

# 複雑ネットワーク入門

彩の国未来創造フェア大学授業体験講座「未来大学」

2008年11月9日

池口 徹

埼玉大学 大学院 理工学研究科 研究部 数理電子情報部門

388-8570 さいたま市桜区下大久保255

Tel: 048-858-3577, Fax: 048-858-3716

Email: [tohru@ics.saitama-u.ac.jp](mailto:tohru@ics.saitama-u.ac.jp)

URL: <http://www.nls.ics.saitama-u.ac.jp/~tohru/>

# 本日の内容

- 埼玉大学 工学部 情報システム工学科 開講科目
  - 1年生前期 必修 「情報システム工学入門」
  - 3年生前期 指定選択 「非線形システム概論」
  - 3年生後期 指定選択 「生体情報工学」

# 本日の内容

## ● 埼玉大学 工学部 情報システム工学科 開講科目

- 1年生前期 必修 「情報システム工学入門」
- 3年生前期 指定選択 「非線形システム概論」
- 3年生後期 指定選択 「生体情報工学」

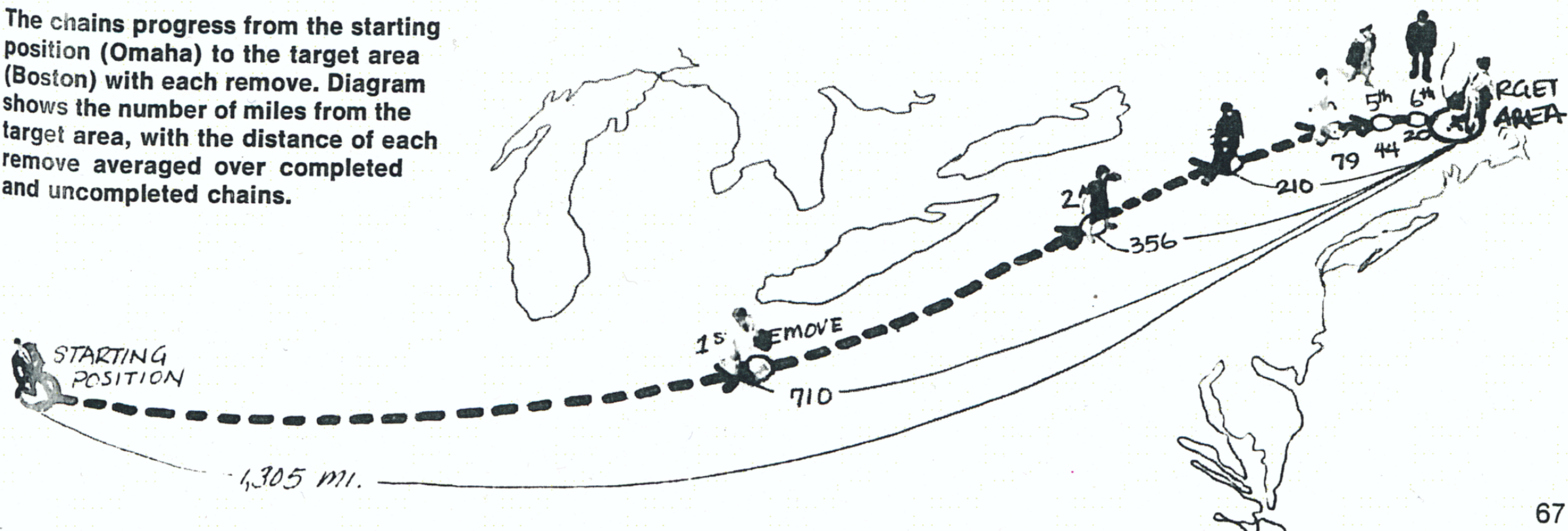


## ● 大学授業体験講座版

- 少し簡単にしてあります.

# ある実験

The chains progress from the starting position (Omaha) to the target area (Boston) with each remove. Diagram shows the number of miles from the target area, with the distance of each remove averaged over completed and uncompleted chains.



## ● Stanley Milgram (アメリカの心理学者)

[仮説]

世界が知人関係からなるネットワークと考えると、世界はある意味で小さい。

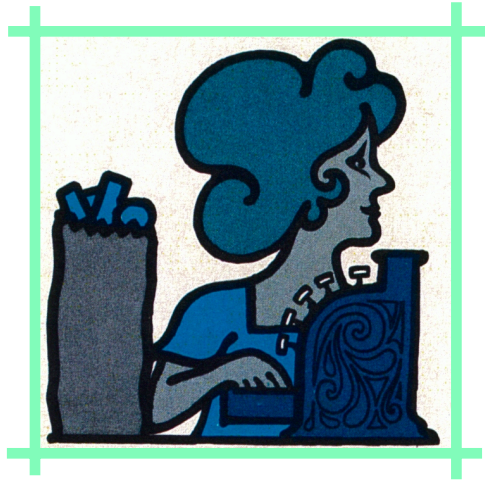
## ● 手紙渡しの実験

● Wichita(Kansas)→Boston (MA)

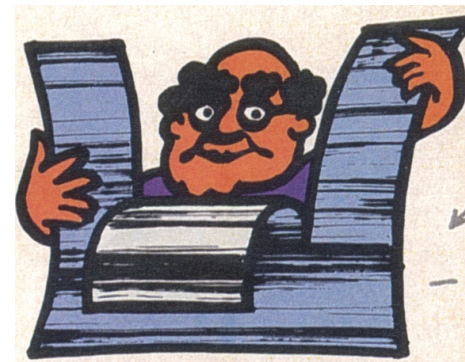
● Omaha (Nebraska)→Boston (MA)



# Milgram の実験



最初の人

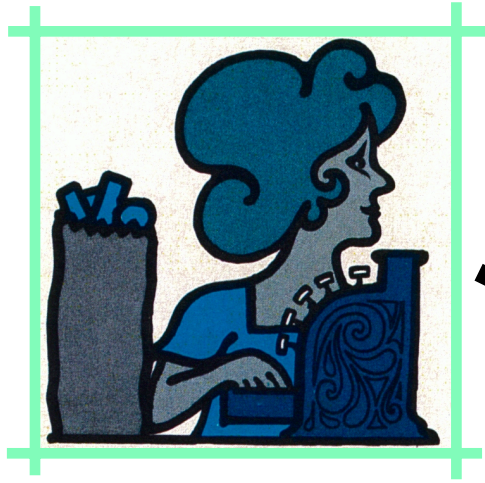


目標人物

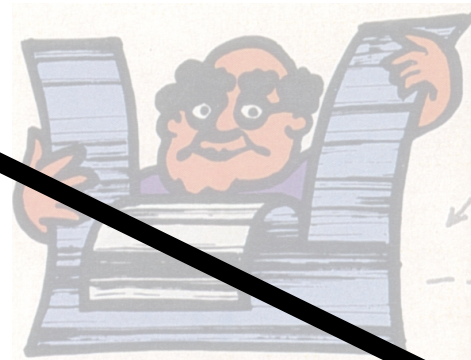




# Milgram の実験



最初の人

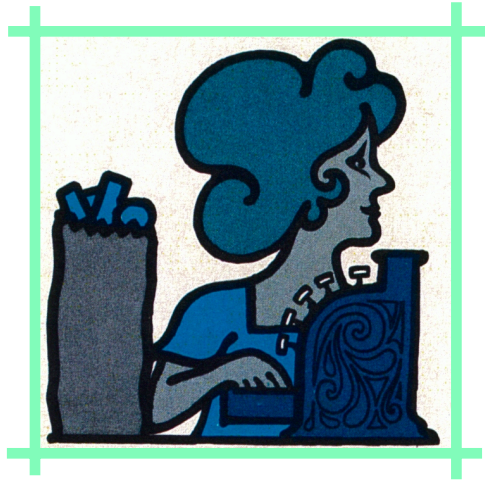


目標人物





# Milgram の実験



最初の人



目標人物





# Milgram の実験



最初の人



目標人物

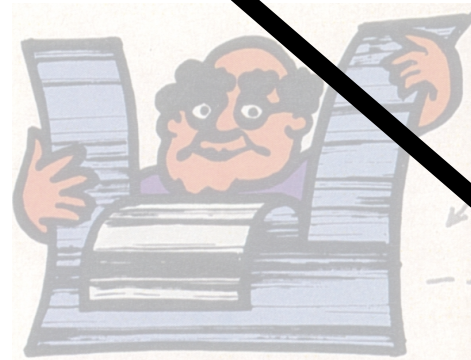




# Milgram の実験



最初の人

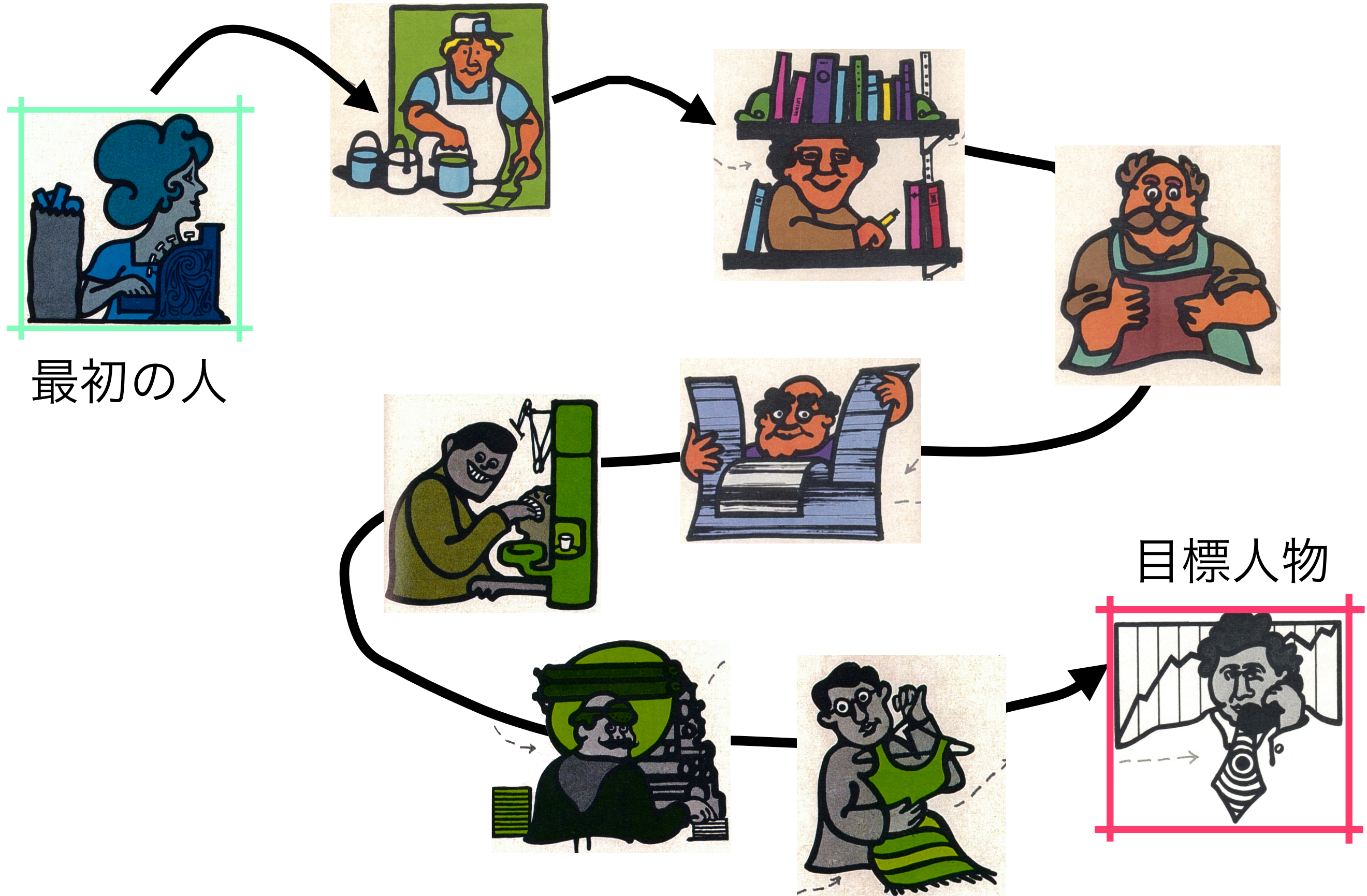


目標人物





# Milgram の実験





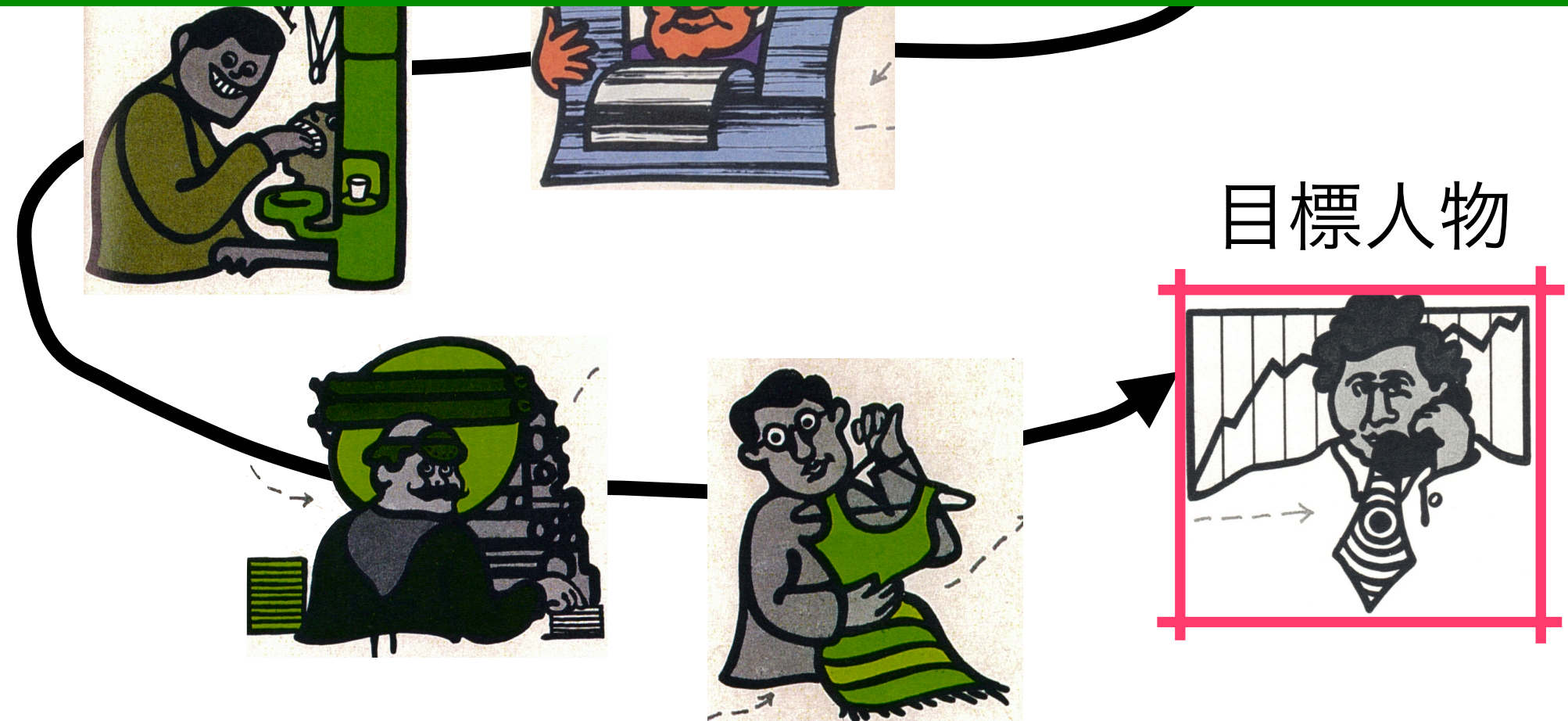
# Milgram の実験



● 目標人物を知っていたら、直接手紙を送って良い。

● 目標人物を知らない場合、直接連絡をとらずに、  
自分よりも目標人物を知っていそうな人に送付。

(注) 「知っている」 = 「ファーストネームで呼び合う程度」





# Milgram の実験

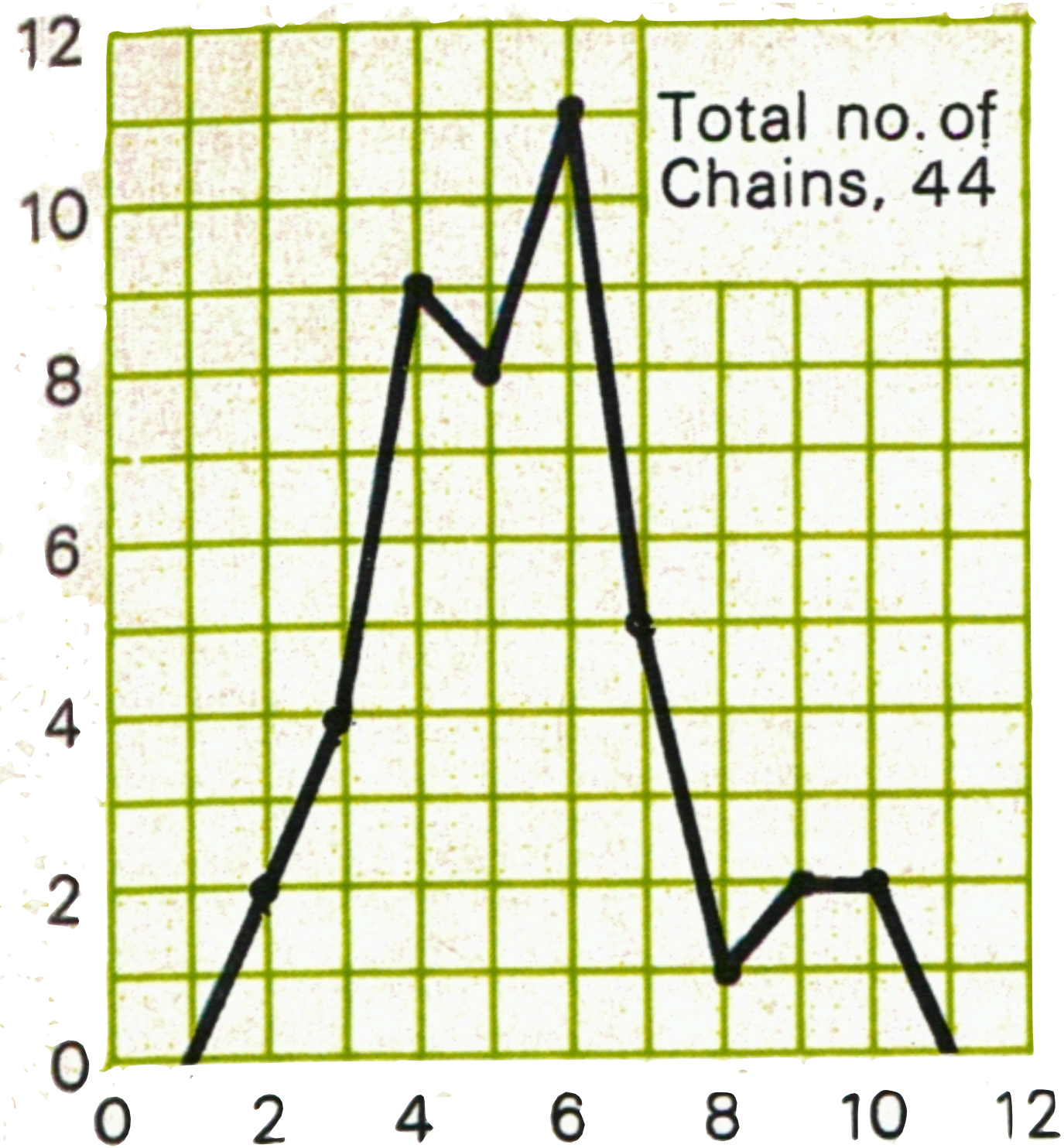
- 目標人物を知っていたら、直接手紙を送って良い。
  - 目標人物を知らない場合、直接連絡をとらずに、自分よりも目標人物を知っていそうな人に送付。
- (注) 「知っている」 = 「ファーストネームで呼び合う程度」

手紙が目標人物に届くためには  
平均何人必要だったでしょう？

目標人物



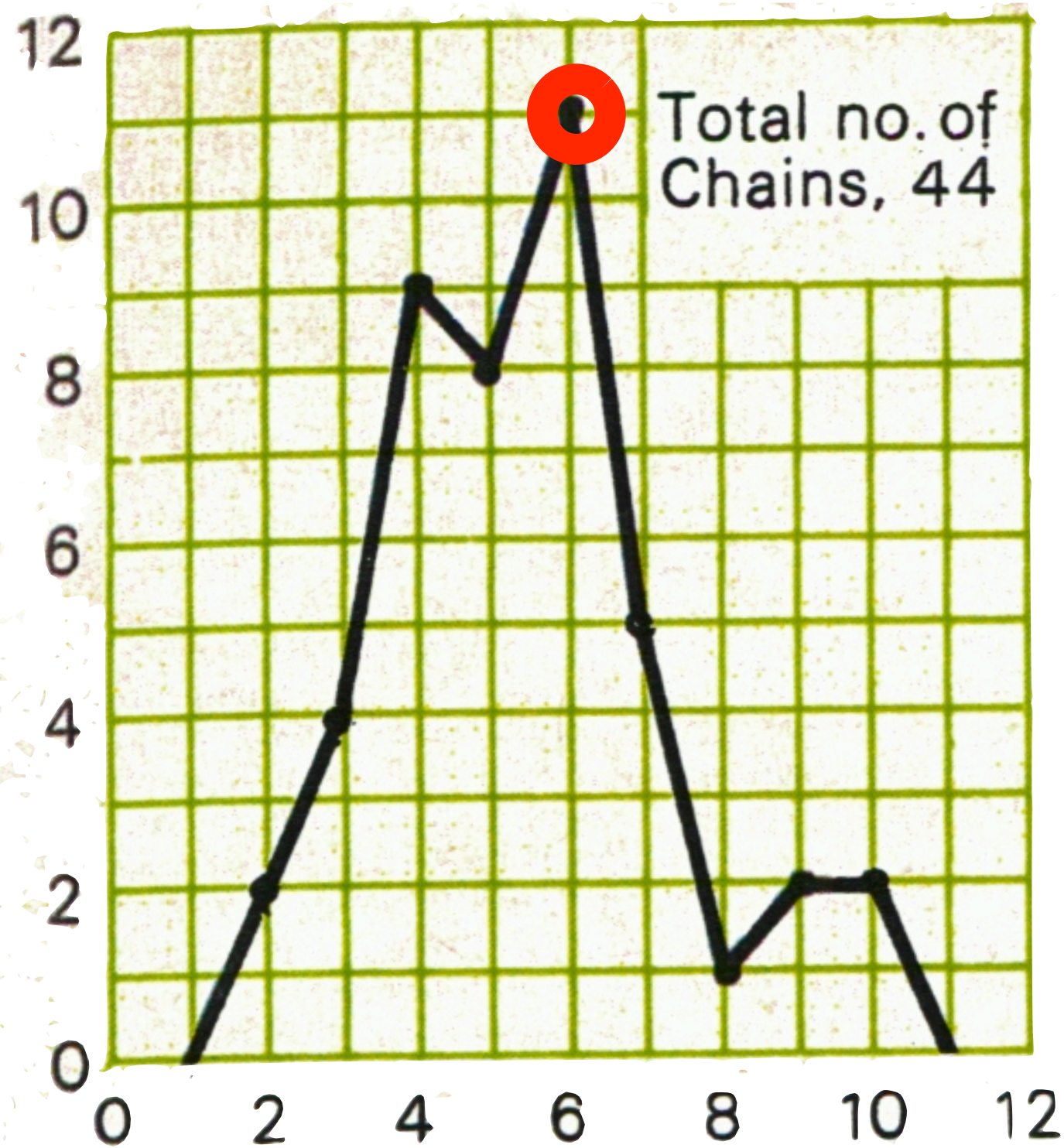
# 驚くべき結果



S. Milgram: "The Small-World Problem," Psychology Today, Vol.1, pp.61-67, 1967

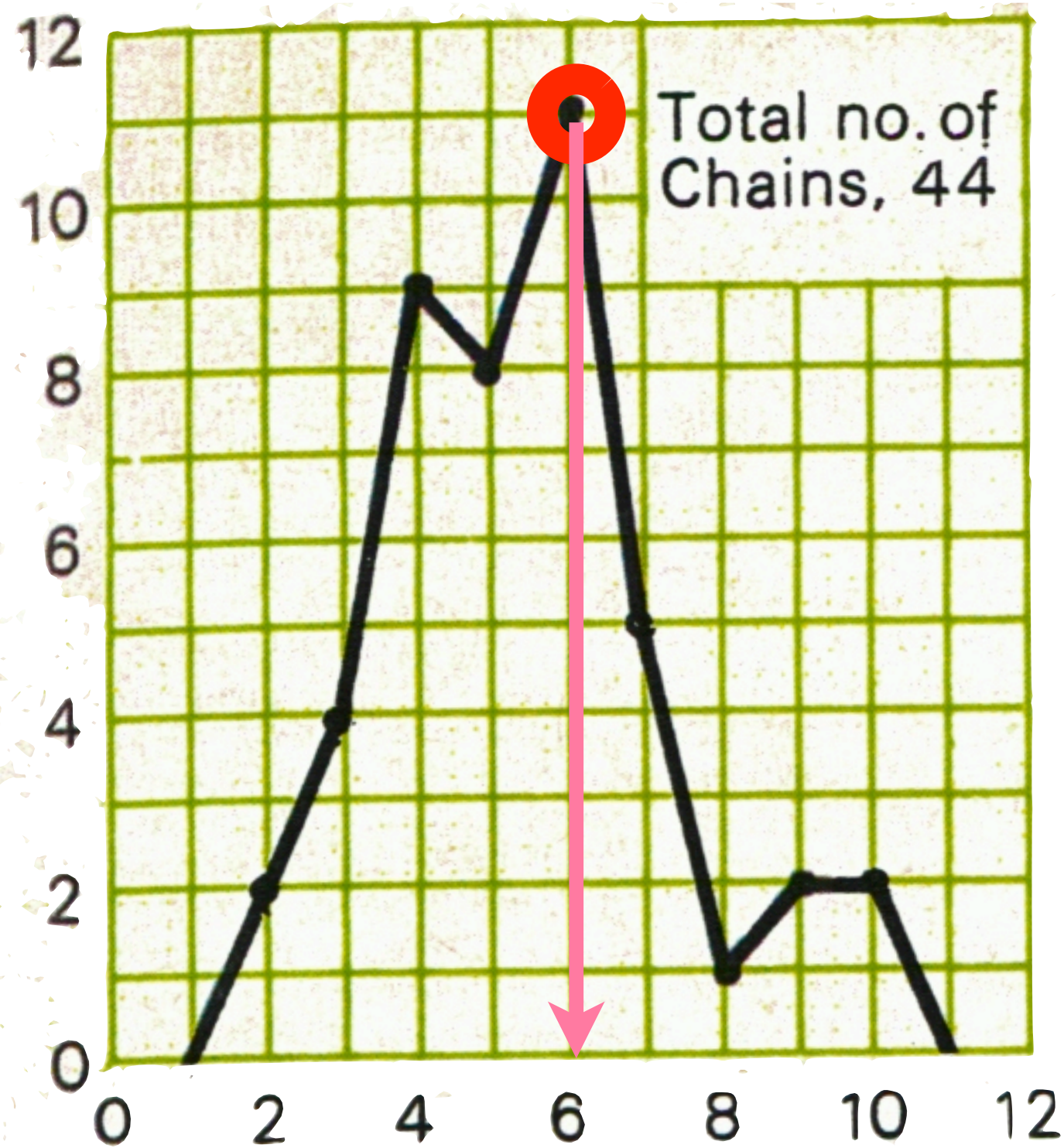


# 驚くべき結果



S. Milgram: "The Small-World Problem," Psychology Today, Vol.1, pp.61-67, 1967

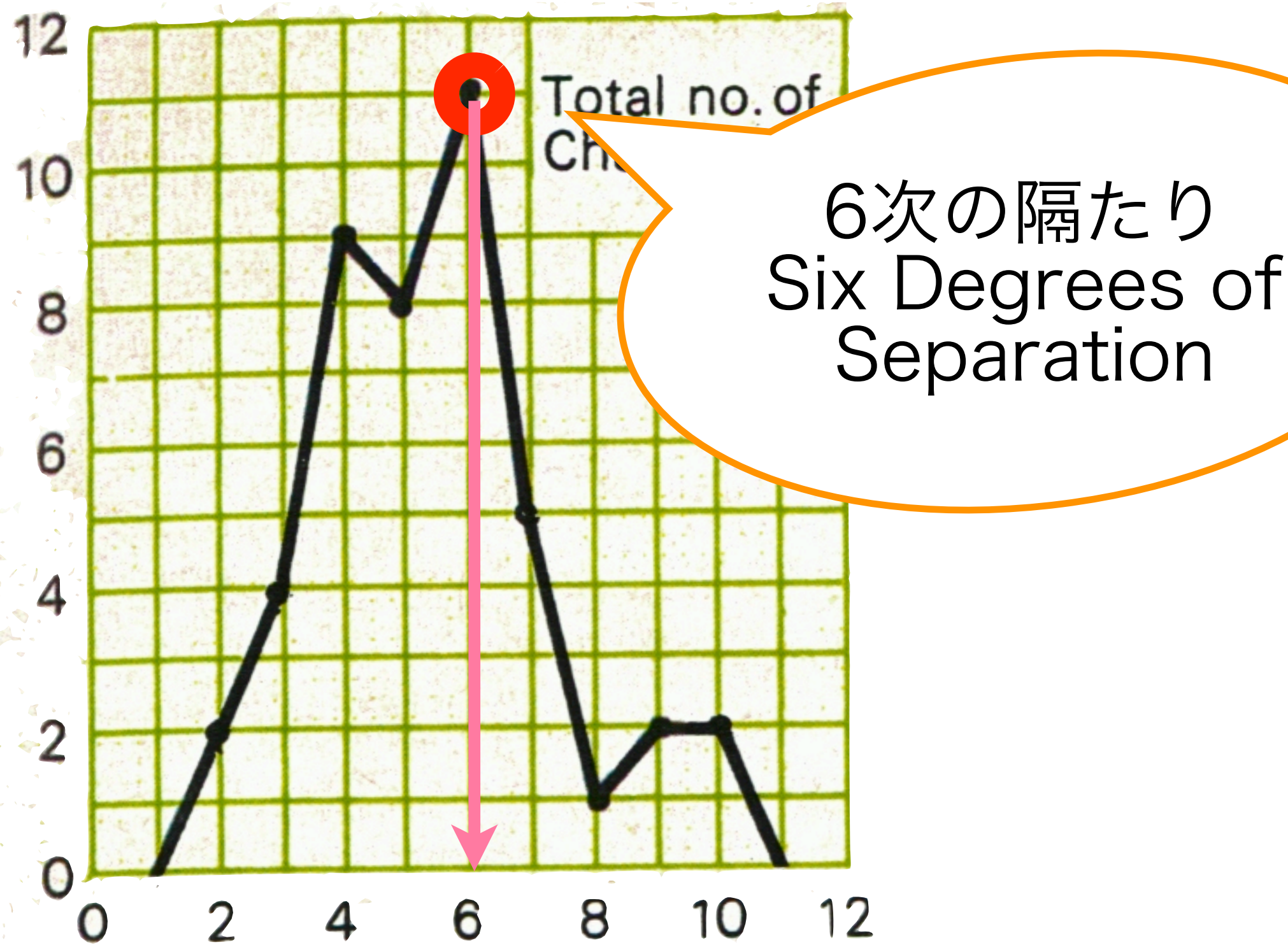
# 驚くべき結果



S. Milgram: "The Small-World Problem," Psychology Today, Vol.1, pp.61-67, 1967



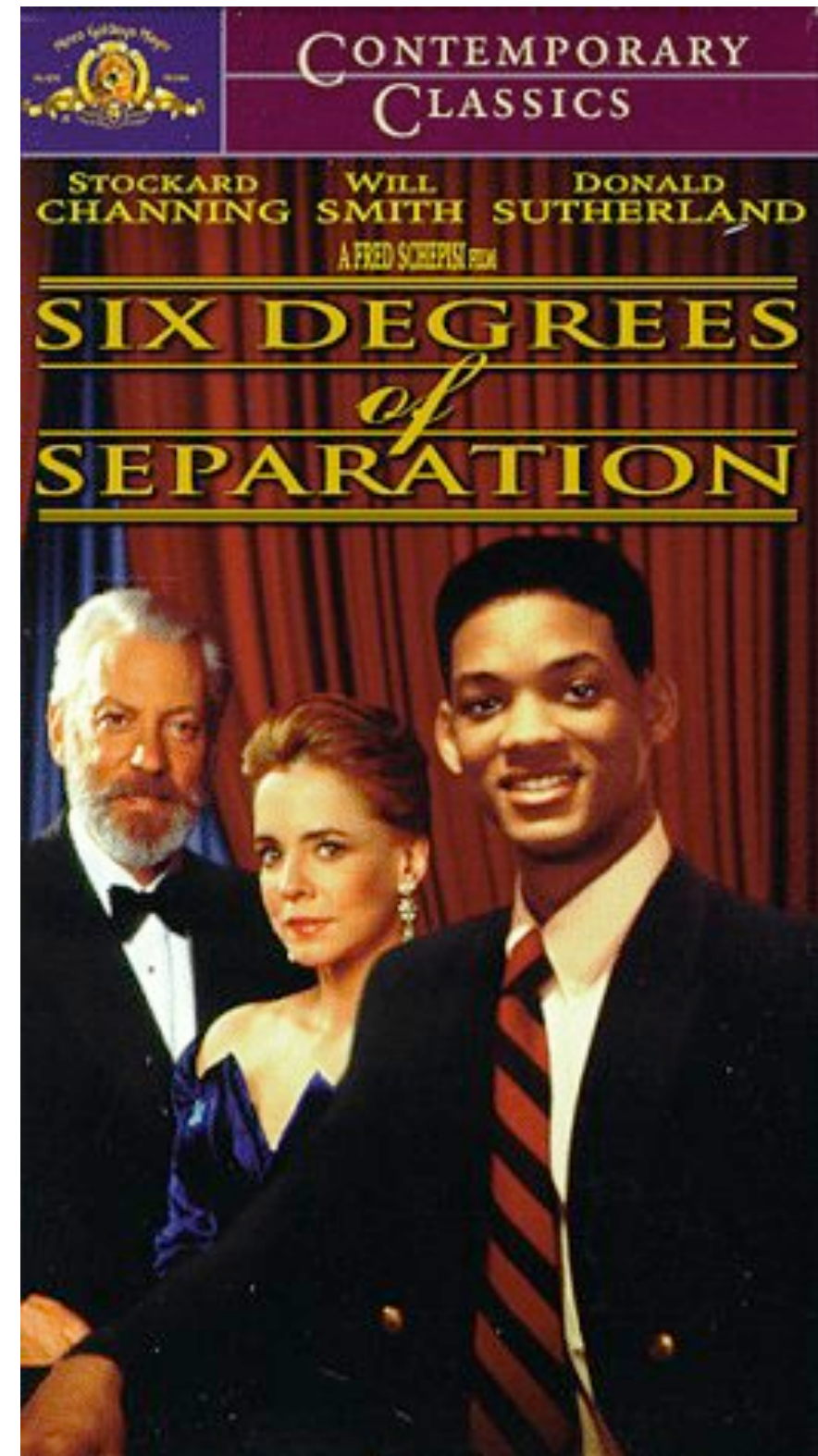
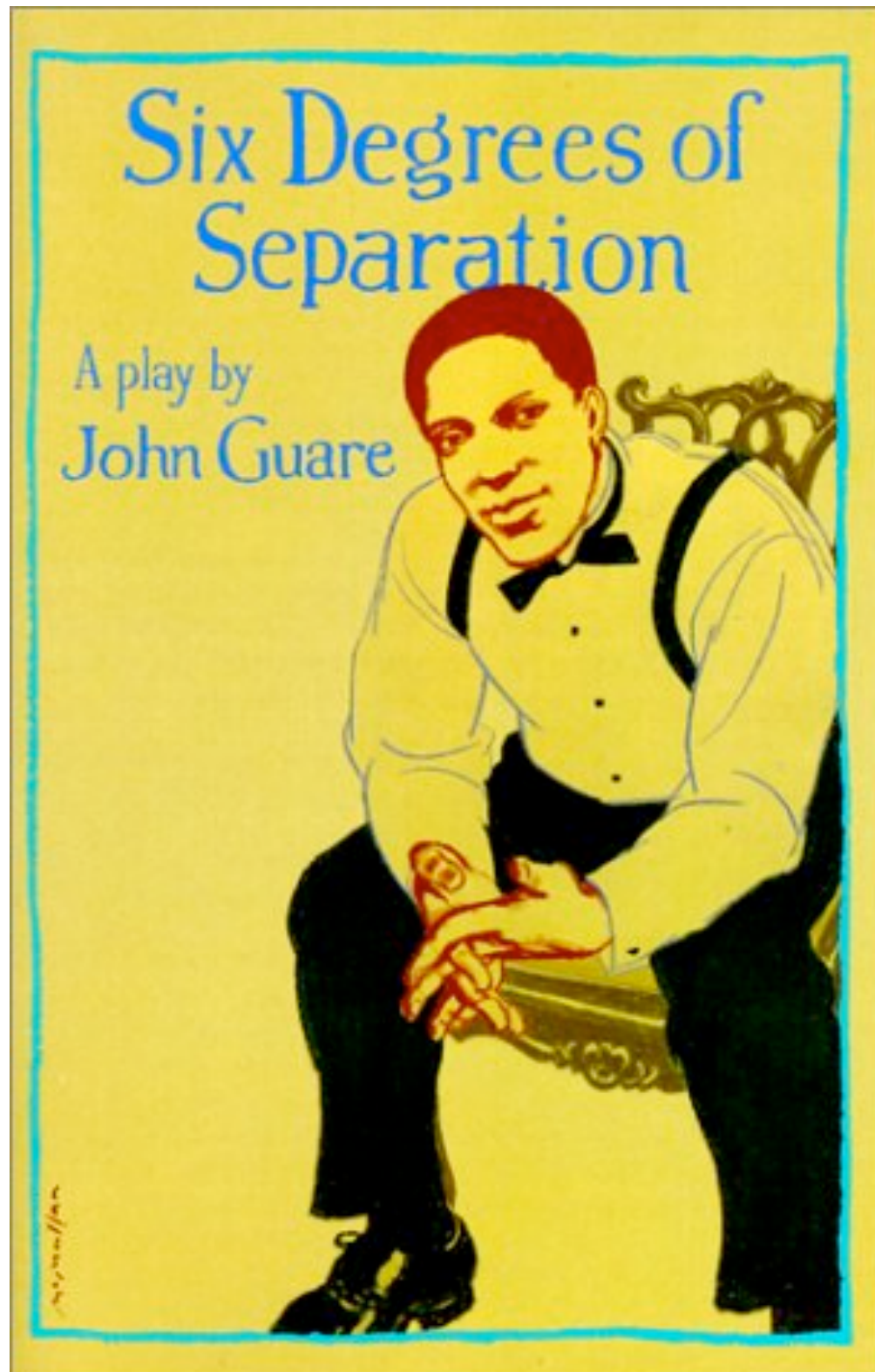
# 驚くべき結果



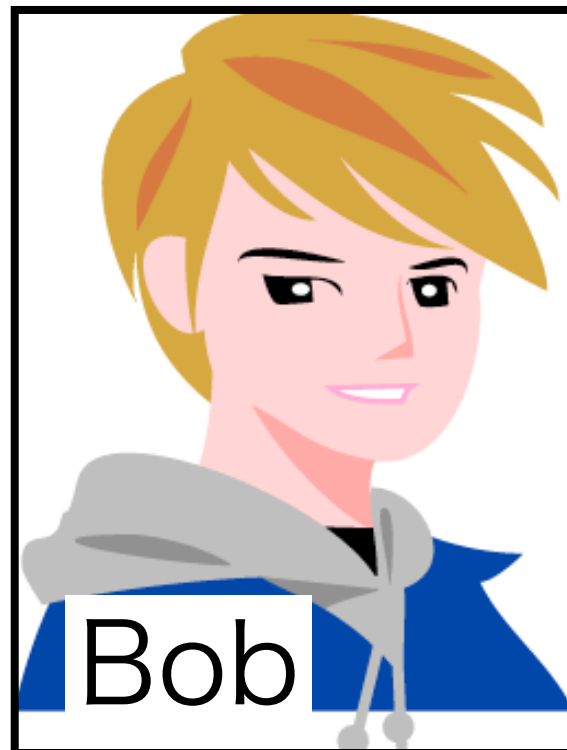
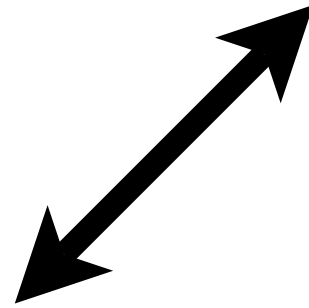
S. Milgram: "The Small-World Problem," Psychology Today, Vol.1, pp.61-67, 1967



# Six Degrees of Separation

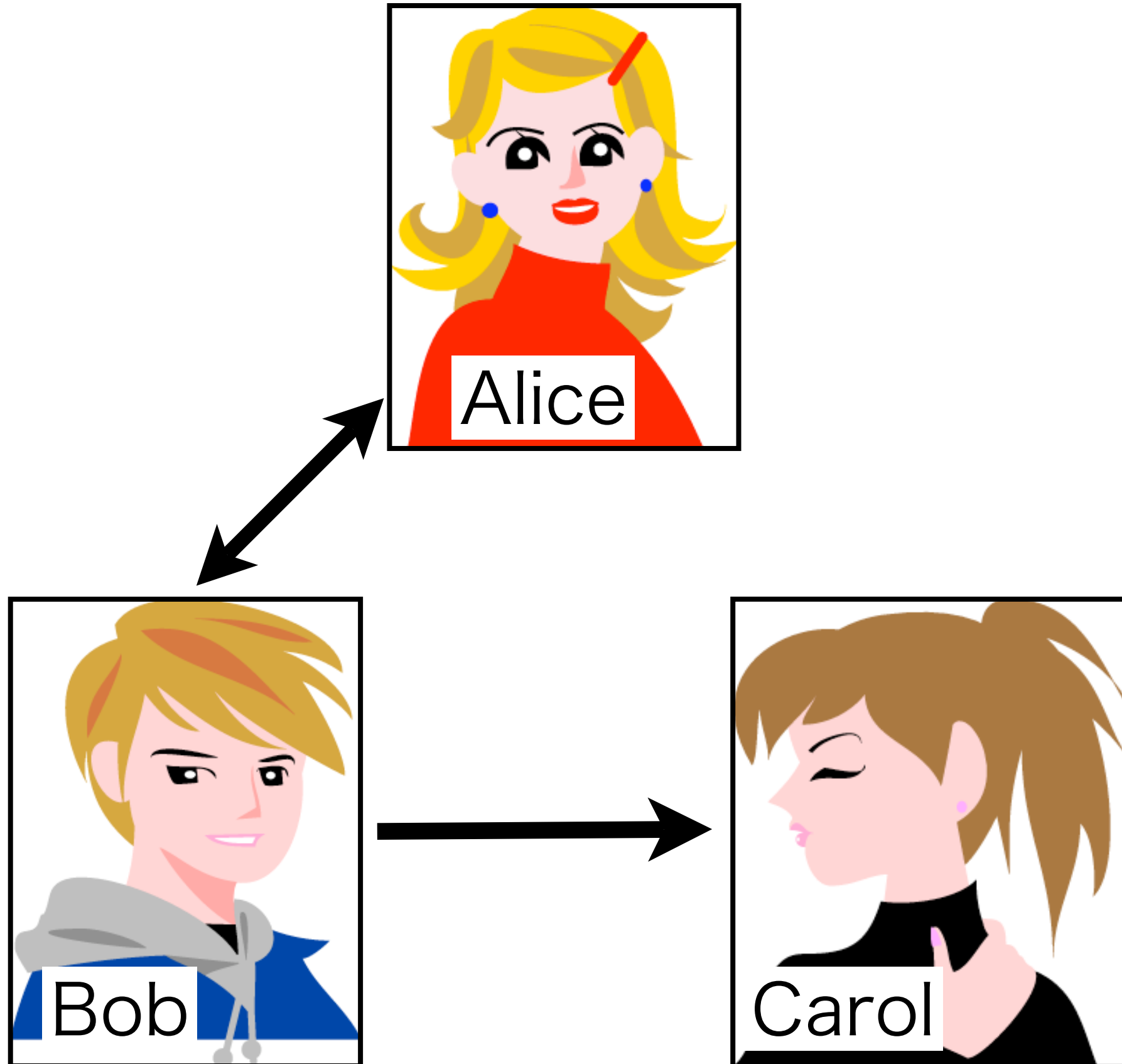


# 友達の友達は友達

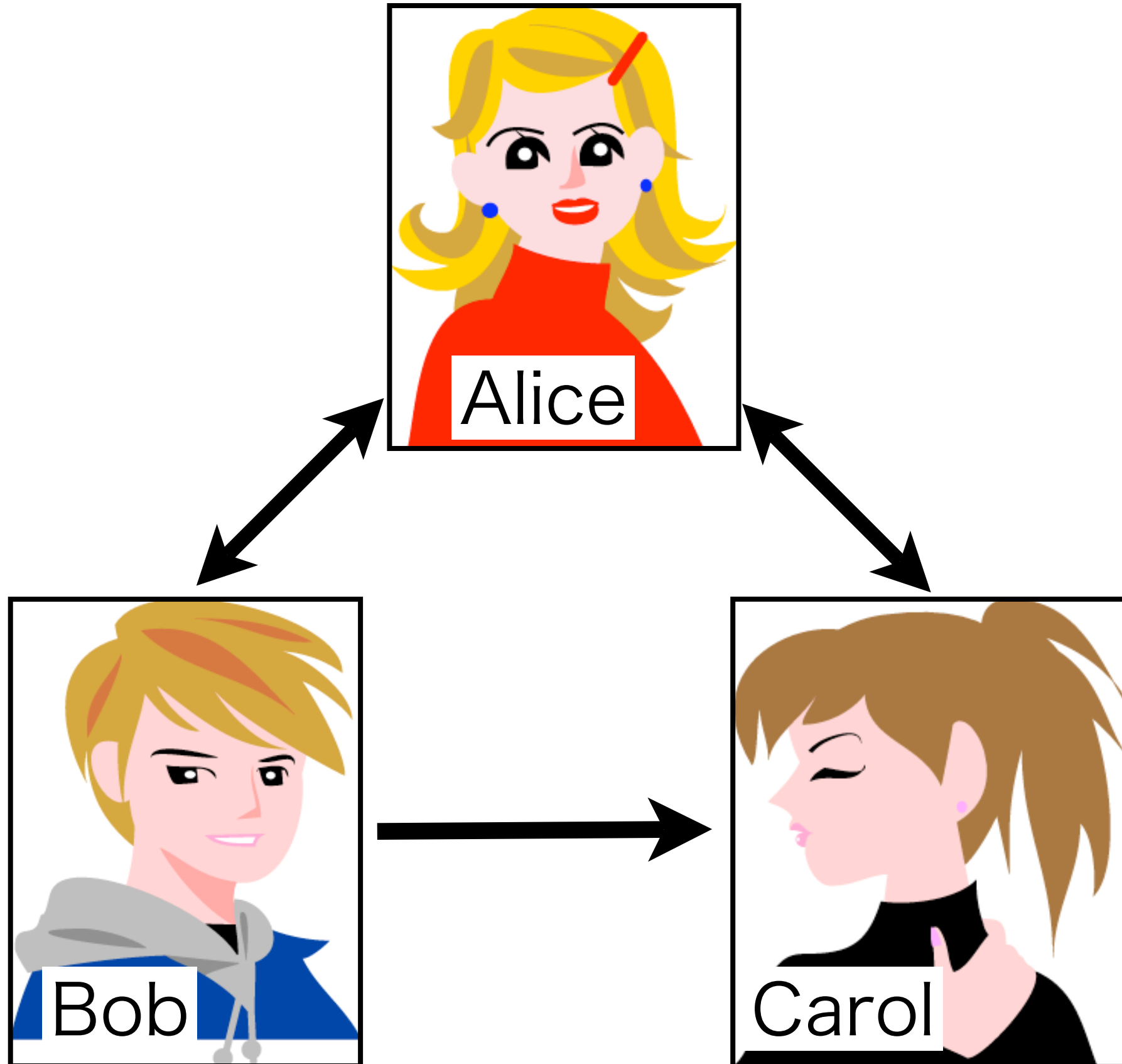




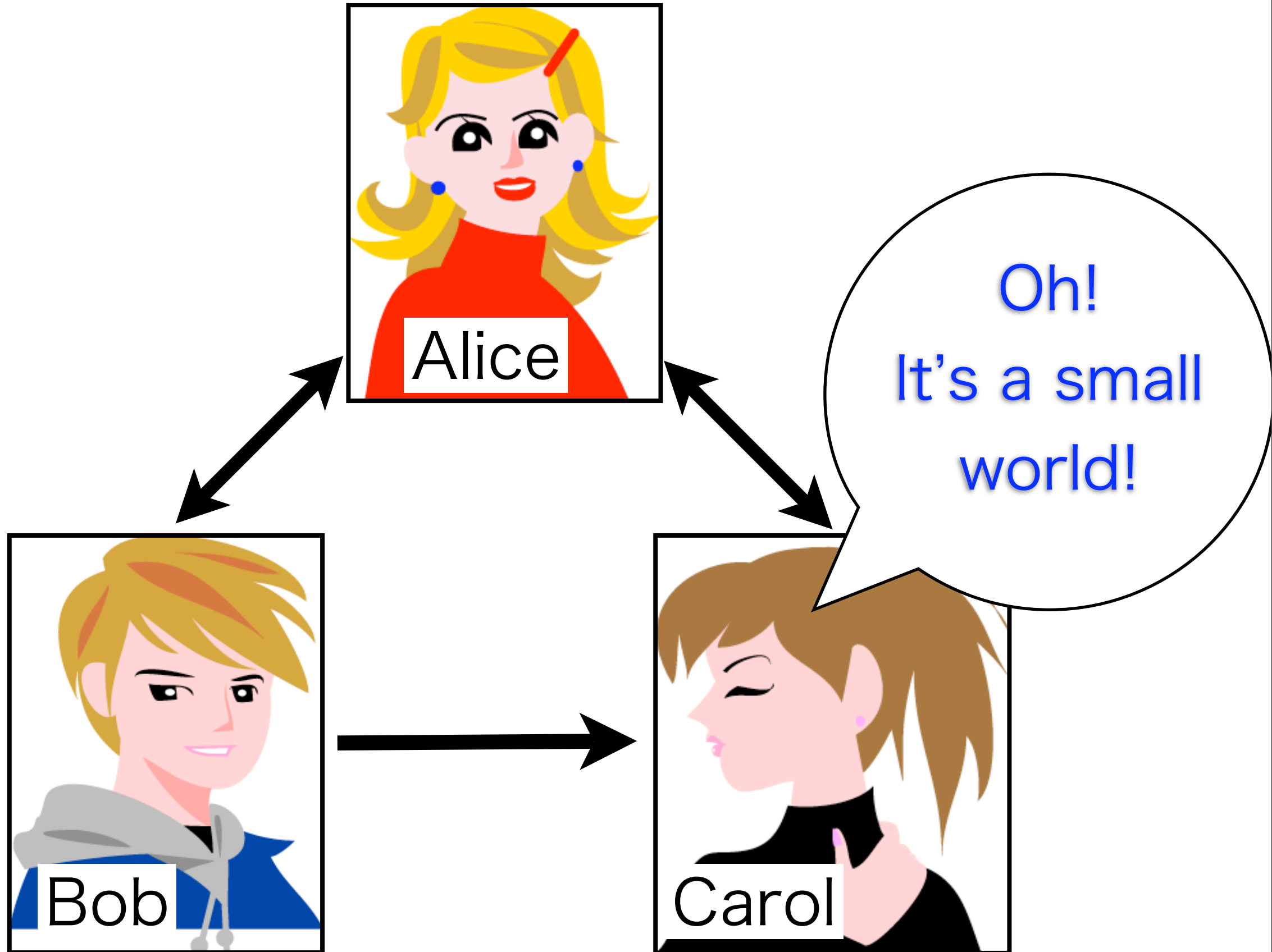
# 友達の友達は友達



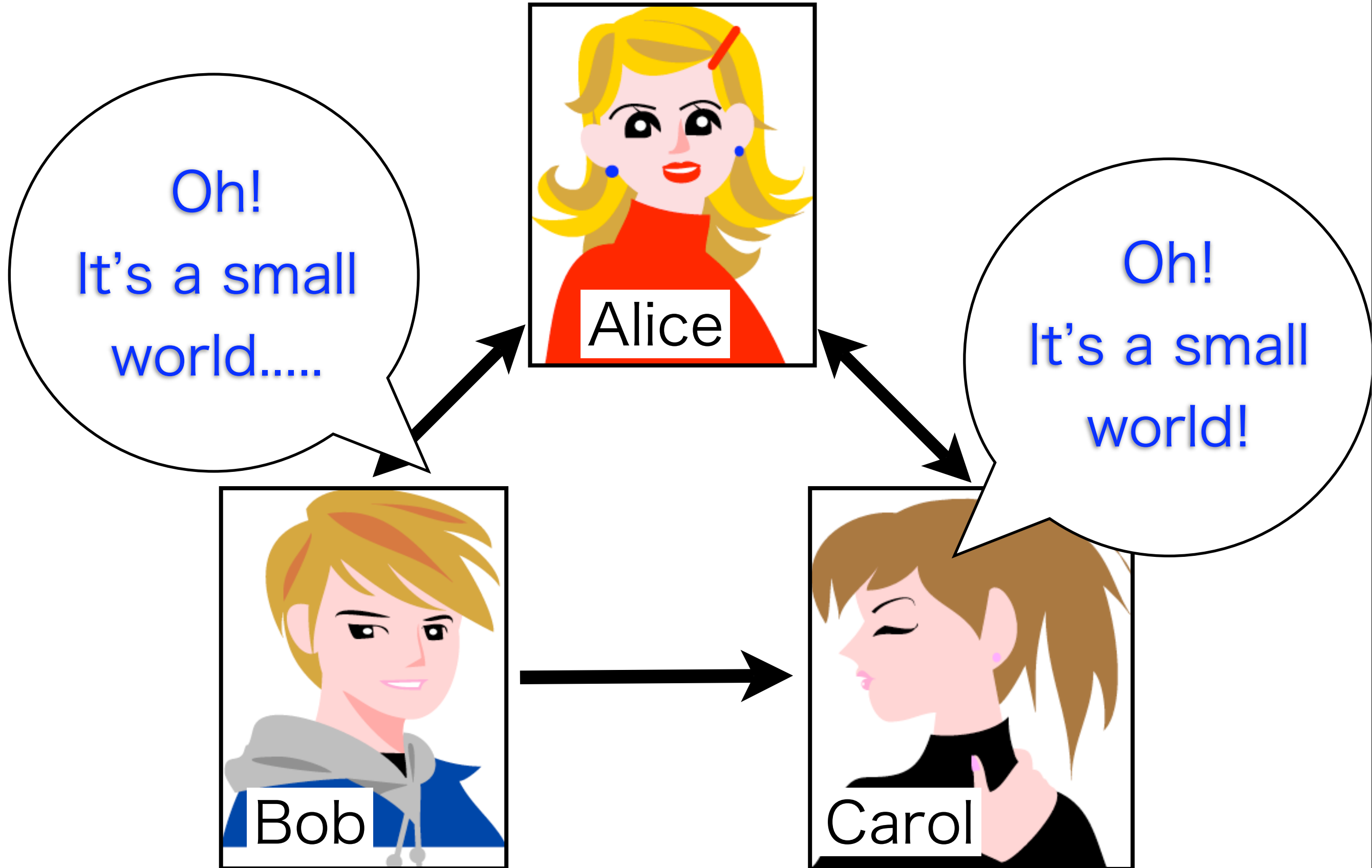
# 友達の友達は友達



# 友達の友達は友達



# 友達の友達は友達



# ケビン・ベーコン・ゲーム

## ● 俳優の共演関係

● ケビン・ベーコン(KB)のベーコン数は

● KBと共演した俳優のベーコン数は

● KBと共演した俳優と共演した俳優のベーコン数は

● <http://oracleofbacon.org/>

● 例:

● The Oracle says:  has a Bacon number of .

●  was in O Brother, Where Art Thou? (2000) with John Goodman (I). John Goodman (I) was in Death Sentence (2007) with Kevin Bacon.

# ケビン・ベーコン・ゲーム

## ● 俳優の共演関係

● ケビン・ベーコン(KB)のベーコン数は

● KBと共演した俳優のベーコン数は

● KBと共演した俳優と共演した俳優のベーコン数は

● <http://oracleofbacon.org/>

● 例:

● The Oracle says:  has a Bacon number of .

●  was in O Brother, Where Art Thou? (2000) with John Goodman (I). John Goodman (I) was in Death Sentence (2007) with Kevin Bacon.





# ケビン・ベーコン・ゲーム

## ● 俳優の共演関係

● ケビン・ベーコン(KB)のベーコン数は0

● KBと共演した俳優のベーコン数は

● KBと共演した俳優と共演した俳優のベーコン数は

● <http://oracleofbacon.org/>

● 例:

● The Oracle says:  has a Bacon number of .

●  was in O Brother, Where Art Thou? (2000) with John Goodman (I). John Goodman (I) was in Death Sentence (2007) with Kevin Bacon.





# ケビン・ベーコン・ゲーム

## ● 俳優の共演関係

- ケビン・ベーコン(KB)のベーコン数は0
- KBと共演した俳優のベーコン数は1
- KBと共演した俳優と共演した俳優のベーコン数は

● <http://oracleofbacon.org/>

● 例:

● The Oracle says:  has a Bacon number of .

●  was in O Brother, Where Art Thou? (2000) with John Goodman (I). John Goodman (I) was in Death Sentence (2007) with Kevin Bacon.



# ケビン・ベーコン・ゲーム

## ● 俳優の共演関係

- ケビン・ベーコン(KB)のベーコン数は0
- KBと共演した俳優のベーコン数は1
- KBと共演した俳優と共演した俳優のベーコン数は2

● <http://oracleofbacon.org/>

● 例:

● The Oracle says:  has a Bacon number of .

●  was in O Brother, Where Art Thou? (2000) with John Goodman (I). John Goodman (I) was in Death Sentence (2007) with Kevin Bacon.



# ケビン・ベーコン・ゲーム

## ● 俳優の共演関係

- ケビン・ベーコン(KB)のベーコン数は0
- KBと共演した俳優のベーコン数は1
- KBと共演した俳優と共演した俳優のベーコン数は2

● <http://oracleofbacon.org/>

● 例: ジョージ・クルーニー



● The Oracle says: [redacted] has a Bacon number of [redacted].

● [redacted] was in O Brother, Where Art Thou? (2000) with John Goodman (I). John Goodman (I) was in Death Sentence (2007) with Kevin Bacon.



# ケビン・ベーコン・ゲーム



係

ーコン(KB)のベーコン数は0

た俳優のベーコン数は1

た俳優と共演した俳優の  
は2

fbacon.org/

クルーニー



- The Oracle says: [redacted] has a Bacon number of [redacted].
- [redacted] was in O Brother, Where Art Thou? (2000) with John Goodman (I). John Goodman (I) was in Death Sentence (2007) with Kevin Bacon.

# ケビン・ベーコン・ゲーム



係

ーコン(KB)のベーコン数は0

た俳優のベーコン数は1

た俳優と共演した俳優の  
は2

fbacon.org/

クルーニー



- The Oracle says: George Clooney has a Bacon number of .
- George Clooney was in O Brother, Where Art Thou? (2000) with John Goodman (I). John Goodman (I) was in Death Sentence (2007) with Kevin Bacon.



# ケビン・ベーコン・ゲーム



係

ーコン(

た俳優

た俳優

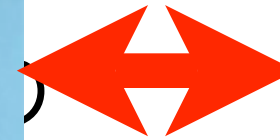
は2

fbacon.o

クルー



は0



- The Oracle says: George Clooney has a Bacon number of   .
- George Clooney was in O Brother, Where Art Thou? (2000) with John Goodman (1). John Goodman (1) was in Death Sentence (2007) with Kevin Bacon.

# ケビン・ベーコン・ゲーム



係

ーコン(

た俳優

た俳優

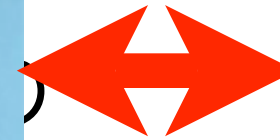
は2

bacon.o

クルー



は0



- The Oracle says: George Clooney has a Bacon number of 2.
- George Clooney was in O Brother, Where Art Thou? (2000) with John Goodman (1). John Goodman (1) was in Death Sentence (2007) with Kevin Bacon.




# ベーコン数の分布

ベーコン数	俳優数	累積	
0	1	1	0.0001%
1	2,156	2,157	0.2195%
2	209,477	211,634	21.538%
3	620,848	832,482	84.724%
4	140,656	973,138	99.038%
5	8,573	981,711	99.911%
6	767	982,478	99.989%
7	102	982,580	99.999%
8	6	982,586	100.0%
Average 	982586		

From <http://oracleofbacon.org/> on 08 Nov 2008

# ベーコン数の分布

ベーコン数	俳優数	累積	
0	1	1	0.0001%
1	2,156	2,157	0.2195%
2	209,477	211,634	21.538%
3	620,848	832,482	84.724%
4	140,656	973,138	99.038%
5	8,573	981,711	99.911%
6	767	982,478	99.989%
7	102	982,580	99.999%
8	6	982,586	100.0%
Average 	982586		

From <http://oracleofbacon.org/> on 08 Nov 2008

# ベーコン数の分布

ベーコン数	俳優数	累積	
0	1	1	0.0001%
1	2,156	2,157	0.2195%
2	209,477	211,634	21.538%
3	620,848	832,482	84.724%
4	140,656	973,138	99.038%
5	8,573	981,711	99.911%
6	767	982,478	99.989%
7	102	982,580	99.999%
8	6	982,586	100.0%
Average 2.946	982586		

From <http://oracleofbacon.org/> on 08 Nov 2008



我々は“ネットワーク”の中に生きている

# 我々は“ネットワーク”の中に生きている

- 対人関係, 友人関係
- 俳優の共演関係

# 我々は“ネットワーク”の中に生きている

- 対人関係, 友人関係
- 俳優の共演関係
- インターネット (コンピュータが物理的に接続)



# 我々は“ネットワーク”の中に生きている

- 対人関係, 友人関係
- 俳優の共演関係
- インターネット (コンピュータが物理的に接続)
- World Wide Web (ハイパーリンク)

# 我々は“ネットワーク”の中に生きている

- 対人関係, 友人関係
- 俳優の共演関係
- インターネット (コンピュータが物理的に接続)
- World Wide Web (ハイパーリンク)
- 会社間の取引関係

# 我々は“ネットワーク”の中に生きている

- 対人関係, 友人関係
- 俳優の共演関係
- インターネット (コンピュータが物理的に接続)
- World Wide Web (ハイパーリンク)
- 会社間の取引関係
- 伝染病, ウィルス



# 我々は“ネットワーク”の中に生きている

- 対人関係, 友人関係
- 俳優の共演関係
- インターネット (コンピュータが物理的に接続)
- World Wide Web (ハイパーリンク)
- 会社間の取引関係
- 伝染病, ウィルス
- 脳, 神経回路網

# 我々は“ネットワーク”の中に生きている

- 対人関係, 友人関係
- 俳優の共演関係
- インターネット (コンピュータが物理的に接続)
- World Wide Web (ハイパーリンク)
- 会社間の取引関係
- 伝染病, ウィルス
- 脳, 神経回路網
- 飛行機・道路・鉄道

# 我々は“ネットワーク”の中に生きている

- 対人関係, 友人関係
- 俳優の共演関係
- インターネット (コンピュータが物理的に接続)
- World Wide Web (ハイパーリンク)
- 会社間の取引関係
- 伝染病, ウィルス
- 脳, 神経回路網
- 飛行機・道路・鉄道
- 電力配電網

# 我々は“ネットワーク”の中に生きている

- 対人関係, 友人関係
- 俳優の共演関係
- インターネット (コンピュータが物理的に接続)
- World Wide Web (ハイパーリンク)
- 会社間の取引関係
- 伝染病, ウィルス
- 脳, 神経回路網
- 飛行機・道路・鉄道
- 電力配電網
- 流行・噂・口コミ
- 性交渉



# 現実のネットワークは...

● なぜ、これほどまでに狭いのか？

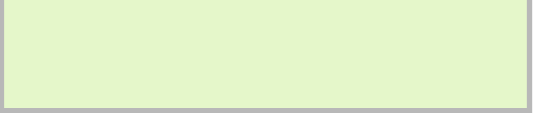
●  の隔たり (手紙渡しの実験)

● ベーコン数の 



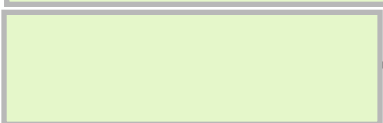
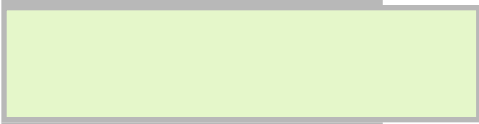
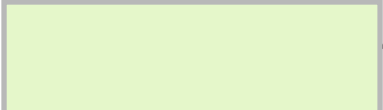
● 注意

●  の数字自体に意味はない

→  ことが重要.

● WWWの場合平均  と言われている.

● 誰が中心かも関係ない！ (ケビン・ベーコン以外)

-  数
-  数
-  数
-  数
-  数

# 現実のネットワークは...

● なぜ、これほどまでに狭いのか？

● 6次の隔たり(手紙渡しの実験)

● ベーコン数の

● 注意

● の数字自体に意味はない

→ ことが重要.

● WWWの場合平均 と言われている.

● 誰が中心かも関係ない！(ケビン・ベーコン以外)

- 数
- 数
- 数
- 数
- 数

# 現実のネットワークは...

● なぜ、これほどまでに狭いのか？

● 6次の隔たり(手紙渡しの実験)

● ベーコン数の平均値 2.946

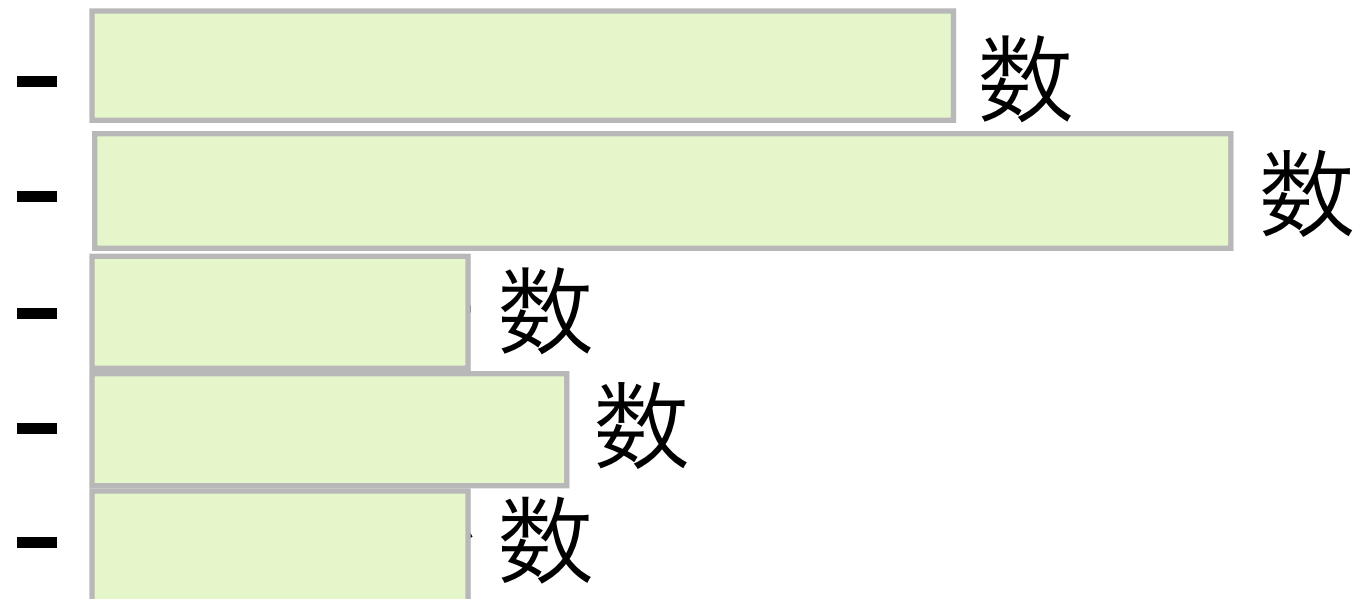
● 注意

● [ ] の数字自体に意味はない

→ [ ] ことが重要.

● WWWの場合平均 [ ] と言われている.

● 誰が中心かも関係ない！(ケビン・ベーコン以外)



# 現実のネットワークは...

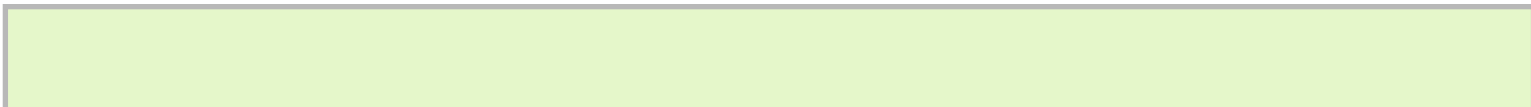
● なぜ、これほどまでに狭いのか？

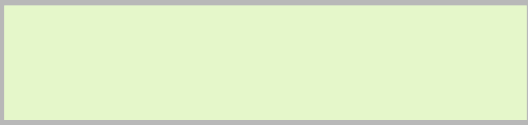
● 6次の隔たり(手紙渡しの実験)

● ベーコン数の平均値 2.946

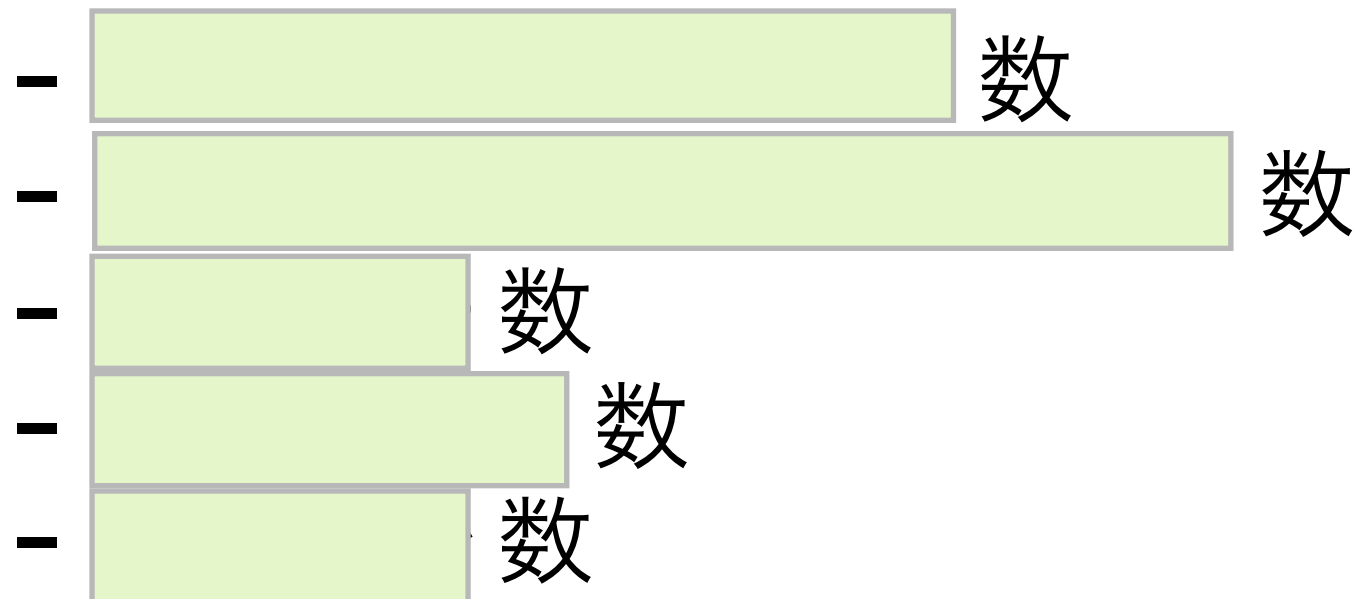
● 注意

● 6や2.946の数字自体に意味はない

→  ことが重要.

● WWWの場合平均  と言われている.

● 誰が中心かも関係ない！(ケビン・ベーコン以外)





# 現実のネットワークは...

● なぜ、これほどまでに狭いのか？

● 6次の隔たり(手紙渡しの実験)

● ベーコン数の平均値 2.946

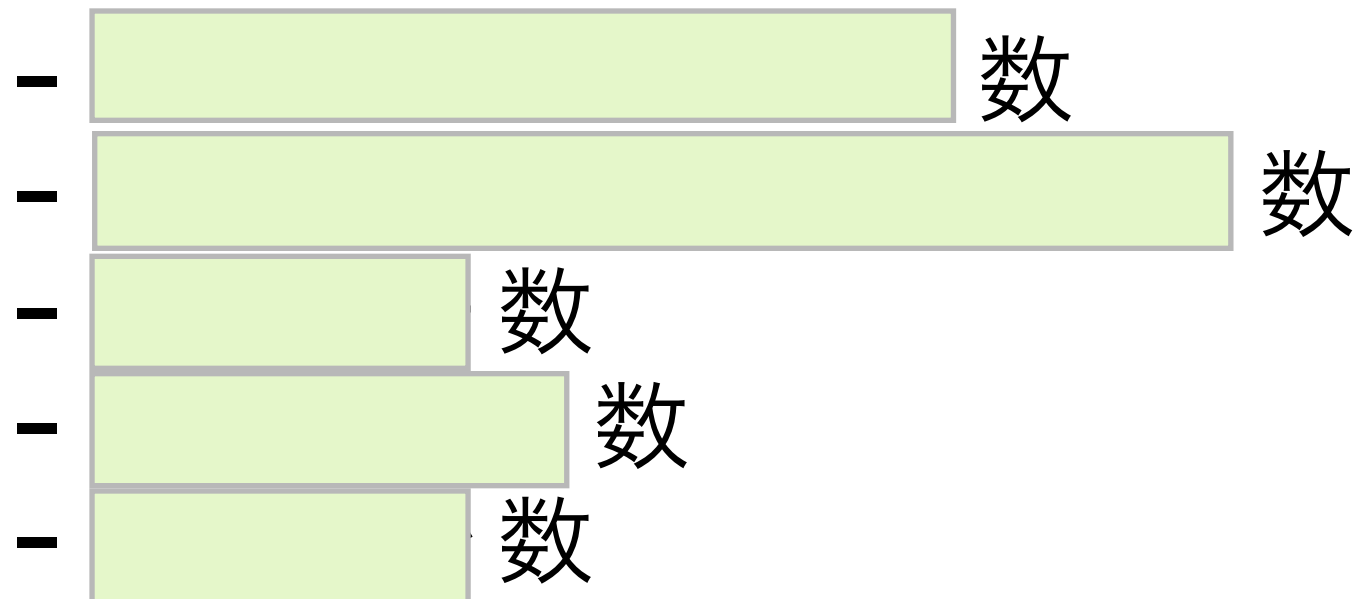
● 注意

● 6や2.946の数字自体に意味はない

→ ネットワークサイズに比べて小さいことが重要.

● WWWの場合平均                      と言われている.

● 誰が中心かも関係ない！(ケビン・ベーコン以外)



# 現実のネットワークは...

● なぜ、これほどまでに狭いのか？

● 6次の隔たり(手紙渡しの実験)

● ベーコン数の平均値 2.946

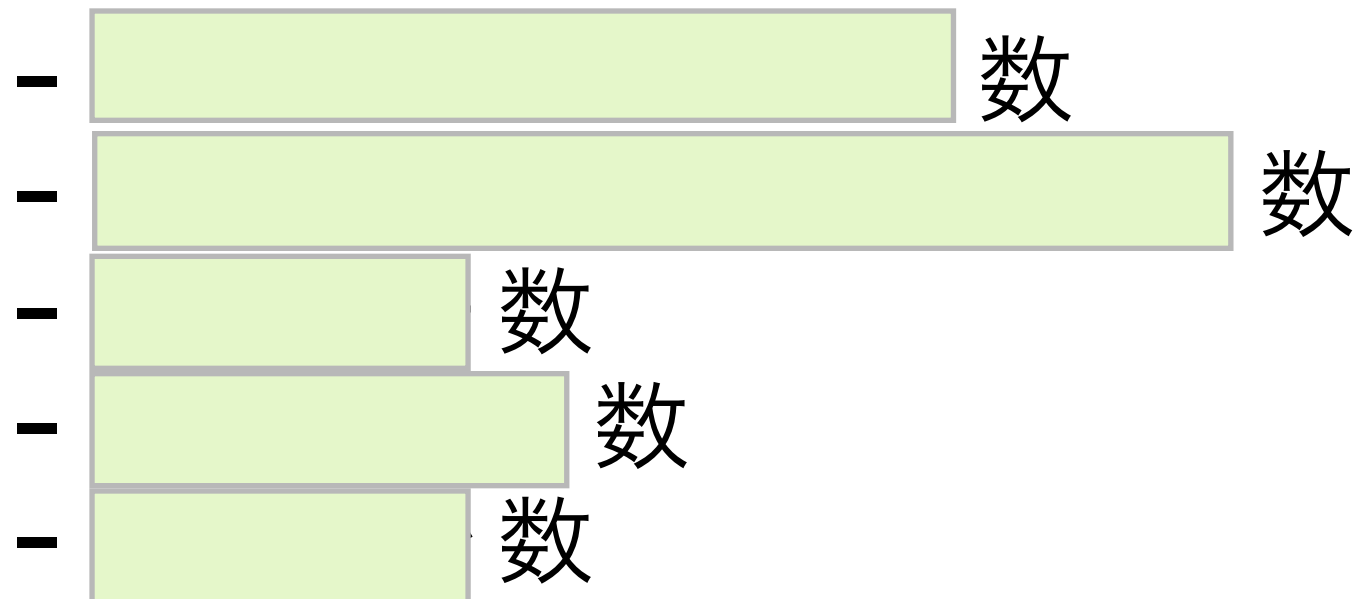
● 注意

● 6や2.946の数字自体に意味はない

→ ネットワークサイズに比べて小さいことが重要.

● WWWの場合平均19(クリック)と言われている.

● 誰が中心かも関係ない！(ケビン・ベーコン以外)




# 現実のネットワークは...


- なぜ、これほどまでに狭いのか？
  - 6次の隔たり(手紙渡しの実験)
  - ベーコン数の平均値 2.946
- 注意
  - 6や2.946の数字自体に意味はない  
→ ネットワークサイズに比べて小さいことが重要.
  - WWWの場合平均19(クリック)と言われている.
  - 誰が中心かも関係ない！(ケビン・ベーコン以外)

– マリリン・モンロー 数

–  数

–  数

–  数

–  数



# 現実のネットワークは...

● なぜ、これほどまでに狭いのか？

● 6次の隔たり(手紙渡しの実験)

● ベーコン数の平均値 2.946

● 注意

● 6や2.946の数字自体に意味はない

→ ネットワークサイズに比べて小さいことが重要.

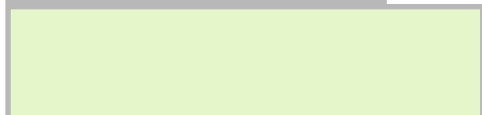
● WWWの場合平均19(クリック)と言われている.

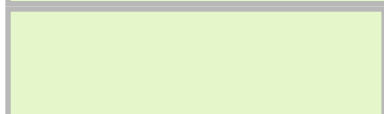
● 誰が中心かも関係ない！(ケビン・ベーコン以外)

- マリリン・モンロー 数



- アンジェリーナ・ジョリー 数

-  数


-  数

-  数

# 現実のネットワークは...

- なぜ、これほどまでに狭いのか？
  - 6次の隔たり(手紙渡しの実験)
  - ベーコン数の平均値 2.946
- 注意
  - 6や2.946の数字自体に意味はない  
→ ネットワークサイズに比べて小さいことが重要.
  - WWWの場合平均19(クリック)と言われている.
  - 誰が中心かも関係ない！(ケビン・ベーコン以外)
    - マリリン・モンロー 数
    - アンジェリーナ・ジョリー 数
    - 米倉涼子 数
    -  数
    -  数

# 現実のネットワークは...

- なぜ、これほどまでに狭いのか？
  - 6次の隔たり(手紙渡しの実験)
  - ベーコン数の平均値 2.946
- 注意
  - 6や2.946の数字自体に意味はない  
→ ネットワークサイズに比べて小さいことが重要.
  - WWWの場合平均19(クリック)と言われている.
  - 誰が中心かも関係ない！(ケビン・ベーコン以外)
    - マリリン・モンロー 数
    - アンジェリーナ・ジョリー 数
    - 米倉涼子 数
    - 宮崎あおい 数
    -  数

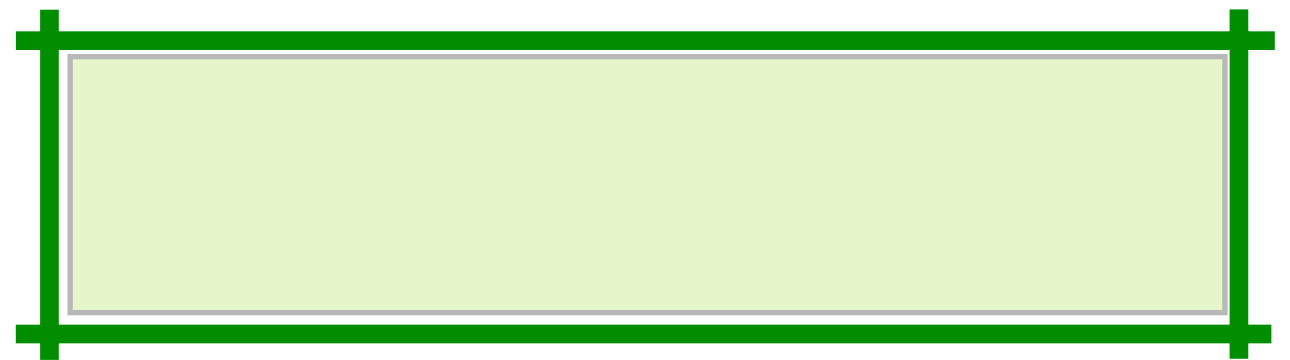


# 現実のネットワークは...

- なぜ、これほどまでに狭いのか？
  - 6次の隔たり(手紙渡しの実験)
  - ベーコン数の平均値 2.946
- 注意
  - 6や2.946の数字自体に意味はない  
→ ネットワークサイズに比べて小さいことが重要.
  - WWWの場合平均19(クリック)と言われている.
  - 誰が中心かも関係ない！(ケビン・ベーコン以外)
    - マリリン・モンロー 数
    - アンジェリーナ・ジョリー 数
    - 米倉涼子 数
    - 宮崎あおい 数
    - 福山雅治 数

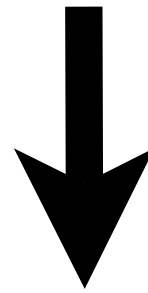
# 現実世界のネットワークには

- はあるのだろうか？
- もしあるとしたら、だろうか？
- それはされるのだろうか？
- このようなことを考えると何か？



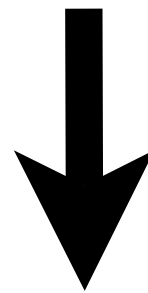
# 現実世界のネットワークには

- 構造的な特徴はあるのだろうか？
- もしあるとしたら、だろうか？
- それは されるのだろうか？
- このようなことを考えると何 か？




# 現実世界のネットワークには

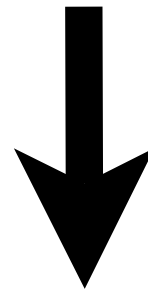
- 構造的な特徴はあるのだろうか？
- もしあるとしたら、どのような特徴だろうか？
- それは  されるのだろうか？
- このようなことを考えると何  か？





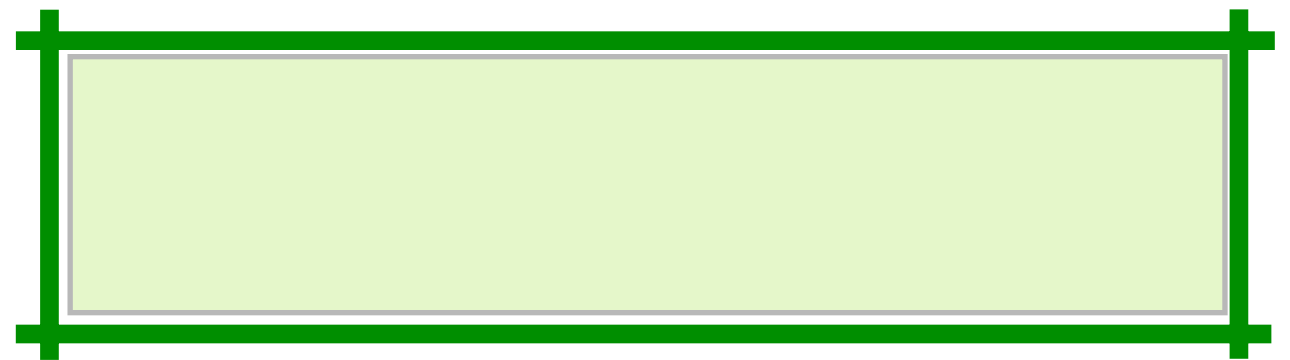
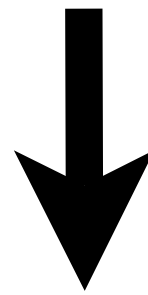
# 現実世界のネットワークには

- 構造的な特徴はあるのだろうか？
- もしあるとしたら、どのような特徴だろうか？
- それはどのように形成されるのだろうか？
- このようなことを考えると何  か？



# 現実世界のネットワークには

- 構造的な特徴はあるのだろうか？
- もしあるとしたら、どのような特徴だろうか？
- それはどのように形成されるのだろうか？
- このようなことを考えると何が解決できるのか？



# 現実世界のネットワークには

- 構造的な特徴はあるのだろうか？
- もしあるとしたら、どのような特徴だろうか？
- それはどのように形成されるのだろうか？
- このようなことを考えると何が解決できるのか？

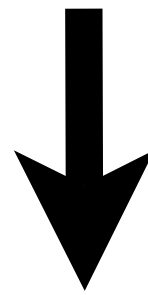


グラフ理論  
(Graph theory)



# 現実世界のネットワークには

- 構造的な特徴はあるのだろうか？
- もしあるとしたら、どのような特徴だろうか？
- それはどのように形成されるのだろうか？
- このようなことを考えると何が解決できるのか？



グラフ理論  
(Graph theory)

複雑ネットワーク理論  
(Complex Network theory)



# グラフ理論から複雑ネットワークへ

## ● 純粋数学の一分野 (1736年以降)

● Euler, Cauchy, Hamilton, Cayley, Kirchhoff ... →

● Erdős, Rényi (1950年代) →

## ● 応用への広がり (1998年以降)

● Watts, Strogatz (1998) →

● Barabási, Albert (1999) →

## ● グラフ (graph) とは？

● 繋がりを, と で表現.

- 例えば, 人が, 友人関係は

● 人と友人関係に限らず, いろいろなネットワークにおける繋がりをしたもの.

# グラフ理論から複雑ネットワークへ

## ● 純粋数学の一分野 (1736年以降)

● Euler, Cauchy, Hamilton, Cayley, Kirchhoff ... → 規則的なネットワーク

● Erdős, Rényi (1950年代) →

## ● 応用への広がり (1998年以降)

● Watts, Strogatz (1998) →

● Barabási, Albert (1999) →

## ● グラフ (graph) とは？

● 繋がりを, と で表現.

- 例えば, 人が, 友人関係は

● 人と友人関係に限らず, いろいろなネットワークにおける繋がりをしたもの.

# グラフ理論から複雑ネットワークへ

## ● 純粋数学の一分野 (1736年以降)

- Euler, Cauchy, Hamilton, Cayley, Kirchhoff ... → 規則的なネットワーク
- Erdős, Rényi (1950年代) → ランダムネットワーク

## ● 応用への広がり (1998年以降)

● Watts, Strogatz (1998) →

● Barabási, Albert (1999) →

## ● グラフ (graph) とは？

● 繋がりを,  と  で表現.

- 例えば, 人が , 友人関係は

● 人と友人関係に限らず, いろいろなネットワークにおける繋がりを  したもの.

# グラフ理論から複雑ネットワークへ

## ● 純粋数学の一分野 (1736年以降)

- Euler, Cauchy, Hamilton, Cayley, Kirchhoff ... → 規則的なネットワーク
- Erdős, Rényi (1950年代) → ランダムネットワーク

## ● 応用への広がり (1998年以降)

- Watts, Strogatz (1998) → スモールワールドネットワーク
- Barabási, Albert (1999) →

## ● グラフ (graph) とは？

- 繋がりを,  と  で表現.

- 例えば, 人が , 友人関係は

- 人と友人関係に限らず, いろいろなネットワークにおける繋がりを  したもの.



# グラフ理論から複雑ネットワークへ

## ● 純粋数学の一分野 (1736年以降)

- Euler, Cauchy, Hamilton, Cayley, Kirchhoff ... → 規則的なネットワーク
- Erdős, Rényi (1950年代) → ランダムネットワーク

## ● 応用への広がり (1998年以降)

- Watts, Strogatz (1998) → スモールワールドネットワーク
- Barabási, Albert (1999) → スケールフリーネットワーク

## ● グラフ (graph) とは？

- 繋がりを,  と  で表現.

– 例えば, 人が , 友人関係は

- 人と友人関係に限らず, いろいろなネットワークにおける繋がりを  したもの.

# グラフ理論から複雑ネットワークへ

## ● 純粋数学の一分野 (1736年以降)

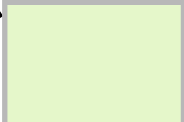
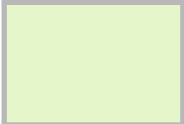
- Euler, Cauchy, Hamilton, Cayley, Kirchhoff ... → 規則的なネットワーク
- Erdős, Rényi (1950年代) → ランダムネットワーク


## ● 応用への広がり (1998年以降)

- Watts, Strogatz (1998) → スモールワールドネットワーク
- Barabási, Albert (1999) → スケールフリーネットワーク

## ● グラフ (graph) とは？

- 繋がりを, 頂点 (vertex) と  で表現.

- 例えば, 人が , 友人関係は 

- 人と友人関係に限らず, いろいろなネットワークにおける繋がりを  したもの.

# グラフ理論から複雑ネットワークへ

## ● 純粋数学の一分野 (1736年以降)

- Euler, Cauchy, Hamilton, Cayley, Kirchhoff ... → 規則的なネットワーク
- Erdős, Rényi (1950年代) → ランダムネットワーク

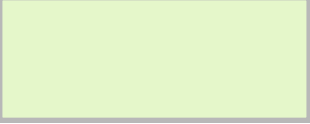
## ● 応用への広がり (1998年以降)

- Watts, Strogatz (1998) → スモールワールドネットワーク
- Barabási, Albert (1999) → スケールフリーネットワーク

## ● グラフ (graph) とは？

- 繋がりを, 頂点 (vertex) と枝 (edge) で表現.

- 例えば, 人が , 友人関係は 

- 人と友人関係に限らず, いろいろなネットワークにおける繋がりを  したもの.

# グラフ理論から複雑ネットワークへ

## ● 純粋数学の一分野 (1736年以降)

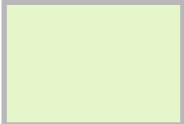
- Euler, Cauchy, Hamilton, Cayley, Kirchhoff ... → 規則的なネットワーク
- Erdős, Rényi (1950年代) → ランダムネットワーク

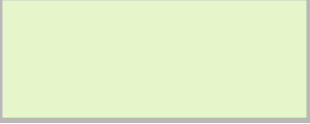
## ● 応用への広がり (1998年以降)

- Watts, Strogatz (1998) → スモールワールドネットワーク
- Barabási, Albert (1999) → スケールフリーネットワーク

## ● グラフ (graph) とは？

- 繋がりを, 頂点 (vertex) と枝 (edge) で表現.

– 例えば, 人が頂点, 友人関係は 

- 人と友人関係に限らず, いろいろなネットワークにおける繋がりを  したもの.



# グラフ理論から複雑ネットワークへ


## ● 純粋数学の一分野 (1736年以降)

- Euler, Cauchy, Hamilton, Cayley, Kirchhoff ... → 規則的なネットワーク
- Erdős, Rényi (1950年代) → ランダムネットワーク

## ● 応用への広がり (1998年以降)

- Watts, Strogatz (1998) → スモールワールドネットワーク
- Barabási, Albert (1999) → スケールフリーネットワーク

## ● グラフ (graph) とは？

- 繋がりを, 頂点 (vertex) と枝 (edge) で表現.
  - 例えば, 人が頂点, 友人関係は枝
- 人と友人関係に限らず, いろいろなネットワークにおける繋がりを  したもの.

# グラフ理論から複雑ネットワークへ

## ● 純粋数学の一分野 (1736年以降)

- Euler, Cauchy, Hamilton, Cayley, Kirchhoff ... → 規則的なネットワーク
- Erdős, Rényi (1950年代) → ランダムネットワーク

## ● 応用への広がり (1998年以降)

- Watts, Strogatz (1998) → スモールワールドネットワーク
- Barabási, Albert (1999) → スケールフリーネットワーク

## ● グラフ (graph) とは？

- 繋がりを, 頂点 (vertex) と枝 (edge) で表現.
  - 例えば, 人が頂点, 友人関係は枝
- 人と友人関係に限らず, いろいろなネットワークにおける繋がりを抽象化したもの.



# グラフ理論から複雑ネットワークへ

● 純粋数学の一分野 (1736年以降)

● Euler, Cauchy, Hamilton, Cayley, Kirchhoff ... → 規則的なネットワーク





# グラフ理論から複雑ネットワークへ

## ● 純粋数学の一分野 (1736年以降)

- Euler, Cauchy, Hamilton, Cayley, Kirchhoff ... → 規則的なネットワーク
- Erdős, Rényi (1950年代) → ランダムネットワーク

## ● 応用への広がり (1998年以降)

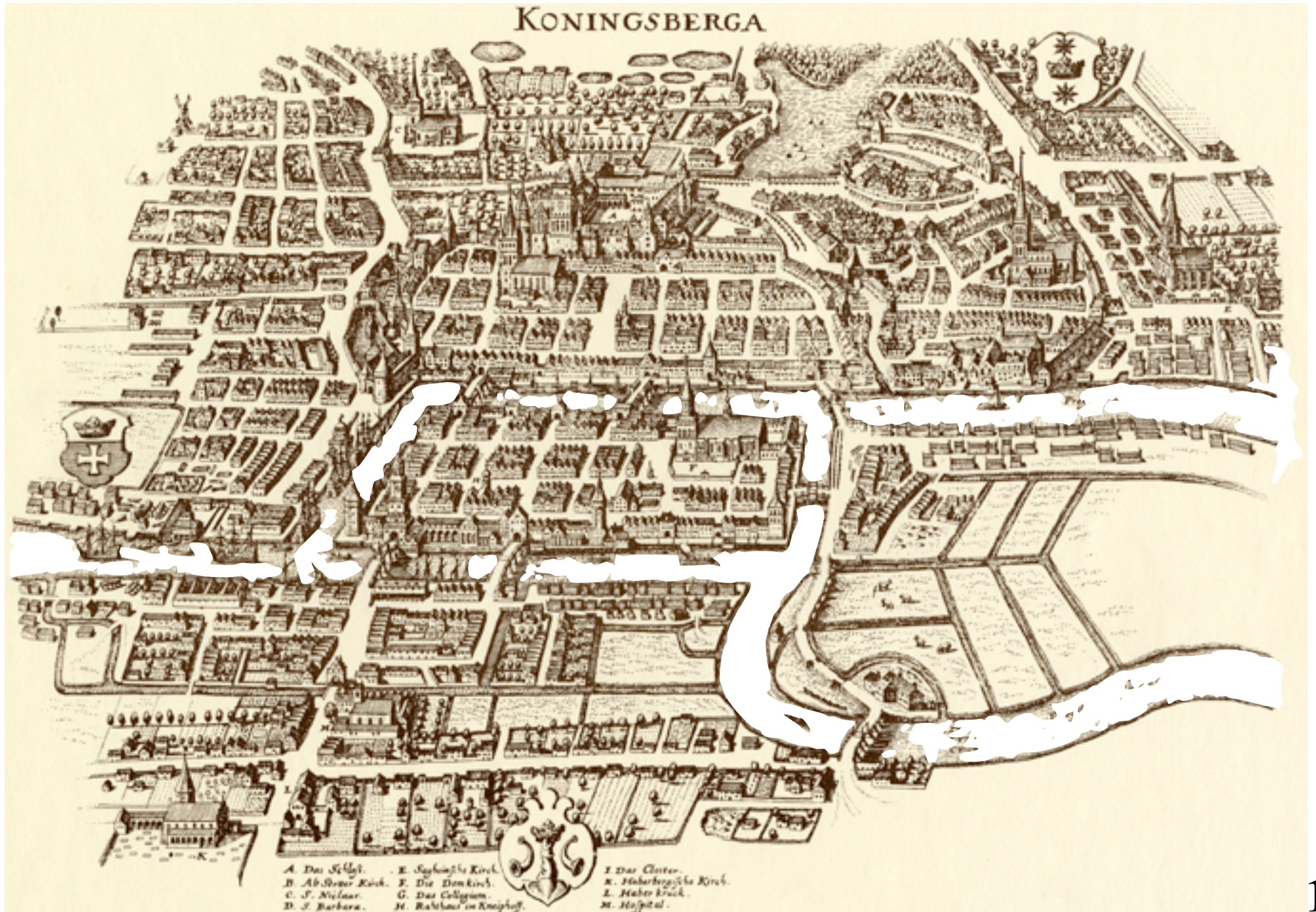
- Watts, Strogatz (1998) → スモールワールドネットワーク
- Barabási, Albert (1999) → スケールフリーネットワーク

## ● グラフ (graph) とは？

- 繋がりを, 頂点 (vertex) と枝 (edge) で表現.
  - 例えば, 人が頂点, 友人関係は枝
- 人と友人関係に限らず, いろいろなネットワークにおける繋がりを抽象化したもの.

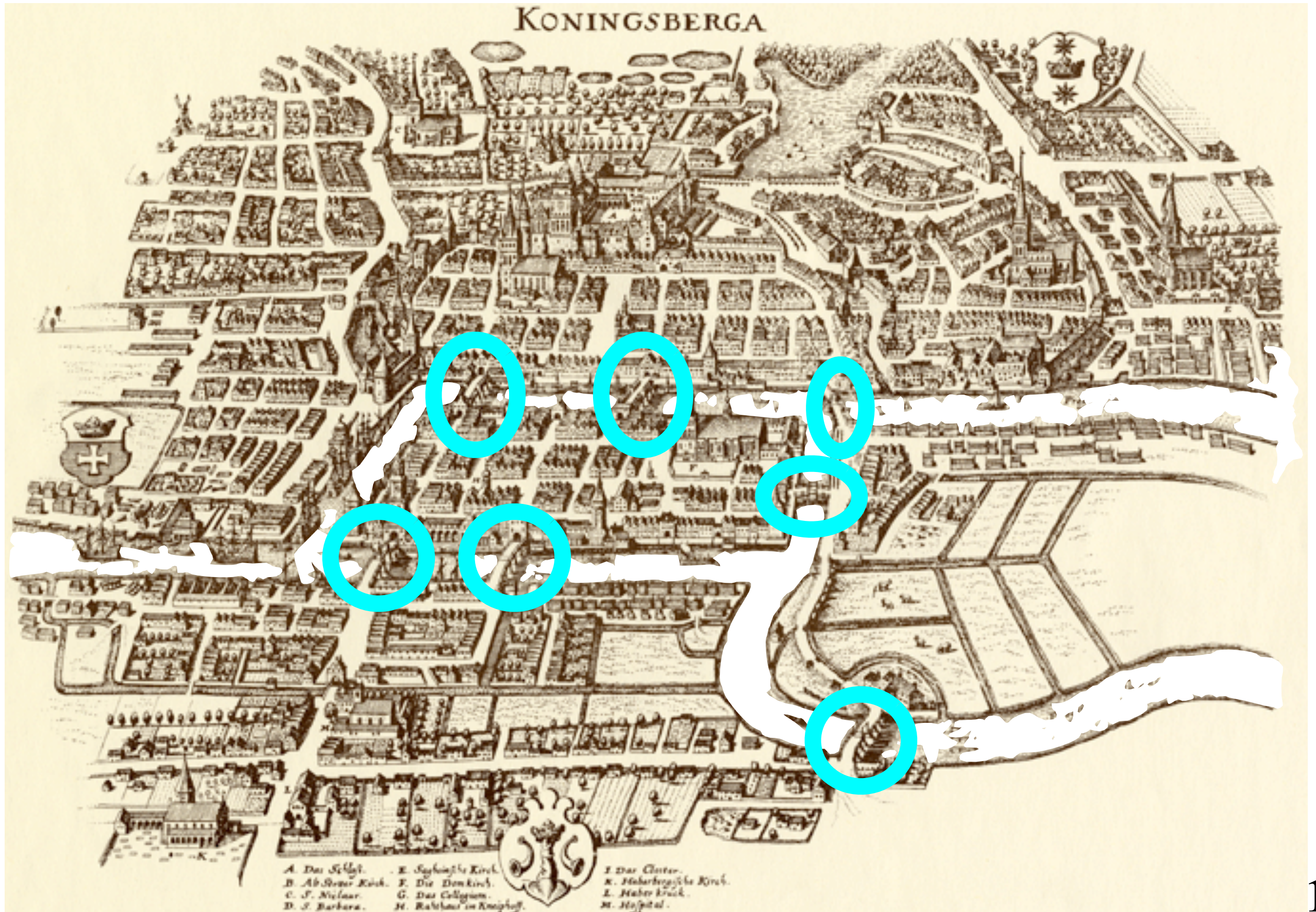


# グラフ理論の始まり(1736)



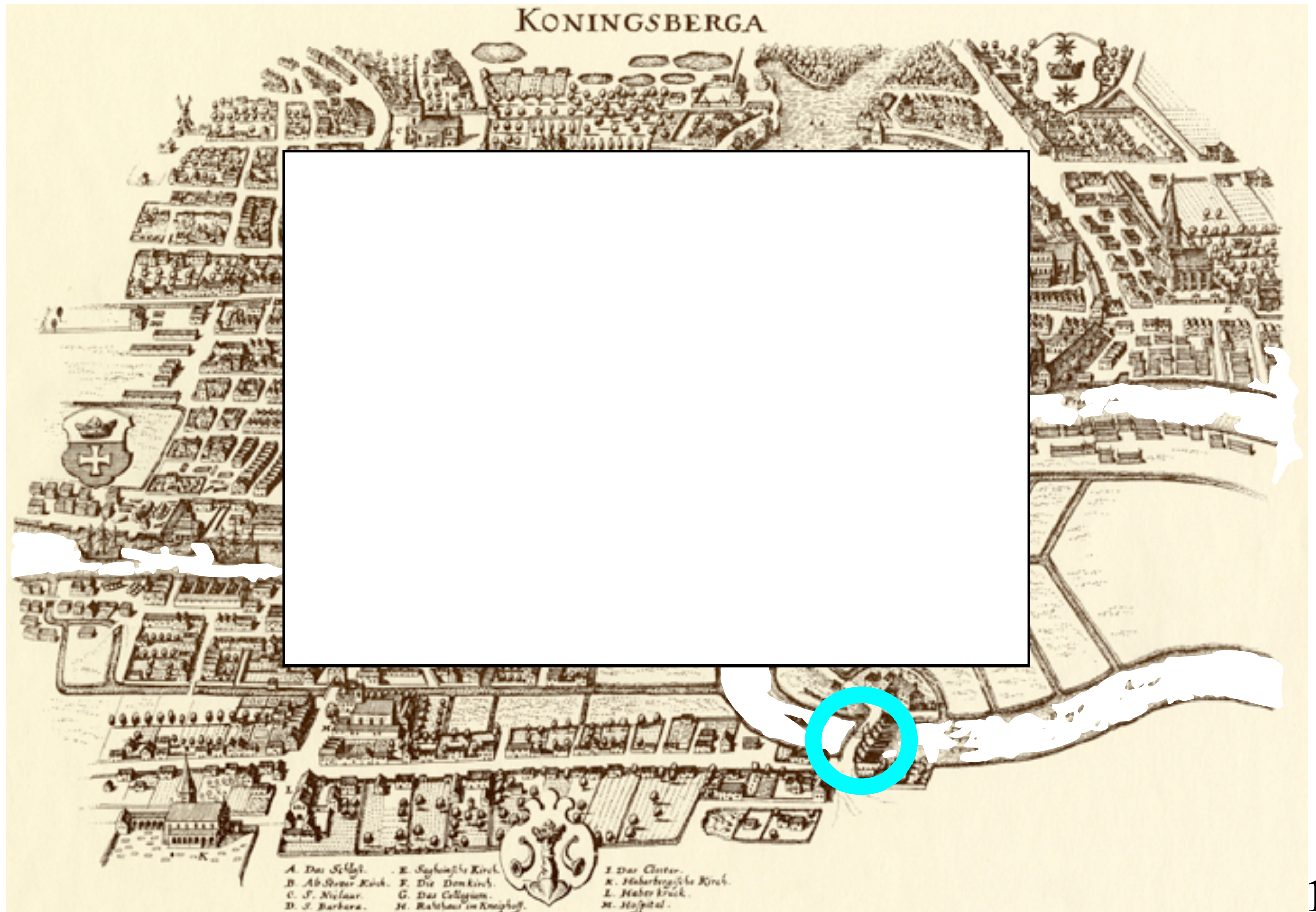


# グラフ理論の始まり(1736)



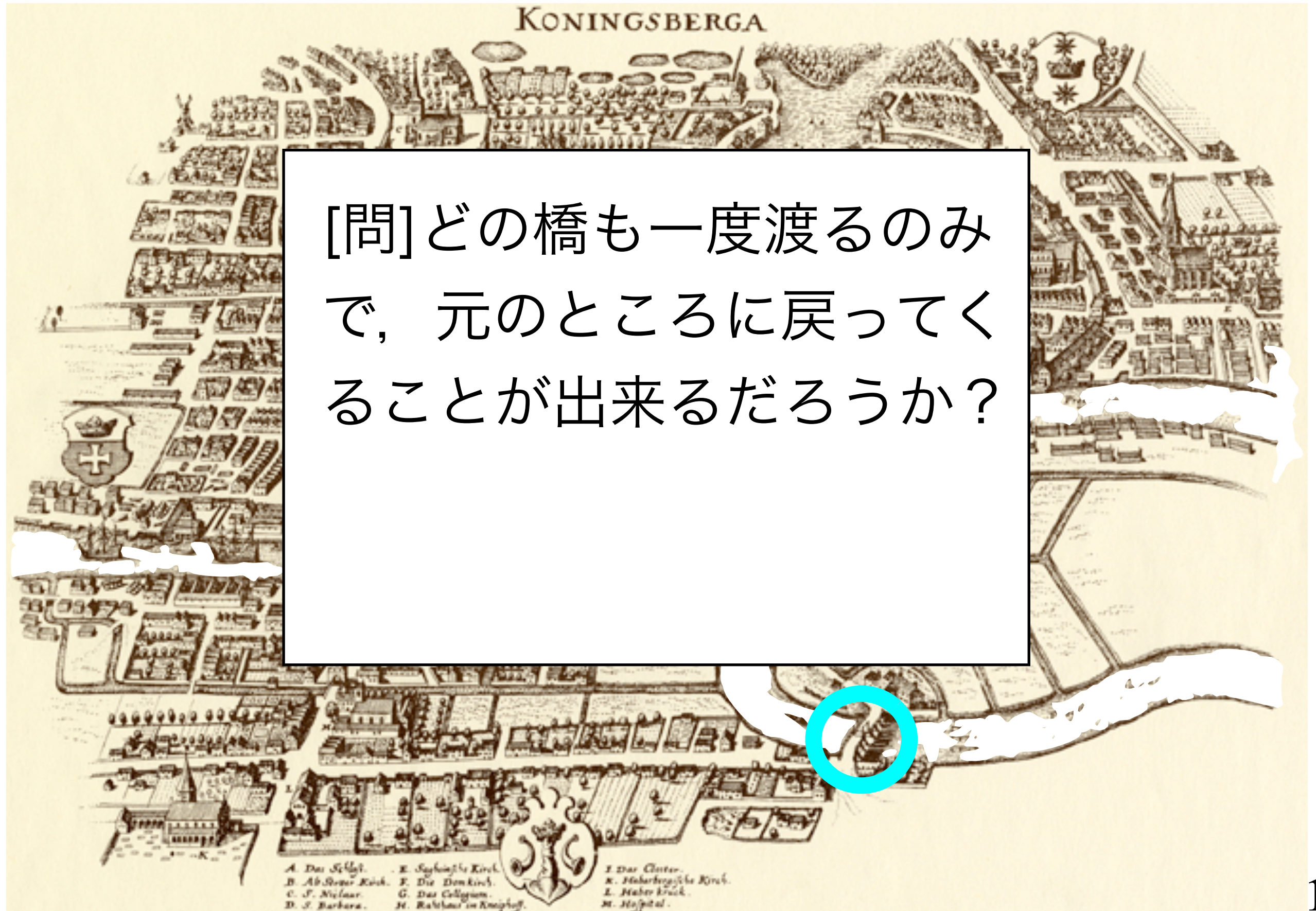


# グラフ理論の始まり(1736)



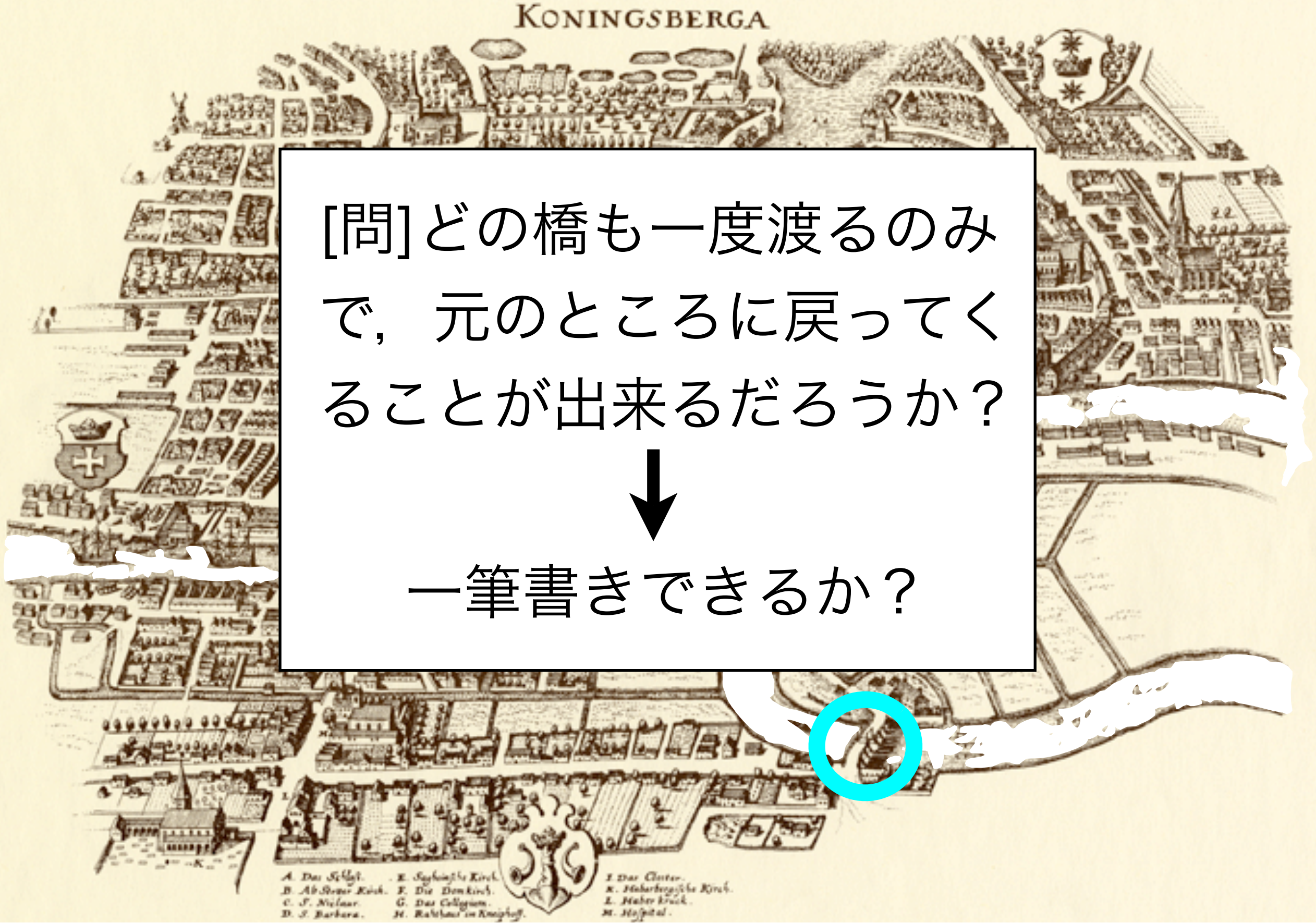


# グラフ理論の始まり(1736)





# グラフ理論の始まり(1736)

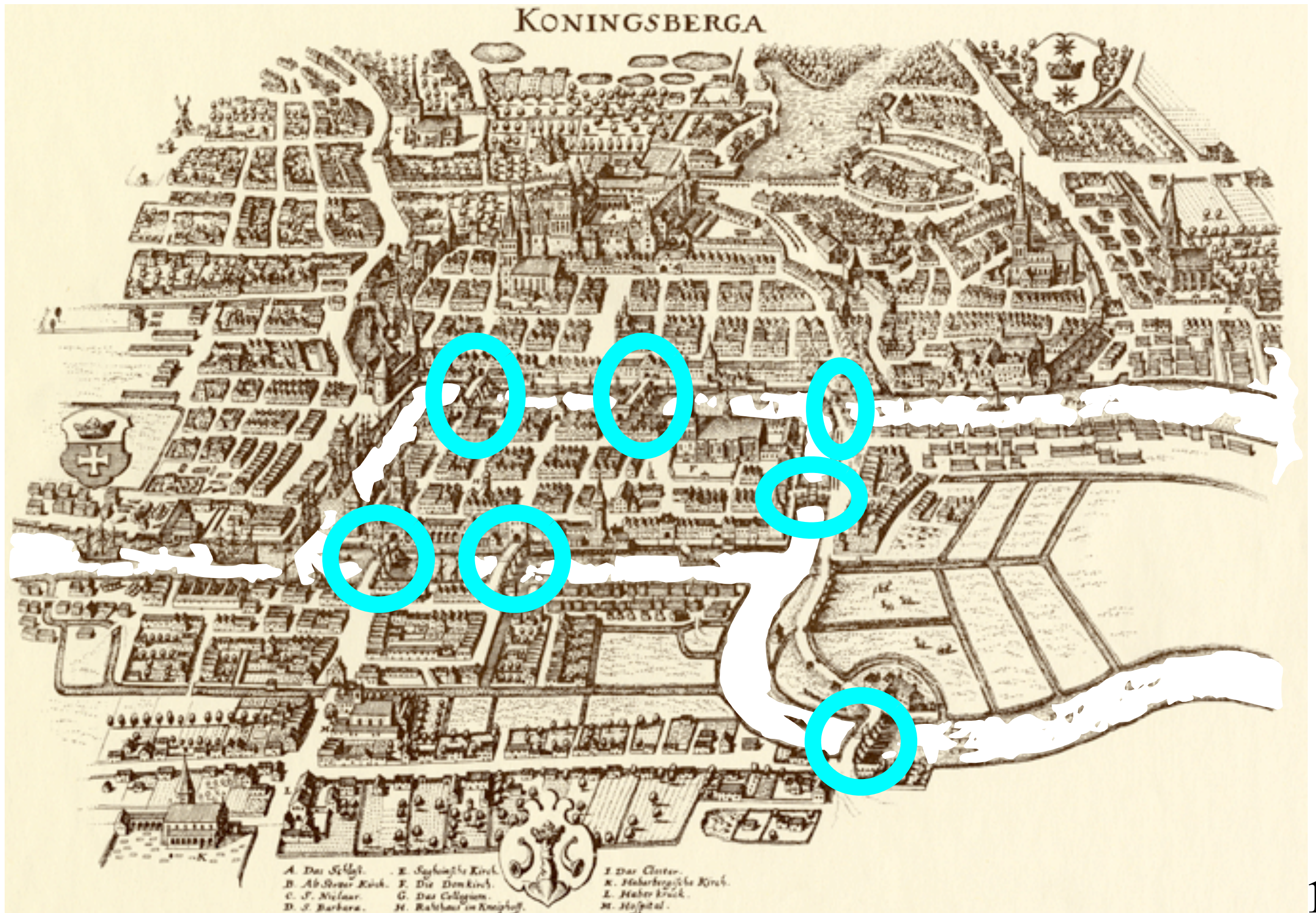


[問] どの橋も一度渡るのみで、元のところに戻ってくることが出来るだろうか？

↓  
一筆書きできるか？

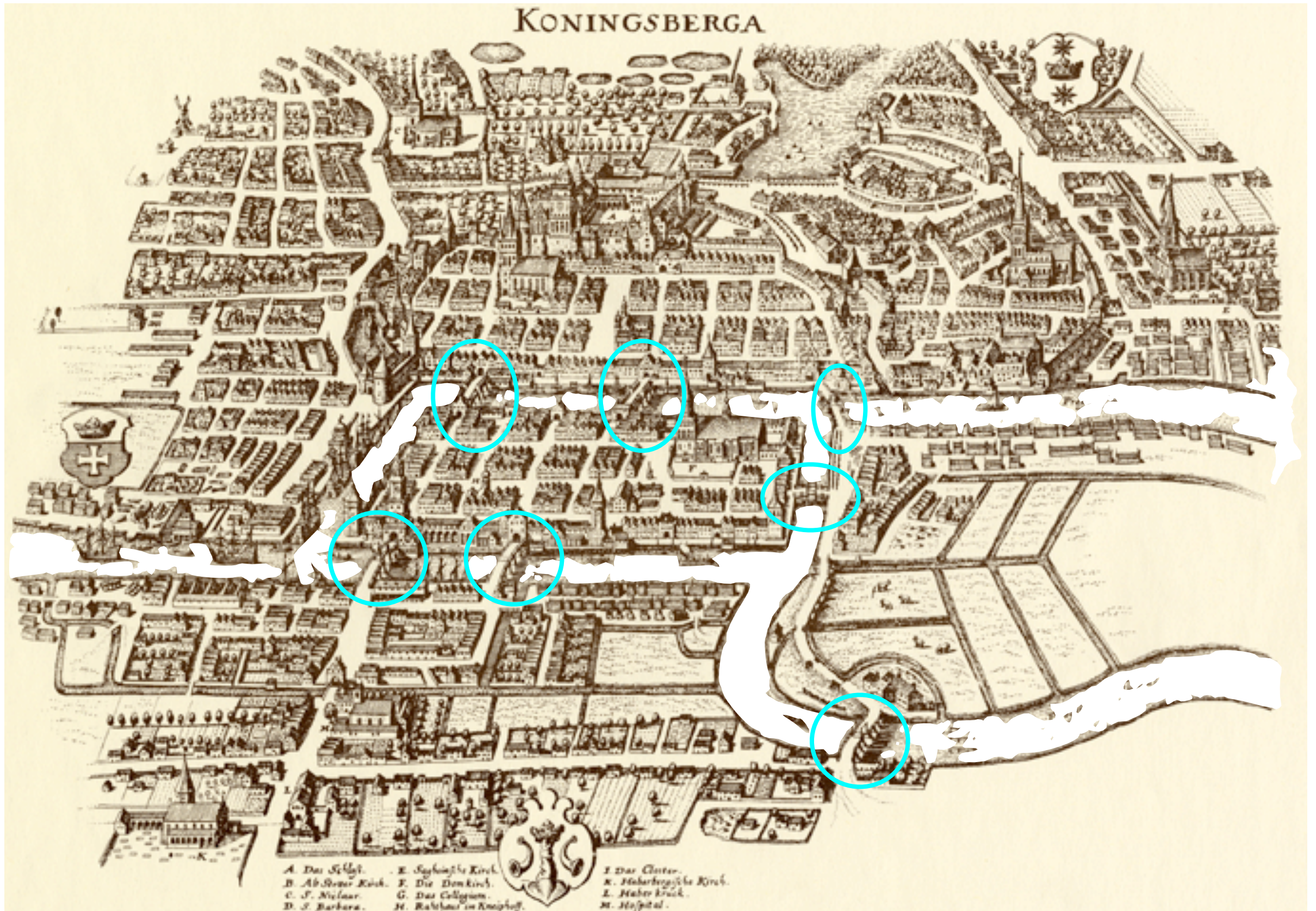


# グラフ理論の始まり(1736)



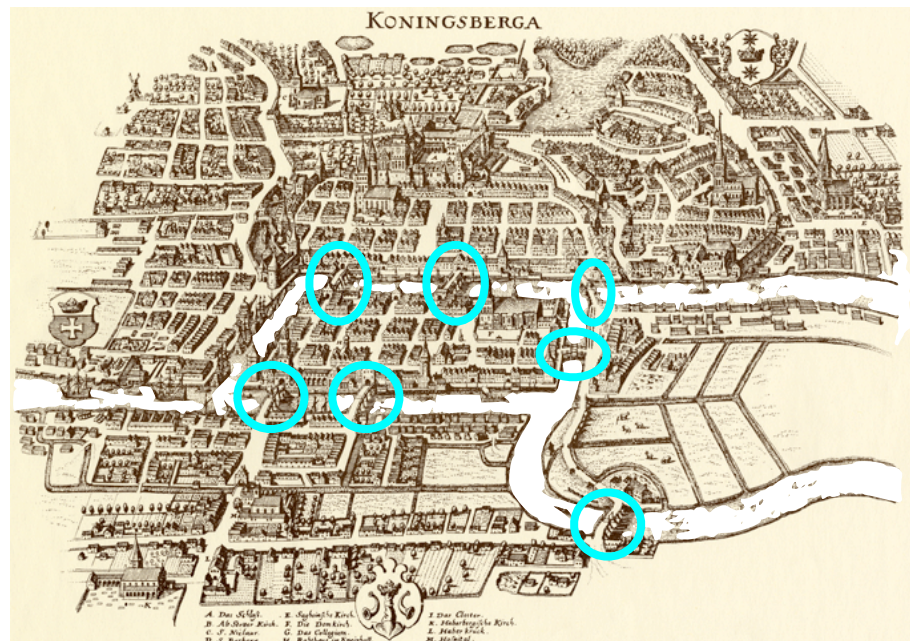


# Eulerの方法

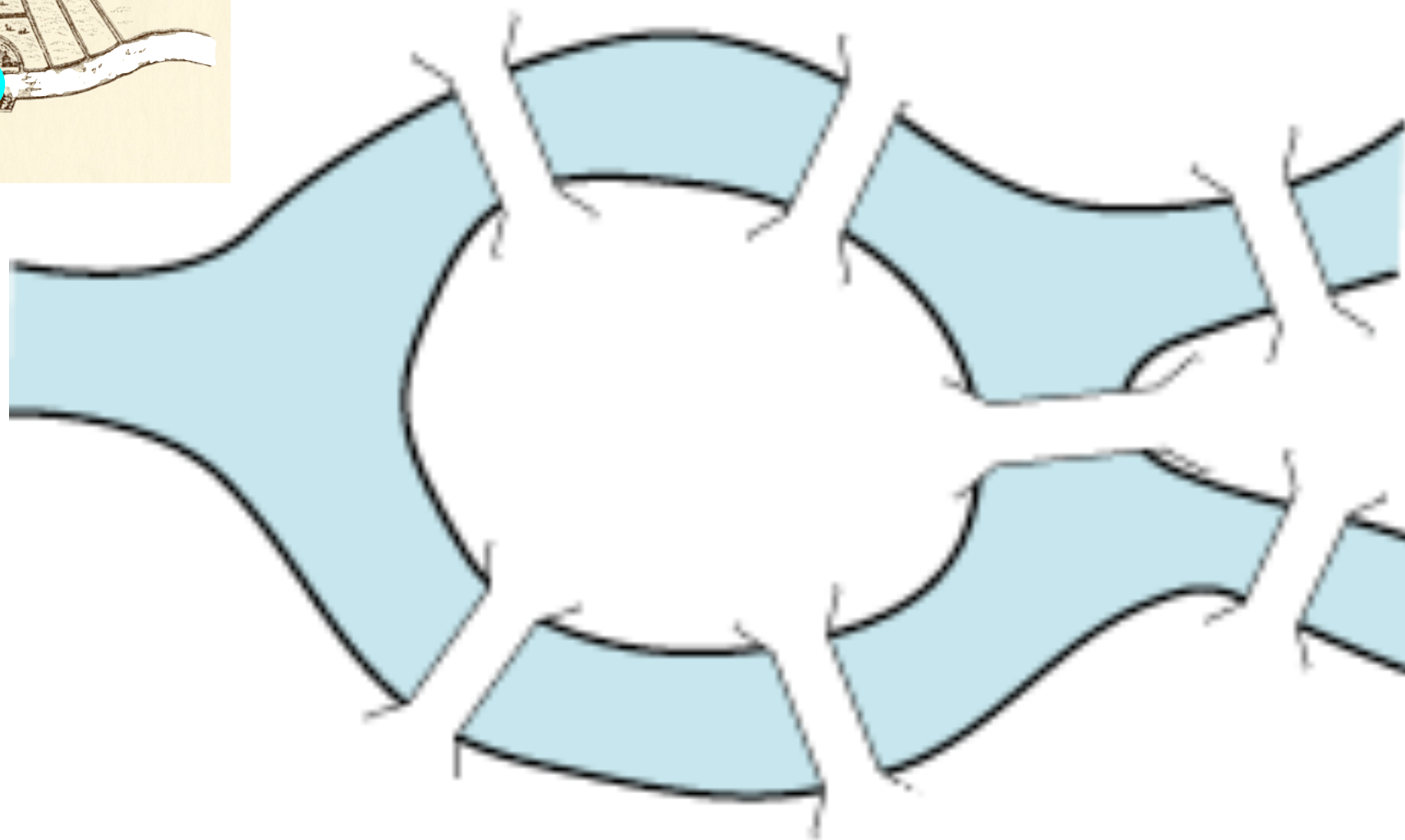
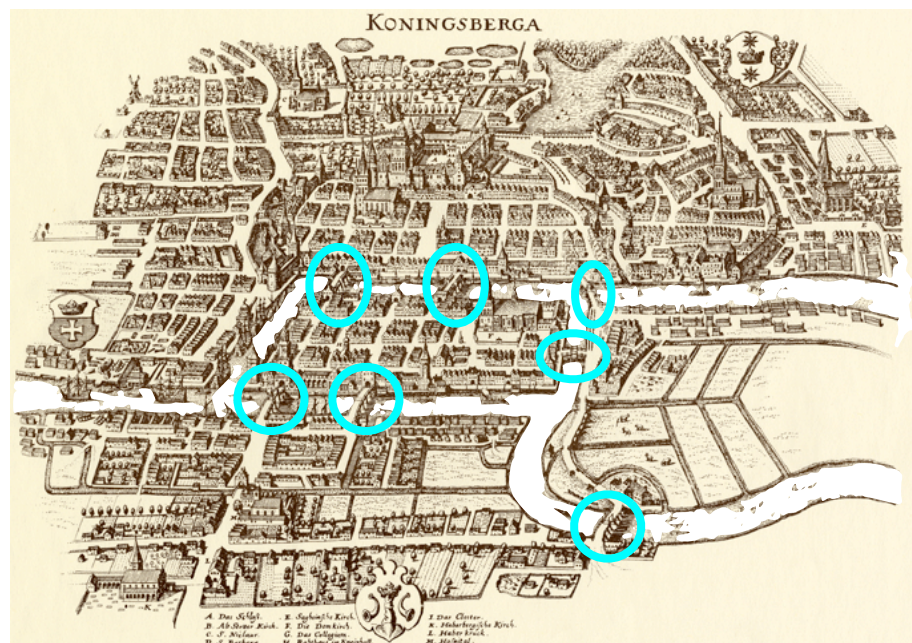




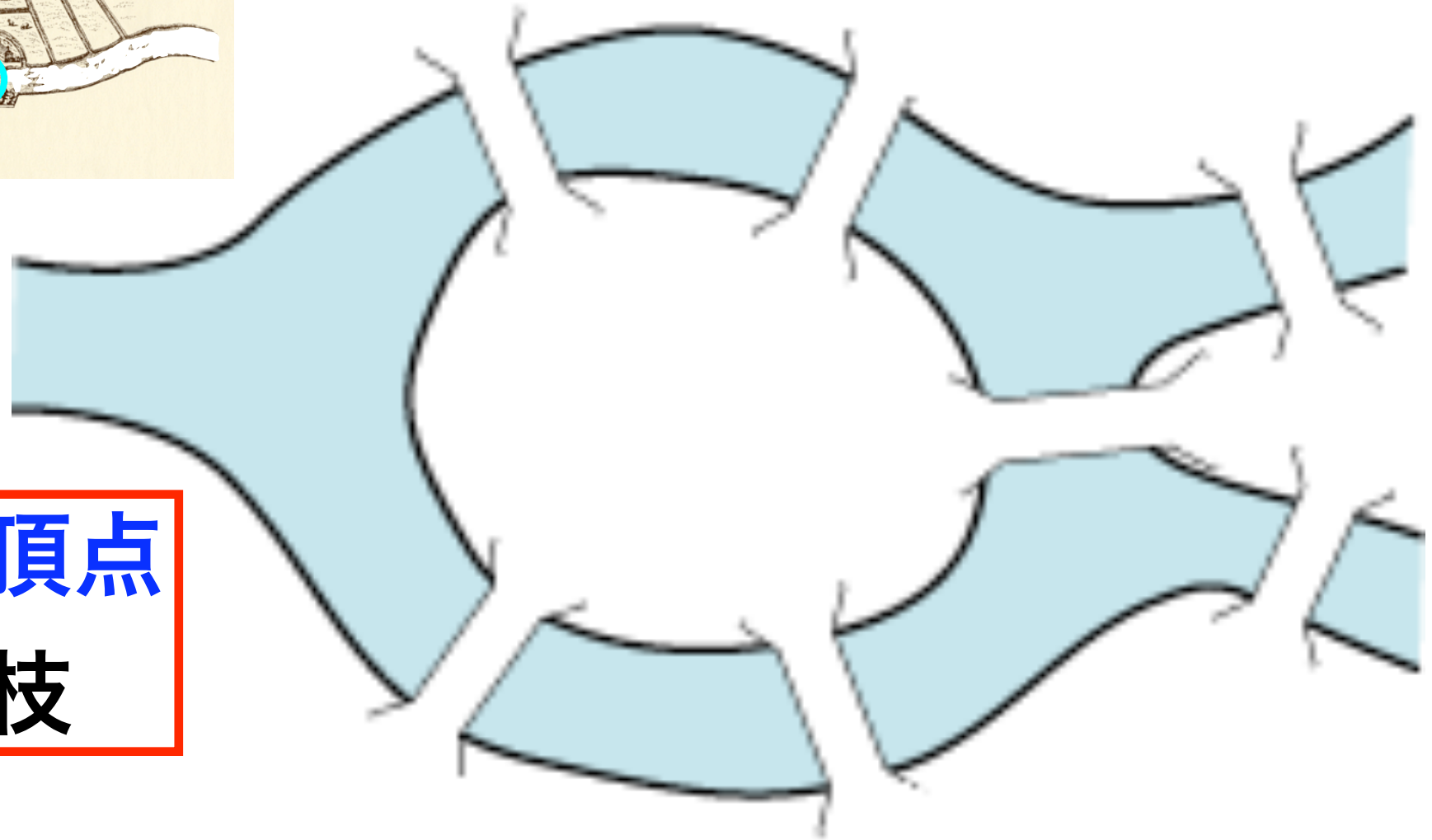
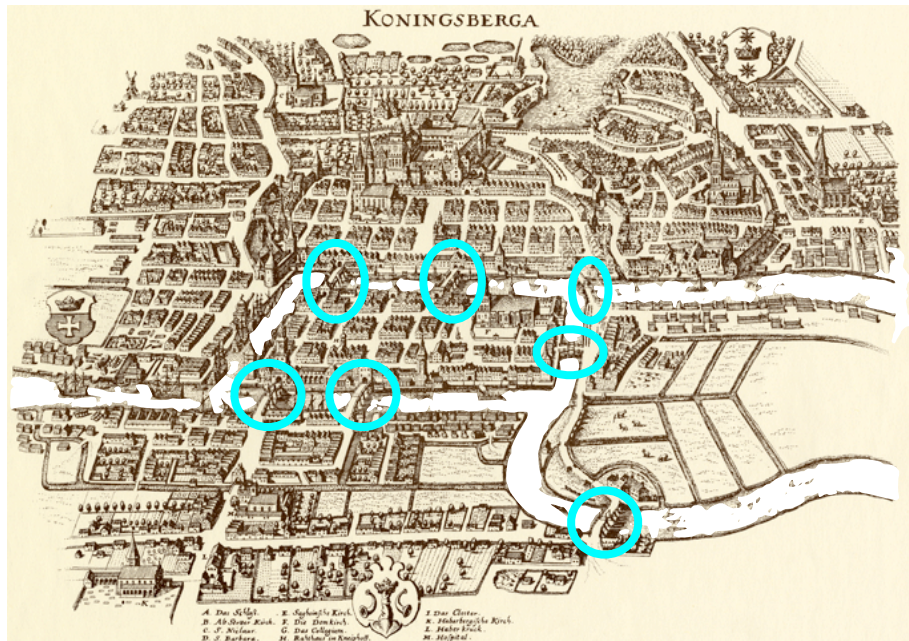
# Eulerの方法



# Eulerの方法



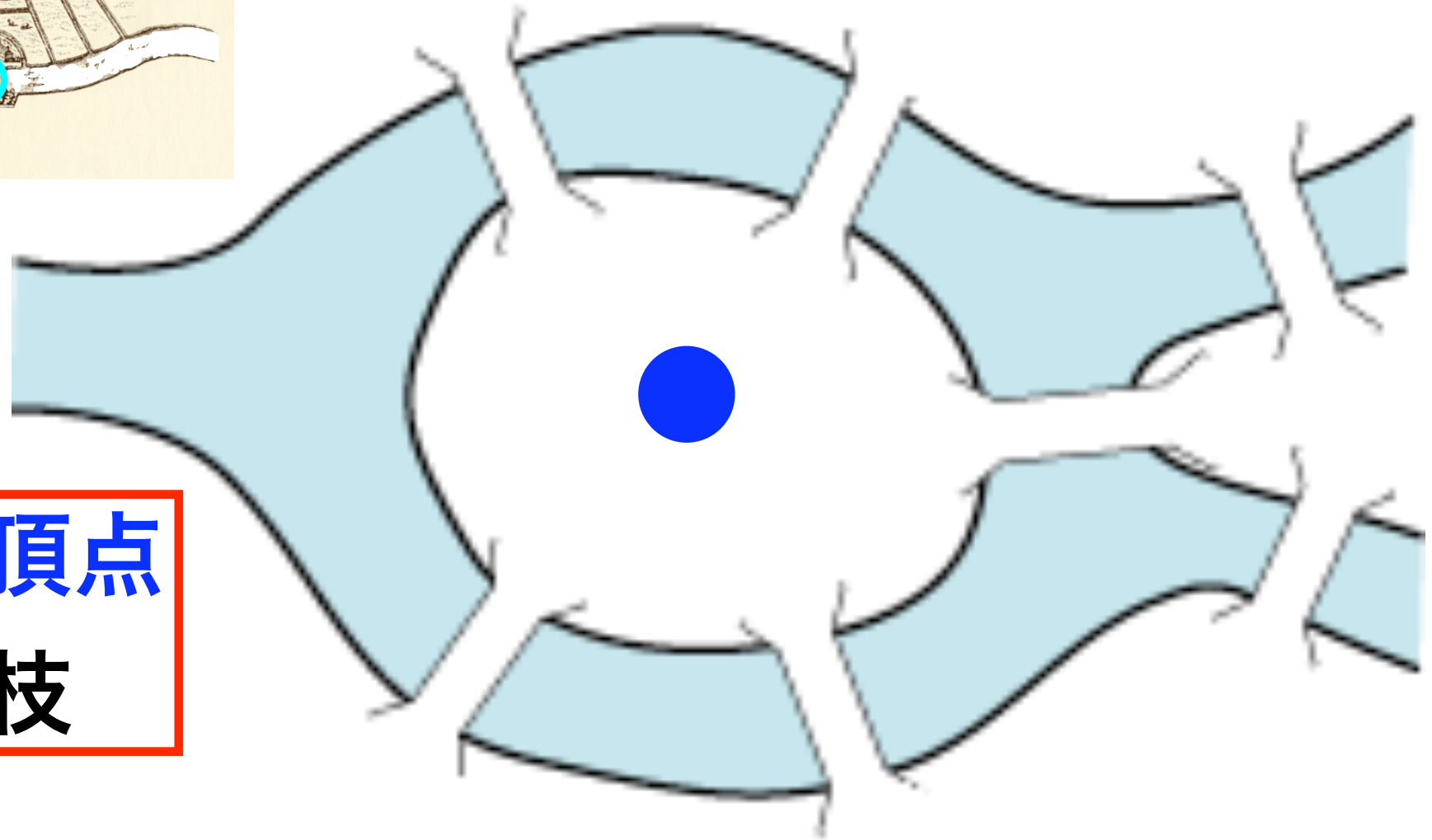
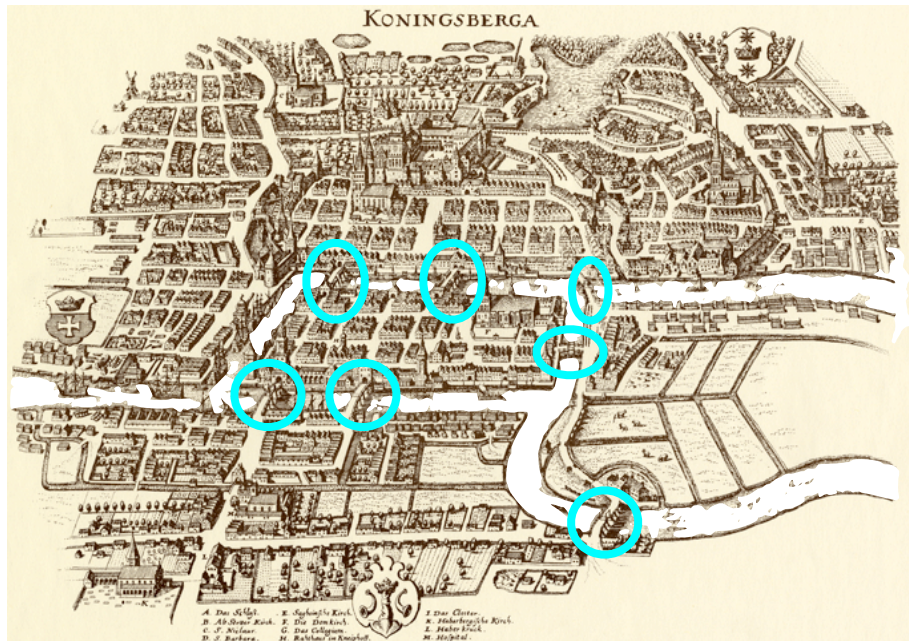
# Eulerの方法



中州, 島 → 頂点  
橋 → 枝

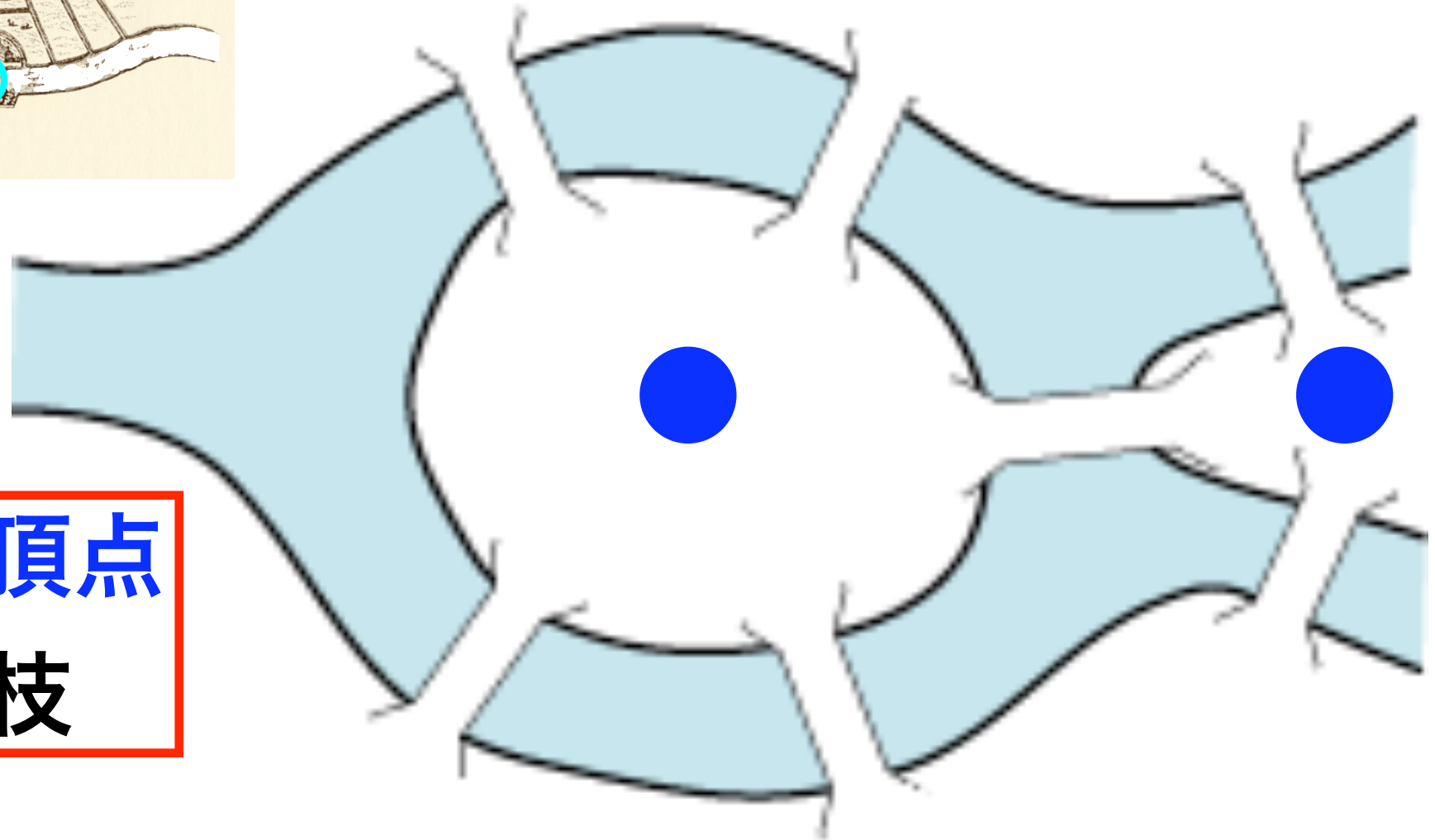
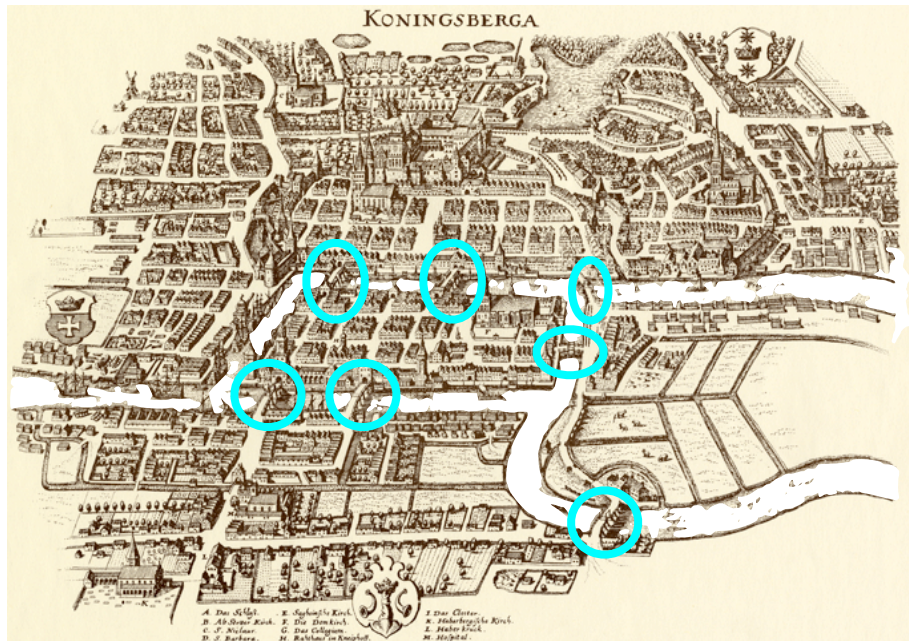


# Eulerの方法



中州, 島 → 頂点  
橋 → 枝

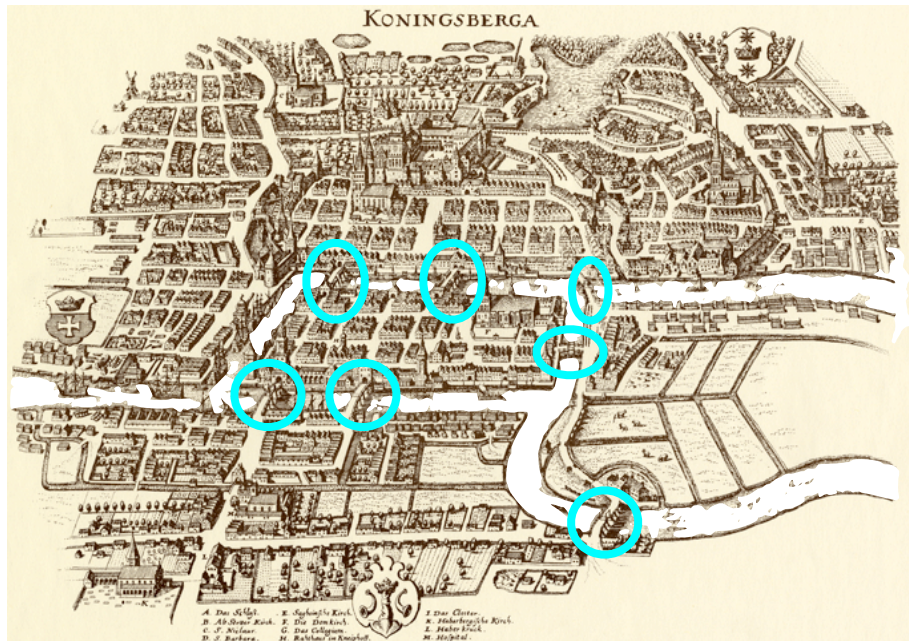
# Eulerの方法



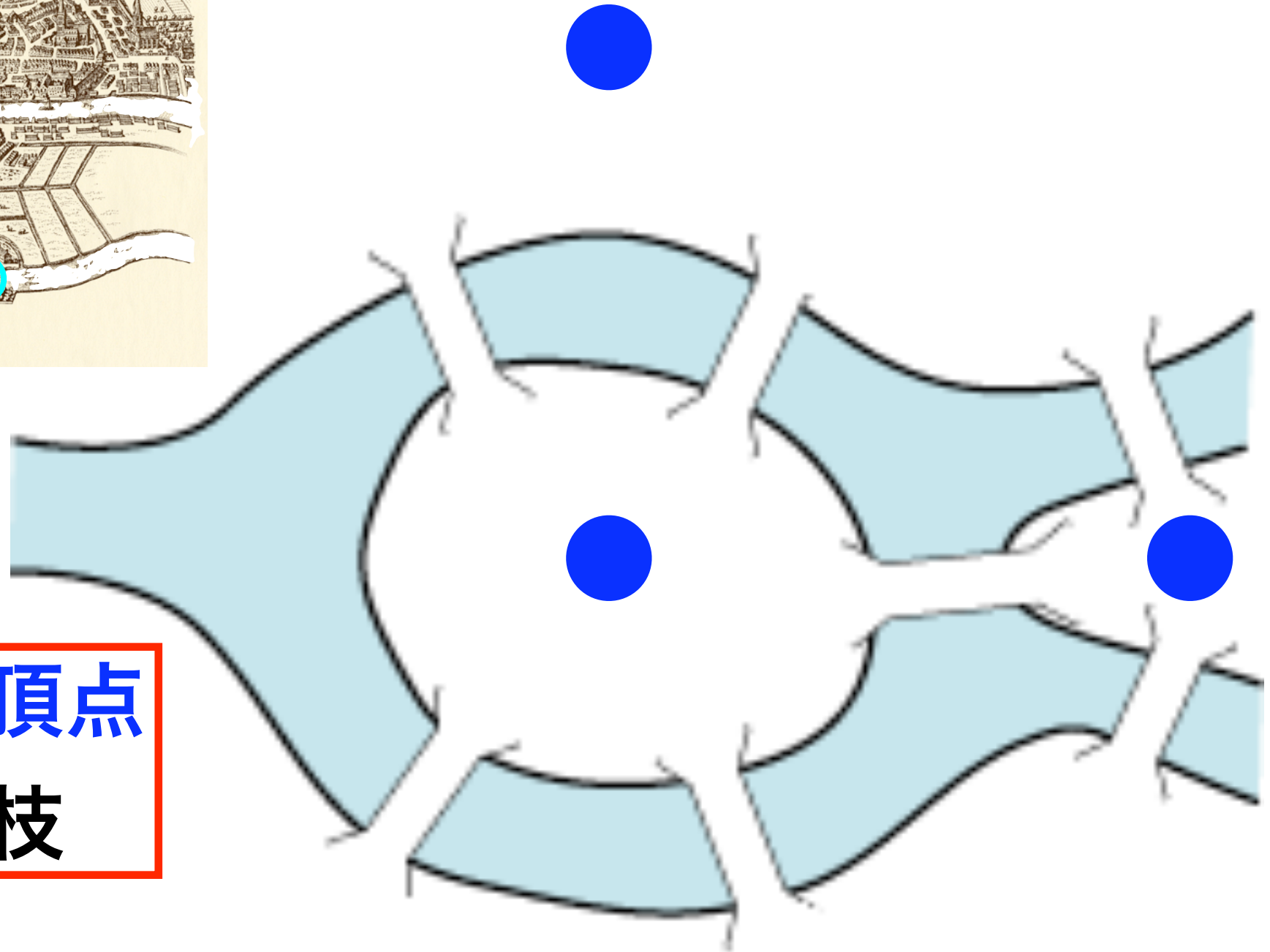
中州, 島 → 頂点  
橋 → 枝



# Eulerの方法

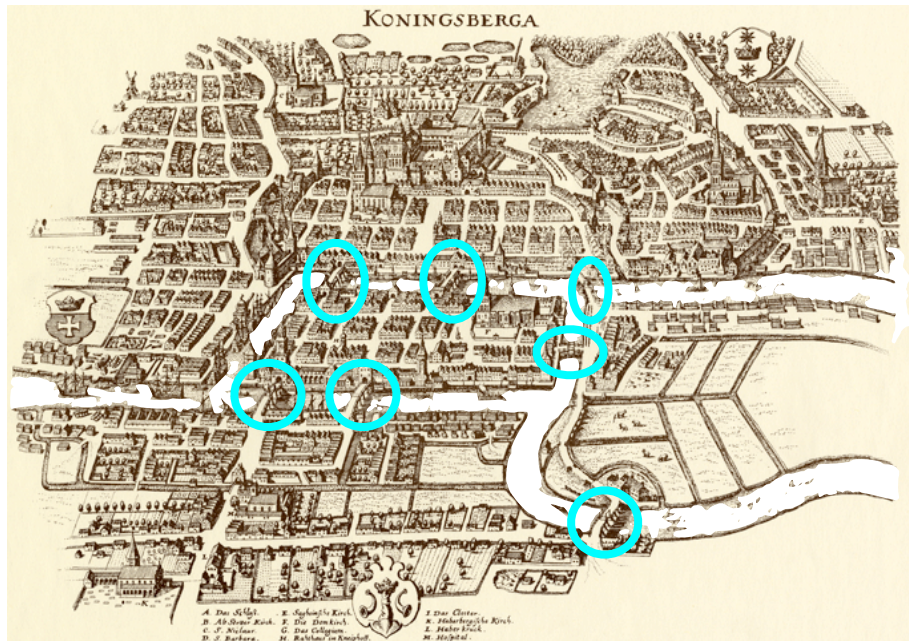


中州, 島 → 頂点  
橋 → 枝

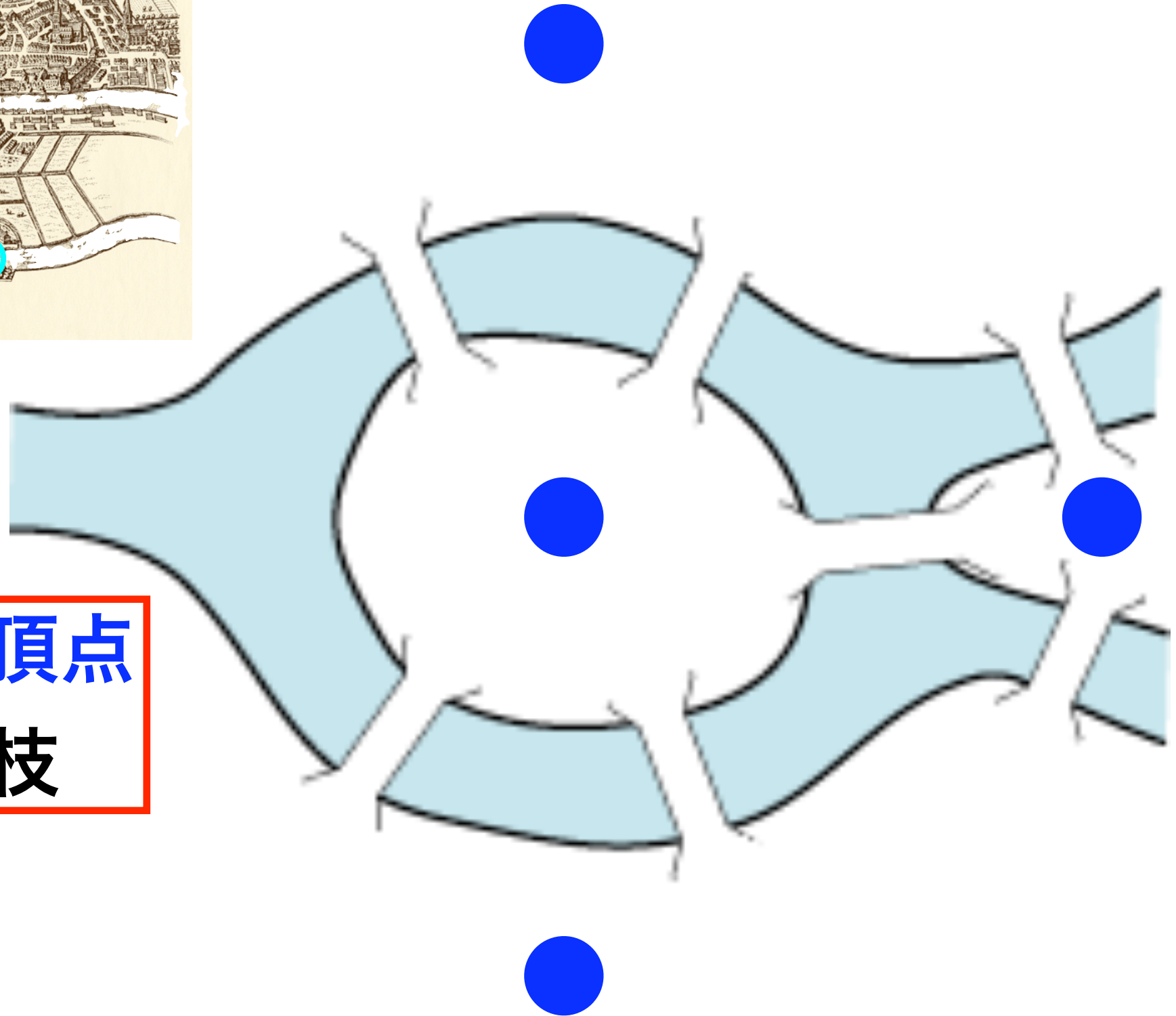




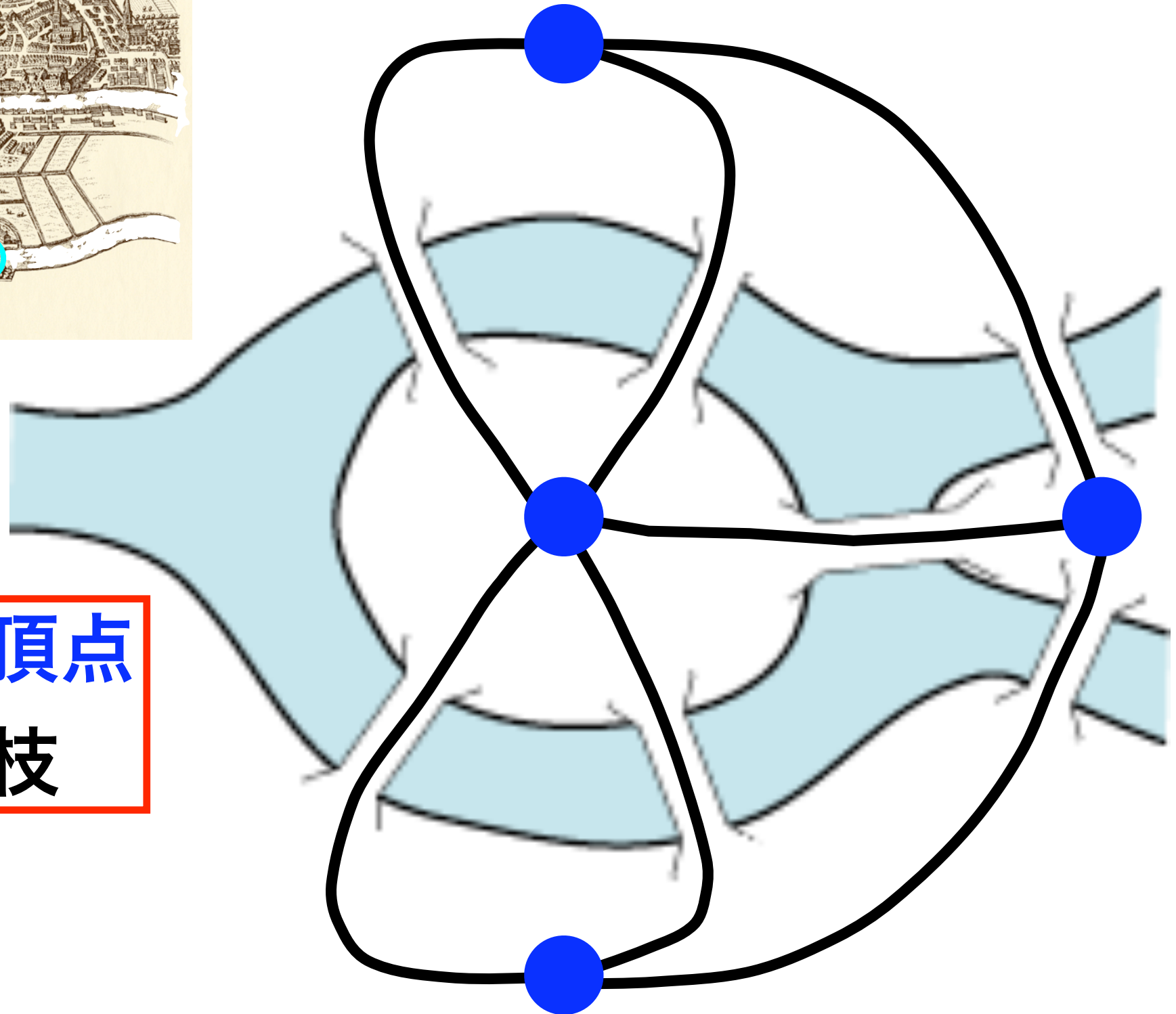
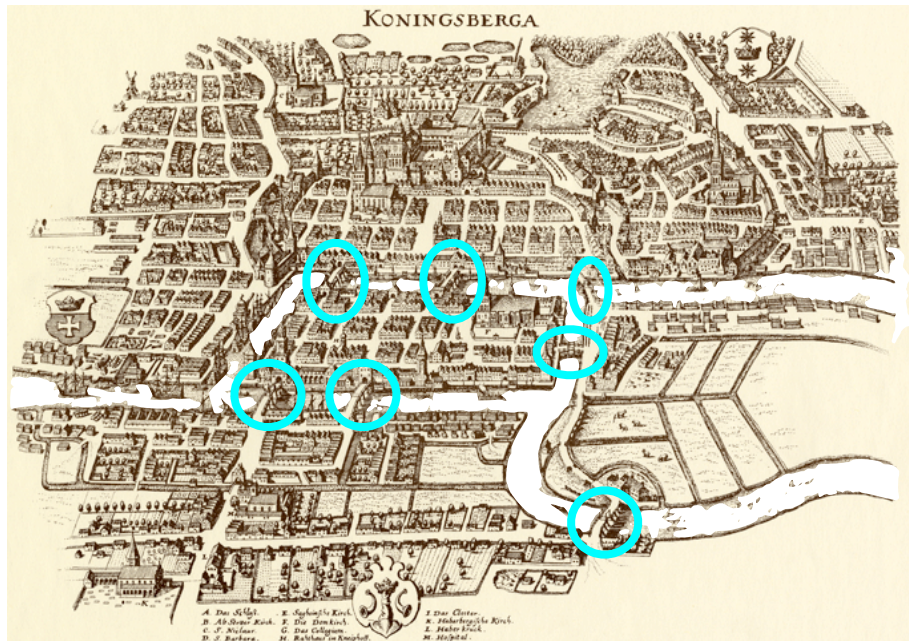
# Eulerの方法



中州, 島 → 頂点  
橋 → 枝

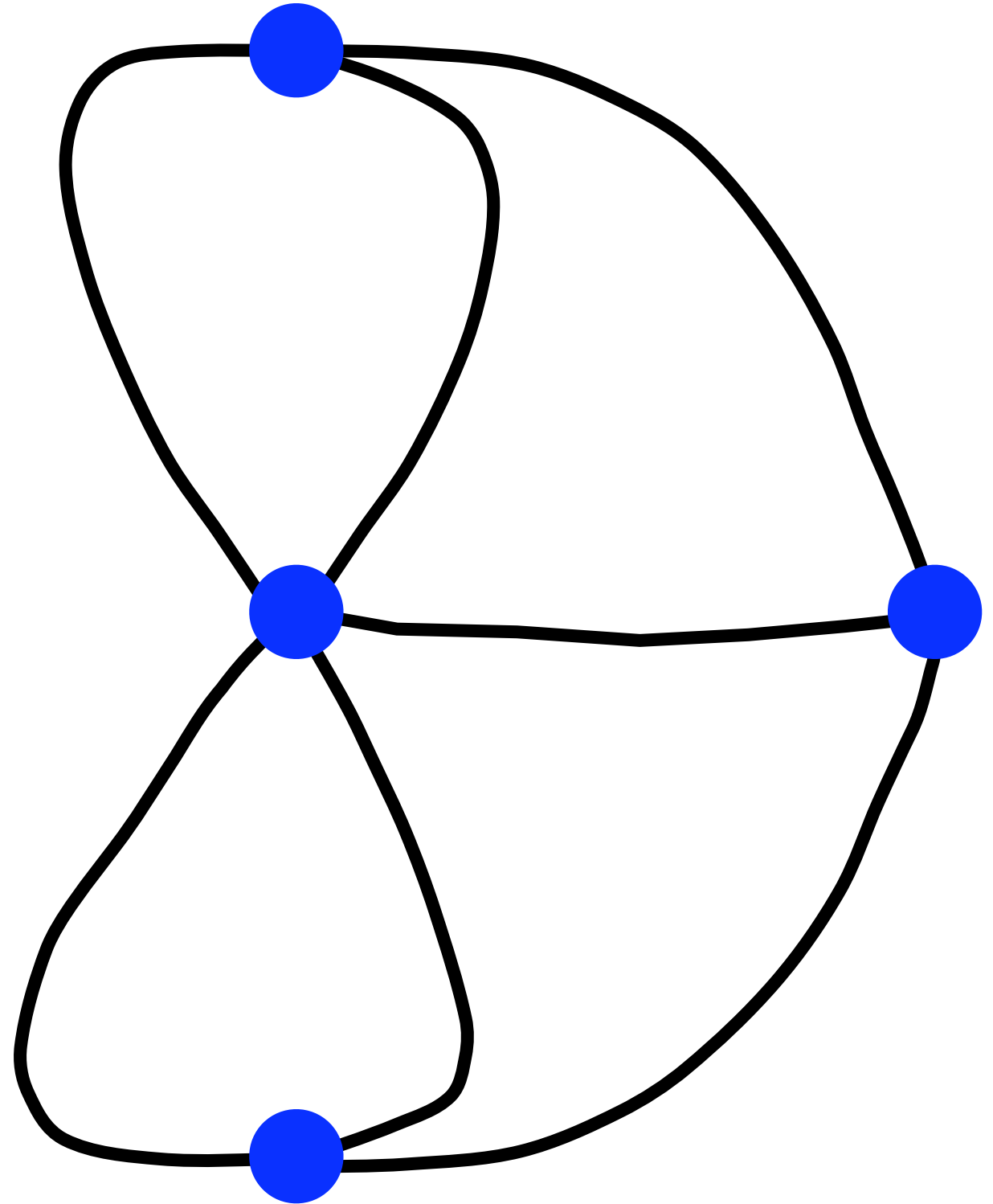


# Eulerの方法



中州, 島 → 頂点  
橋 → 枝

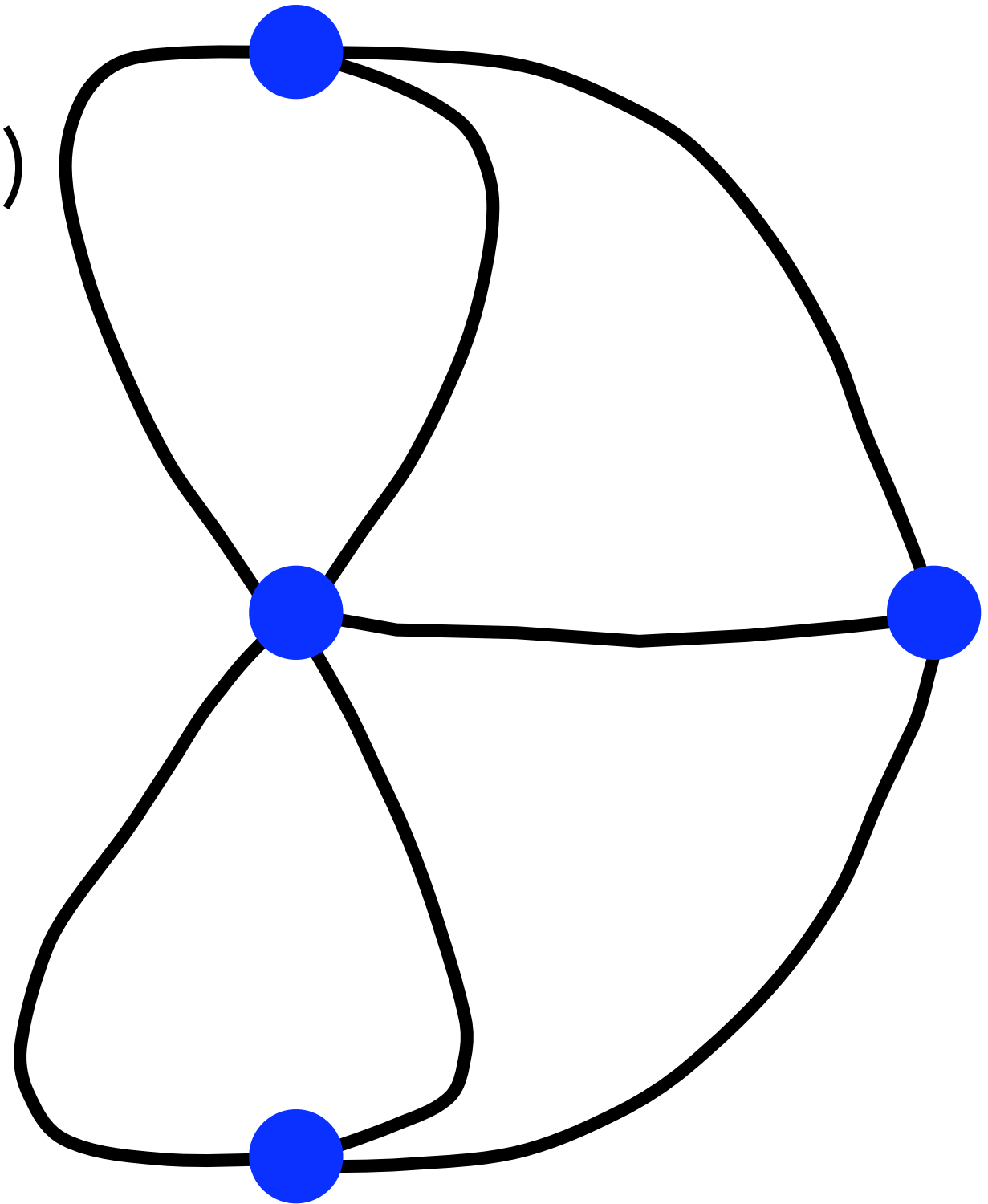
# Eulerの方法



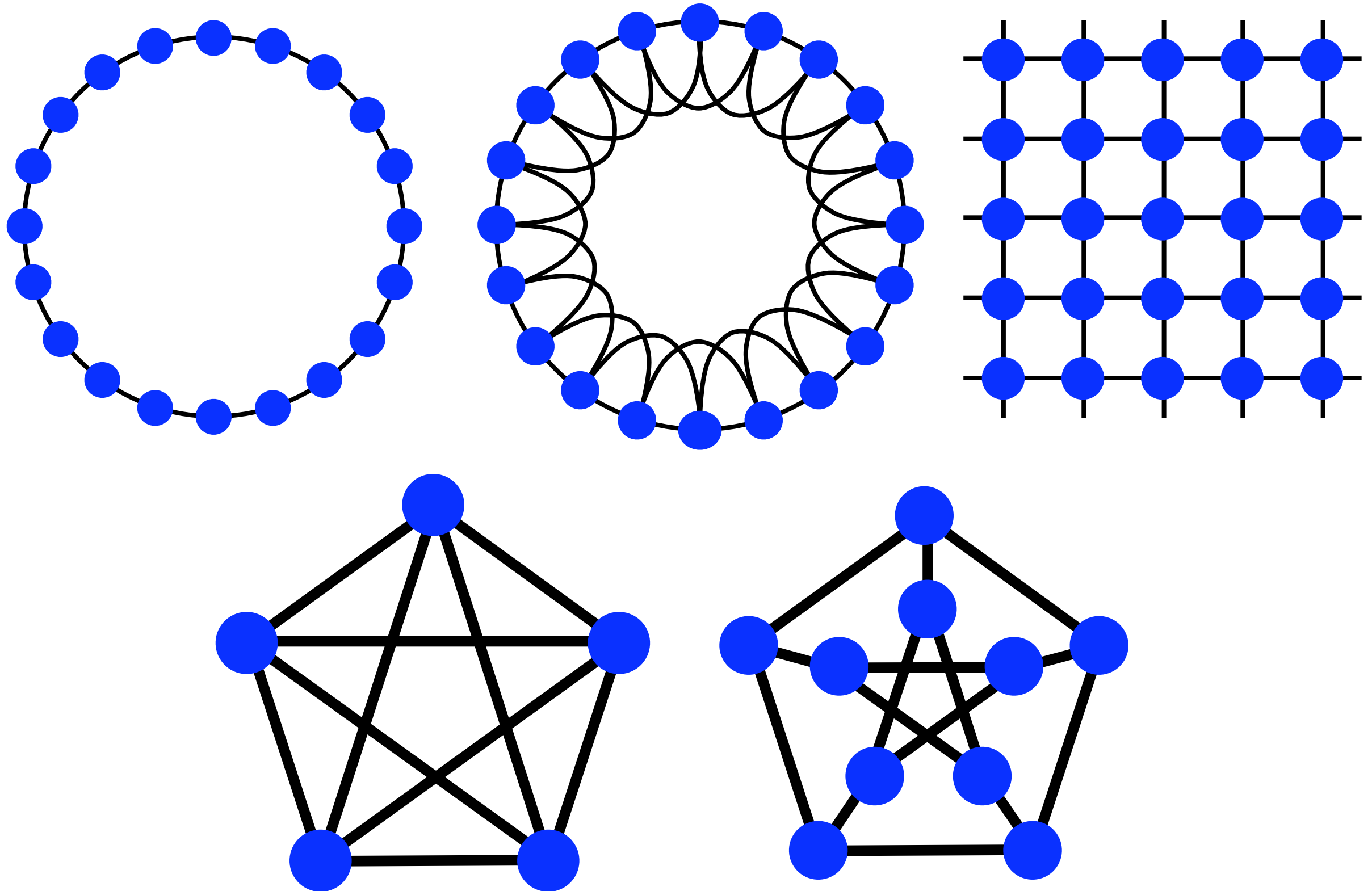


# Eulerの方法

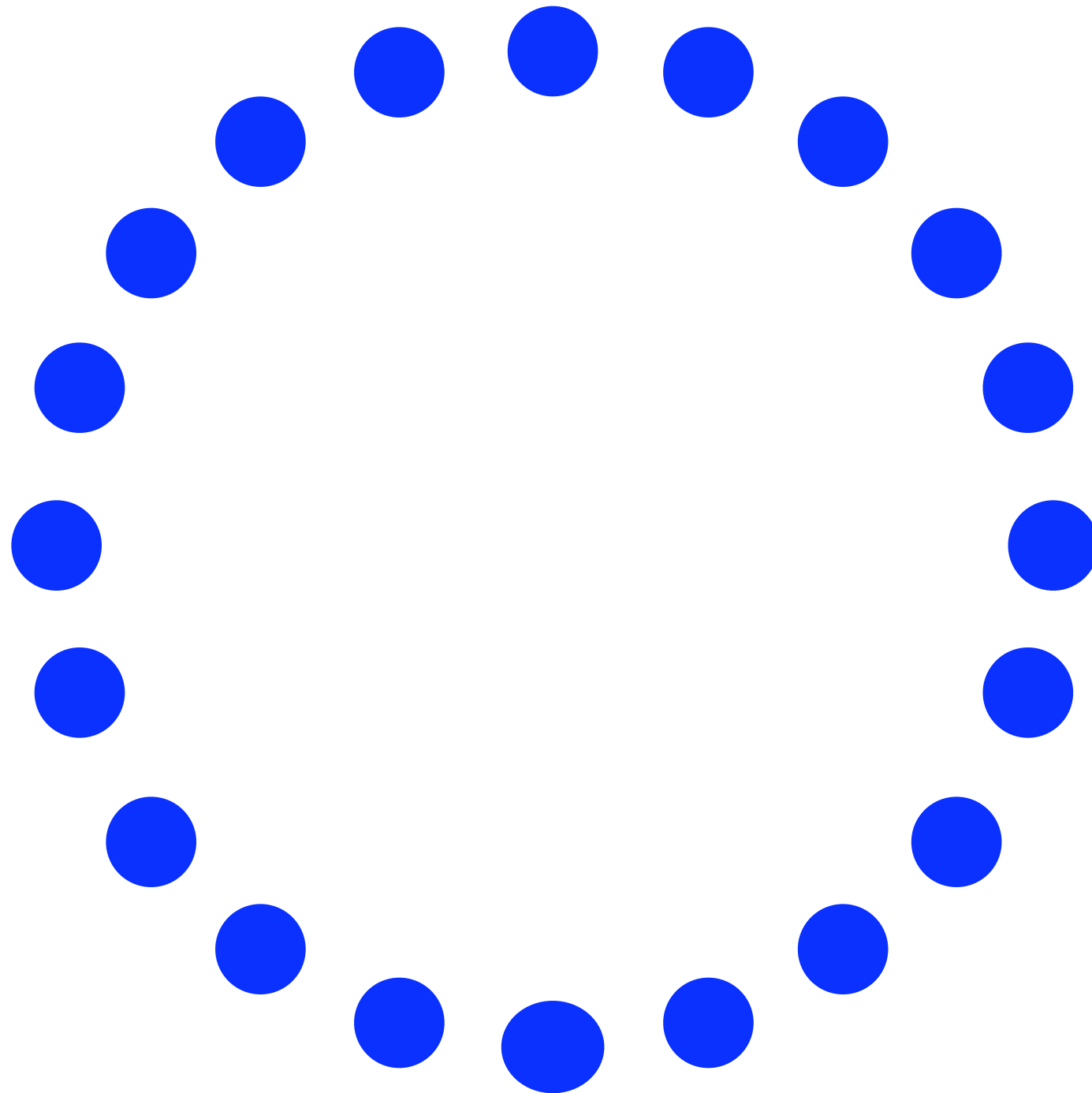
Eulerは、右のような  
グラフを用いて(抽象化)  
この問題には解が  
ないことを証明した



# 規則的なグラフの例



# ランダムグラフ (20世紀半ば以降)



各枝の存在を  
確率  $p$  で定める

$$p = 0$$

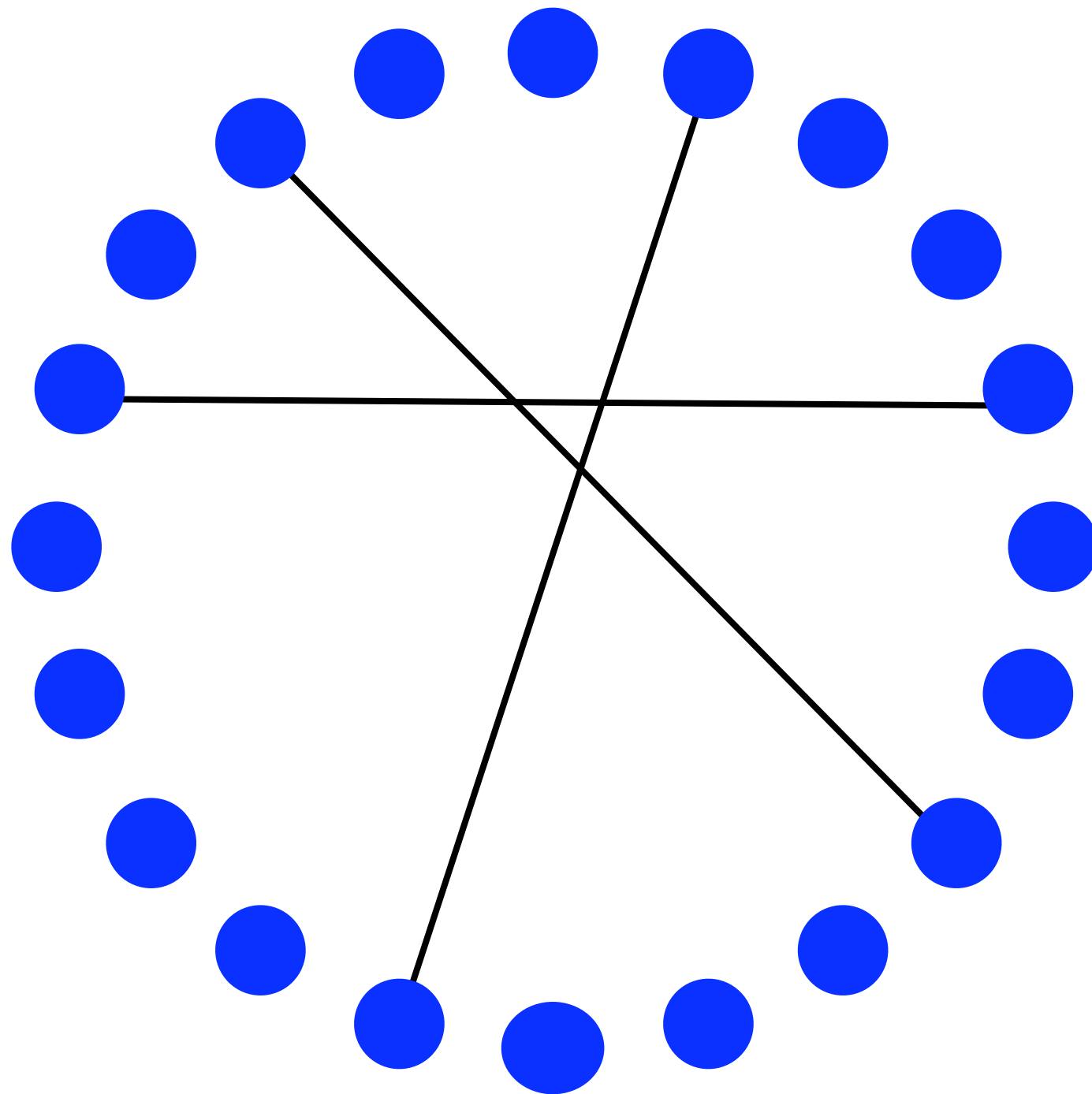


$$p = 1$$





# ランダムグラフ (20世紀半ば以降)



各枝の存在を  
確率  $p$  で定める

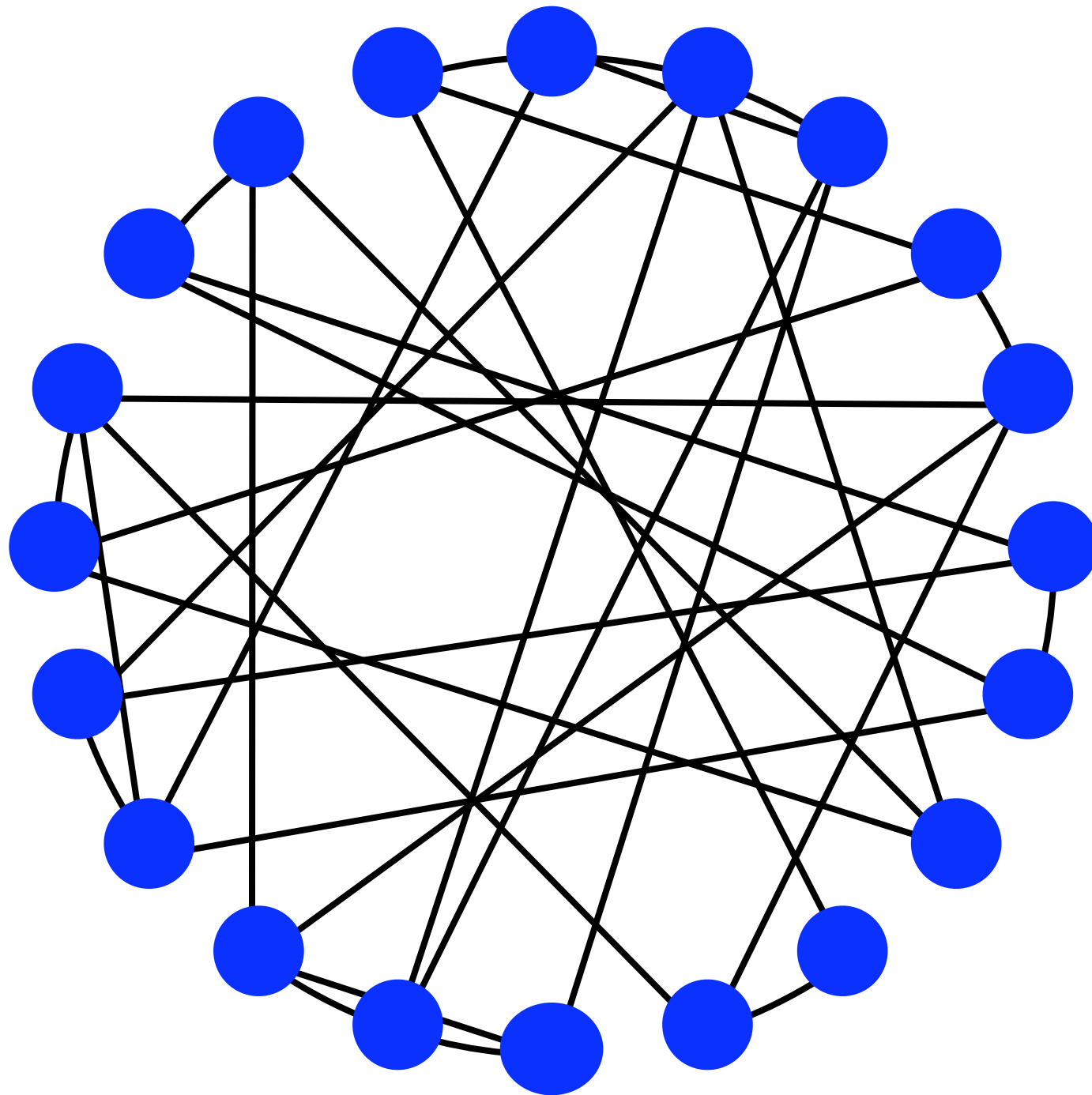
$$p = 0$$



$$p = 1$$



# ランダムグラフ (20世紀半ば以降)



各枝の存在を  
確率  $p$  で定める

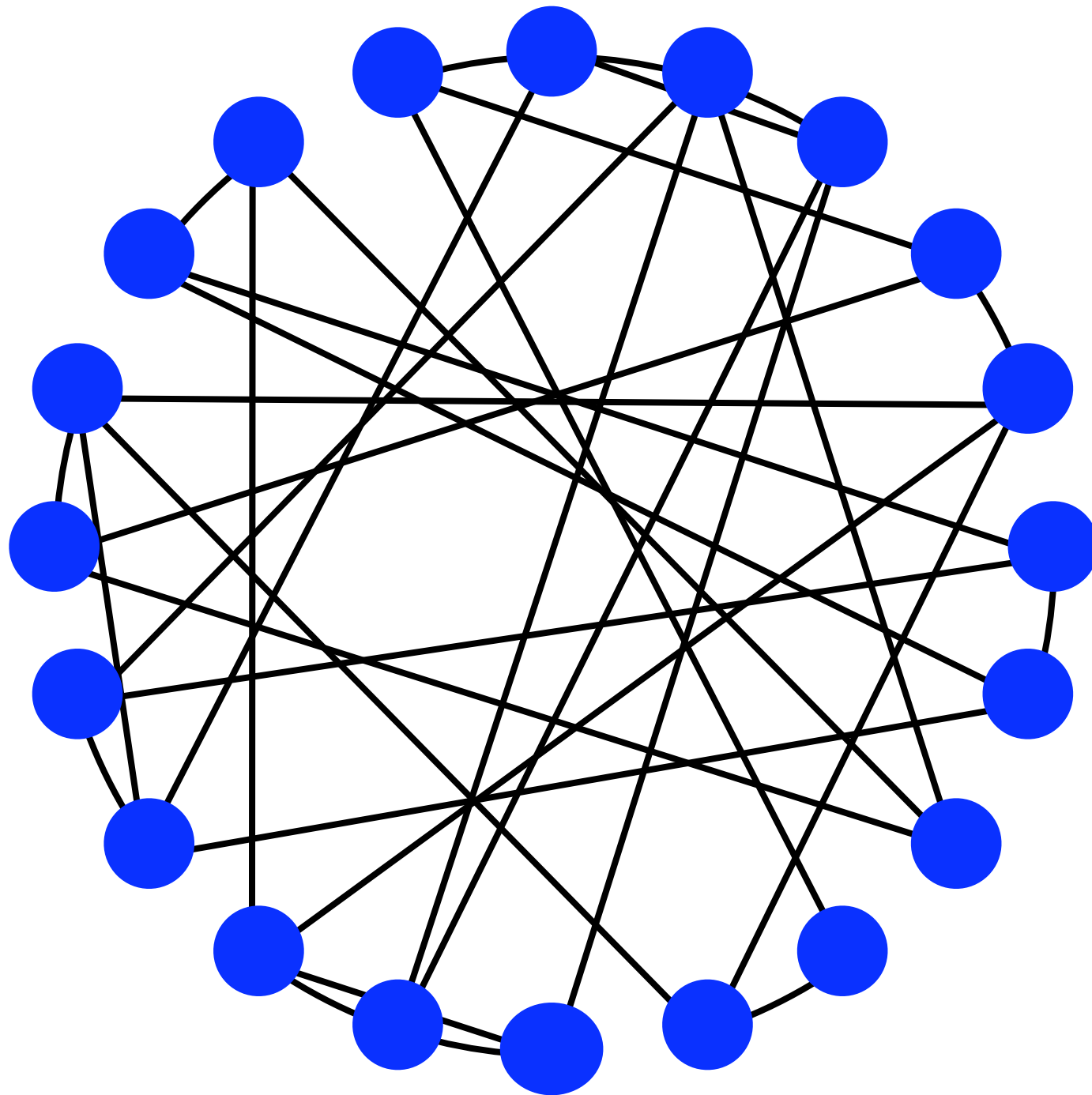
$$p = 0$$



$$p = 1$$



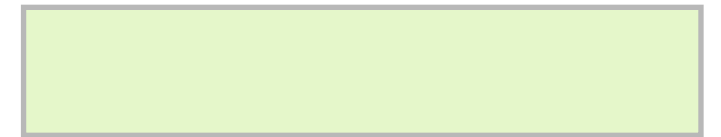
# ランダムグラフ (20世紀半ば以降)



各枝の存在を  
確率  $p$  で定める

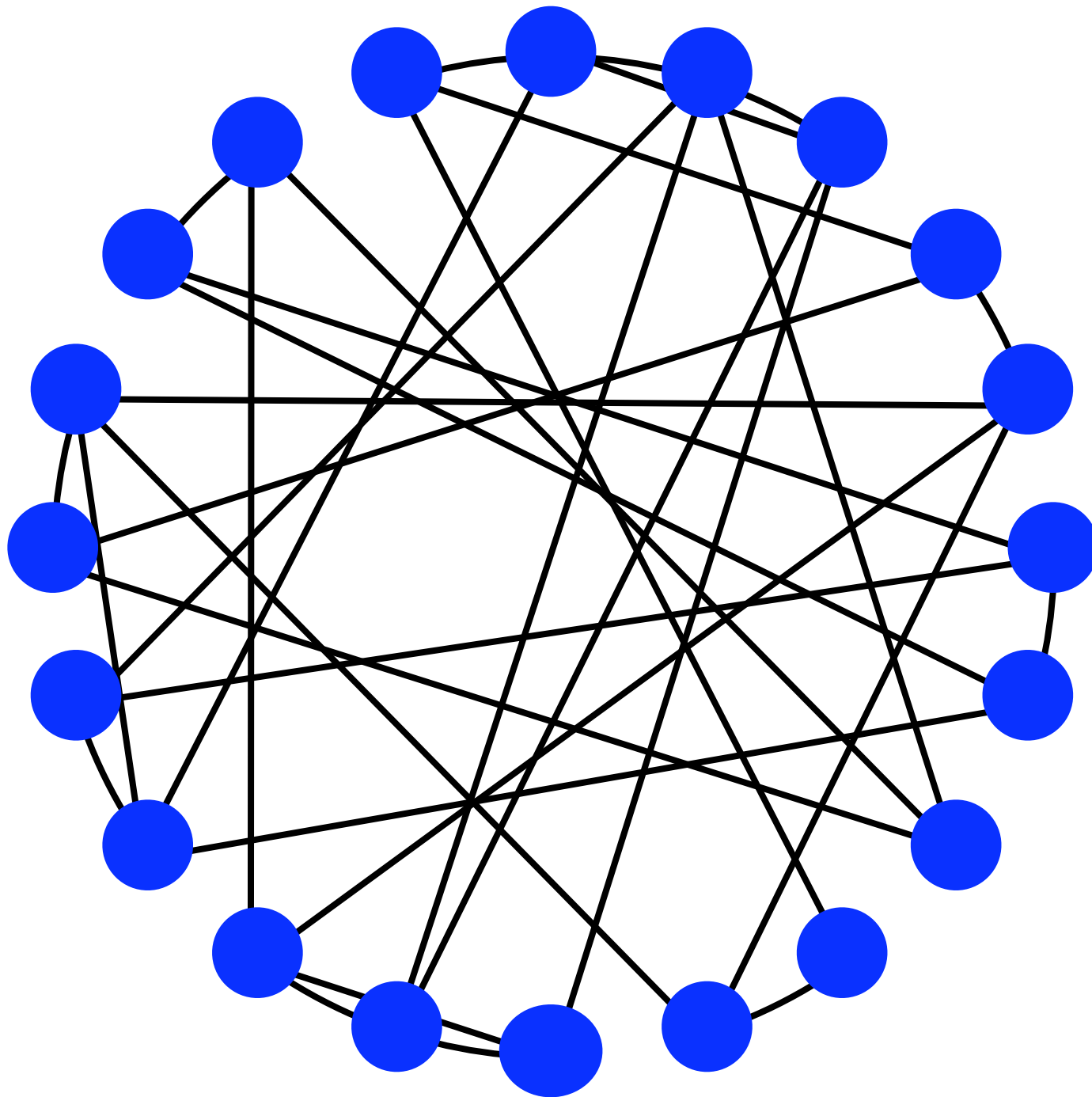
$p = 0 \rightarrow$  枝無し

$p = 1$





# ランダムグラフ (20世紀半ば以降)



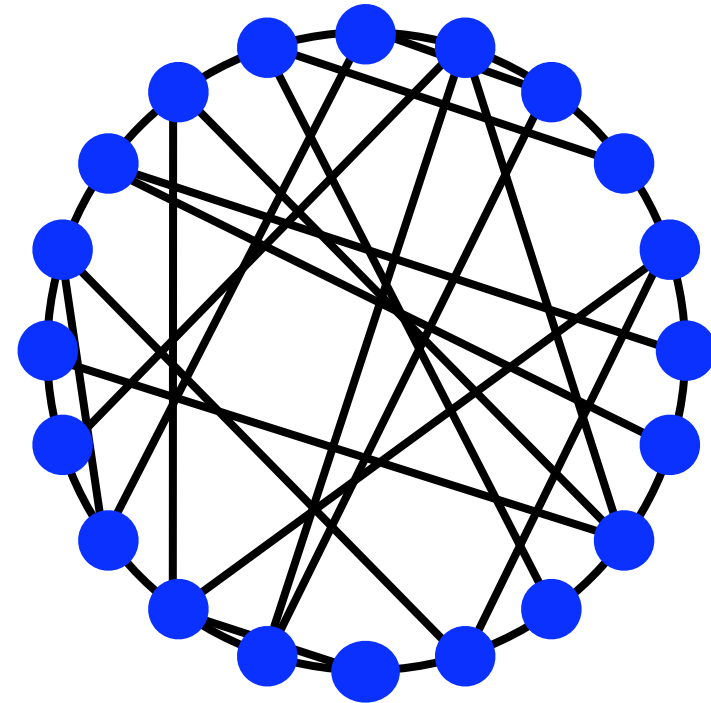
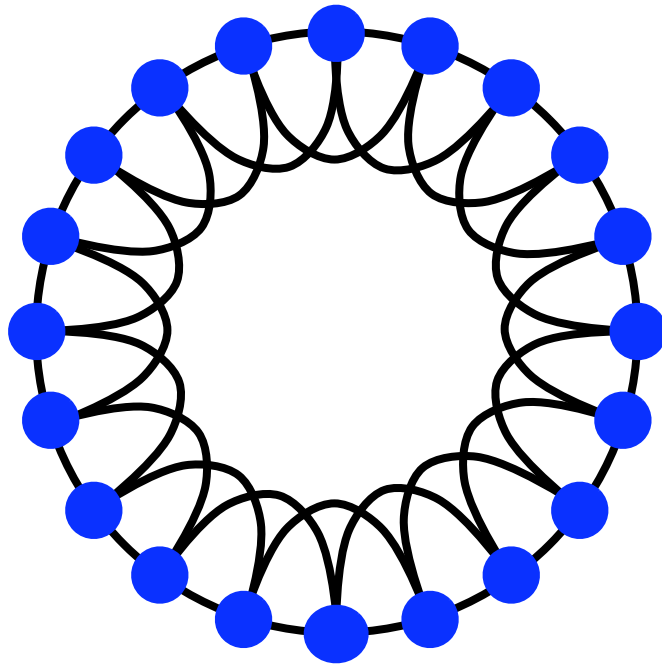
各枝の存在を  
確率  $p$  で定める

$p = 0 \rightarrow$  枝無し

$p = 1 \rightarrow$  完全グラフ

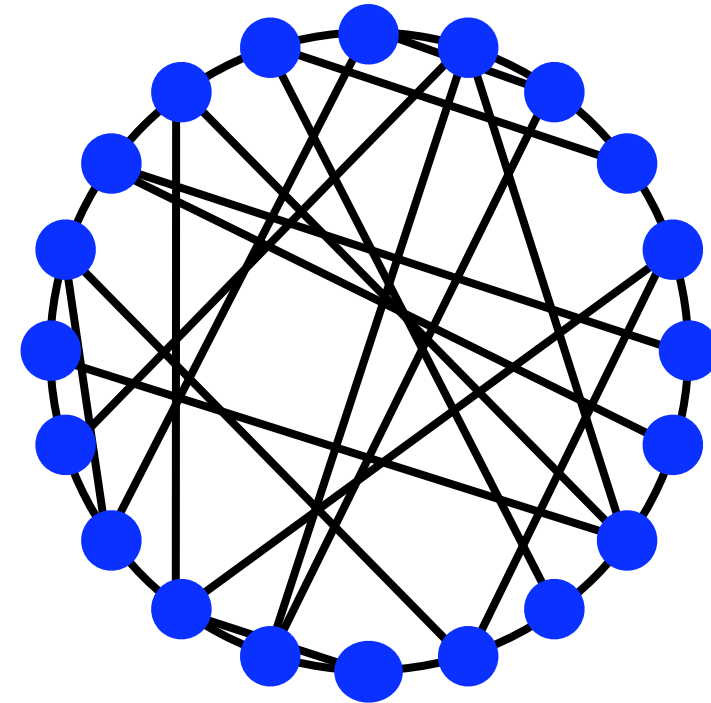
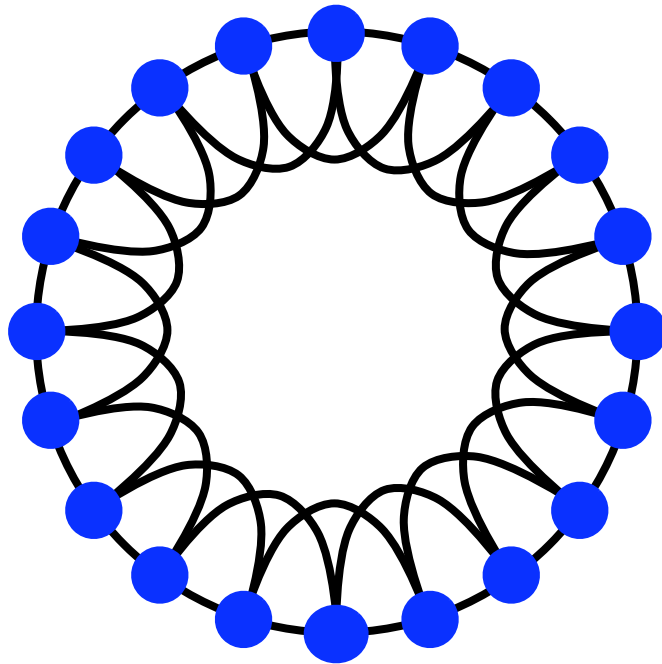
# ところが...

- 現実世界のネットワークは,  ではない.
- 規則的ネットワークでは
- 現実世界のネットワークは,  でも無い
- ランダムネットワークでは,  なりにくい.



# ところが...

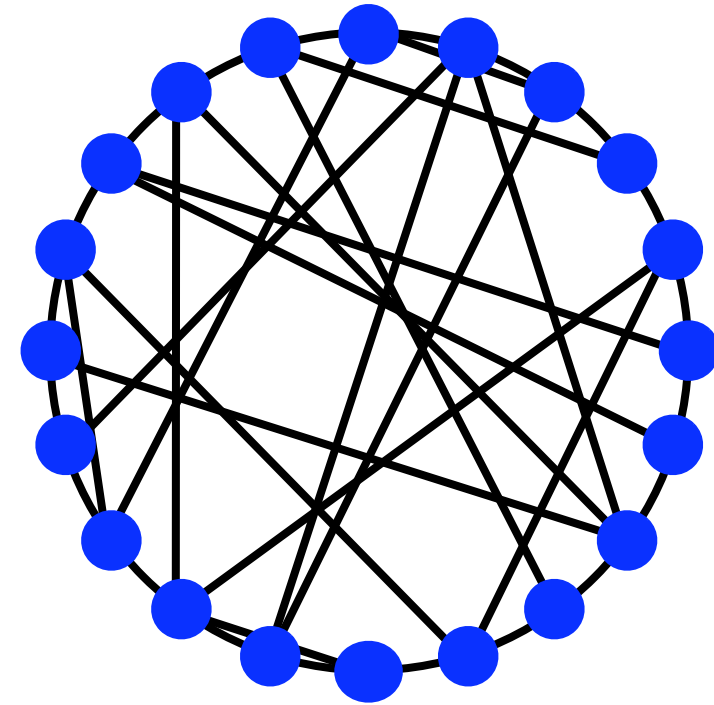
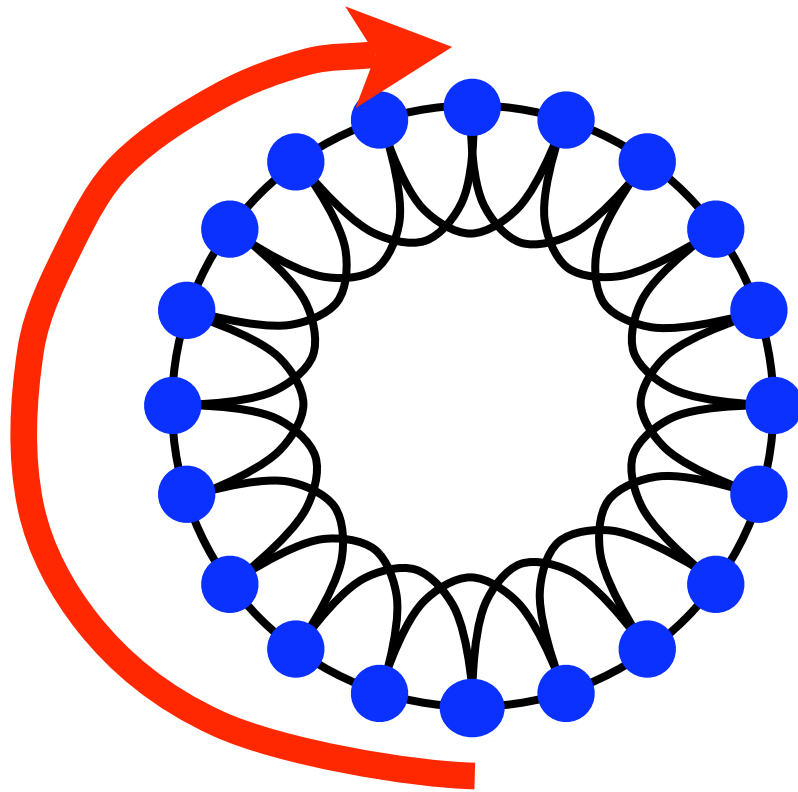
- 現実世界のネットワークは、規則的ではない.
  - 規則的ネットワークでは [ ]
- 現実世界のネットワークは、 [ ] でも無い
  - ランダムネットワークでは、 [ ] なりにくい.





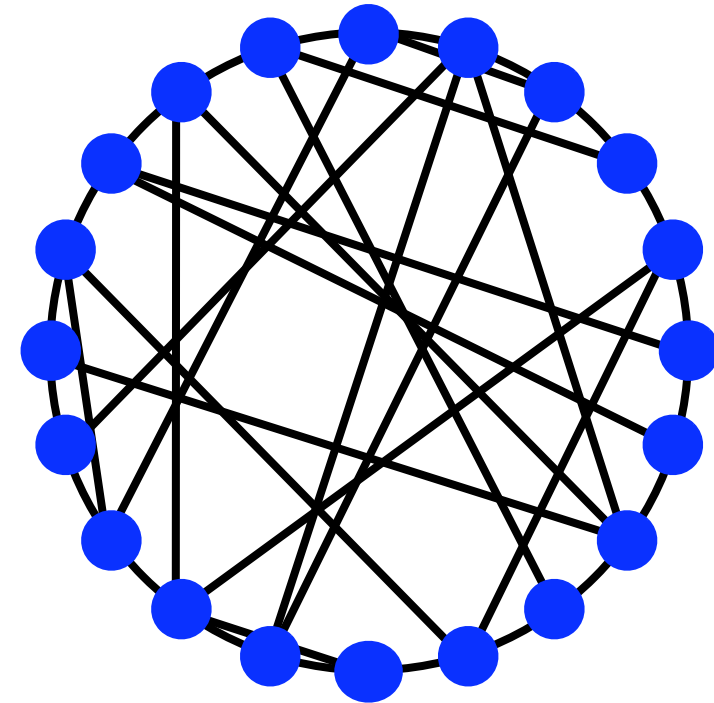
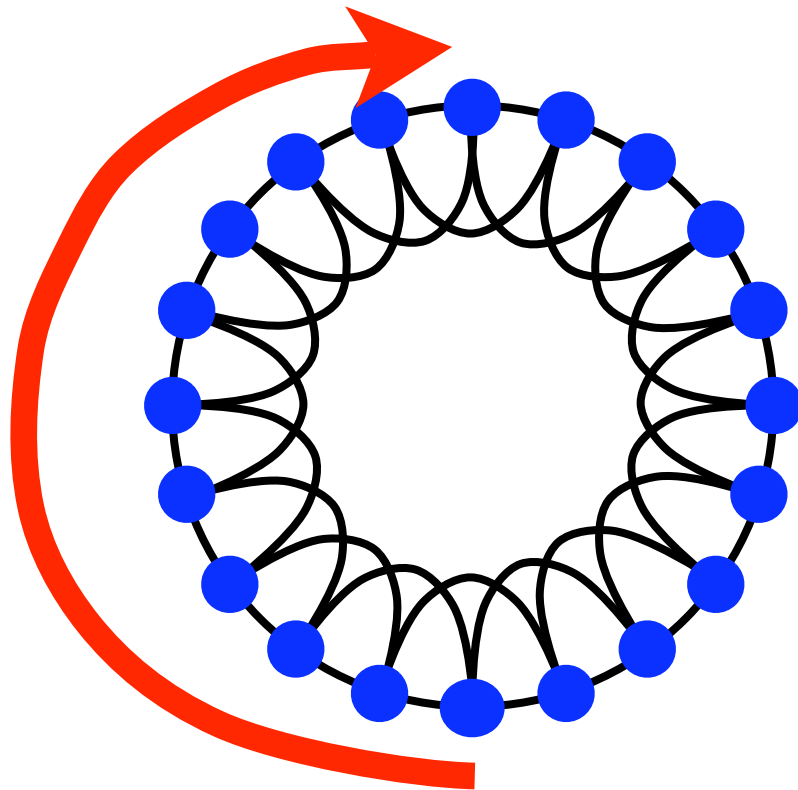
# ところが...

- 現実世界のネットワークは、規則的ではない.
  - 規則的ネットワークでは [ ]
- 現実世界のネットワークは、 [ ] でも無い
  - ランダムネットワークでは、 [ ] になりにくい.



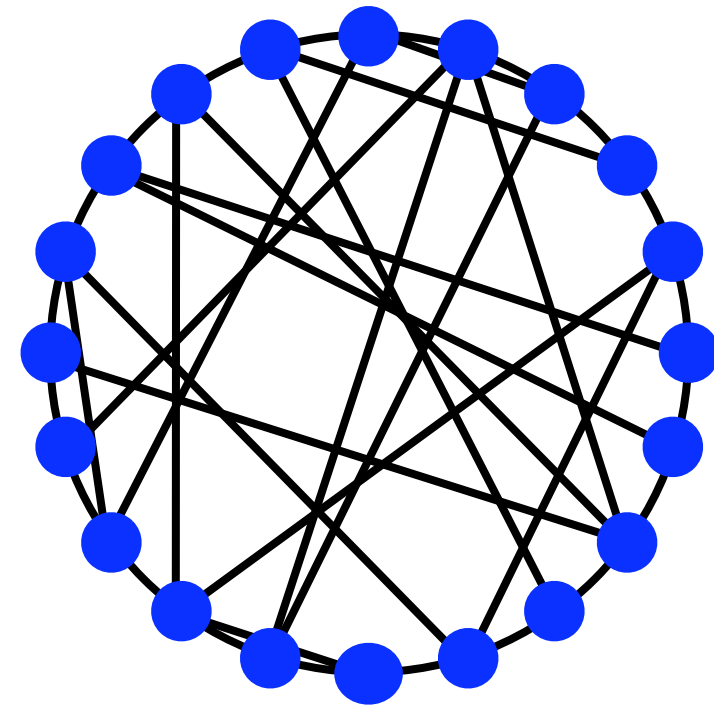
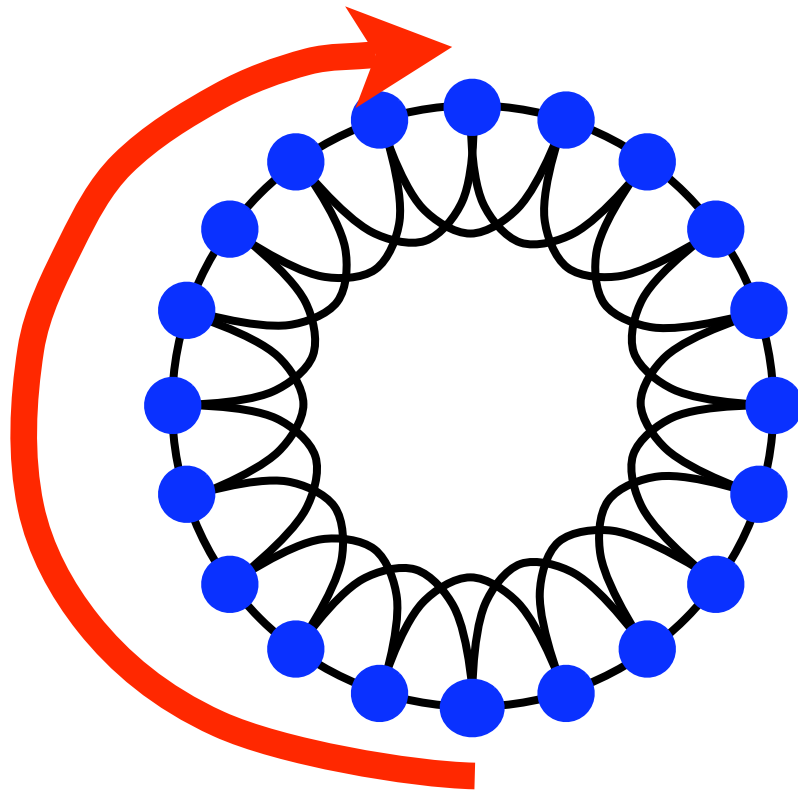
# ところが...

- 現実世界のネットワークは、規則的ではない.
- 規則的ネットワークでは小さな世界にならない.
- 現実世界のネットワークは、でも無い
- ランダムネットワークでは、なりにくい.



# ところが...

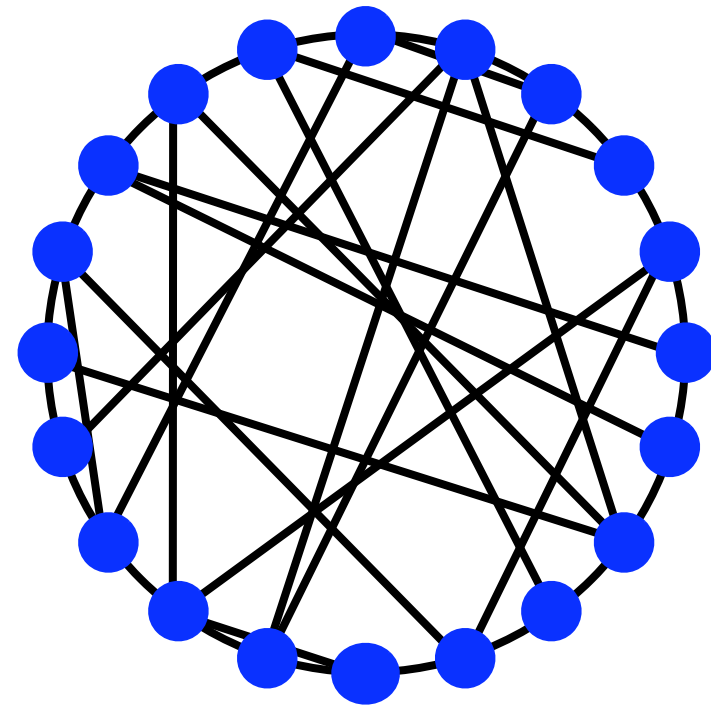
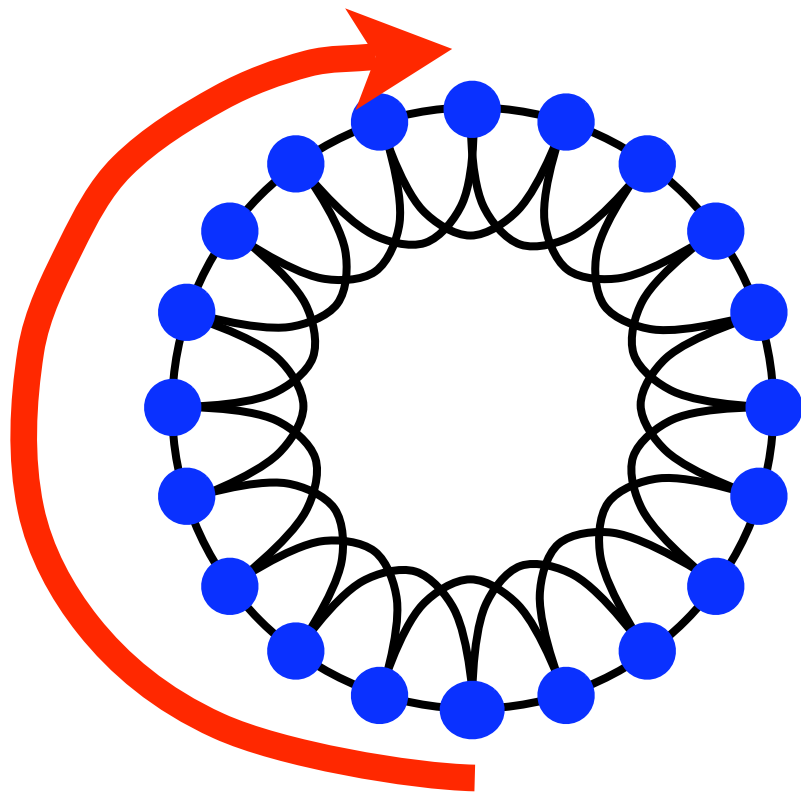
- 現実世界のネットワークは、規則的ではない.
- 規則的ネットワークでは小さな世界にならない.
- 現実世界のネットワークは、ランダムでも無い
- ランダムネットワークでは、 なりにくい.





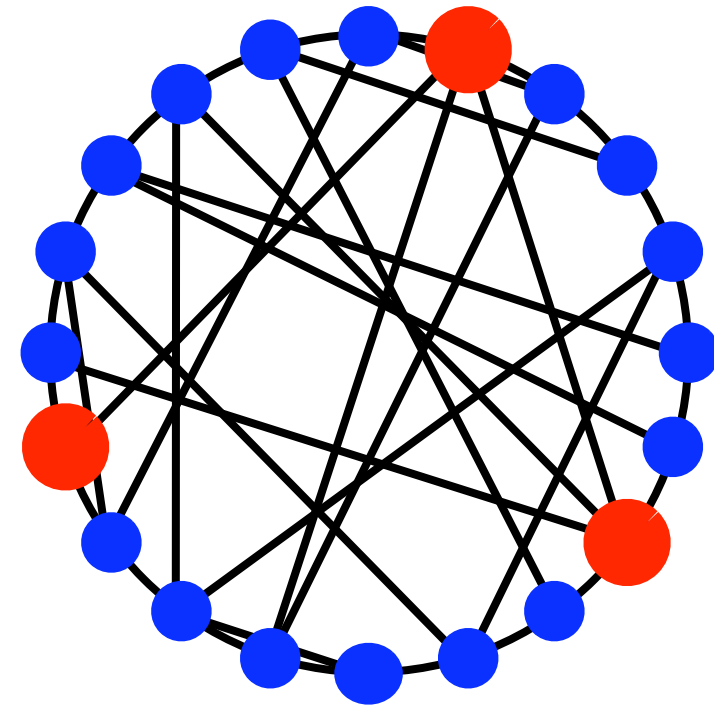
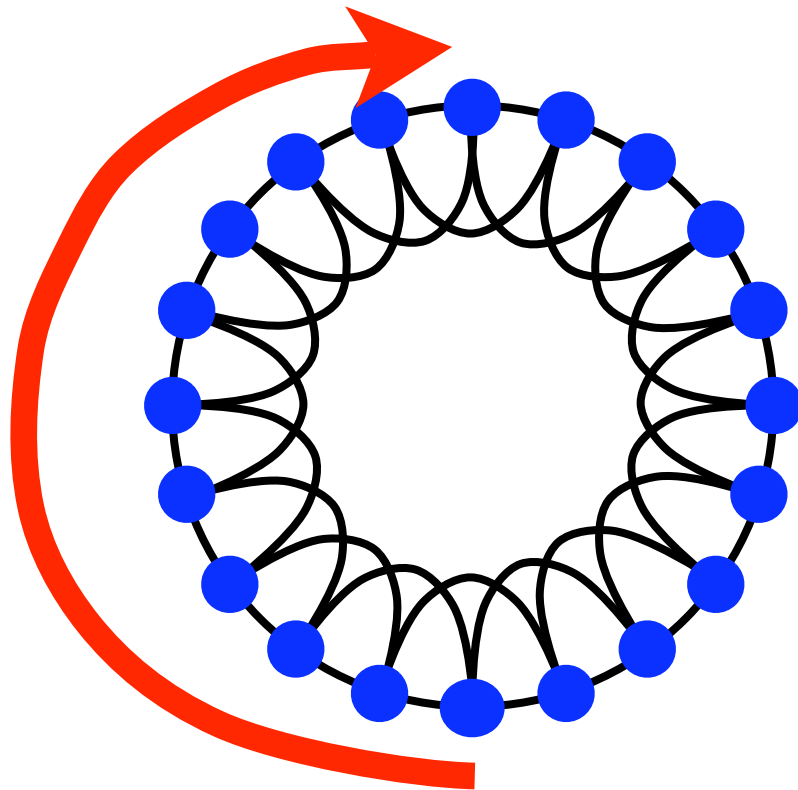
# ところが...

- 現実世界のネットワークは、規則的ではない.
  - 規則的ネットワークでは小さな世界にならない.
- 現実世界のネットワークは、ランダムでも無い
  - ランダムネットワークでは、友達と友達が友達になりにくい.



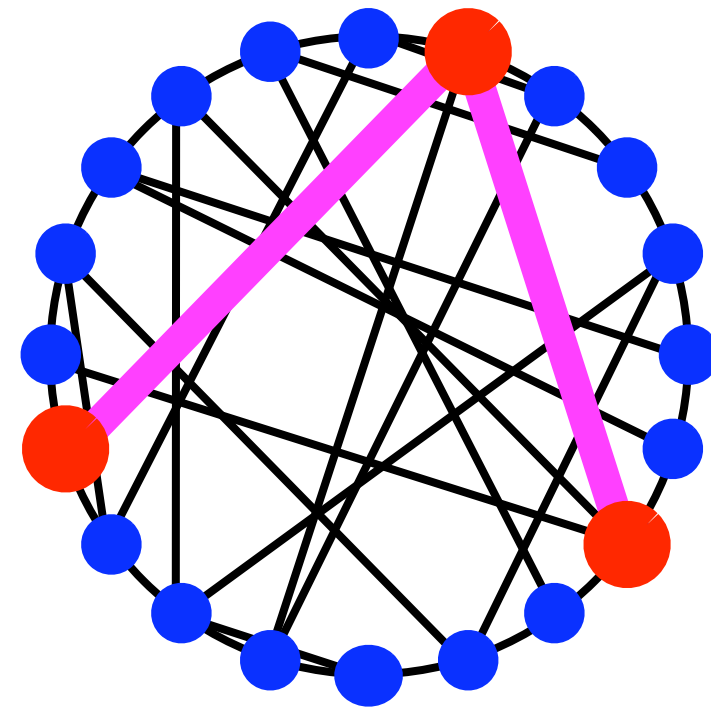
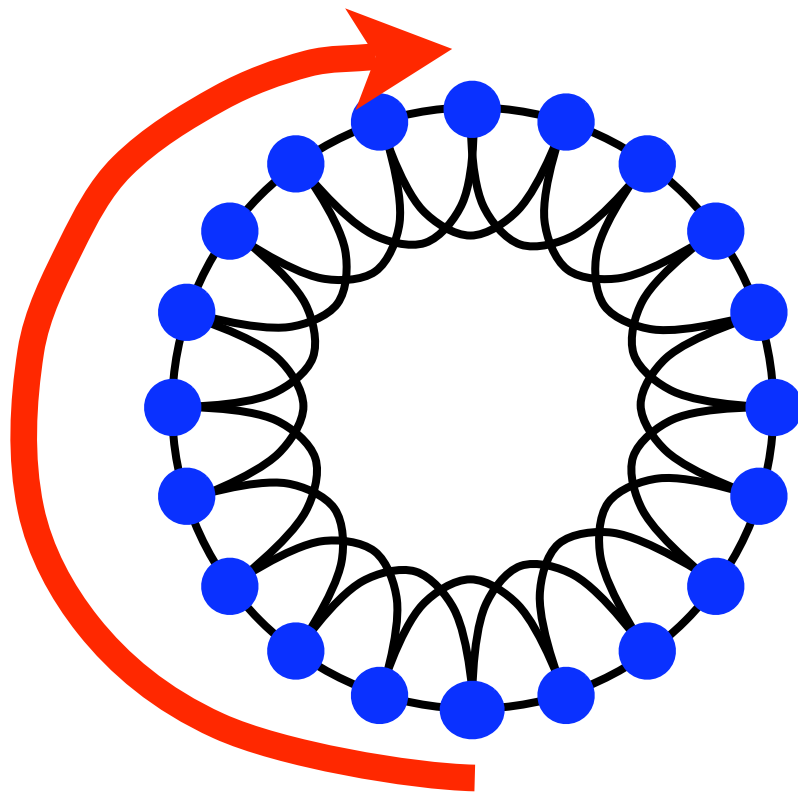
# ところが...

- 現実世界のネットワークは、規則的ではない.
  - 規則的ネットワークでは小さな世界にならない.
- 現実世界のネットワークは、ランダムでも無い
  - ランダムネットワークでは、友達と友達が友達になりにくい.






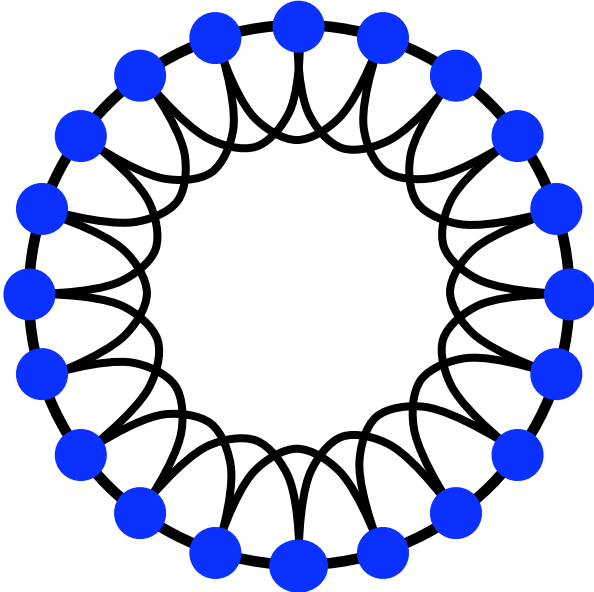
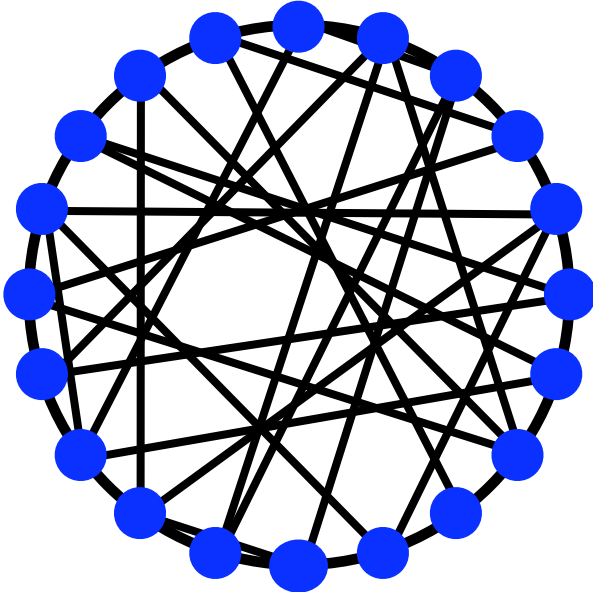
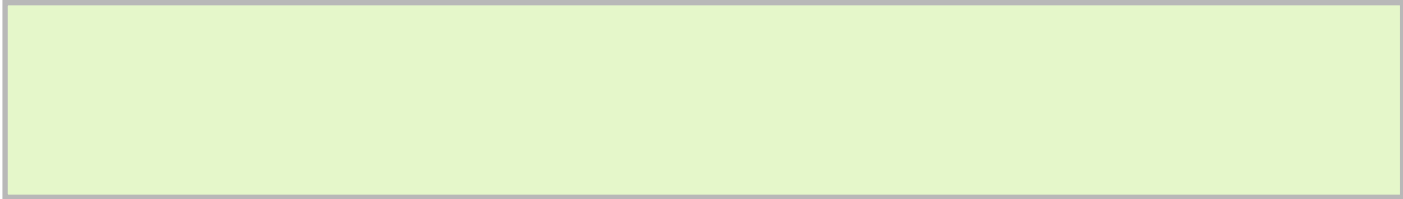






# ところが...


- 現実世界のネットワークは、規則的ではない.
- 規則的ネットワークでは小さな世界にならない.
- 現実世界のネットワークは、ランダムでも無い
- ランダムネットワークでは、友達と友達が友達になりにくい.



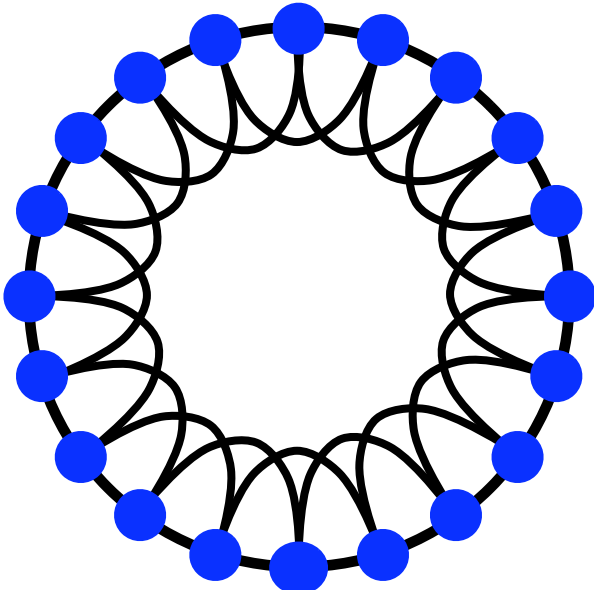
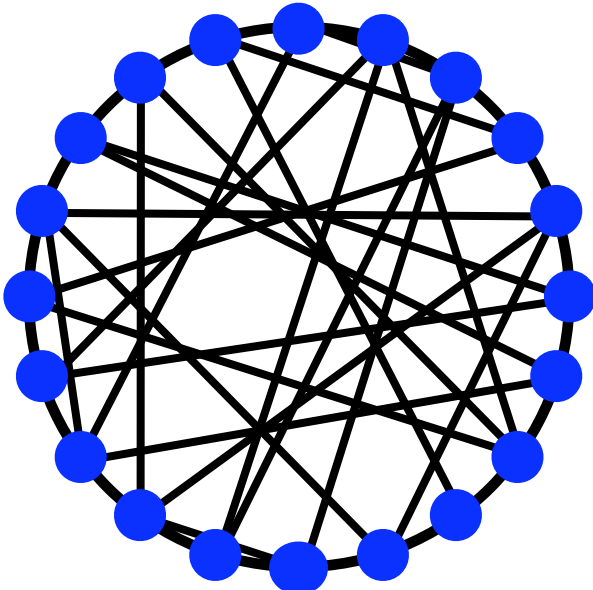


# スモールワールドネットワーク

			
形状			
			
友達の友達は 友達？			
小さな世界？			

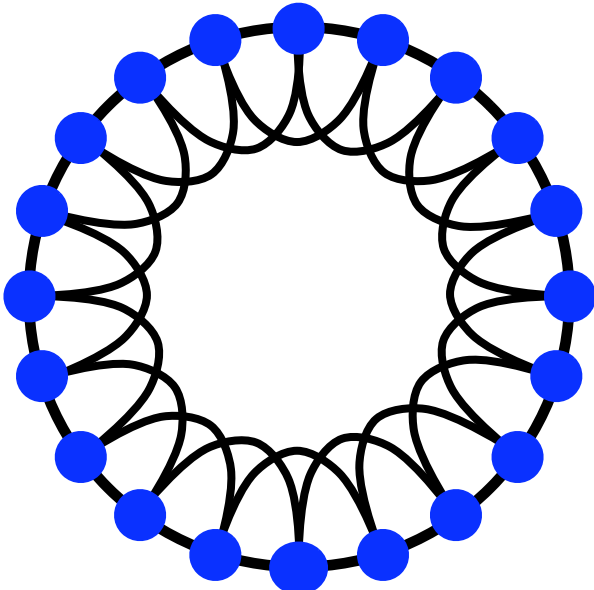
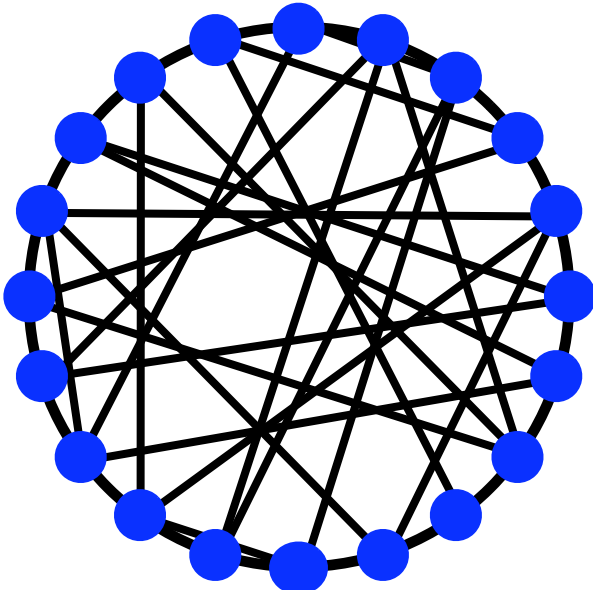
規則的でもランダムでもない  を  
有するネットワーク (Watts and Strogatz, 1998)

# スモールワールドネットワーク

	規則的		
形状			
友達の友達は 友達？			
小さな世界？			

規則的でもランダムでもない  を  
有するネットワーク (Watts and Strogatz, 1998)

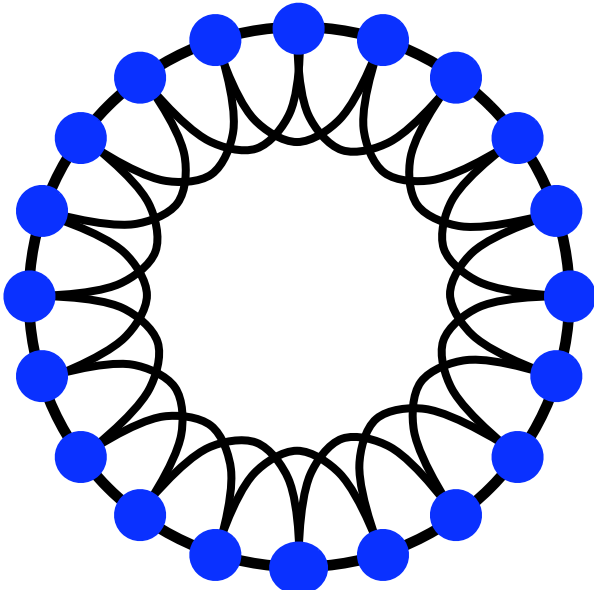
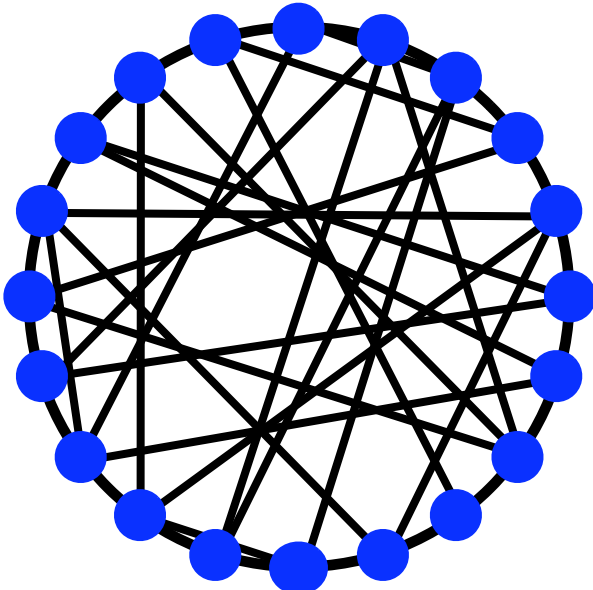







# スモールワールドネットワーク


	規則的		ランダム
形状			
友達の友達は 友達？			
小さな世界？			

規則的でもランダムでもない  を  
有するネットワーク (Watts and Strogatz, 1998)

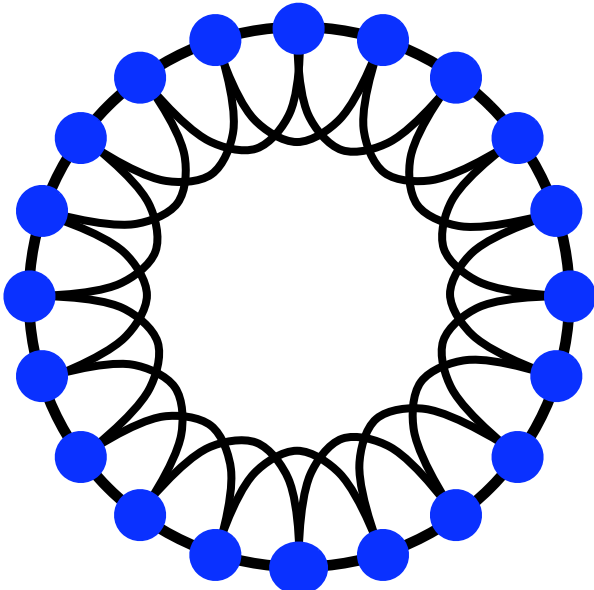
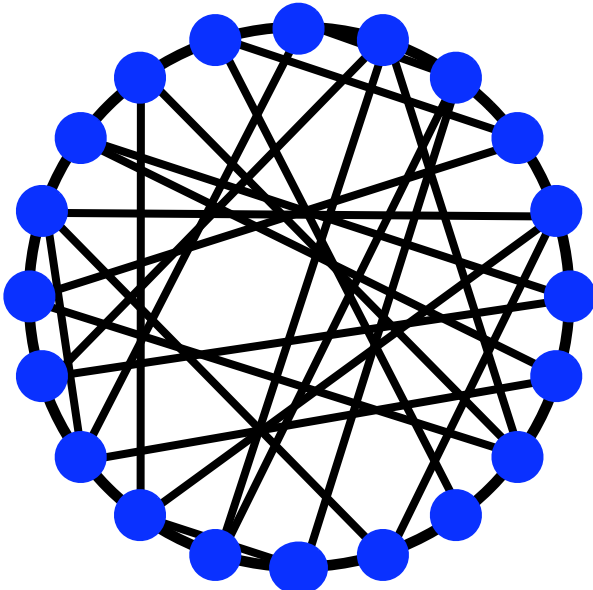


# スモールワールドネットワーク

	規則的		ランダム
形状			
			
友達の友達は 友達？			
小さな世界？			

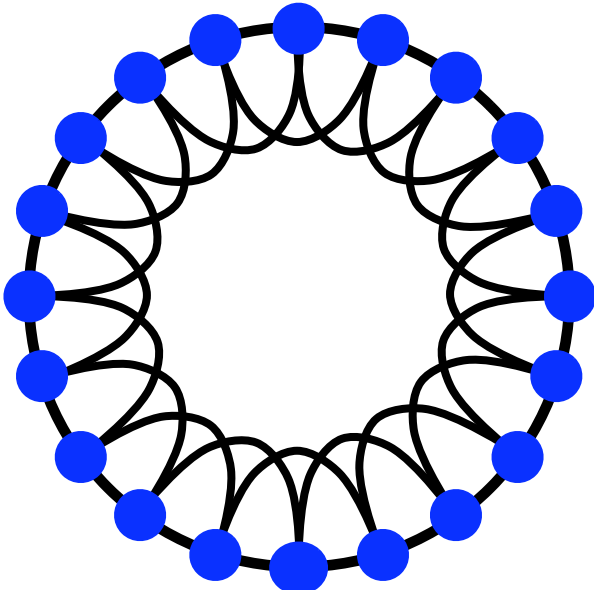
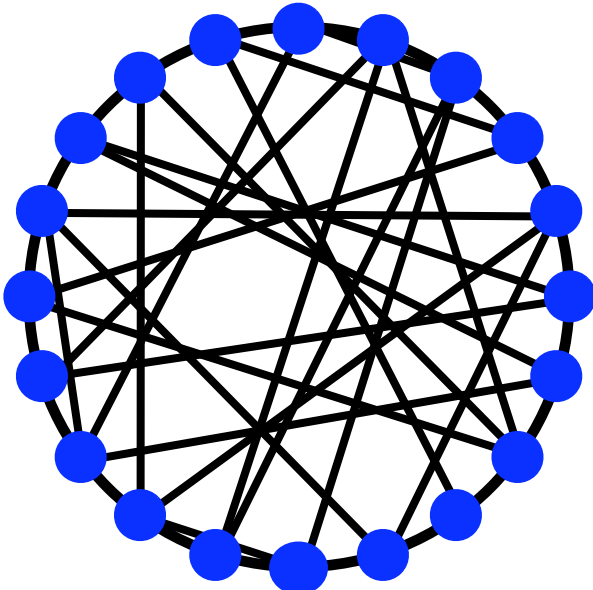
規則的でもランダムでもない  を  
有するネットワーク (Watts and Strogatz, 1998)

# スモールワールドネットワーク

	規則的		ランダム
形状			
友達の友達は 友達？	○		
小さな世界？	×		

規則的でもランダムでもない  を  
有するネットワーク (Watts and Strogatz, 1998)

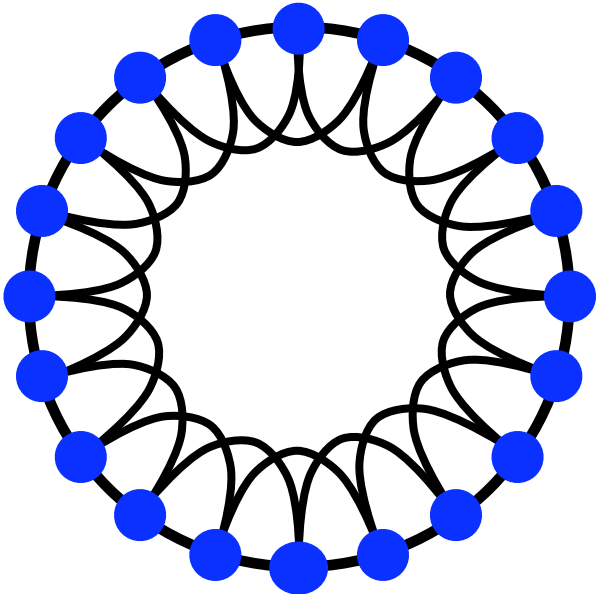
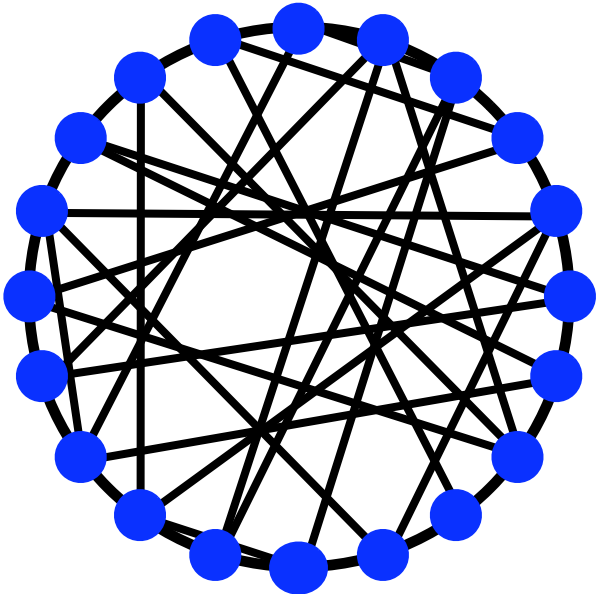
# スモールワールドネットワーク

	規則的		ランダム
形状			
友達の友達は 友達？	○		
小さな世界？	×		○

規則的でもランダムでもない  を  
有するネットワーク (Watts and Strogatz, 1998)

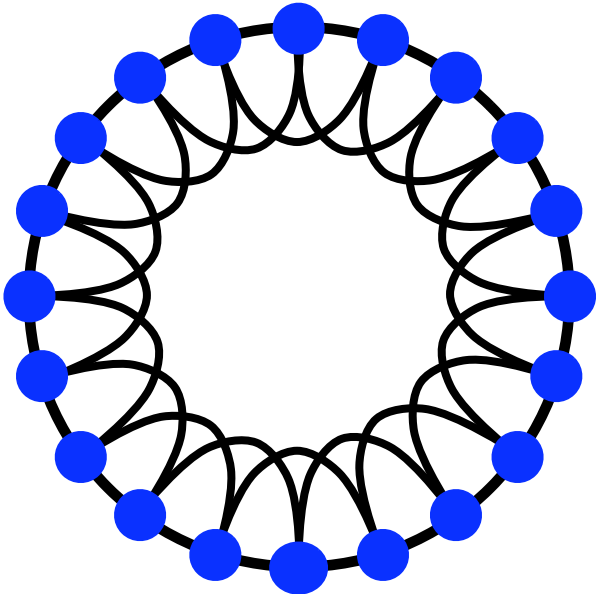
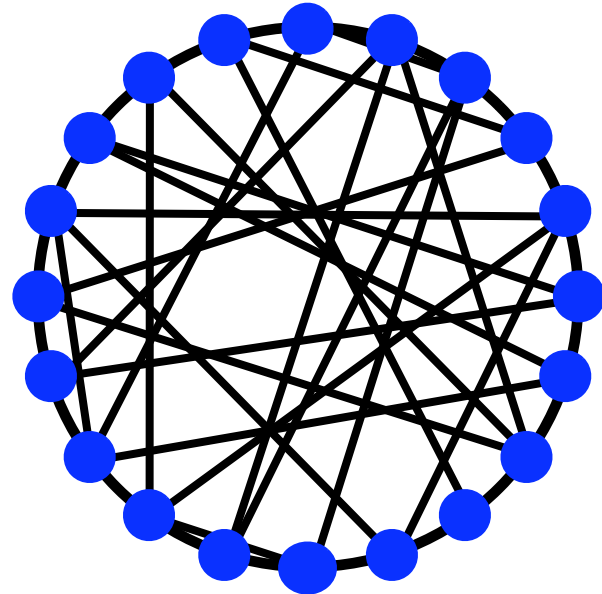
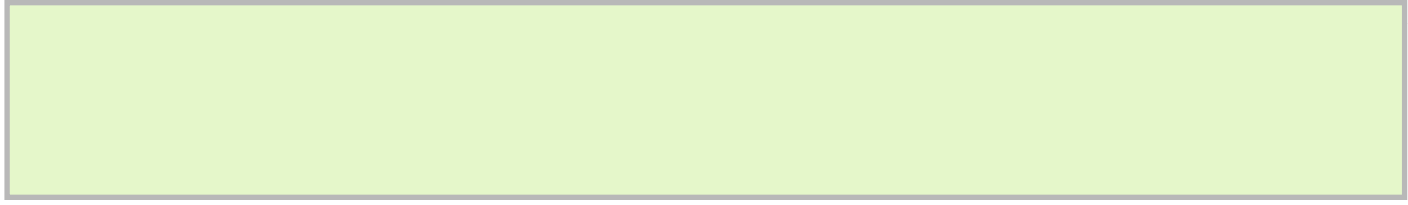
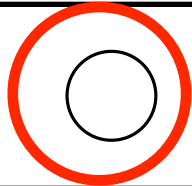


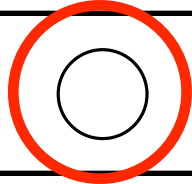


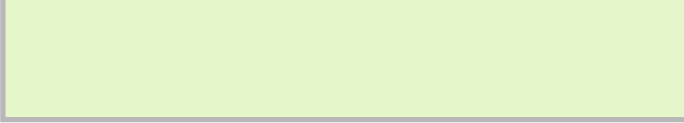
# スモールワールドネットワーク

	規則的		ランダム
形状			
友達の友達は 友達？	○		×
小さな世界？	×		○

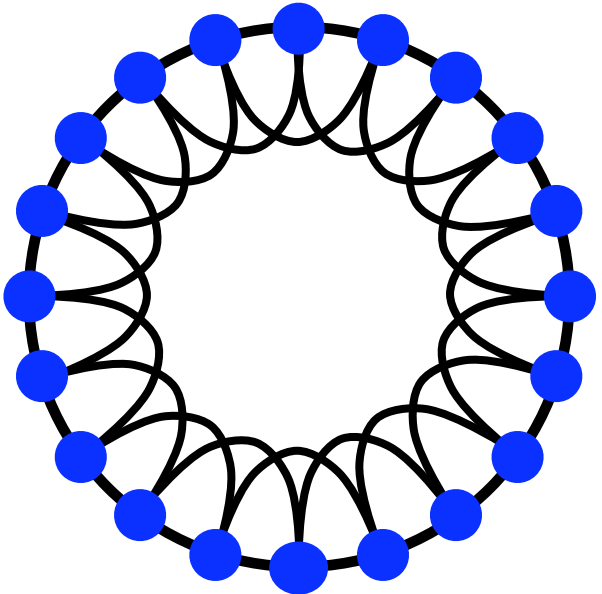
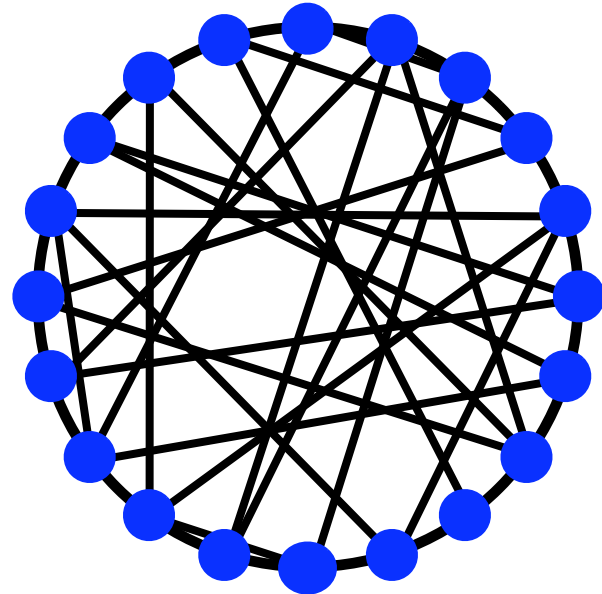

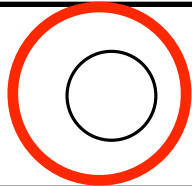
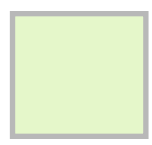
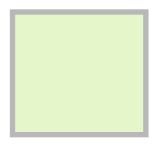
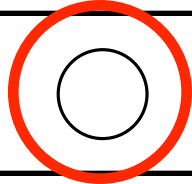
規則的でもランダムでもない  を  
有するネットワーク (Watts and Strogatz, 1998)

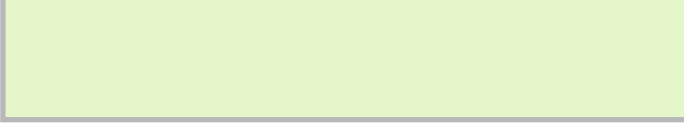
# スモールワールドネットワーク

	規則的		ランダム
形状			
			
友達の友達は 友達？			×
小さな世界？	×		

規則的でもランダムでもない  を  
有するネットワーク (Watts and Strogatz, 1998)


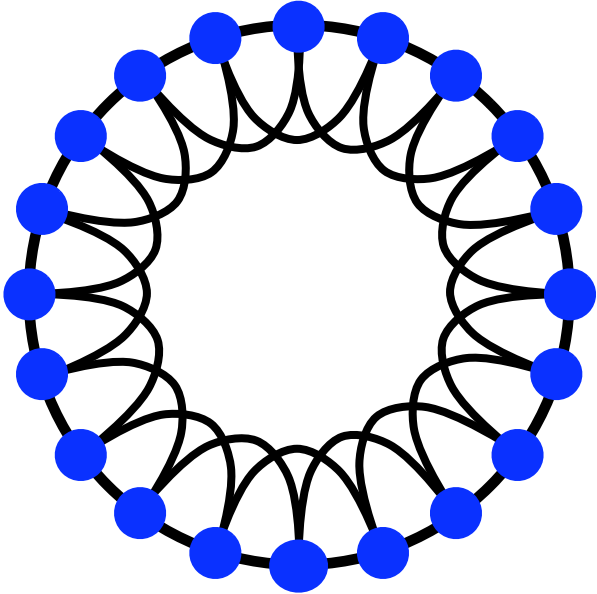
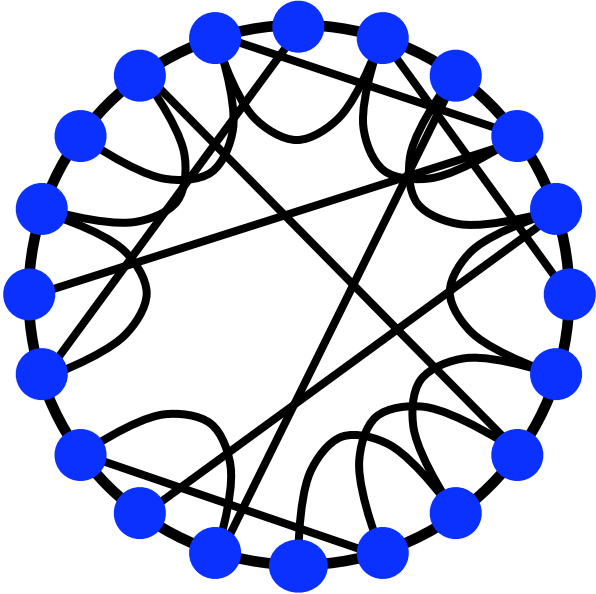
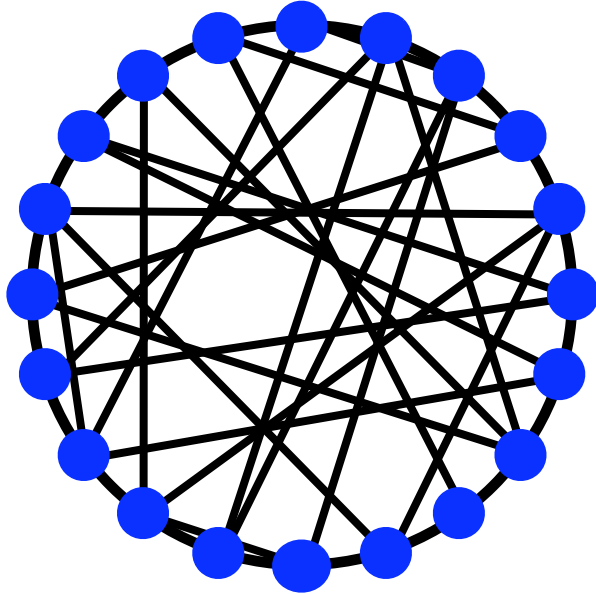

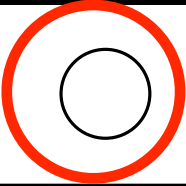


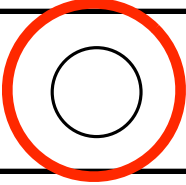
# スモールワールドネットワーク


	規則的		ランダム
形状			
	 枝を確率 $p$ で繋ぎ変える		
友達の友達は友達？			×
小さな世界？	×		

規則的でもランダムでもない  を  
有するネットワーク (Watts and Strogatz, 1998)

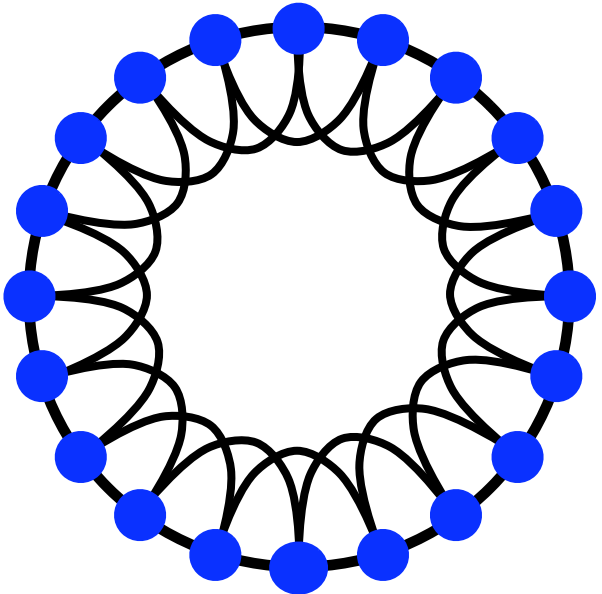
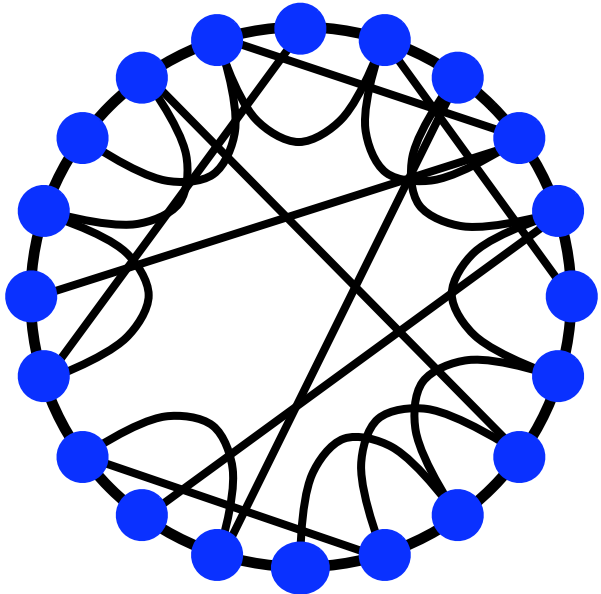
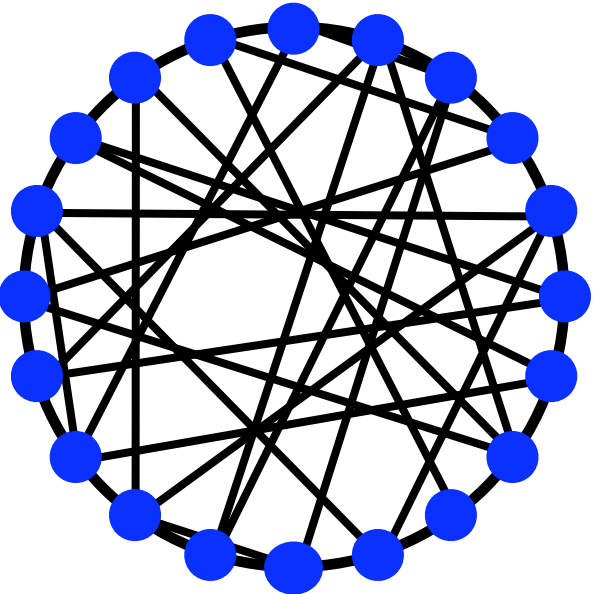

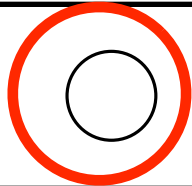
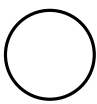
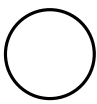
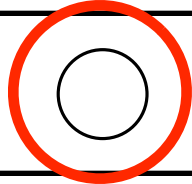


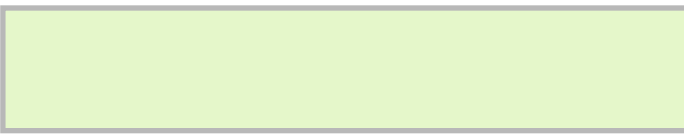
# スモールワールドネットワーク

	規則的		ランダム
形状			
	 枝を確率 $p$ で繋ぎ変える		
友達の友達は 友達？			×
小さな世界？	×		

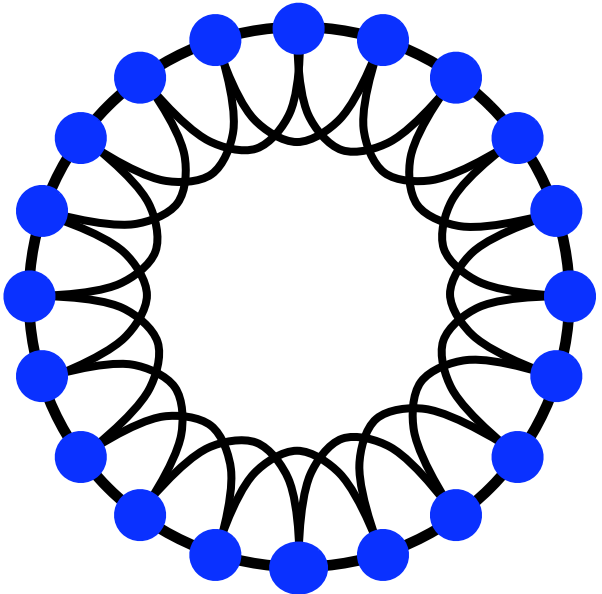
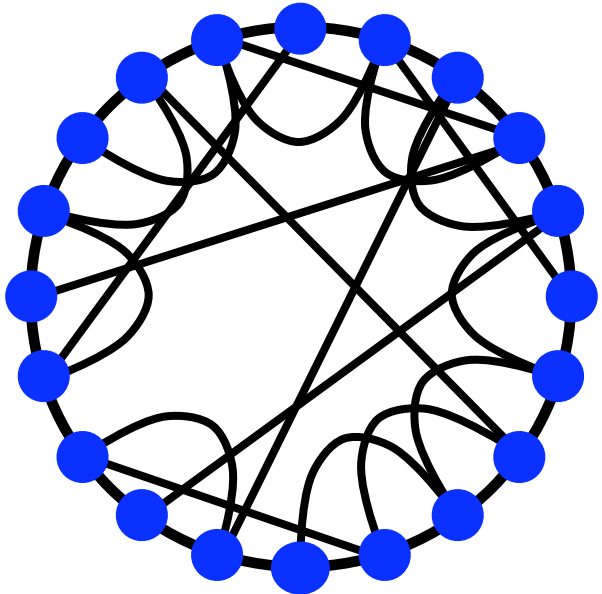
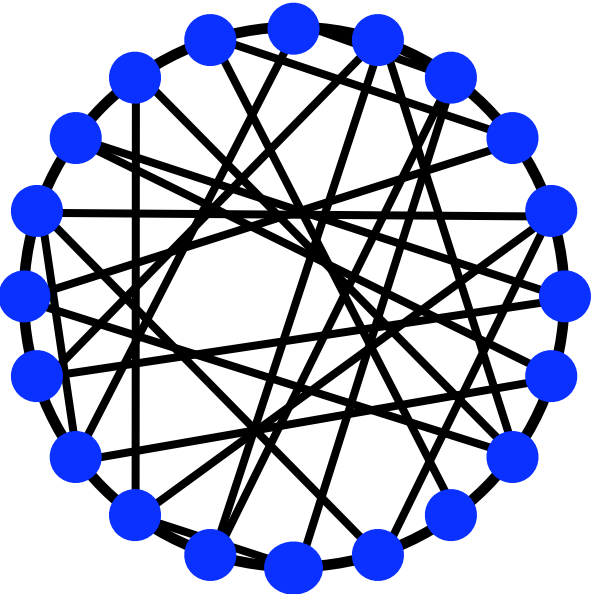

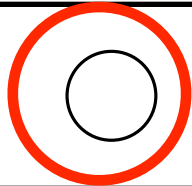
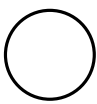
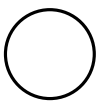
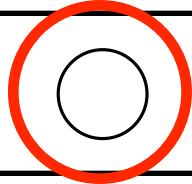
規則的でもランダムでもない  を  
有するネットワーク (Watts and Strogatz, 1998)

# スモールワールドネットワーク

	規則的		ランダム
形状			
	 枝を確率 $p$ で繋ぎ変える		
友達の友達は 友達？			×
小さな世界？	×		

規則的でもランダムでもない  を  
有するネットワーク (Watts and Strogatz, 1998)

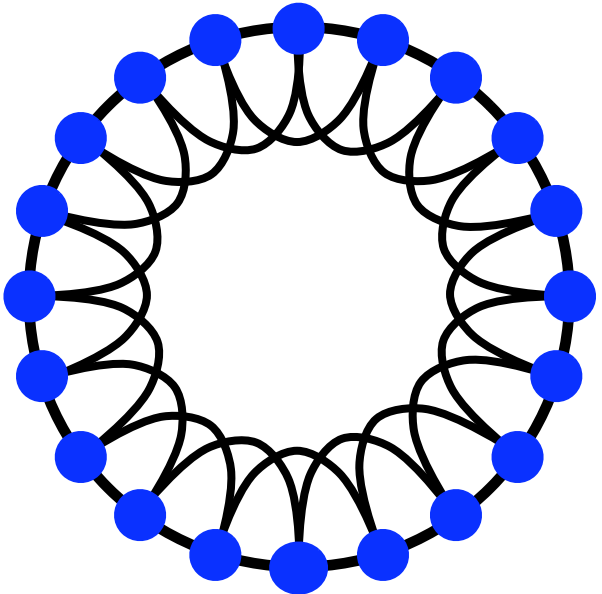
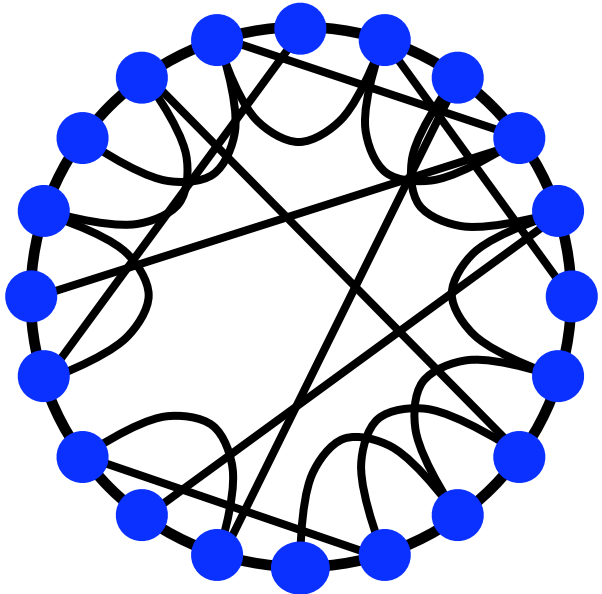
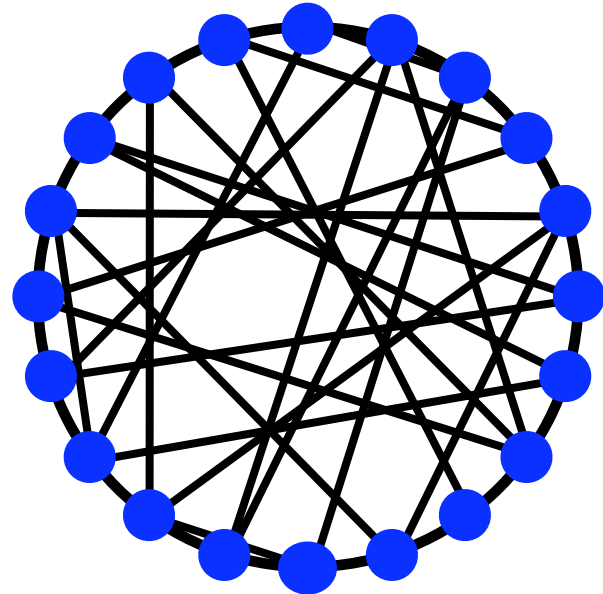

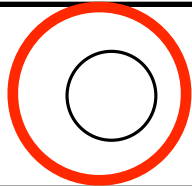
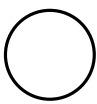
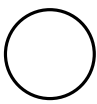
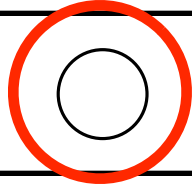
# スモールワールドネットワーク

	規則的	small world network	ランダム
形状			
	 枝を確率 $p$ で繋ぎ変える		
友達の友達は 友達？			×
小さな世界？	×		

規則的でもランダムでもない スモールワールド を  
有するネットワーク (Watts and Strogatz, 1998)



# スモールワールドネットワーク

	規則的	small world network	ランダム
形状			
	 枝を確率 $p$ で繋ぎ変える		
友達の友達は 友達？			×
小さな世界？	×		

規則的でもランダムでもない中間の複雑さを  
有するネットワーク  
(Watts and Strogatz, 1998)

# 現実世界のネットワークは？

	小さな世界？			友達と友達は友達？		
	$L$	$L_R$	$L/L_R$	$C$	$C_R$	$C/C_R$
映画俳優	3.65	2.99	1.22	0.79	0.0003	2926.0
送電網	18.7	12.4	1.51	0.080	0.005	16.0
線虫	2.65	2.25	1.18	0.28	0.05	5.6
	ランダムネットワーク とほぼ同じ			ランダムネットワーク よりも大きい		
	スモールワールドネットワーク					

# 現実世界の特徴は？



# 現実世界の特徴は？



これまでの視点

# 現実世界の特徴は？

- これまでの視点
  - どの程度, 「世界は小さい」のか？

# 現実世界の特徴は？

● これまでの視点

● どの程度, 「世界は小さい」のか？

● どの程度, 「友達の友達は友達」か？



# 現実世界の特徴は？

- これまでの視点
  - どの程度, 「世界は小さい」のか？
  - どの程度, 「友達の友達は友達」か？
- 現実世界を特徴づけるもう一つの視点

# 現実世界の特徴は？

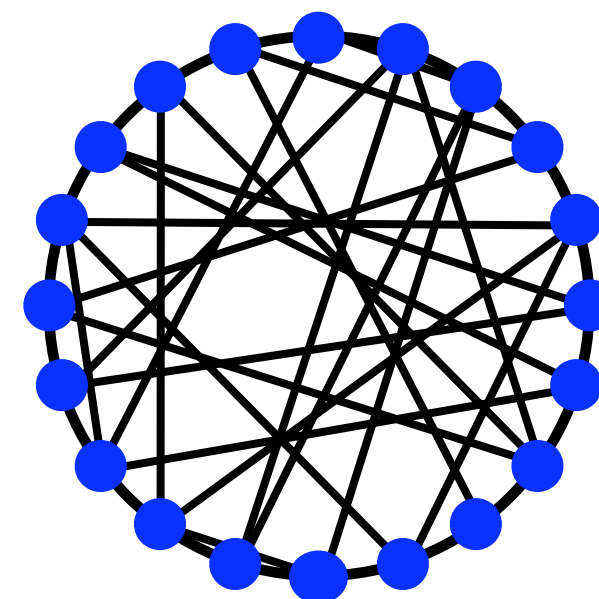
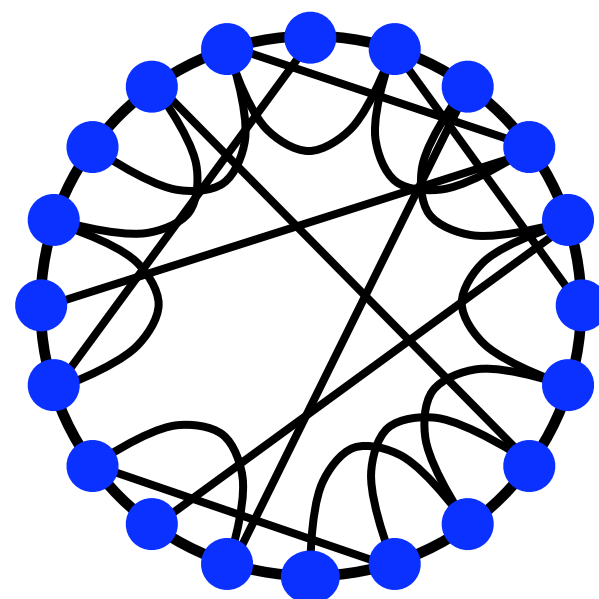
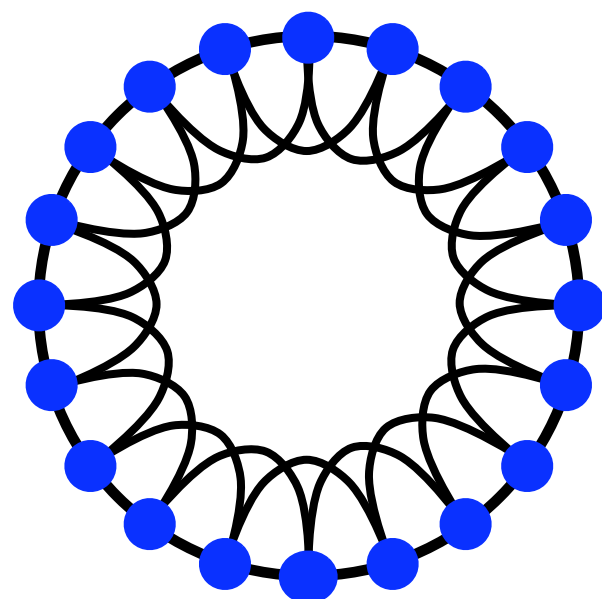
- これまでの視点
  - どの程度, 「世界は小さい」のか？
  - どの程度, 「友達の友達は友達」か？
- 現実世界を特徴づけるもう一つの視点
  - 我々は, どの程度の人と友達か？



こ



現



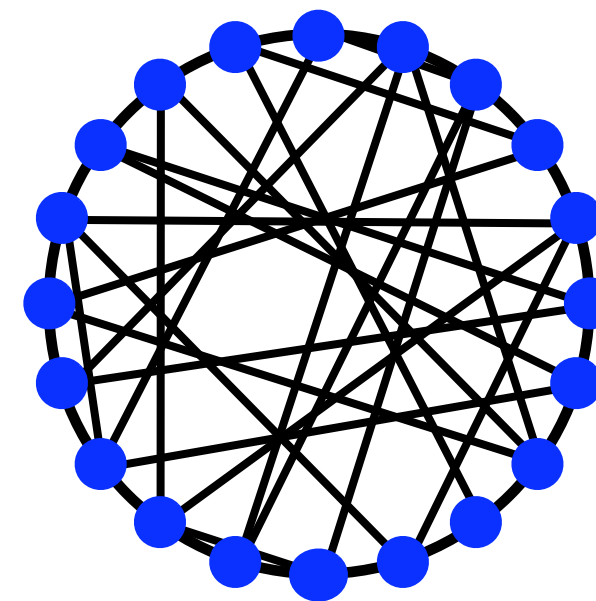
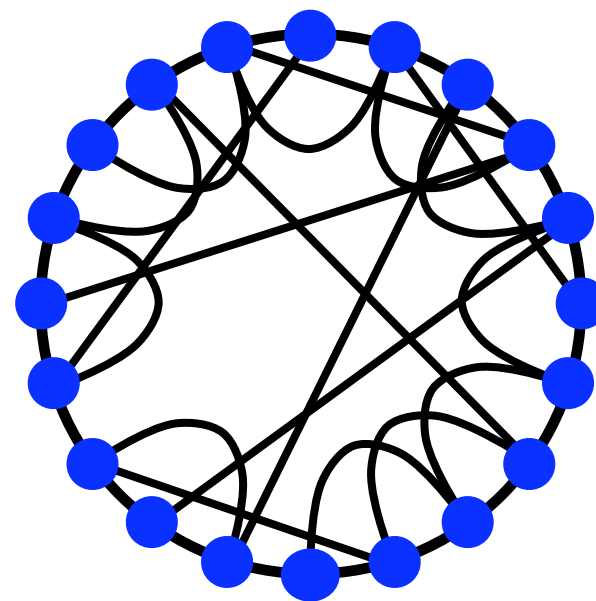
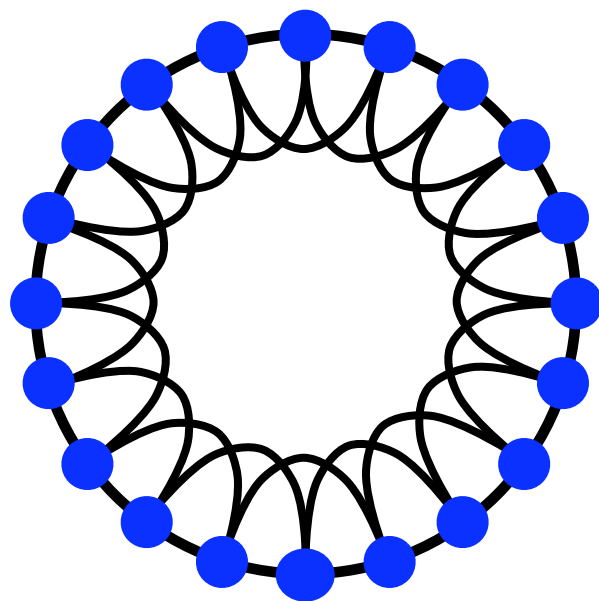
我々は、どの程度の人と友達か？



こ

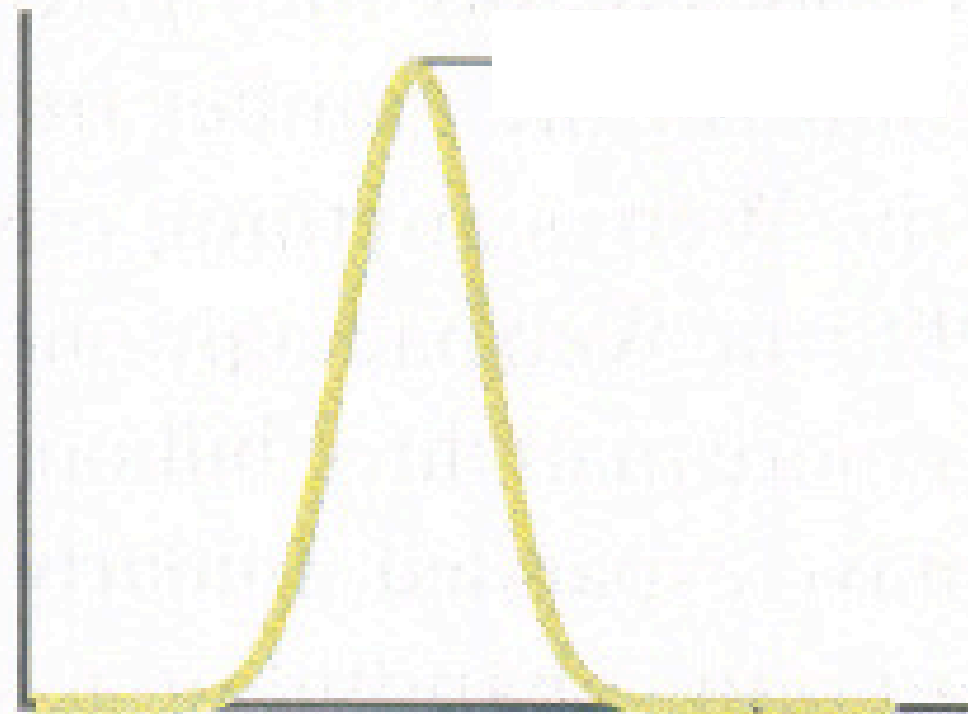


現



我々は、どの程度の人と友達か？

友達数の頻度



友達(枝)の数

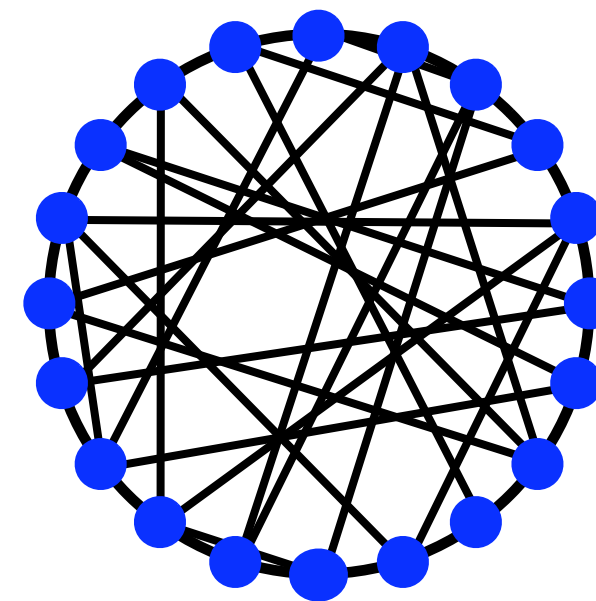
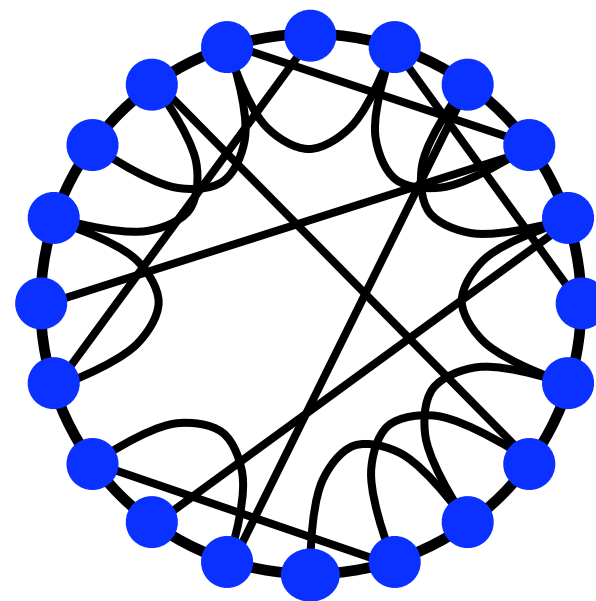
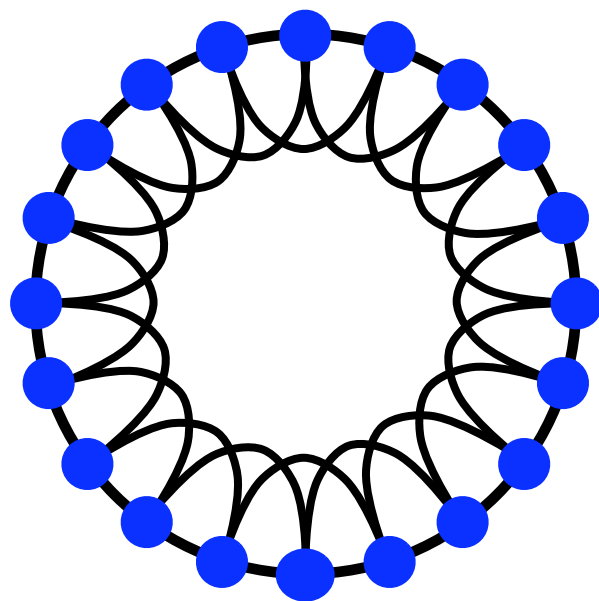




こ

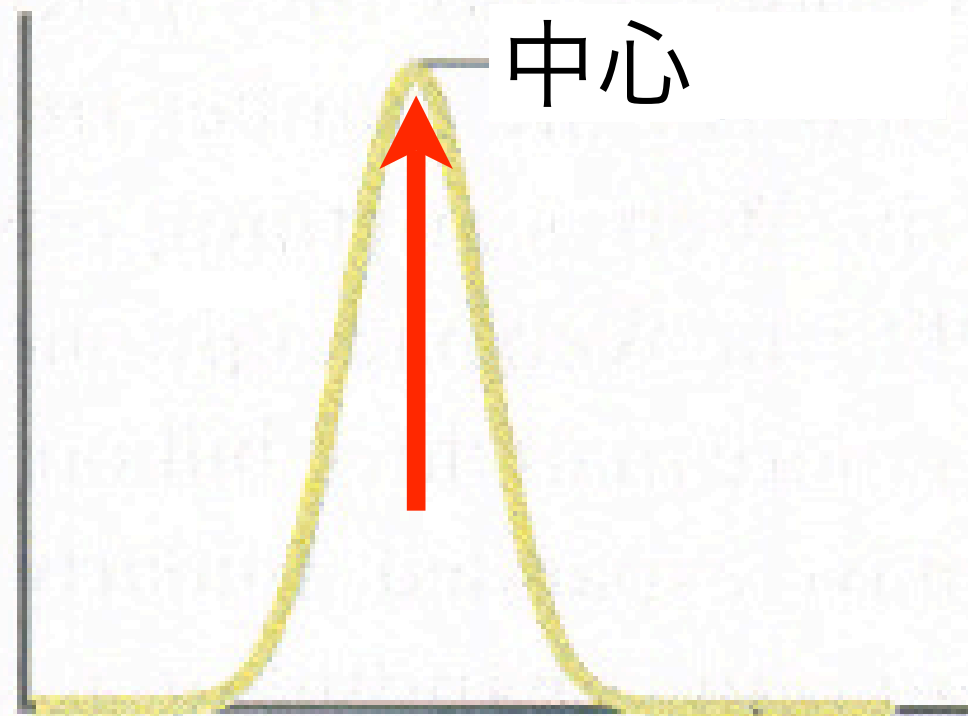


現



我々は、どの程度の人と友達か？

友達数の頻度



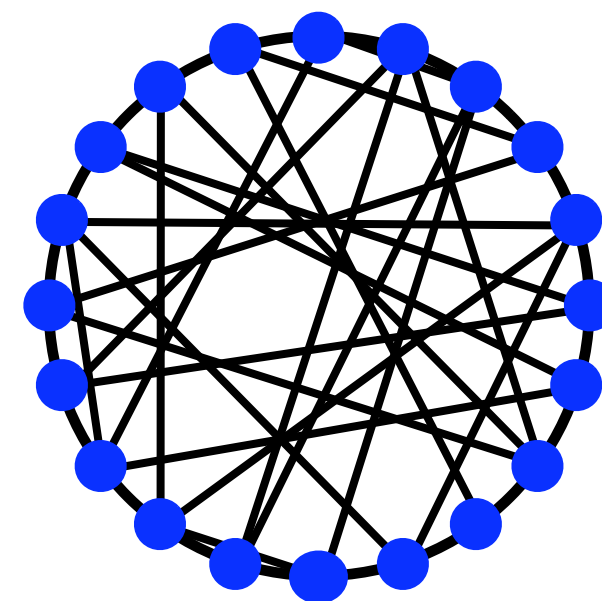
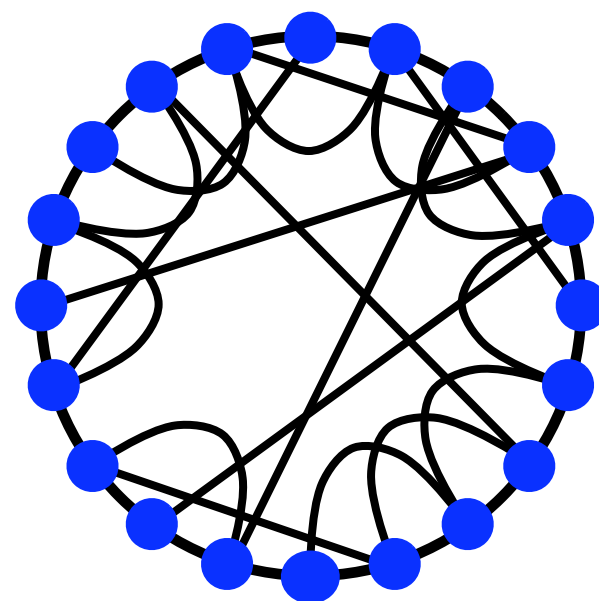
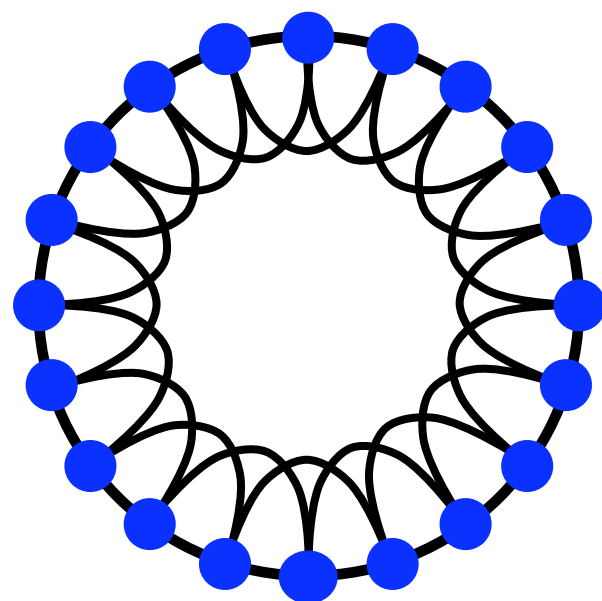
友達(枝)の数



こ

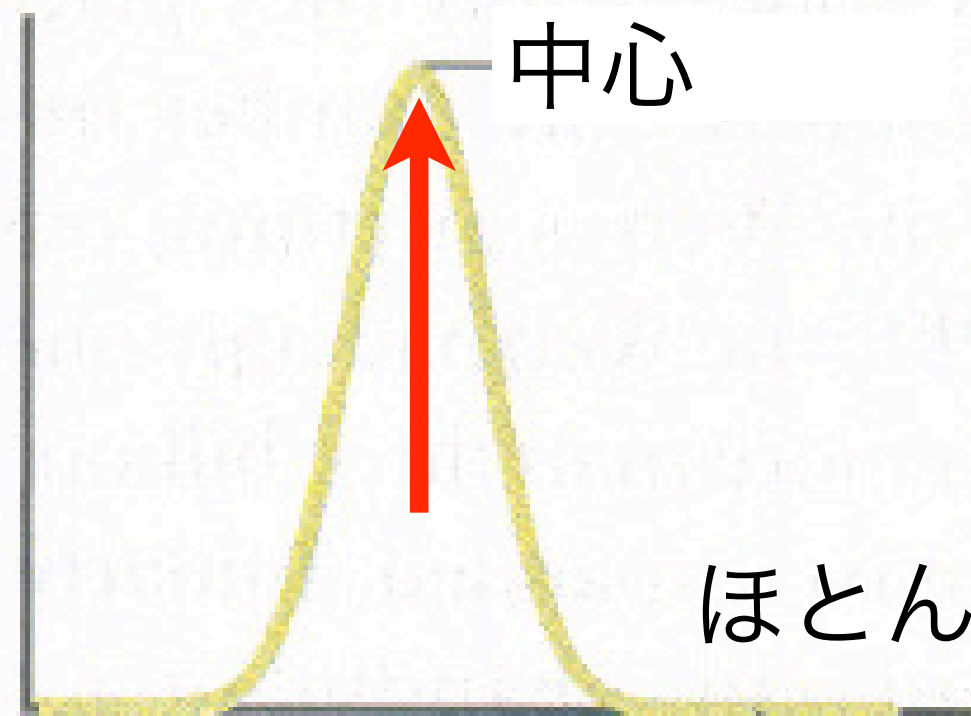


現



我々は、どの程度の人と友達か？

友達数の頻度



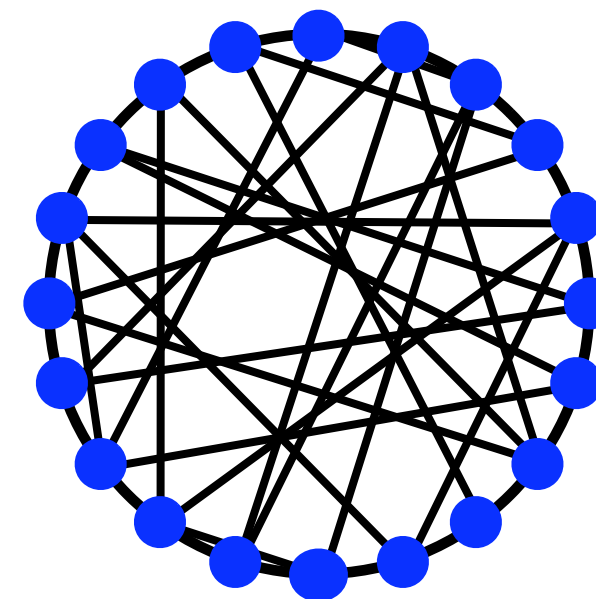
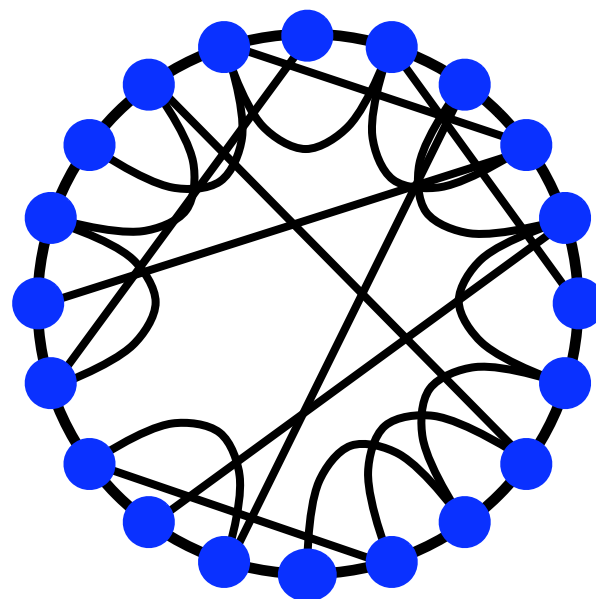
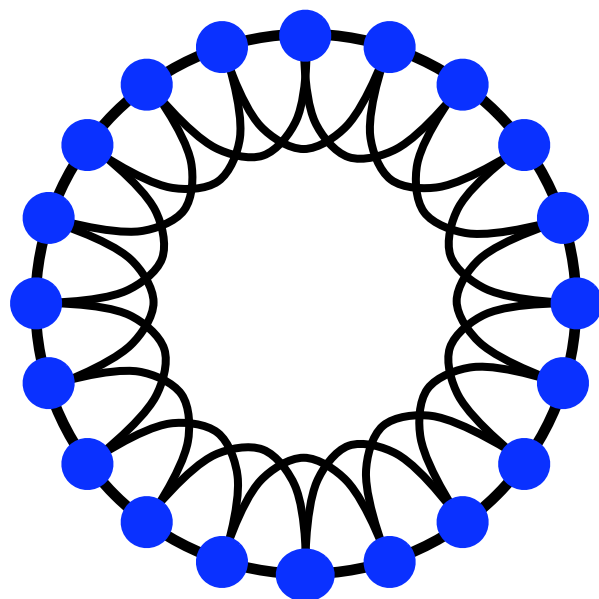
友達(枝)の数



こ

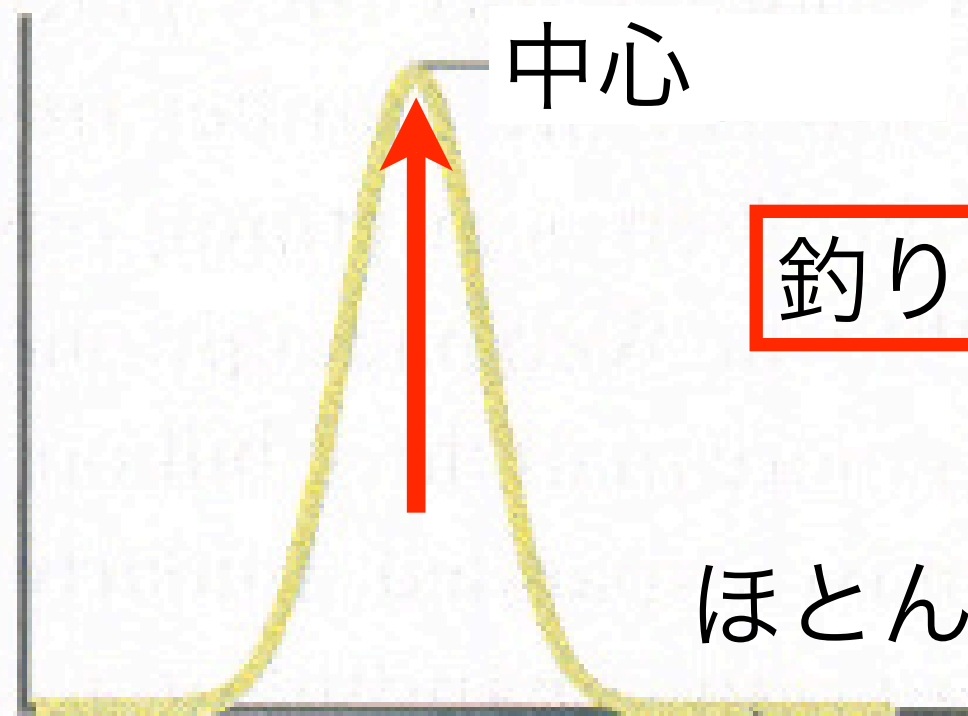


現



我々は、どの程度の人と友達か？

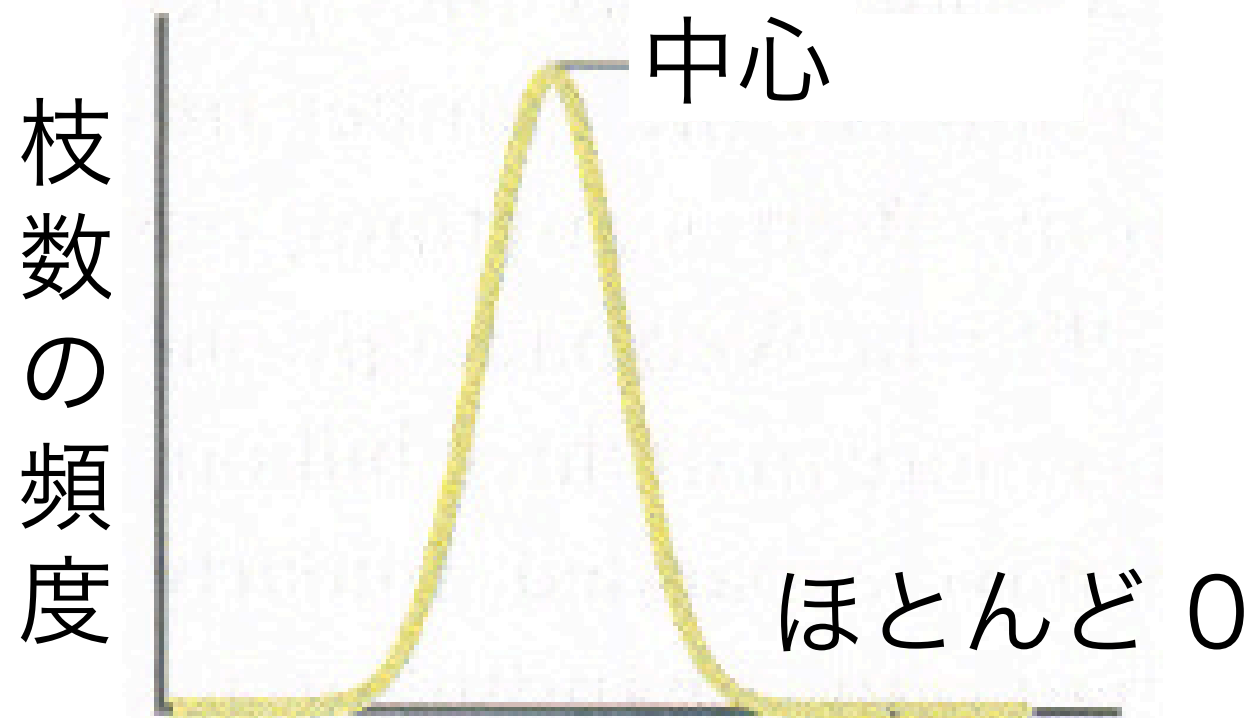
友達数の頻度



釣り鐘型の分布

友達(枝)の数

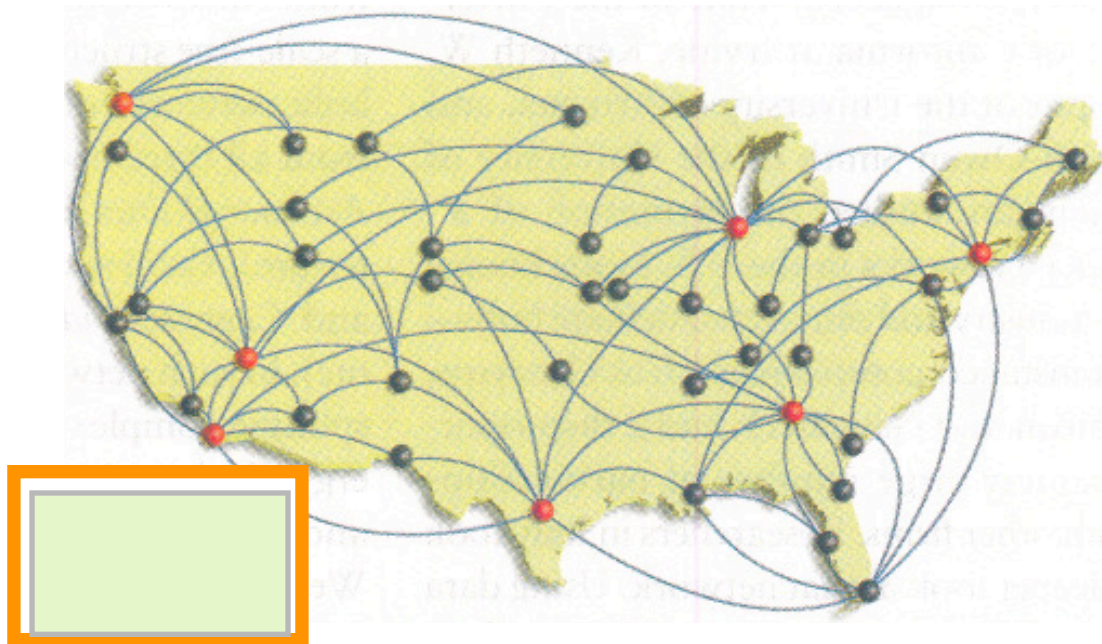
# ところが、現実世界は…



友達 (枝) の数

次数の頻度

枝の数 (次数)



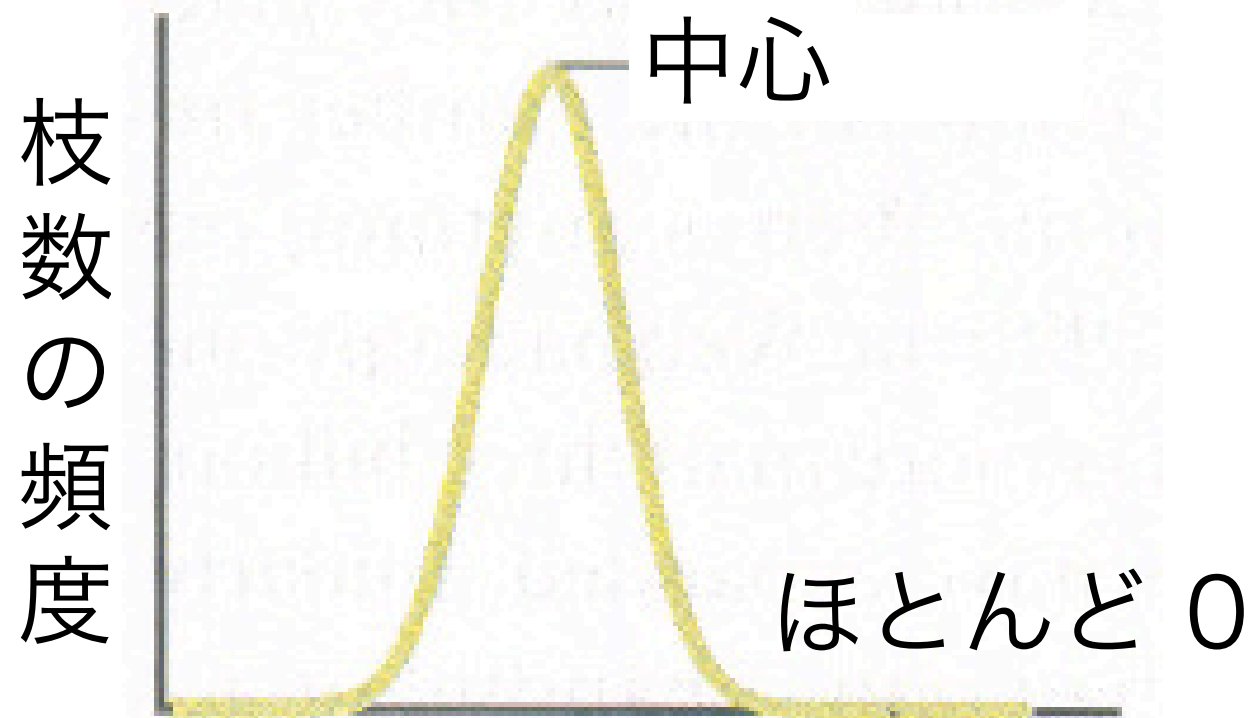
$P(k)$   
次数の頻度  
[対数軸]

枝の数 (次数)  $k$  [対数軸]

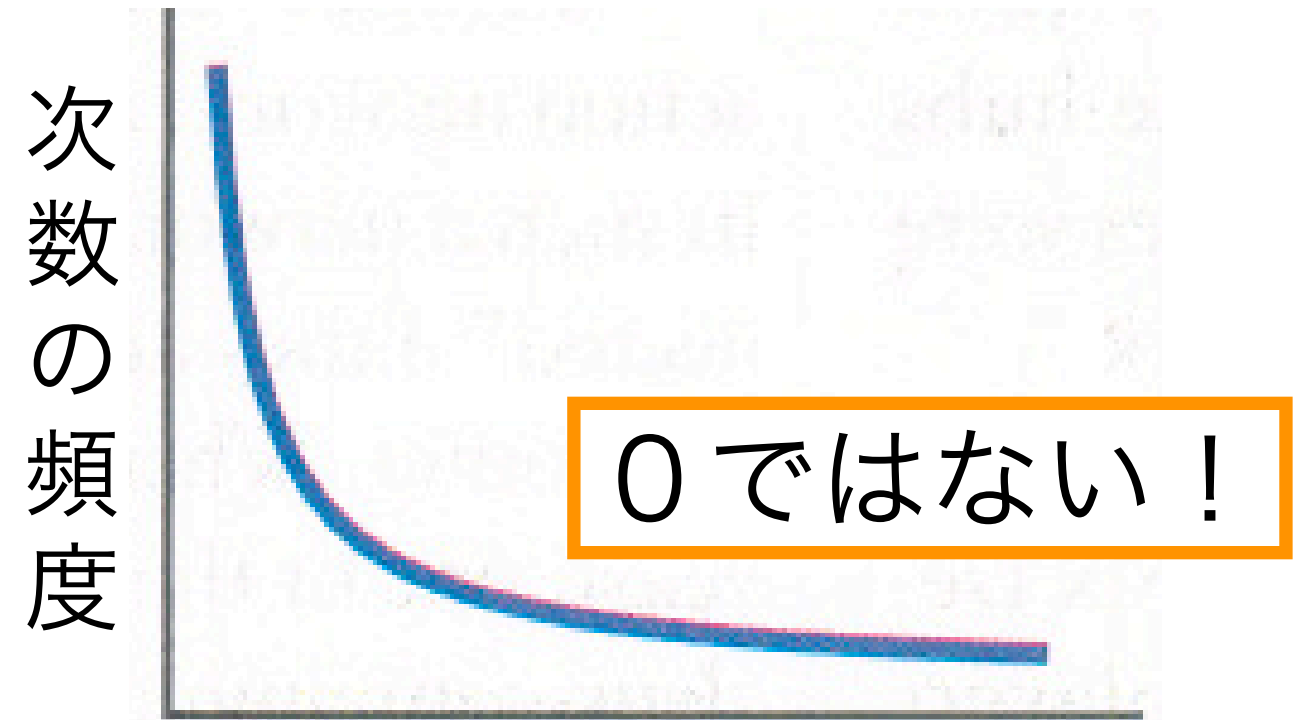
(Barabási and Albert, 1999)



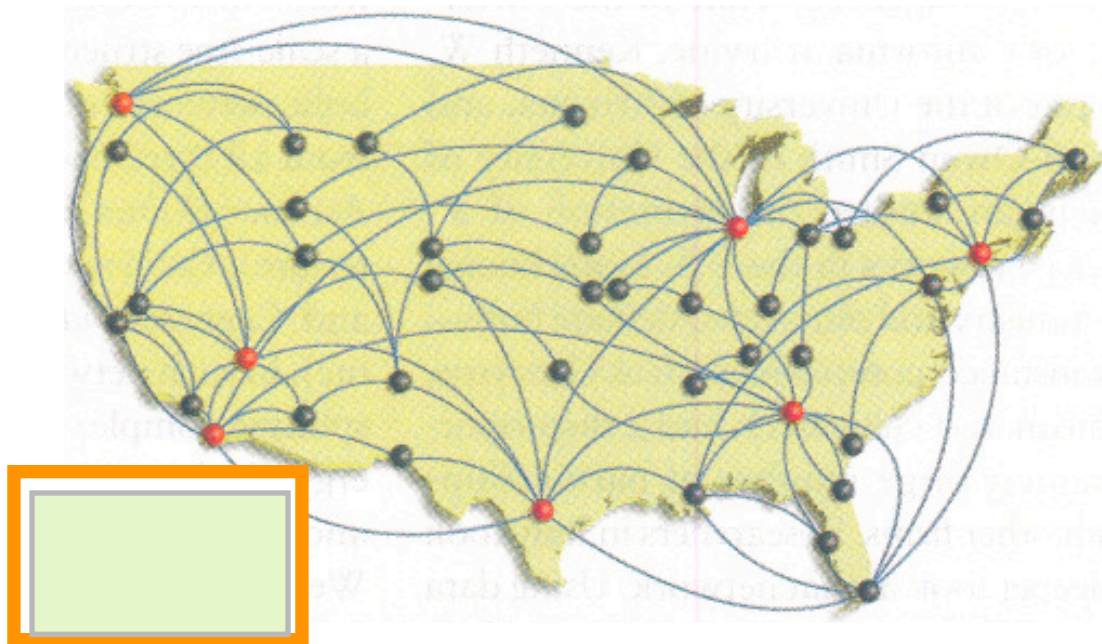
# ところが、現実世界は…



友達 (枝) の数



枝の数 (次数)

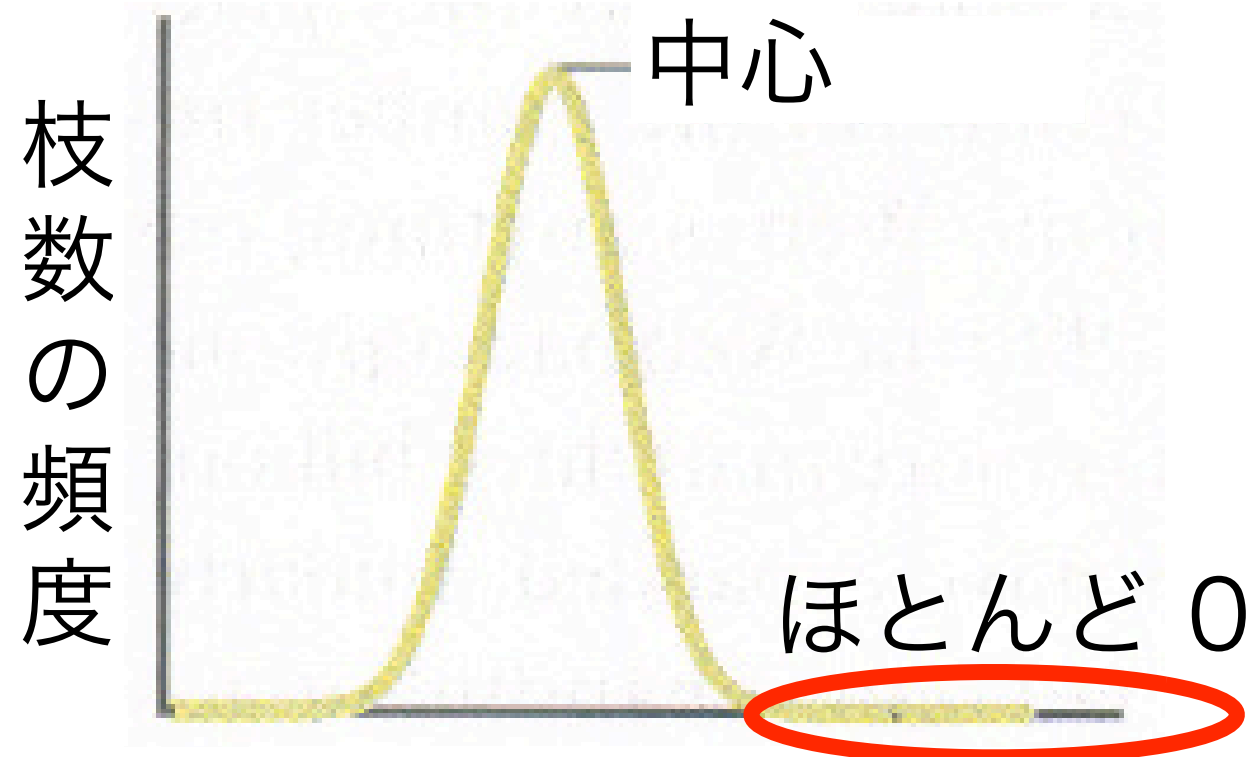


$P(k)$   
次数の頻度  
[対数軸]

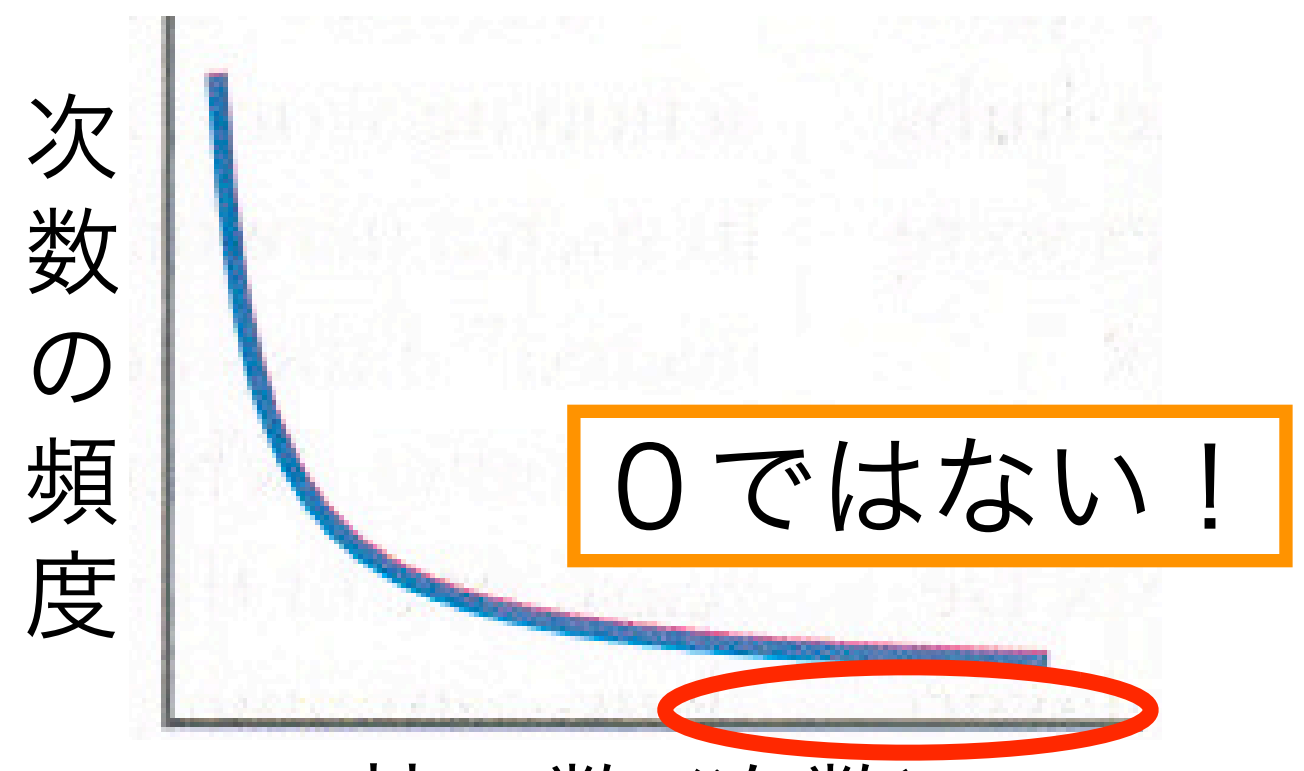
枝の数 (次数)  $k$  [対数軸]

(Barabási and Albert, 1999)

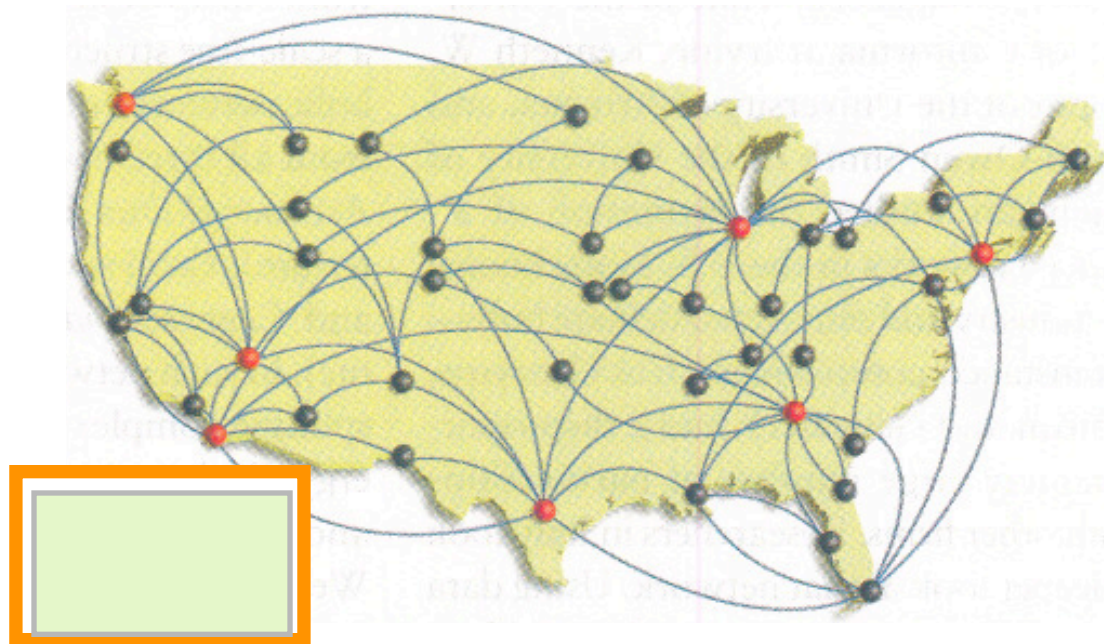
# ところが、現実世界は…



友達 (枝) の数



枝の数 (次数)

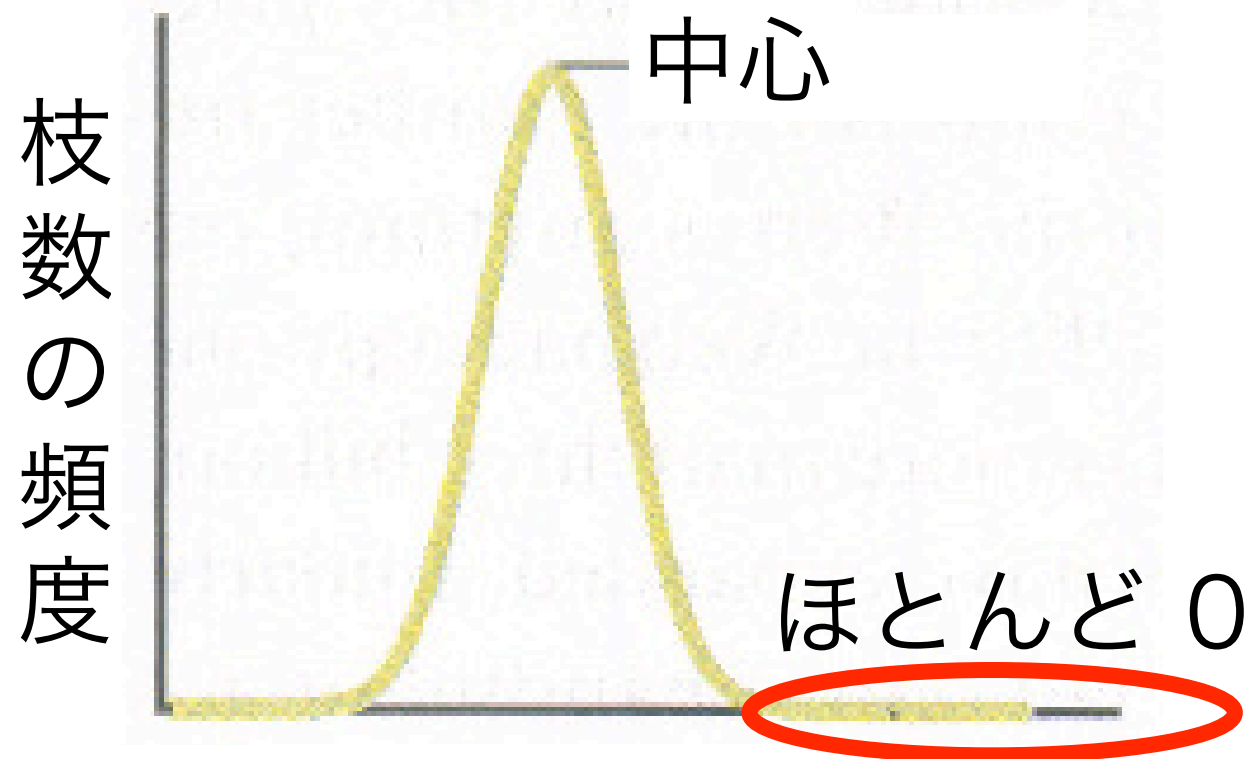


$P(k)$   
次数の頻度  
[対数軸]

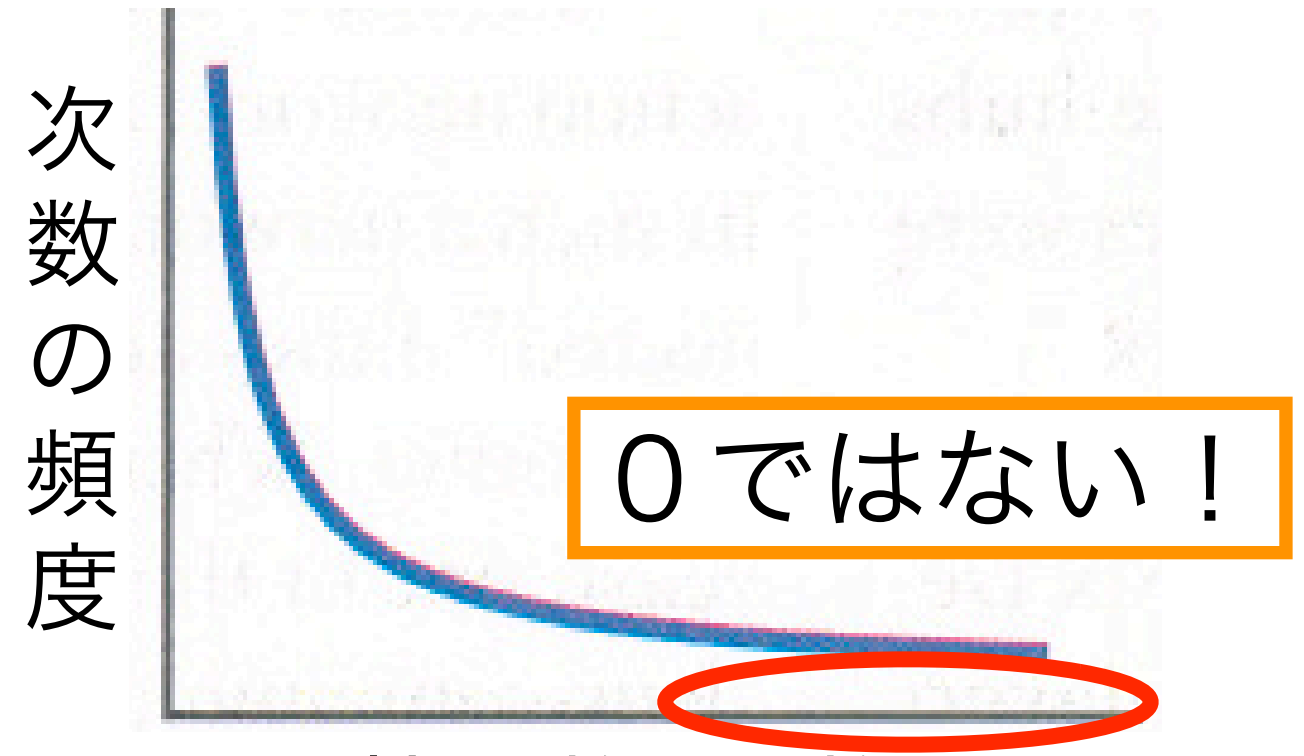
枝の数 (次数)  $k$  [対数軸]

(Barabási and Albert, 1999)

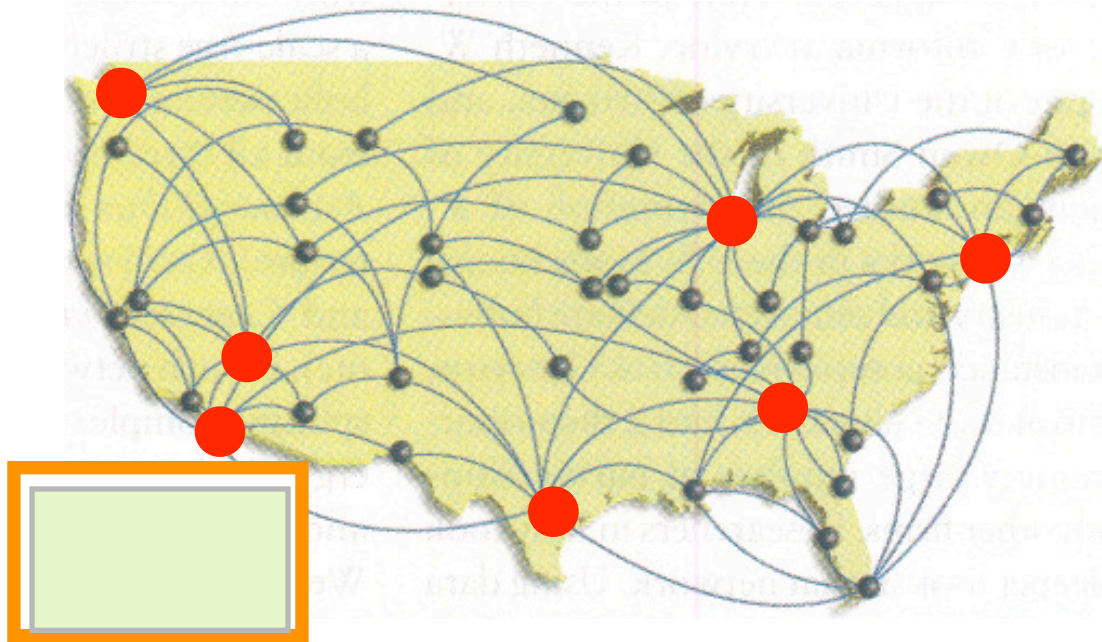
# ところが、現実世界は…



友達 (枝) の数



枝の数 (次数)



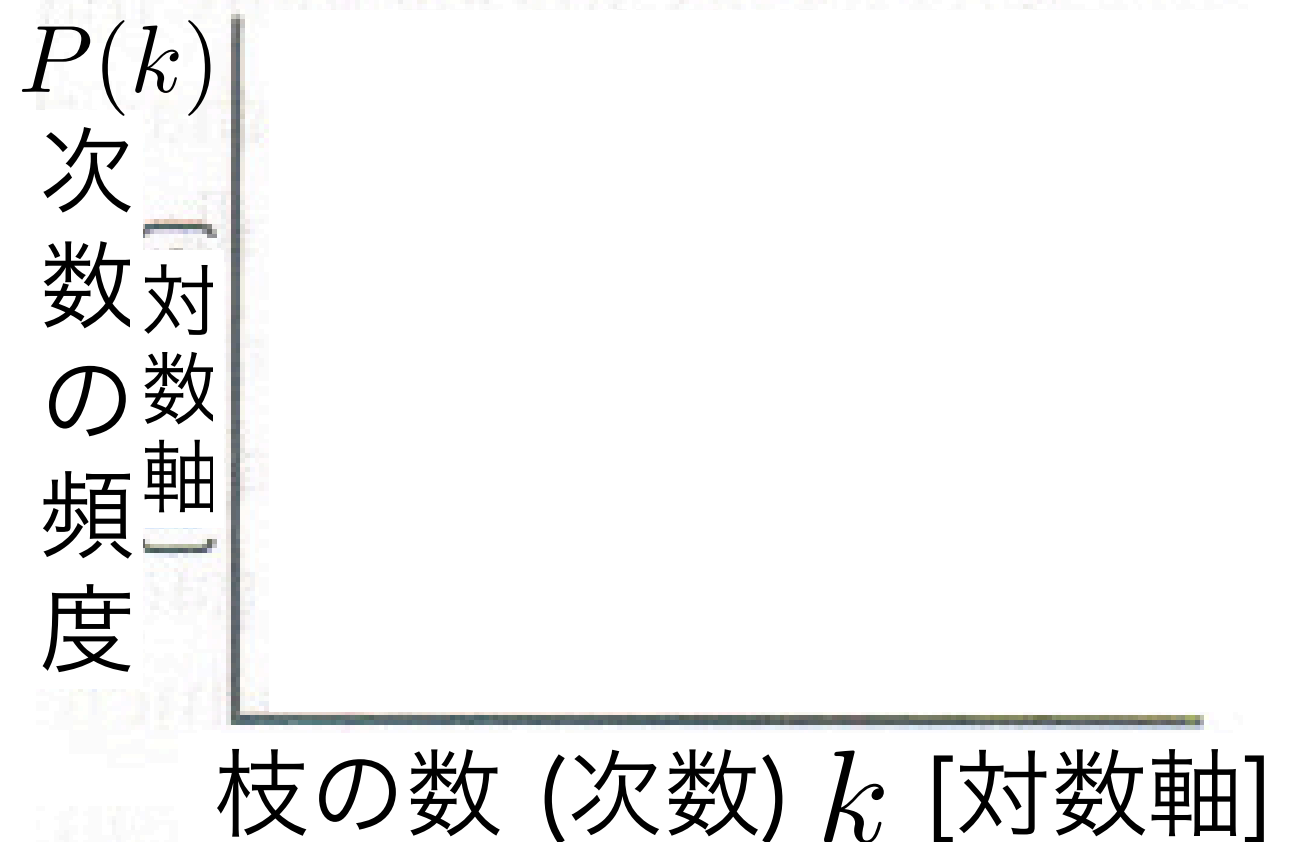
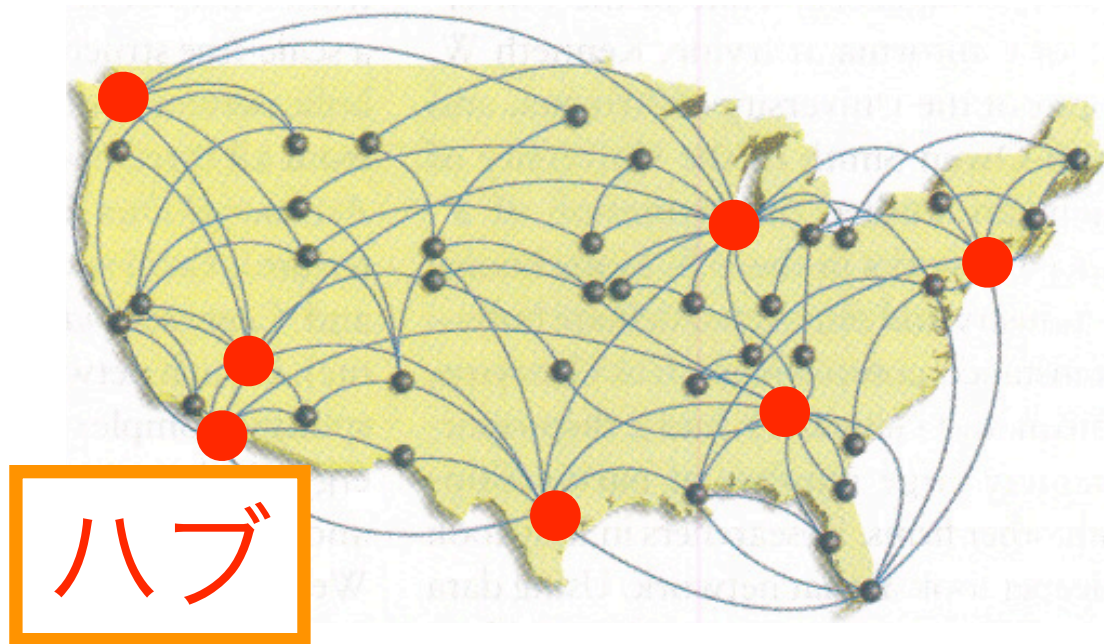
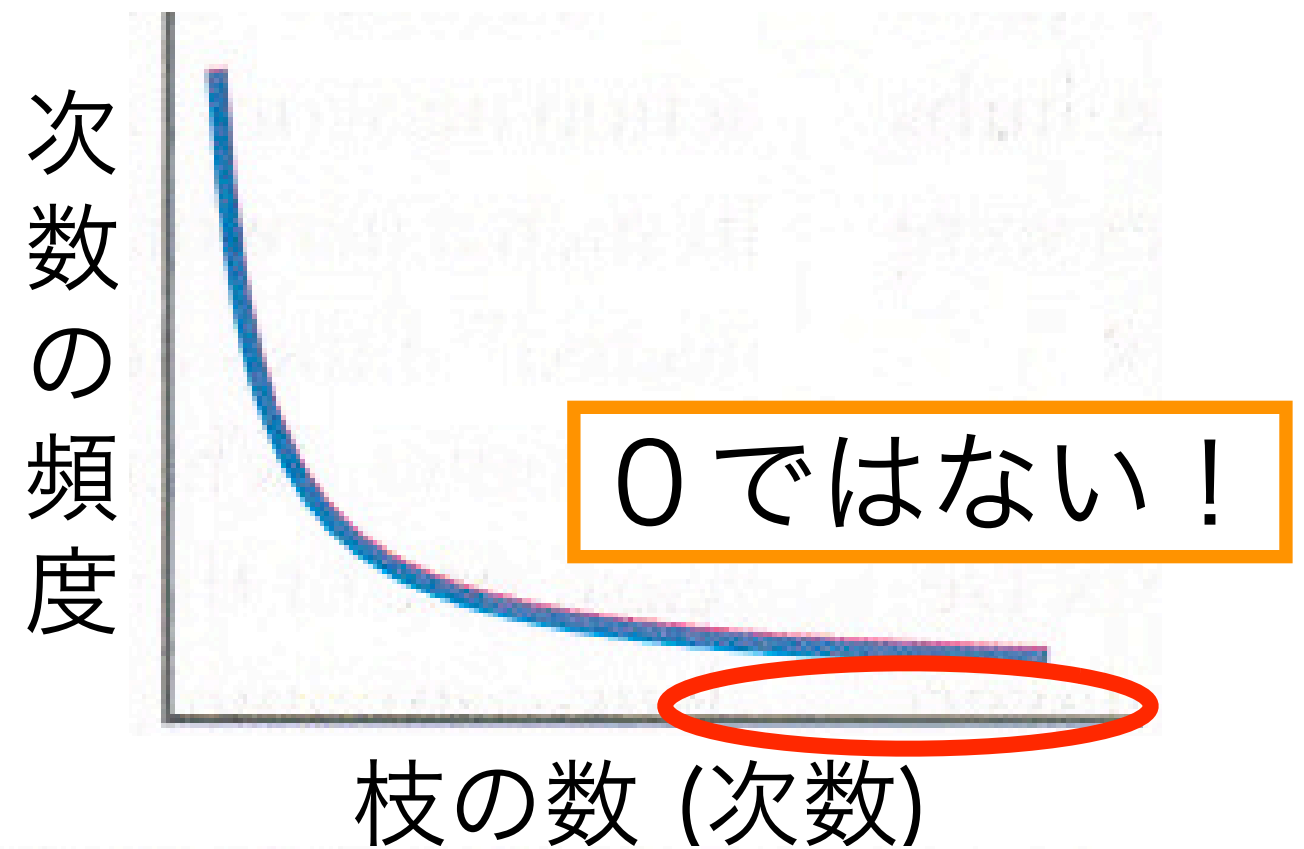
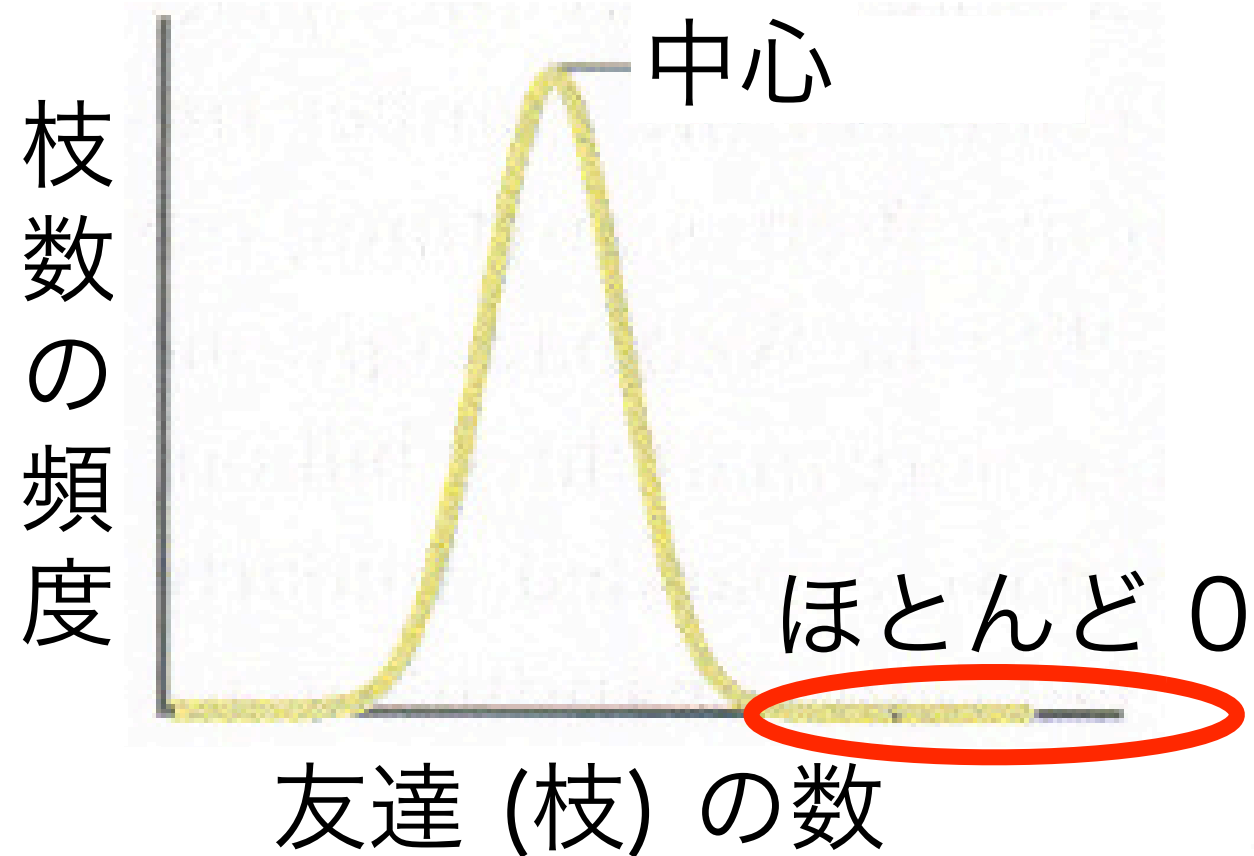
$P(k)$   
次数の頻度  
[対数軸]

枝の数 (次数)  $k$  [対数軸]

(Barabási and Albert, 1999)



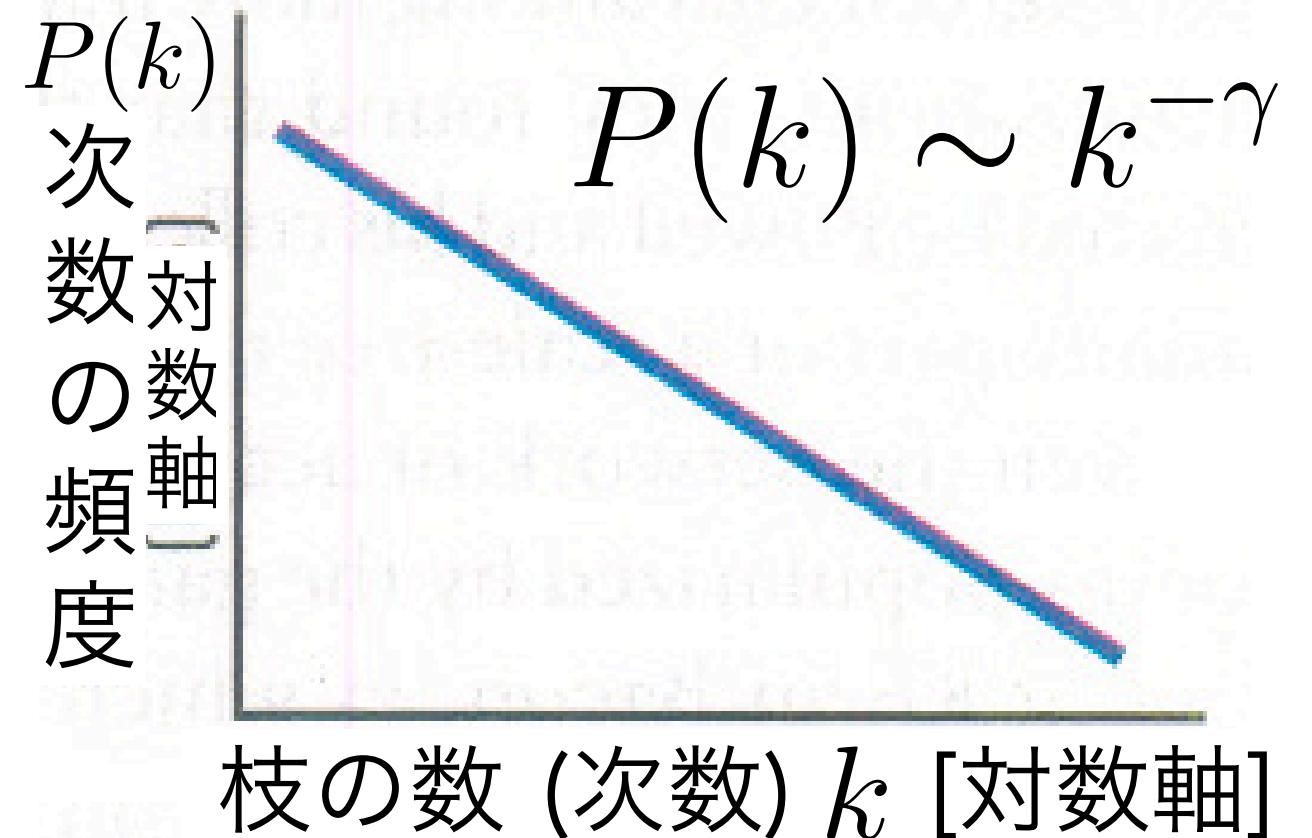
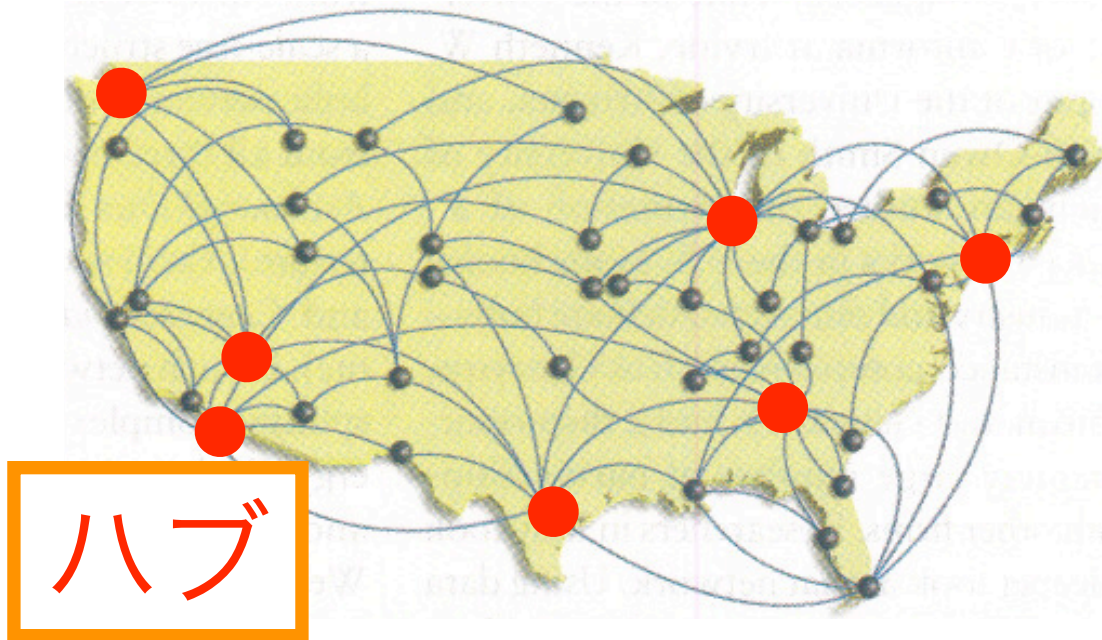
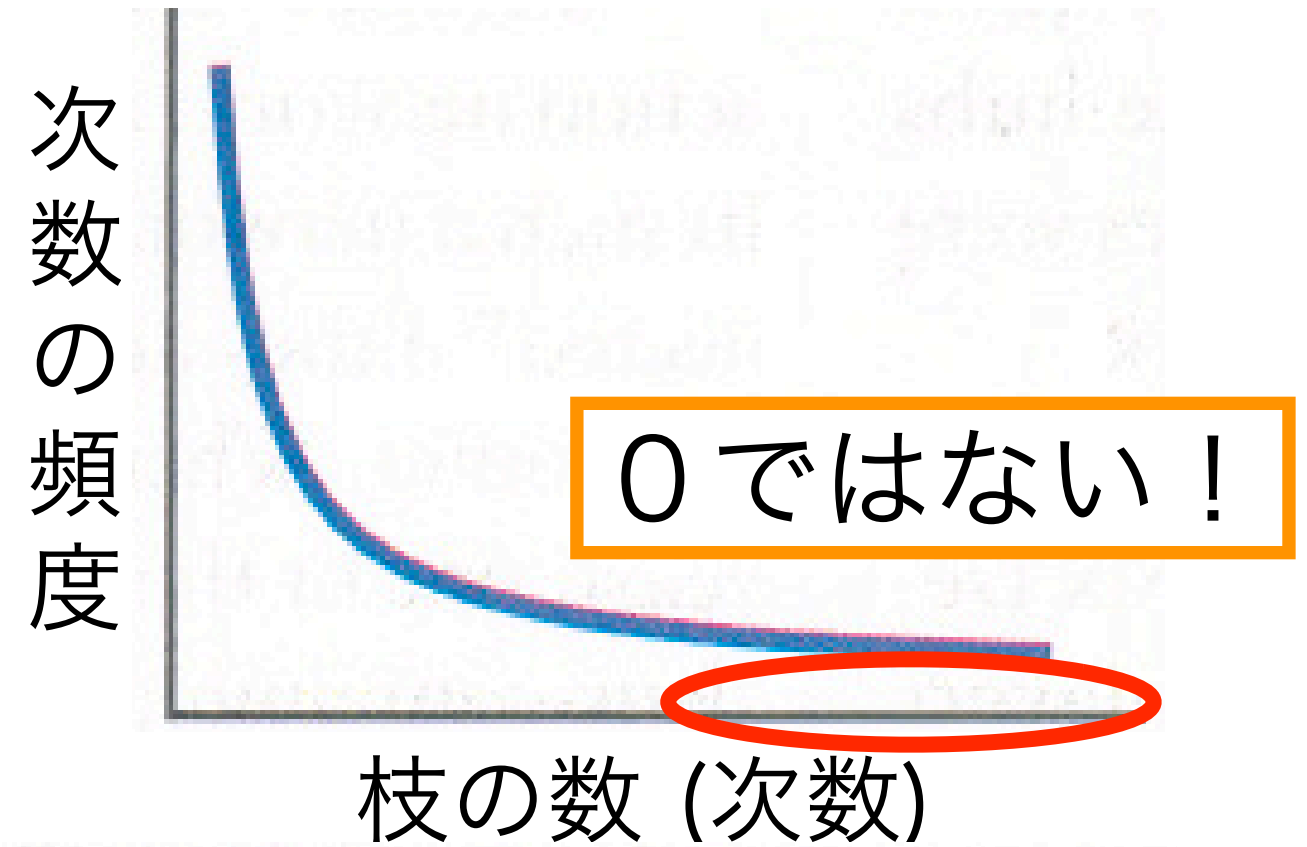
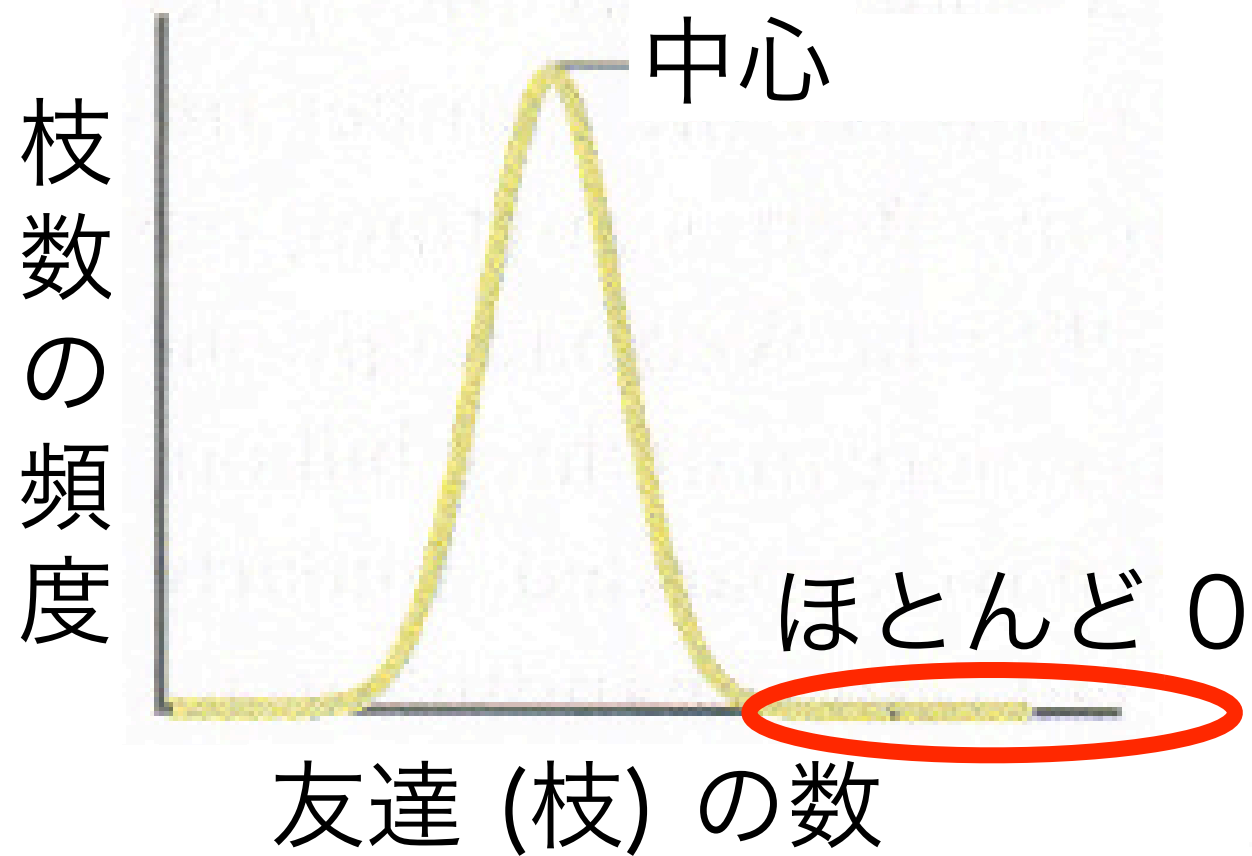
# ところが、現実世界は…



(Barabási and Albert, 1999)

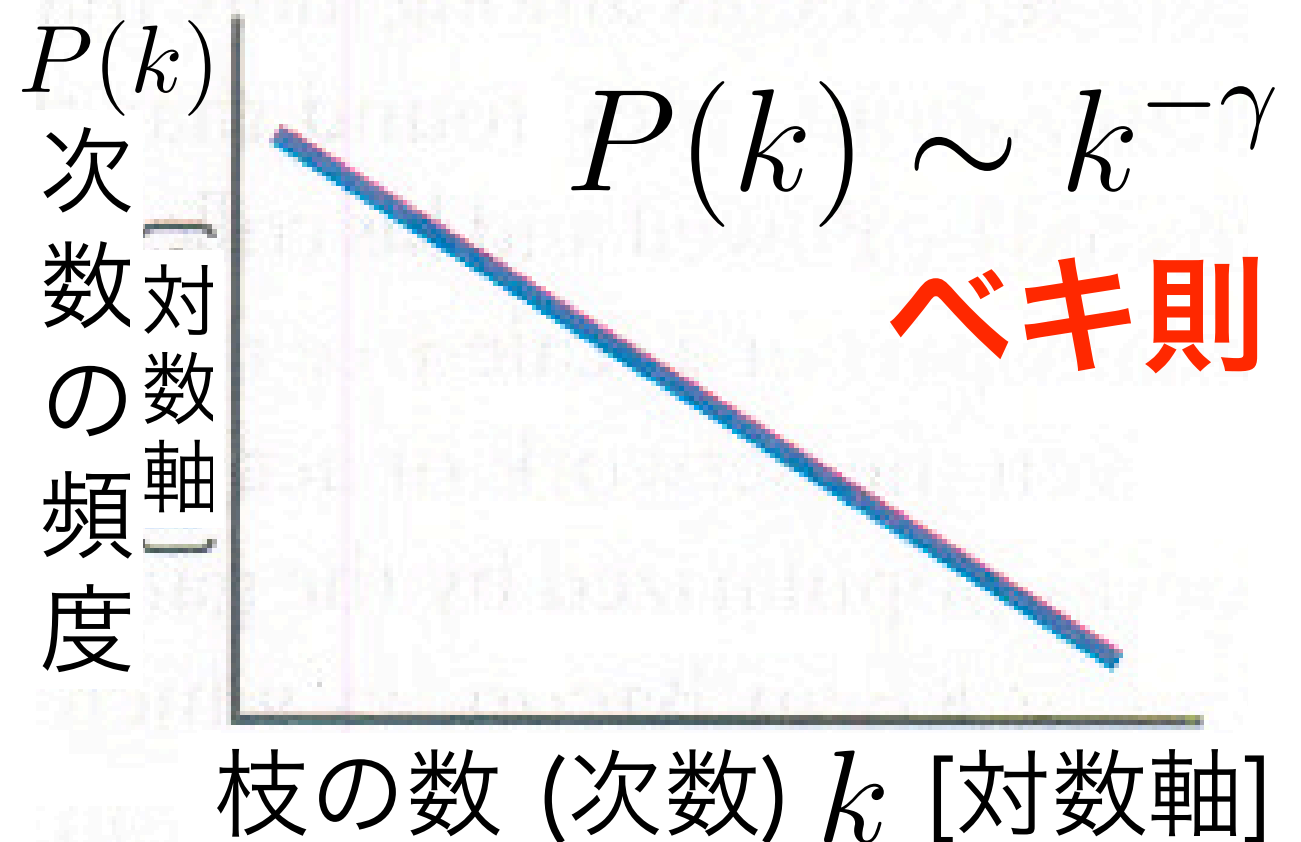
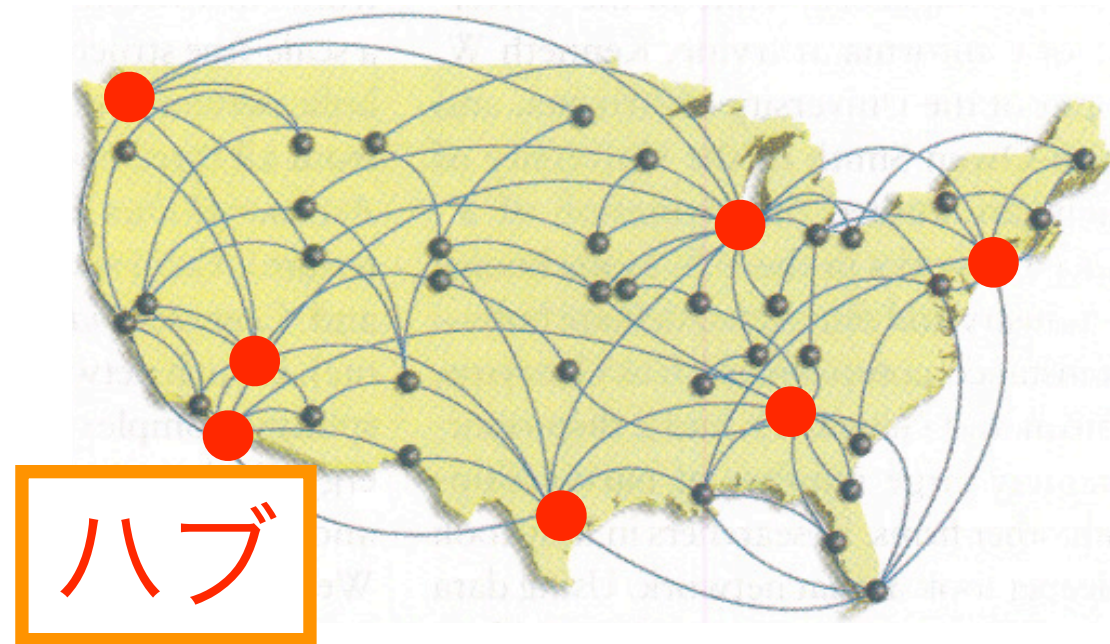
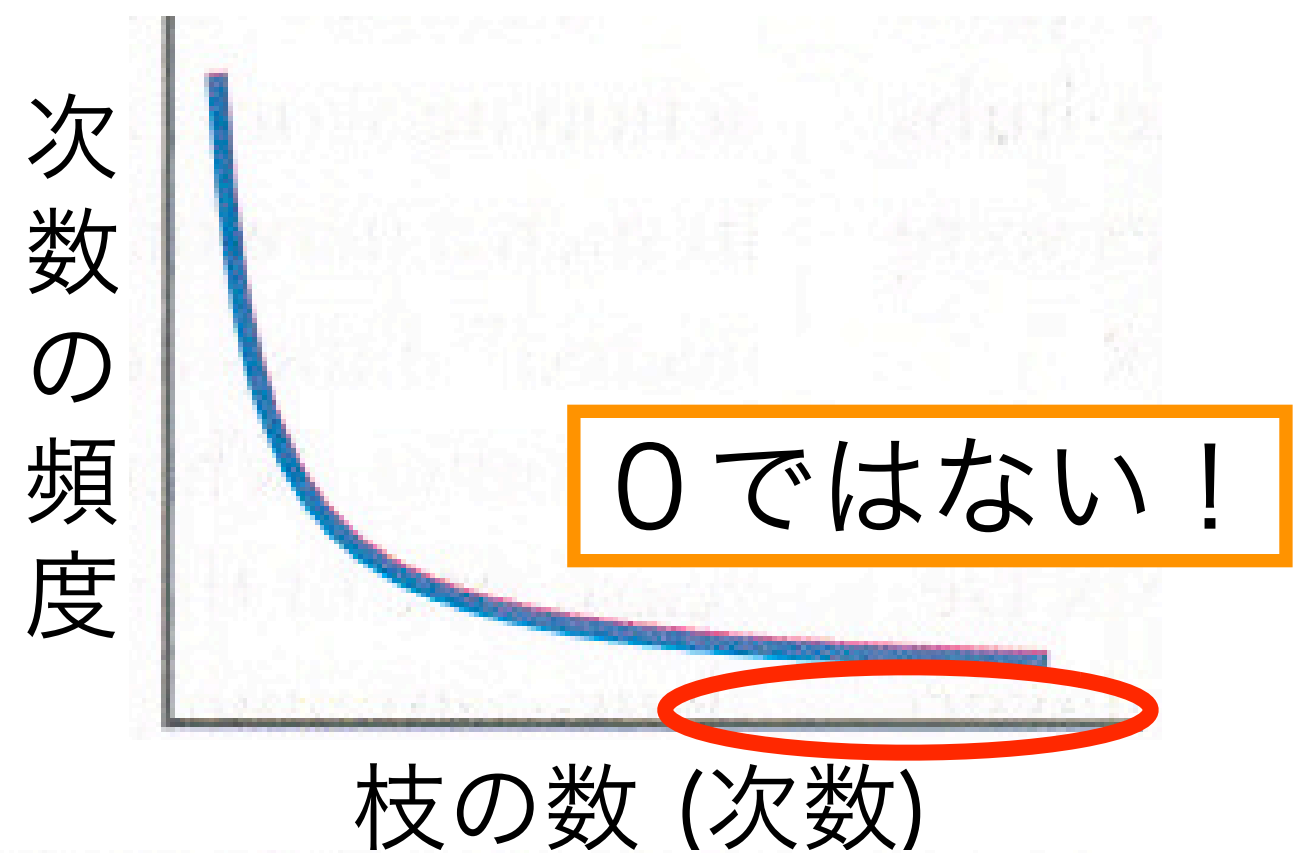
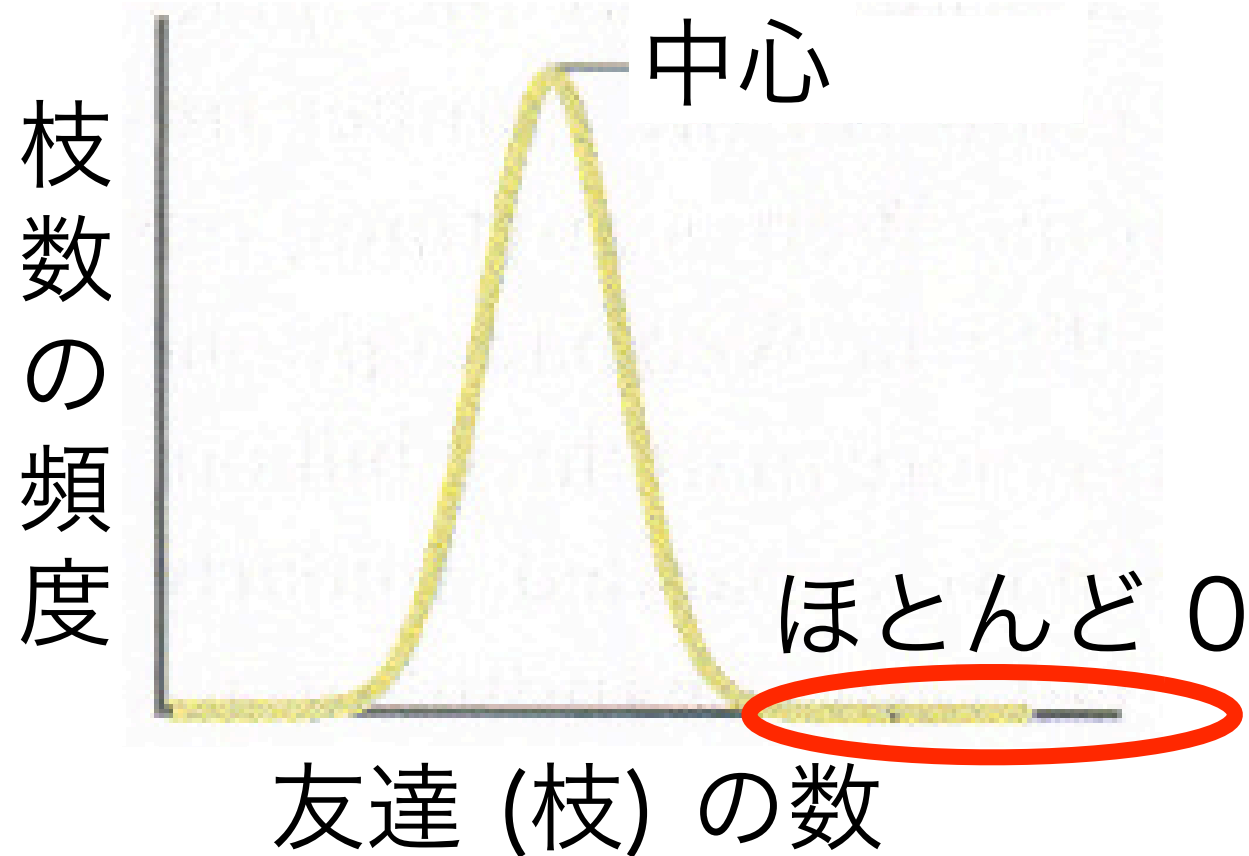


# ところが、現実世界は…



(Barabási and Albert, 1999)

# ところが、現実世界は…

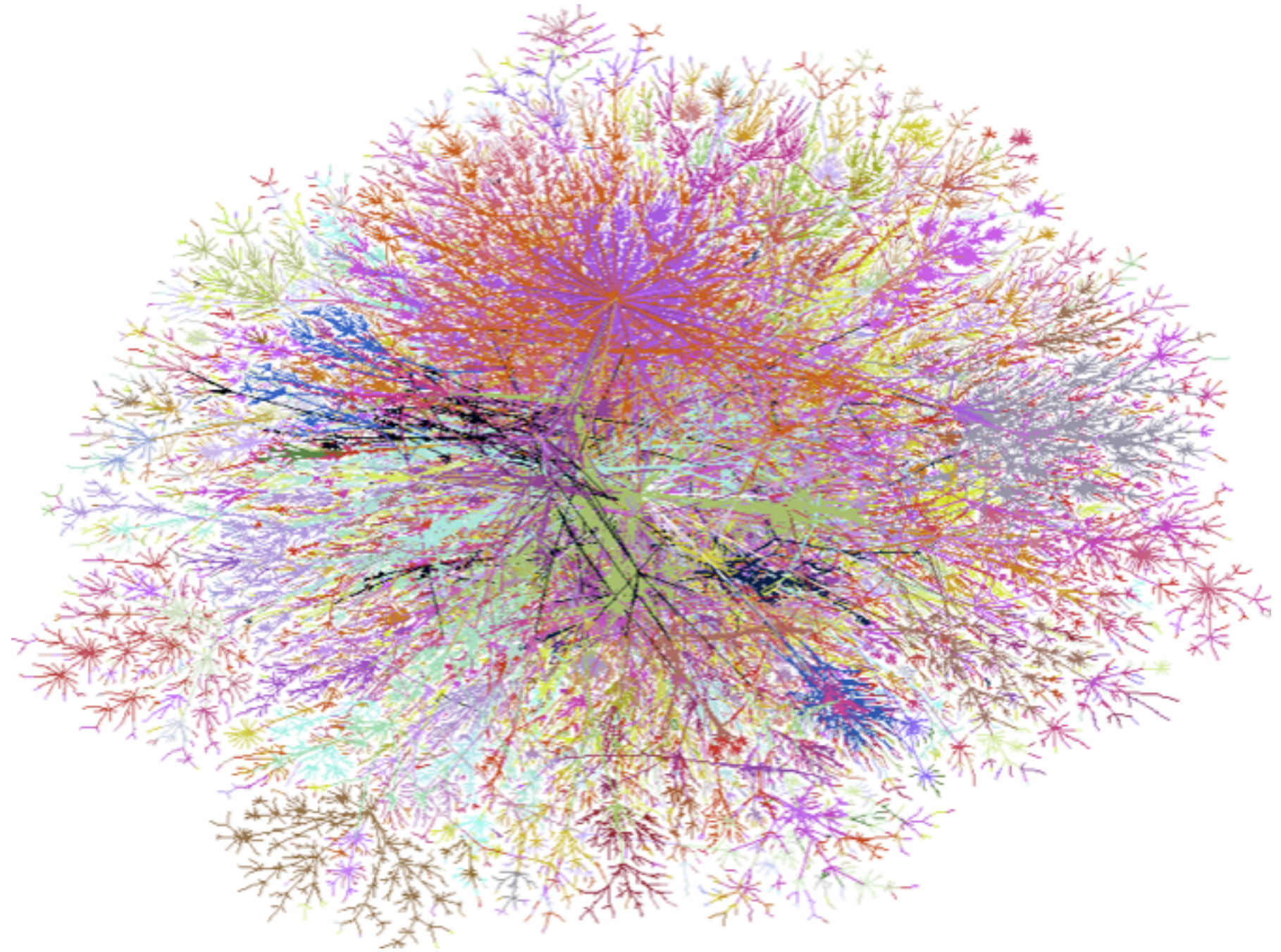


(Barabási and Albert, 1999)



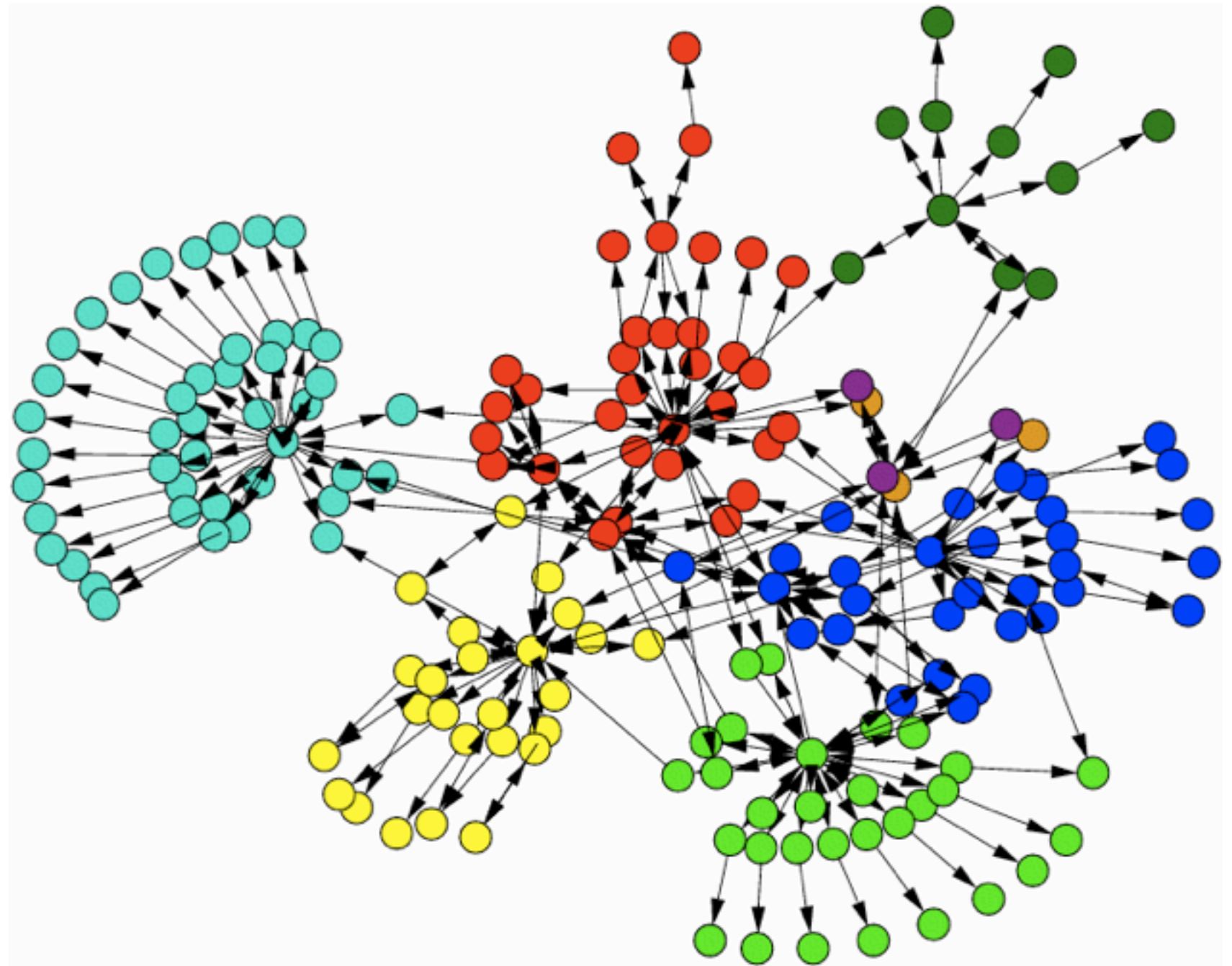
# 実際のネットワーク構造

インターネット



# 実際のネットワーク構造

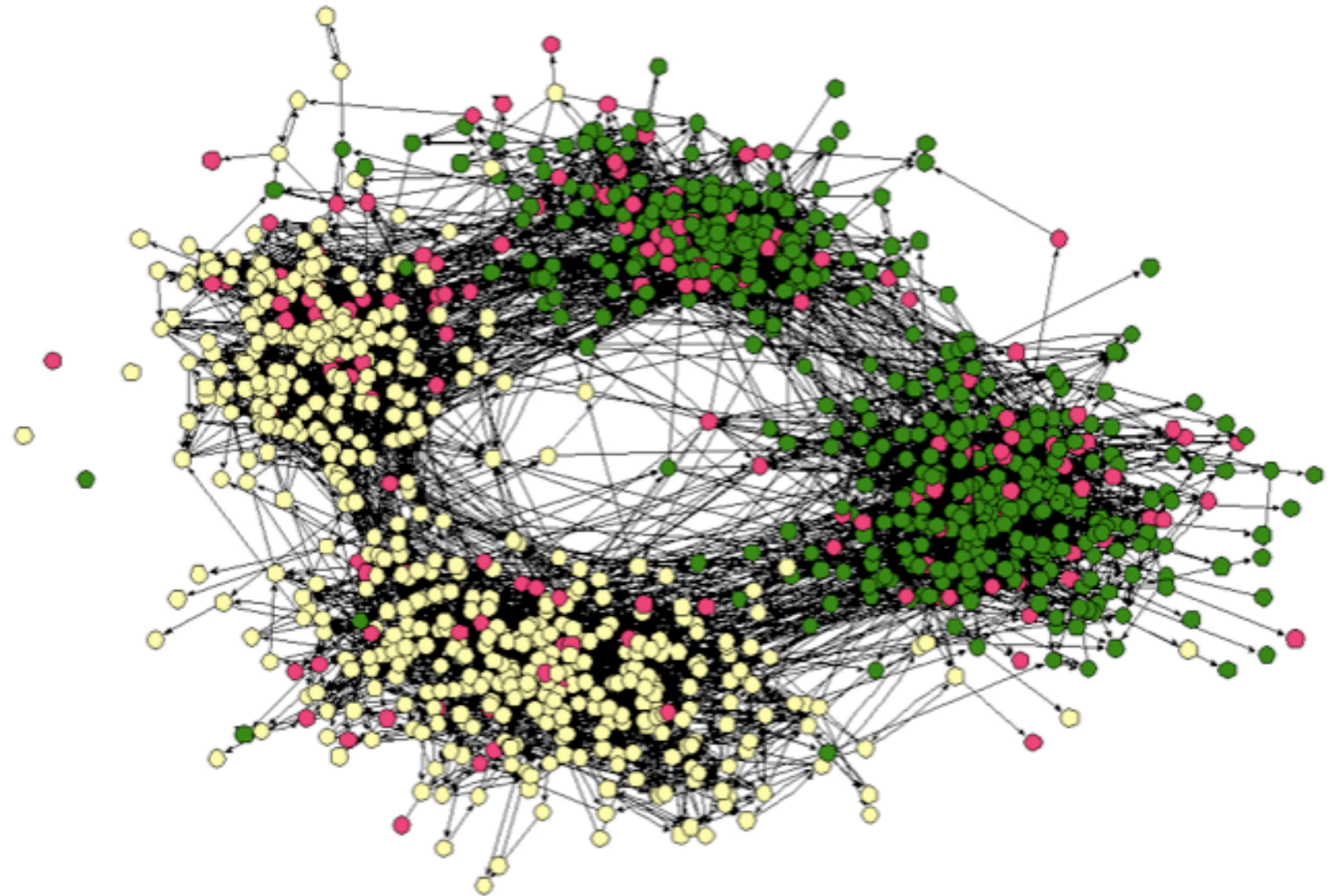
インターネット  
Webページ





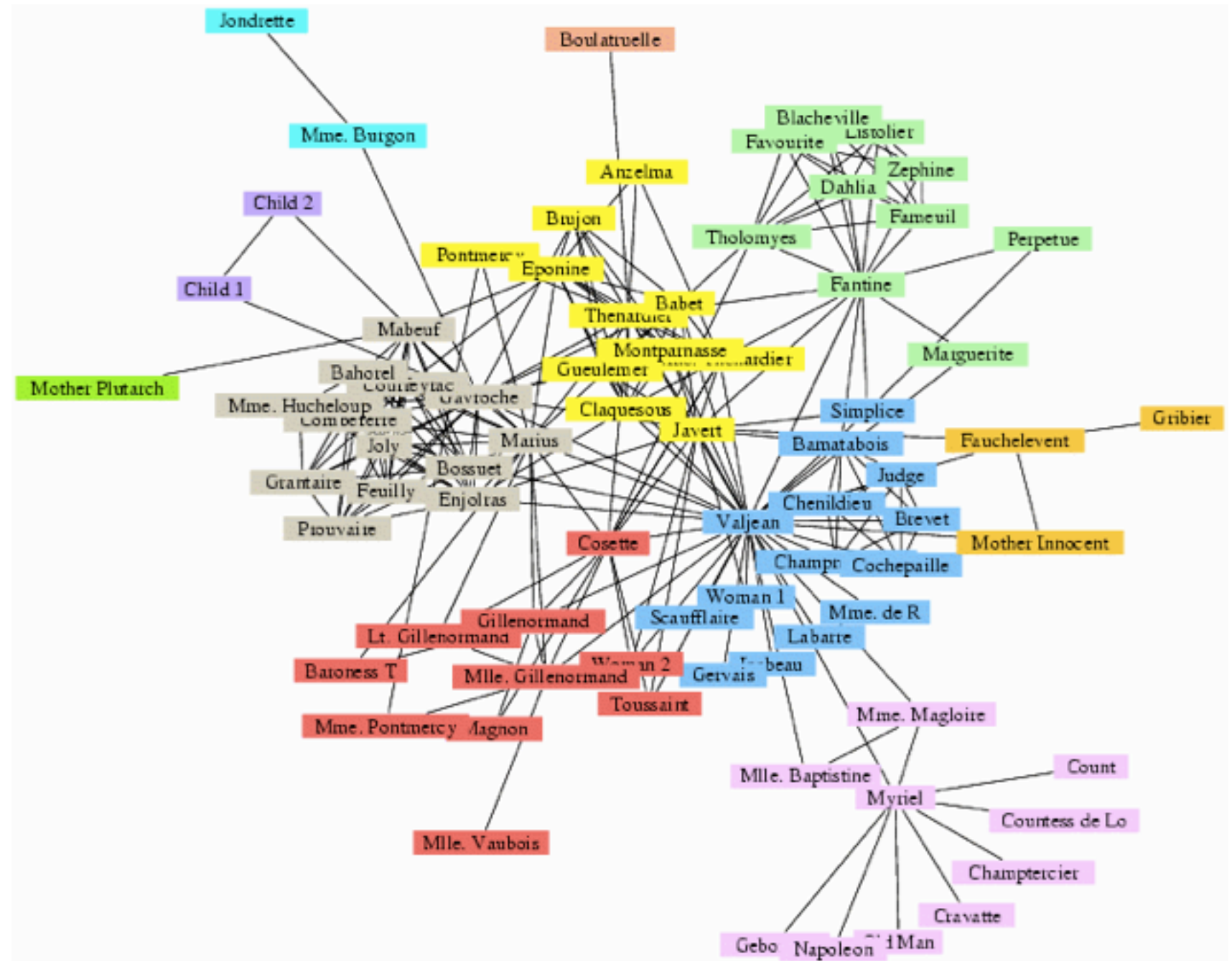
# 実際のネットワーク構造

インターネット  
Webページ  
友人関係



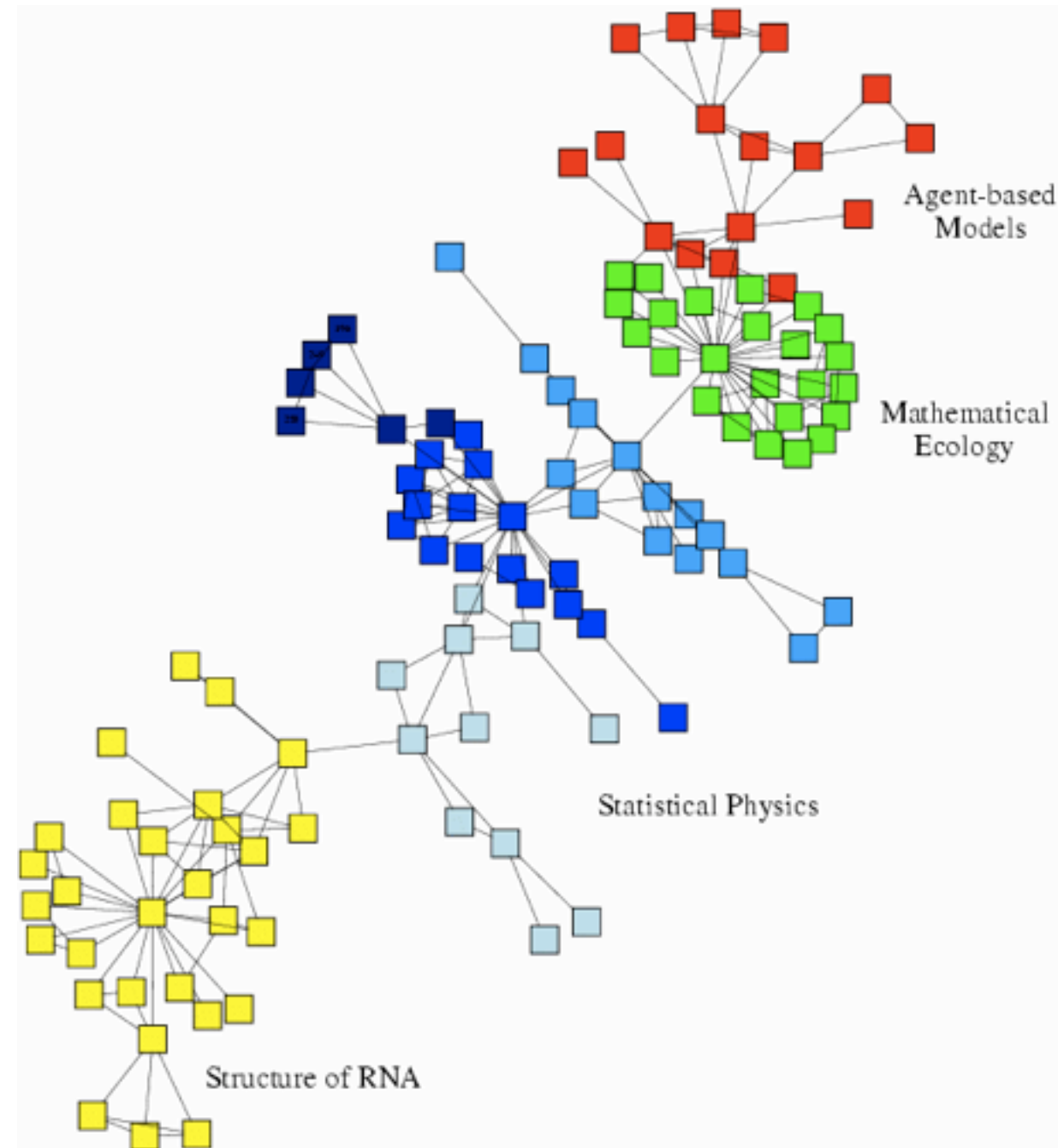
# 実際のネットワーク構造

インターネット  
Webページ  
友人関係  
ああ無情



# 実際のネットワーク構造

インターネット  
Webページ  
友人関係  
ああ無情  
共同研究



# 実際のネットワーク構造

インターネット

Webページ

友人関係

ああ無情

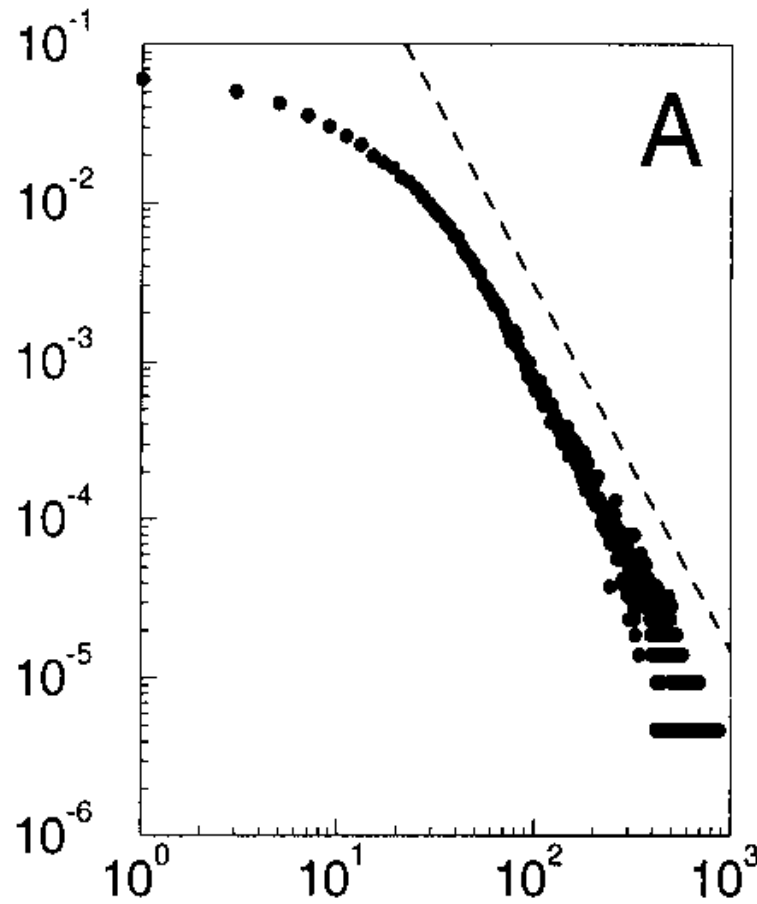
共同研究

結核感染

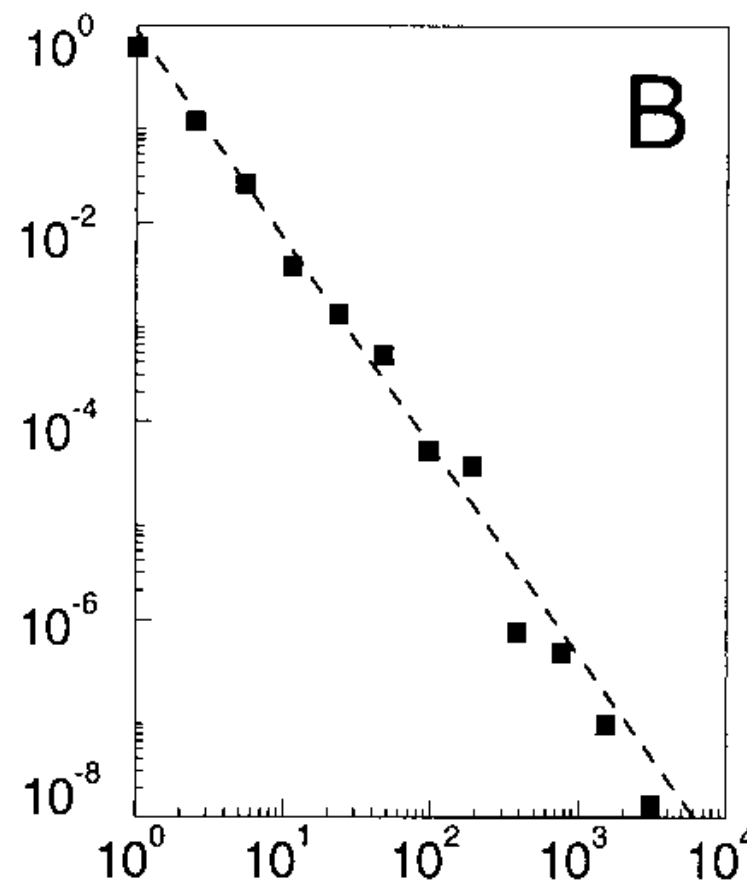




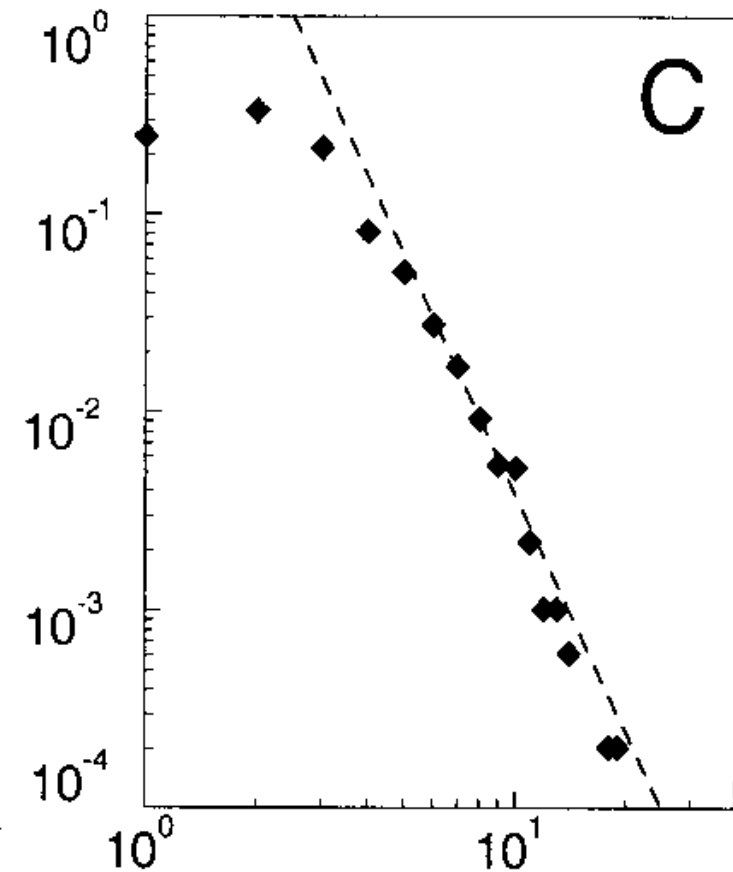
# 現実ネットワークの次数分布



共演関係



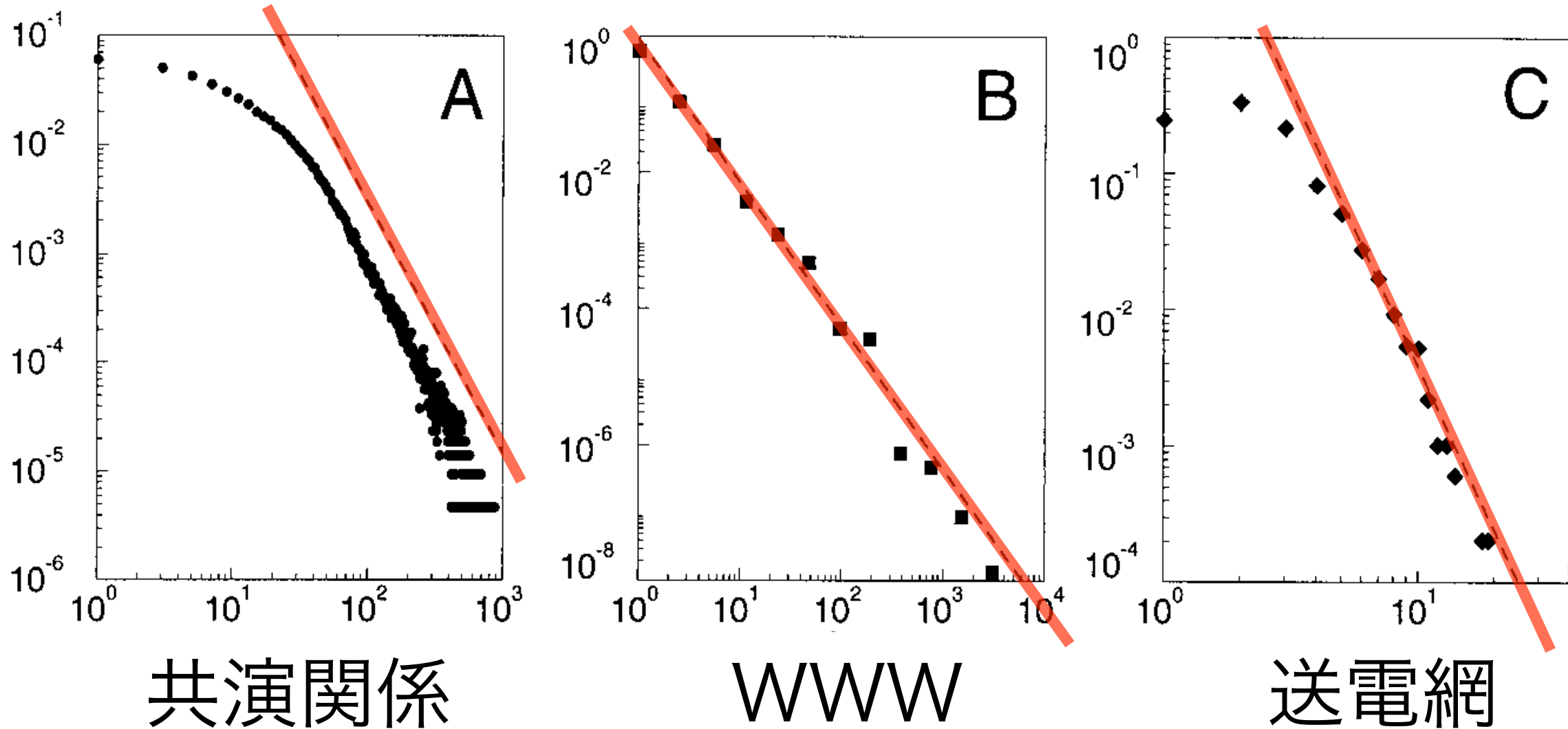
WWW



送電網

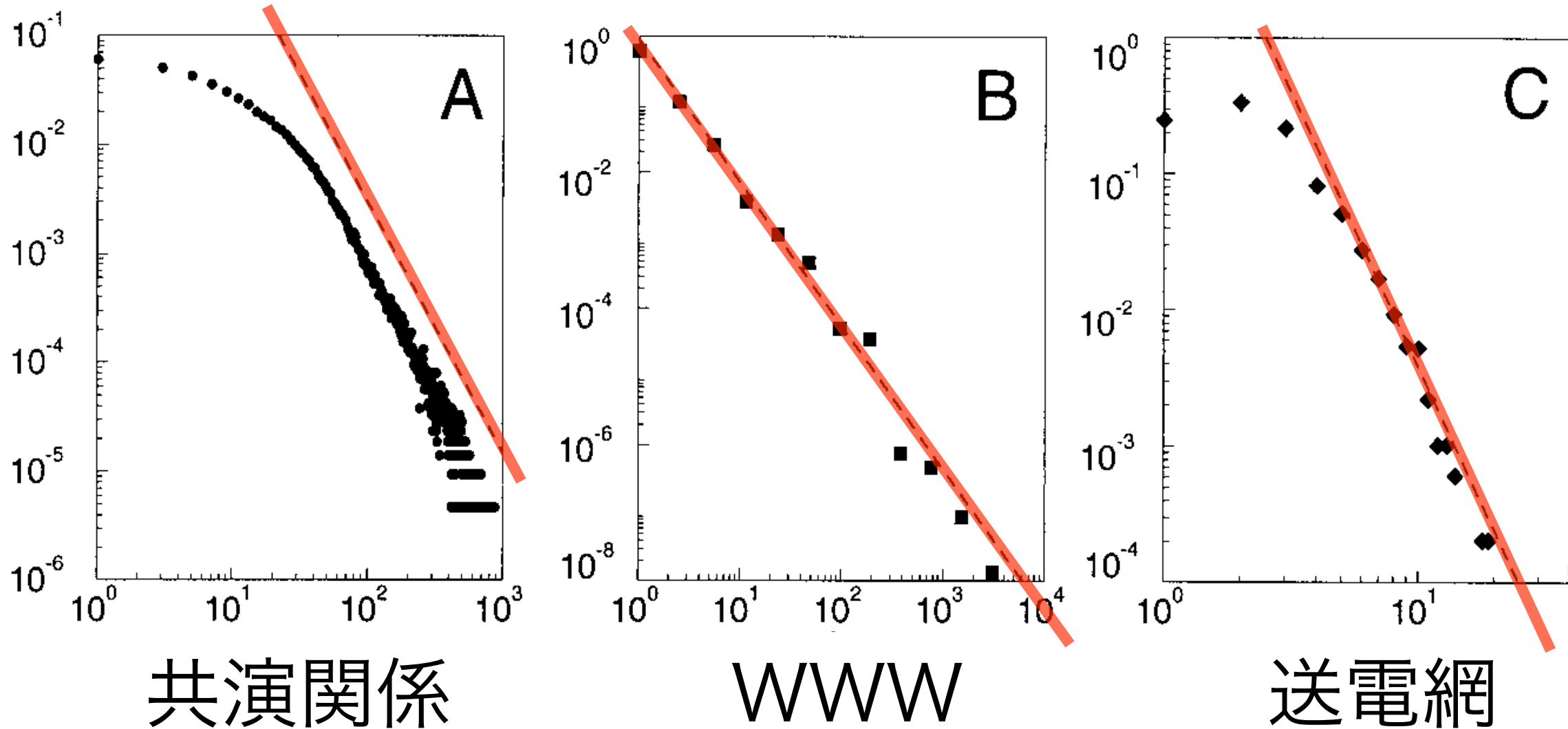
A-L Barabási and R Albert, Emergence of Scaling in Random Networks, Science, Vol. 286, pp. 509-512, 1999

# 現実ネットワークの次数分布



A-L Barabási and R Albert, Emergence of Scaling in Random Networks, Science, Vol. 286, pp. 509-512, 1999

# 現実ネットワークの次数分布



スケールフリーネットワーク

A-L Barabási and R Albert, Emergence of Scaling in Random Networks, Science, Vol. 286, pp. 509-512, 1999

# 現実問題との関わり



# 現実問題との関わり

- なぜインターネットは、ルータの故障に対して頑健なのか？

# 現実問題との関わり

- なぜインターネットは、ルータの故障に対して頑健なのか？
- なぜお金持ちはますますお金持ちになるのか？

# 現実問題との関わり

- なぜインターネットは、ルータの故障に対して頑健なのか？
- なぜお金持ちはますますお金持ちになるのか？
- 古株が成功している社会で、新参者はどのようにすれば生き残れるか？

# 現実問題との関わり

- なぜインターネットは、ルータの故障に対して頑健なのか？
- なぜお金持ちはますますお金持ちになるのか？
- 古株が成功している社会で、新参者はどのようにすれば生き残れるか？
- なぜマイクロソフトは一人勝ちしたか？



# 現実問題との関わり

- なぜインターネットは、ルータの故障に対して頑健なのか？
- なぜお金持ちはますますお金持ちになるのか？
- 古株が成功している社会で、新参者はどのようにすれば生き残れるか？
- なぜマイクロソフトは一人勝ちしたか？
- 有限な予算で病気の感染拡大を防ぐには？

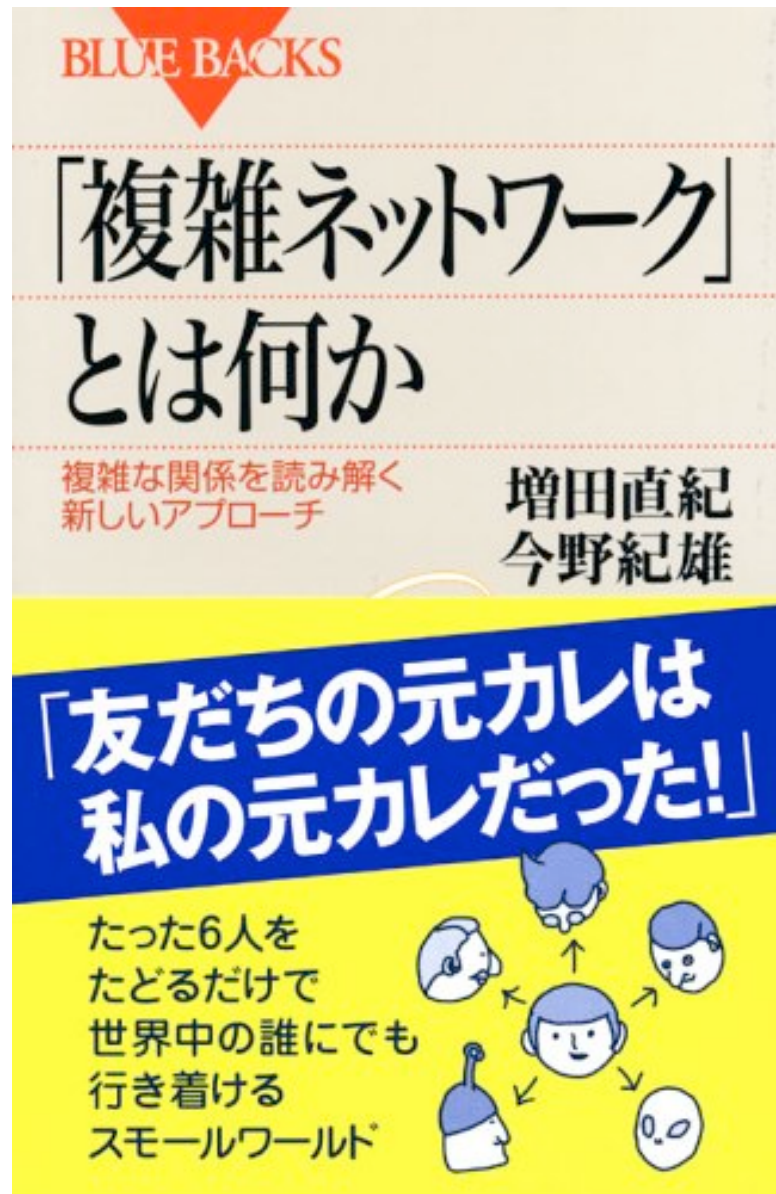
# 現実問題との関わり

- なぜインターネットは、ルータの故障に対して頑健なのか？
- なぜお金持ちはますますお金持ちになるのか？
- 古株が成功している社会で、新参者はどのようにすれば生き残れるか？
- なぜマイクロソフトは一人勝ちしたか？
- 有限な予算で病気の感染拡大を防ぐには？
- ブラックアウトを防ぐ手だては？

# 今日のお話はそろそろおしまい...

- 手紙渡しの実験 ⇒ 小さな世界の実例
- ケビン・ベーコン・ゲーム ⇒ 小さな世界の実例
- グラフ理論から, 複雑ネットワーク理論へ
- 現実世界に存在するネットワークの特徴
  - 規則的?
  - ランダム?
  - スモールワールドネットワーク
  - スケールフリーネットワーク

# 参考書籍紹介



増田直紀, 今野紀雄: 「複雑ネットワーク」とは何か, 講談社ブルーバックス, 2006;

増田直紀: 私たちはどうつながっているのかーネットワークの科学を応用する, 中公新書, 2007



# 質問・コメント

- 随時受け付けます.
  - メール: [tohru@ics.saitama-u.ac.jp](mailto:tohru@ics.saitama-u.ac.jp)
  - 居室: 埼玉大学工学部総合研究棟 5F 506室
- 今日の体験授業でつけたスライドのファイルは、池口の講義サポートページにあります。  
<http://www.nls.ics.saitama-u.ac.jp/~tohru/Lectures>からどうぞ.
  - ユーザ: saidai
  - パスワード: ics