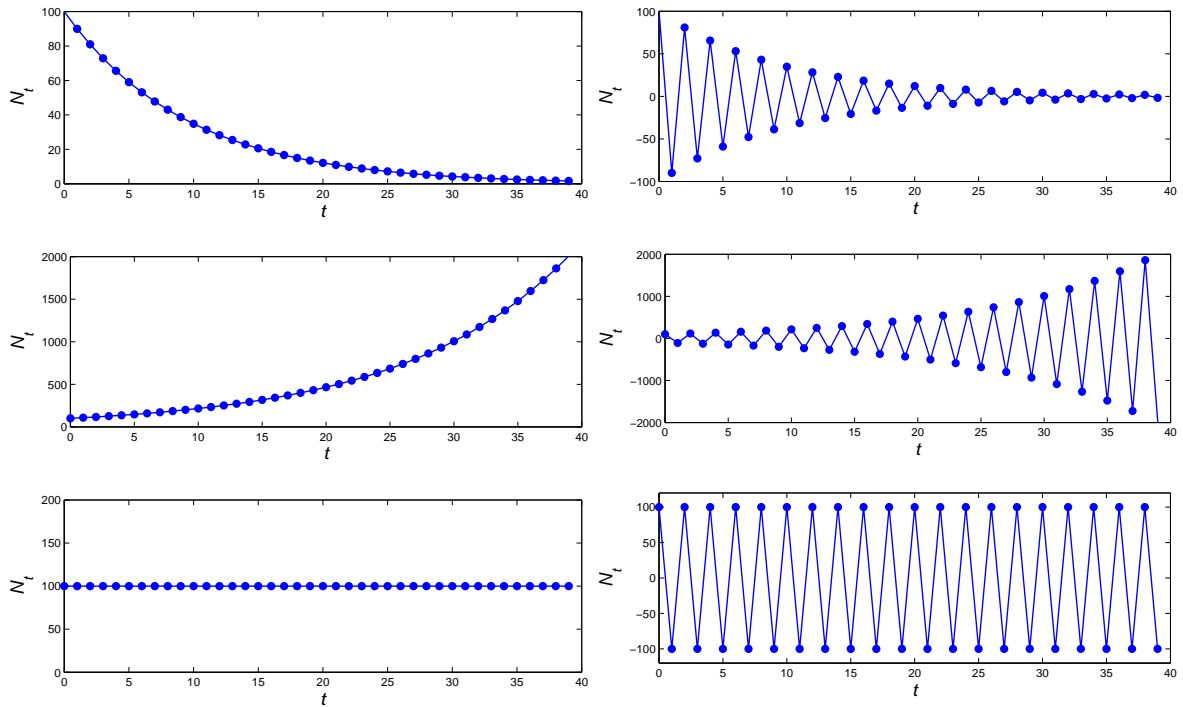
イントロダクション/非線形システム概論 2007/池口 徹 - p.12/18

線形な差分方程式の振る舞い

- $R > 0$
 - ・ $0 < R < 1$
 - ・ $1 < R$
 - ・ $R = 1$
- $R < 0$
 - ・ $-1 < R < 0$
 - ・ $R < -1$
 - ・ $R = -1$

イントロダクション/非線形システム概論 2007/池口 徹 - p.13/18

線形な差分方程式の振る舞い



イントロダクション/非線形システム概論 2007/池口 徹 - p.14/18

非線形な差分方程式を扱うために!

注意!
非線形な差分方程式の解を解析的に解を求めることは、一般的に困難である。

そこで、以下の手法が重要となる

- \Rightarrow の場合に特に威力を発揮。
- \Rightarrow の場合でも使える。

これらの手法を身につけるために、
線形な差分方程式で説明しよう!

イントロダクション/非線形システム概論 2007/池口 徹 - p.15/18

図式解法

□ $N_0 = 0.7, R = 1.9$ とすると …

数値的な繰り返し計算

□ $N_0 = 100, R = 0.9$ とすると …

演習問題

1. 線形な差分方程式の振る舞いは，何通りに分類することが出来るか．
⇒

2. 線形な差分方程式

$$x_{t+1} = 0.9x_t$$

を考える．

- (a) 初期値を $x_0 = 3.2$ としたときの，この差分方程式の解の振る舞いを図式解法を用いて表現せよ．
 - (b) 初期値を $x_0 = -3.2$ としたときには，どうなるか？
 - (c) この差分方程式の解の振る舞いは，最終的にはどうなるか？
3. ハエの個体数変化を線形な差分方程式 $N_{t+1} = RN_t$ でモデル化しようと考えた場合，
- (a) モデル化できるといって良いか？
 - (b) もし良いとする場合，その理由は？
 - (c) もし良くないとする場合，その理由は？
 - (d) もし良くないとする場合，次にはどのような f を用いるべきか？